論 文

大 韓 造 船 學 會 論 文 集
第 32 卷 第 1 號 1995年 2月
Transactions of the Society of
Naval Architecture of Korea
Vol. 32, No. 1, February 1995

# 고차경계요소법에 의한 선체주위 유동해석

홍사영*, 최항순**

# Analysis of Steady and Unsteady Flow Around a Ship Using a Higher-Order Boundary Element Method

by

Sa Y. Hong* and Hang S. Choi**

요 약

자유표면의 유동문제는 저항추진성능과 내항성능이 우수한 선박과 파랑중 작업성능이 우수한 해양구조물의 설계와 관련되어 조선해양공학분야에서 지속적으로 관심의 대상이 되어온 연구분야이다. 본 논문에서는 선체주위 유동을 정확하고 효율적으로 해석하기 위한 3차원 수치해법의 개발을 목적으로 하였다.

수치해법으로 경계요소법을 사용하였스며, 그린함수는 간단한 랜킨소오스를 사용하였다. 전 경계요소면은 8점 경계요소로 표시하여 기하학적 특성을 정밀하게 반영하고자 하였다. 자유표면에서 속도포텐셜의 변화를 정규화된 8점 경계요소에서 이중 2차 스플라인함수(bi-quadratic spline function)로 표시함으로써 자유표면에서의 수치감쇠 및 분산오차를 개선하였다. 한편 물체표면에서의 물리량은 8점 경계요소의 특성을 살려 이중 2차 다항식(bi-quadratic function)으로 근사하였다. 이와같이 계산영역에 따라 해의 특성에 부합하는 수치방법을 채택함으로써 수치해의 정확성과 효율성이 향상되도록 하였다.

개발한 수치해법의 효능을 검증하기위해 계산예로서 정상유동 및 비정상유동의 경우 Neumann-Kelvin문제를 다루었다. 본 방법에 의한 몰수 타원체 및 Series 60선에 대한 조파저항 계산결과는 적은 파넬수를 사용하고도 기존의 계산치는 물론 실험치와 좋은 일치를 보였다. 변형된 Wigley선형에 대한 동유체력 계산결과도 기존의 실험치 및 계산치와 비교적 잘 일치하였다.

비정상 유동의 경우 랜킨소오스법에서 일반적으로 적용하는 상류방사조건은 무차원주파수가 1/4보다 큰 경우에만 유효하므로, 본 논문에서는 파동방정식 연산자를 이용하여 무차원주파수가 1/4보다 작은 경우에 적용할 수 있는 상류방사조건을 유도하였다. 수면하에서 전진하며 동요하는 소오스에 대하여 적용한 결과 본 논문에서 유도한 방사조건이 유효함을 입증하였다.

발 표 : 1994년도 대한조선학회 추계연구발표회('94. 11. 12)
접수일자 : 1994년 11월 28일, 재접수일자 : 1994년 2월 6일
*정회원, 선박해양공학연구센터
**정회원, 서울대학교 조선해양공학과

Abstract

An efficient and accurate scheme has been constructed by taking advantages of the bi-quadratic spline scheme and the higher-order boundary element method selectively depending on computation domains. Boundary surfaces are represented by 8-node boundary elements to describe curved surfaces of a ship and its neighboring free surface more accurately. The variation of the velocity potential complies with the characteristics of the 8-node element on the body surface. But on the free surface, it is assumed to follow that of the bi-quadratic spline scheme. By which, the free surface solution is free from numerical damping and has better numerical dispersion property.

As numerical examples, steady and unsteady Neumann-Kelvin problems are considered. Numerical results for a submerged spheroid, Series 60($C_B$=0.6) and a modified support the proposed method. Finally, a new upstream radiation condition is derived using a wave equation operator in order to deal with problems for subcritical reduced frequency. The relevance of this operator has been confirmed in the case of unsteady Kelvin source potential.

## 1. 서 론

랜킨소오스법(Rankine source method)은 Gadd(1976)[1]와 Dawson(1977)[2]에 의해 조파저항문제에 도입된 이래, 핵함수(kernel function)의 간편성 및 여러 형태의 자유표면 조건을 적용할 수 있는 장점으로 인하여 선박유체역학 분야에서 효율적이고 중요한 수치해법으로 자리잡고 있다. 그러나 이 방법은 자유표면을 계산영역에 포함하고 이를 이산화하므로, 유한차분법이나 유한요소법과 같은 다른 수치방법과 마찬가지로 수치분산과 수치감쇠를 유발시키며 방사조건을 구현하는데 어려움을 가지고 있다. 따라서 랜킨소오스법에 관한 연구는 주로 수치분산 및 수치감쇠의 개선과 효과적인 방사조건의 개발에 그 촛점이 맞추어졌다.

Piers(1983)[3], Jensen et al.(1986)[4], Sclavounos and Nakos(1988)[5], Nakos and Sclavounos(1990a)[6]는 수치분산 및 수치감쇠 개선에 관한 연구를 수행하였스며. Jensen(1987)[7], Raven(1988)[8], Nakos(1990)[9]는 효과적인 방사조건의 구현에 관한 연구를 수행하였다. 그중 특기할만한 연구는 Sclavounos and Nakos(1988)가 개발한 2차 스플라인법으로, 이 방법은 자유표면에서의 속도포텐셜의 변화를 2차 스플라인함수로 적합하여 수치감쇠를 제거하였스며 다른 방법에 비해 전체 파수공간(wave number space)에서의 수치분산을 개선하였다. 또한 Kutta형태의 상류방사조건을 도입하여 그 효용성을 수치계산을 통해 입증하였다. 그러나 평면 파넬을 사용하여 수치 계산결과의 수렴도가 미흡한 것으로 지적되었다. Ni(1987)[10], Kim and Lucas(1990)[11]는 비선형 조파저항문제를 다루었스며 Bertram(1990)[12], Nakos et al.(1990b)[13]는 랜킨소오스법을 비정상 선체운동문제에 적용하였다.

최근에 자유표면유동문제 적용되기 시작한 고차경계요소법(HOBEM : Higher-Order Boundary Element Method)은 기존의 평면파넬법에 비해 적은 수의 파넬을 사용하고도 보다 정확히 해를 구함으로써 관심의 대상이 되고 있다. Matsui et al.(1987)[14], Liu et al.(1991, 1992)[15,16]는 고차경계요소법을 부유 해양구조물의 비정상 유동문제에 적용하여 그 효율성과 정확성을 보인바 있다. Boo(1993)[17]는 고차경계요소법을 조파저항문제와 비선형파 모사에 적용한 바 있다.

본 논문에서는 자유표면유동을 다루는 효율적인 계산법의 개발을 위해 기본적으로 랜킨소오스법을 채용하고, 자유표면에서는 이산화 분산성이 우수하고 수치감쇠가 없는 2차 스플라인법을, 물체표면에서는 8점 경계요소를 도입하여 동유체력을 추정하는 고차경계요소법을 개발하였다. 또한 비정상유동의 경우 랜킨소오스법의 적용범위를 무차원진동수 $\tau < 1/4$

로 확장하기 위해 새로운 방사조건으로 파동연산자를 유도하였다.

개발된 수치방법의 유용성을 검증하기 위하여 정상유동 및 비정상유동에 대한 Neumann-Kelvin문제를 다루었다. 정상문제에 대한 계산예로서 몰수타원체와 Series 60( $C_B=0.6$ )의 조파저항을 계산하였스며 비정상문제에 대해서는 변형된 Wigley선형에 대한 동유체력계수를 계산하였다. 또한 본 논문에서 제안한 방사조건을 적용하여 자유수면하에서 전진하며 동요하는 소오스에 의한 속도포텐셜을 계산하고 비정상 Kelvin 소오스에 의한 해와 비교하여 무차원진동수가 1/4보다 작은 경우의 방사조건을 고찰하였다.

## 2. 경계치문제의 정식화

유체는 비점성, 비압축성이며, 유동은 비회전성이라 가정하면 속도포텐셜의 도입이 가능하고, 이 포텐셜은 지배방정식인 연속방정식, 즉 라플라스(Laplace)방정식의 해가 된다.

$$\nabla^2\Phi(\vec{x})=0,\quad \vec{x}\in V\ (\text{유체영역}) \tag{1}$$

여기서 $\vec{x}$는 선박의 전진속도 $U$로 움직이는 직교좌표계이며, 전진방향이 양의 $x$이며 $z$의 수직상방향이 양으로 정의되는 우수좌표계이다. 또한 속도포텐셜 $\Phi(\vec{x})$는 유체영역을 감싸는 경계면에서 다음의 경계조건을 만족한다(Fig. 1).

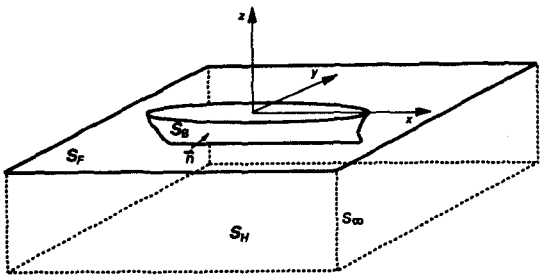



Fig. 1 Coordinate System

물체표면 경계조건

$$\frac{\partial\Phi(\vec{x},t)}{\partial n}=\overrightarrow{V_B}(\vec{x},t)\quad \text{on } S_B \tag{2}$$

자유표면 경계조건

$$\Phi_{tt}+g\Phi_z+2\nabla\Phi\cdot\nabla\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\nabla\Phi\cdot\nabla(\nabla\Phi\cdot\nabla\Phi)=0\quad \text{on } z=\zeta \tag{3}$$

바닥경계조건

$$\nabla\Phi\ \to 0\quad \text{as } z\to-\infty \tag{4}$$

방사경계조건

교란된 유동은 무한원방에서 소멸된다.

전체 속도포텐셜 $\Phi(\vec{x},t)$ 는 교란이 미소하다는 가정 하에 기본유동 포텐셜 $\overline{\phi}(\vec{x})$, 정상교란포텐셜 $\phi(\vec{x})$, 비정상교란포텐셜 $\Psi(\vec{x},t)$ 의 합으로 표시할 수 있다.

$$\Phi(\vec{x},t)=\overline{\phi}(\vec{x})+\phi(\vec{x})+\Psi(\vec{x},t) \tag{5}$$

본 논문에서는 기본유동을 정상류 $\overline{\phi}(\vec{x})=-Ux$ 로 택하고 자유표면 경계조건을 선형화한 전통적인 Neumann-Kelvin 문제만을 취급하기로 한다. 이와 같이 선형화된 경계조건은 다음과 같다.

정상유동의 경우

$$U^2\phi_{xx}+g\phi_z=0\quad \text{on}\quad z=0\ , \tag{6}$$

$$\zeta(x,y,0)=\frac{U}{g}\phi_x\ , \tag{7}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial n}=Un_1\quad \text{on } S_B \tag{8}$$

비정상유동의 경우

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-U\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\Psi+g\Psi_z=0,\quad \text{on } z=0, \tag{9}$$

$$\zeta(x,y,0;t)=-\frac{1}{g}\left(\frac{\partial}{\partial t}-U\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi, \tag{10}$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial n}=\left[\frac{\partial\vec{a}}{\partial t}-U(\vec{\Omega}\times\vec{i})\right]\cdot\vec{n}\ ,\qquad \vec{a}=\vec{\eta}+\vec{\Omega}\times\vec{x} \tag{11}$$

윗식에서 $\vec{a}$는 선체의 비정상 운동변위벡터이며, $\vec{\eta}$ 와 $\vec{\Omega}$ 는 각각 병진운동과 회전운동 변위벡터를 의미한다. Neumann-Kelvin 선형화에 따르면 조파저항과 동유체력계수는 다음과 같이 구할 수 있다.

조파저항

$$R_w = \int_{S_B} p\ n_1\ ds \tag{12a}$$

$$p = -\rho\{\frac{1}{2}\nabla\phi\cdot\nabla\phi - U\frac{\partial\phi}{\partial x}\} \tag{12b}$$

$$C_w = \frac{|R_w|}{\frac{1}{2}\rho U^2 S} \tag{12c}$$

윗식에서 $C_w$는 무차원 조파저항계수이며, $S$는 정수중에서 배의 침수면적을 나타낸다.

동유체력계수

$$a_{ij} = -\frac{\rho}{\omega^2} Re\{\int\int_{S_B}(-i\omega\psi_j - U\psi_{jx})n_i\, ds\} \tag{13a}$$

$$b_{ij} = -\frac{\rho}{\omega^2} Im\{\int\int_{S_B}(-i\omega\psi_j - U\psi_{jx})n_i\, ds\} \tag{13b}$$

윗식에서 $a_{ij}$ 와 $b_{ij}$ 는 각각 부가질량과 감쇠계수를 나타내며, $Re$ 와 $Im$ 는 각각 실수부와 허수부를 의미한다. 또한 방사포텐셜 $\Psi(\vec{x}, t)$ 는 다음과 같이 단위 6자유도 운동에 대한 포텐셜의 선형합으로 표시된다.

$$\Psi(\vec{x}, t) = \left[\sum_{j=1}^{6}\eta_j\psi_j\right] e^{-i\omega t} \tag{14}$$

## 3. 고차경계요소법의 적용

수치해석은 효율적이며 정확한 결과를 얻는 데 목적이 있다. 고차경계요소법은 2차이상의 형상함수를 이용하여 경계면의 형상을 곡면요소로 표시하고 속도포텐셜 및 법선속도와 같은 물리량을 같은 차수의 형상함수로 근사함으로써 계산의 효율성과 함께 해의 정확성을 구현한 수치해석 방법이다. 본 논문에서는 물체표면에서는 경계면의 기하학적 특성을 잘 반영하는 8점 경계요소법을 적용하고, 자유표면에서는 수치감쇠가 없고 분산특성이 우수한 2차 스플라인법을 적용하여 계산영역에 따라 효율적인 방법을 선택적으로 사용함으로써 계산의 효율성과 정확성을 향상시키고자 하였다.

### 3.1 8점 고차경계요소법 (8-Node Bi-quadratic Element)

8점요소는 4변을 갖는 곡면요소를 각 변의 모서리의 4절점(4 node)과 각 변의 중간에 위치하는 4절점의 합인 8개의 절점으로 표시하며, 각 절점은 사상된 평면에서 직교성을 갖는 2개의 변수 ($\xi_1$, $\xi_2$)의 2차 함수로 적합(fitting)된다(Fig. 2). 각 곡면요소내의 모든 변수는 각 절점에 대응하는 형상함수와 그 절점에서의 변수값의 곱들을 더하여 나타내어진다. 이를 수식으로 표시하면 다음과 같다.(Brebbia et al., 1989)

$$x_j = \sum_{k=1}^{8} N^k x^k,\ y_j = \sum_{k=1}^{8} N^k y^k,\ z_j = \sum_{k=1}^{8} N^k z^k$$
$$\Phi_j = \sum_{k=1}^{8} N^k \Phi^k,\ \Phi_{jn} = \sum_{k=1}^{8} N^k \Phi_n^k \tag{15}$$

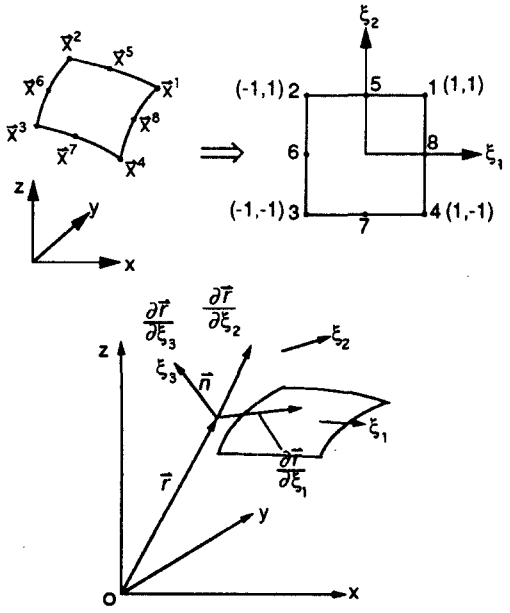






Fig. 2 Quadrilateral curved element(8-node element)

여기서 밑첨자 $j$는 곡면요소의 번호를, 윗첨자 $k$는 국부 절점번호(local nodal number)를 나타내며 형상함수 $N^k$ 는 다음과 같다

$$N^1(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{4}(1+\xi_1)(1+\xi_2)(\xi_1+\xi_2-1)$$
$$N^2(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{4}(1-\xi_1)(1+\xi_2)(-\xi_1+\xi_2-1)$$
$$N^3(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{4}(1-\xi_1)(1-\xi_2)(-\xi_1-\xi_2-1)$$

$$
\begin{aligned}
N^4(\xi_1,\xi_2) &= \frac{1}{4}(1+\xi_1)(1-\xi_2)(\xi_1-\xi_2-1)\\
N^5(\xi_1,\xi_2) &= \frac{1}{2}(1-\xi_1^2)(1+\xi_2)\\
N^6(\xi_1,\xi_2) &= \frac{1}{2}(1-\xi_2^2)(1-\xi_1)\\
N^7(\xi_1,\xi_2) &= \frac{1}{2}(1-\xi_1^2)(1-\xi_2)\\
N^8(\xi_1,\xi_2) &= \frac{1}{2}(1-\xi_2^2)(1+\xi_1)
\end{aligned}
\tag{16}
$$

속도포텐셜이 사상된 평면의 좌표로 표현되므로 물체표면에서의 유체입자속도는 다음의 좌표변환으로부터 쉽게 구할 수 있다.

$$
\begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \xi_3} \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi_1} & \frac{\partial y}{\partial \xi_1} & \frac{\partial z}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \xi_2} & \frac{\partial y}{\partial \xi_2} & \frac{\partial z}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial x}{\partial \xi_3} & \frac{\partial y}{\partial \xi_3} & \frac{\partial z}{\partial \xi_3} \end{pmatrix} \tag{17}
$$

### 3.2 2차 스플라인법 (Bi-Quadratic Spline Scheme)

본 논문에서는 평면 사각형 요소에 대한 Sclavounos와 Nakos의 2차 스플라인 방법을 8점 곡면요소에 대해 확장하여 전개하였다. 이렇게 함으로써 수렴성 개선과 수선(waterline)의 선체형상을 엄밀하게 반영할 수 있으며, 또한 비선형 자유표면조건으로의 확장도 가능하다. 사상(maping)된 정규평면요소에서의 1차원 2차 스플라인 함수를 다음과 같이 표시된다.

$$
b(\xi_1) = \begin{cases} b_{j-1}(\xi_1) = \frac{1}{8}(\xi_1+1)^2 \\ b_j(\xi_1) = \frac{1}{4}(-\xi_1^2+3),\ -1 \le x_i \le 1 \\ b_{j+1}(\xi_1) = \frac{1}{8}(-\xi_1+1)^2 \end{cases} \tag{18}
$$

2차원 스플라인 함수는 각 방향의 스플라인 함수의 곱으로 표시된다.

$$
\begin{aligned}
\widehat{b_{ij}}(\xi_1,\xi_2) &= b_i(\xi_1) b_j(\xi_2) \\
&= b_{ij}(\vec{x}),
\end{aligned}
\tag{19}
$$

$$
\vec{x} = \sum_{k=1}^{8} N^k \vec{x^k}
$$

이때 $b_{ij}(\vec{x})$ 는 자유표면에서 x방향으로 $i$ 번째, y 방향으로 $j$ 번째 곡면요소에서의 스플라인(spline)함수를 의미하며, 자유표면상에서의 속도포텐셜은 각 곡면요소에서의 스플라인함수와 그 요소의 도심에서의 가중치(weights)의 곱의 합으로 표시된다(Fig. 3).

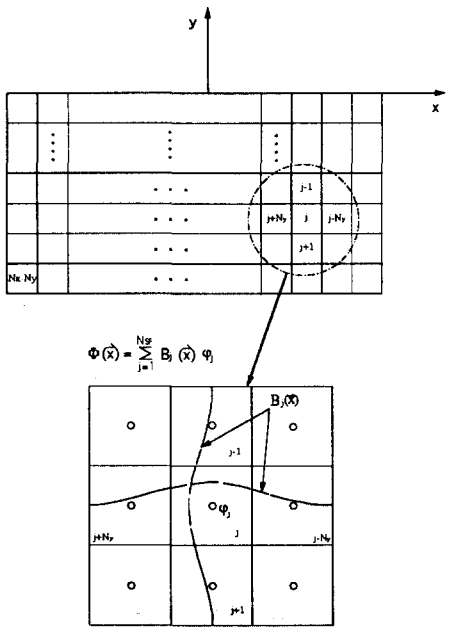



Fig. 3 Approximation of velocity potential on the free surface

$$
\begin{aligned}
\Phi(\vec{x}) &= \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y} b_{ij}(\vec{x})\,\widetilde{\phi_{ij}} \\
&= \sum_{m=1}^{N_{SF}} B_m(\vec{x})\,\varphi_m ,
\end{aligned}
\tag{20}
$$

$$
m = (i-1)\cdot N_y + j,\quad N_{SF} = N_x \cdot N_y
$$

윗식에서 $N_x$ 와 $N_y$ 는 각각 x 방향과 y 방향의 파넬수를 나타낸다. 이때 스플라인 함수의 미분치 $B_{jx}(\vec{x})$, $B_{jxx}(\vec{x})$ 는 다음과 같은 좌표변환을 통하여 구한다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B}{\partial x} \\ \frac{\partial B}{\partial y} \end{pmatrix} = J_1^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial B}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial B}{\partial \xi_2} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 B}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \end{pmatrix} = J_2^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 B}{\partial \xi_1^2} \\ \frac{\partial^2 B}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} \\ \frac{\partial^2 B}{\partial \xi_2^2} \end{pmatrix} \tag{21}$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi_1} & \frac{\partial y}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \xi_2} & \frac{\partial y}{\partial \xi_2} \end{bmatrix}$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} (\frac{\partial x}{\partial \xi_1})^2 & 2\frac{\partial x}{\partial \xi_1}\frac{\partial y}{\partial \xi_1} & (\frac{\partial y}{\partial \xi_1})^2 \\ \frac{\partial x}{\partial \xi_1}\frac{\partial x}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x}{\partial \xi_1}\frac{\partial y}{\partial \xi_2} + \frac{\partial x}{\partial \xi_2}\frac{\partial y}{\partial \xi_1} & \frac{\partial y}{\partial \xi_1}\frac{\partial y}{\partial \xi_2} \\ (\frac{\partial x}{\partial \xi_2})^2 & 2\frac{\partial x}{\partial \xi_2}\frac{\partial y}{\partial \xi_2} & (\frac{\partial y}{\partial \xi_2})^2 \end{bmatrix}$$

### 3.3 고차경계요소법의 적용

$\nabla^2 G = -\delta(\vec{x}-\vec{\xi})$ 을 만족하는 그린함수를 도입하자. 여기서 $\vec{\xi}$는 소오스 점(source point)의 좌표를 뜻한다. 유체영역내에서 속도포텐셜 $\Phi$와 $\nabla^2 G$의 내적을 취하고 부분적분을 수행하면 다음과 같은 적분방정식이 얻어지며 이는 그린의 제2 등식(Green's second identity)과 동일하다.

$$\begin{aligned} &\int\int\int_V \Phi \nabla^2 G \, dv = -\Phi \\ &= \int\int_S \Phi \frac{\partial G}{\partial n} ds - \int\int\int_V \nabla \Phi \nabla G dv \\ &= \int\int_S \left[ \Phi \frac{\partial G}{\partial n} - \frac{\partial \Phi}{\partial n} G \right] ds \end{aligned} \tag{22}$$

이때 법선벡터 $\vec{n}$은 유체영역에서 밖을 향하는 것을 양으로 한다.

이 적분방정식에서 그린함수를 물체표면경계조건을 제외한 자유표면조건, 방사조건 및 바닥경계조건을 만족하는 켈빈소오스를 사용하는 경우 경계면 S는 물체표면 $S_B$만으로 표시된다. 한편 그린함수로 랜킨소오스를 사용하는 경우 경계면 $S$는 물체표면 $S_B$, 자유표면 $S_F$, 바닥경계면 $S_H$, 방사 경계면(radiation boundary) $S_R$로 구성된다. 수심이 무한히 깊다고 가정하면 바닥경계면에서의 적분항은 소거되며, 방사 경계면에서의 적분항은 자유표면영역($S_F$)의 절단경계(truncation boundary)에서 반사파를 방지하는 조건을 부과함으로써 대신한다. 이를 고려하여 식(22)를 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} &C(\vec{x})\Phi(\vec{x}) + \frac{1}{2\pi}\int\int_{S_B+S_F} \Phi(\vec{\xi})(\frac{1}{r})_{n_\xi} ds \\ &- \frac{1}{2\pi}\int\int_{S_F} \Phi_{n_\xi}\frac{1}{r} ds = \frac{1}{2\pi}\int\int_{S_B} \Phi_{n_\xi}\frac{1}{r} ds, \\ &G(\vec{x},\vec{\xi}) = \frac{1}{4\pi r}, \quad r = |\vec{x}-\vec{\xi}| \end{aligned} \tag{23}$$

위 식에서 밑첨자는 편미분을, $C(\vec{x})$는 고체각(solid angle)을 $2\pi$로 나눈 값을 나타내며, 반사파를 방지하는 조건이 자유표면 절단경계에서 부과된다. 물체표면을 $N_B$개의 표면요소로, 자유표면을 $N_{SF}$개의 표면요소로 이산화하고 계산점의 위치를 물체표면에서는 절점에, 자유표면에서는 파넬의 도심에 위치시키면 다음과 같은 이산화 적분방정식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} &C_i\phi_i + \sum_{j=1}^{N_{SF}+N_B} \frac{1}{2\pi}\int\int_{\Delta S_j} \phi_j \frac{\partial}{\partial n}(\frac{1}{r}) ds \\ &+ \sum_{j=1}^{N_{SF}} \frac{1}{2\pi g}\int\int_{\Delta S_j} \{-\omega^2\phi_j + i2U\omega\phi_{j\xi} \\ &+ U^2\phi_{j\xi\xi}\}\frac{1}{r} ds = \sum_{j=N_{SF}+1}^{N_{SF}+N_B} \frac{1}{2\pi}\int\int_{\Delta S_j} \phi_{jn}\frac{1}{r} ds \\ &, \quad (i=1, N_{SF}+N_D) \end{aligned} \tag{24}$$

윗식에서 $\omega=0$으로 하고 $\phi$를 $\Phi$로 치환하면 정상유동의 경우가 된다. 이제 물체표면에서는 표면요소내에서의 속도포텐셜을 8점 경계요소법에 따라 표현하고, 자유표면에서는 2차 스플라인법에 따라 표면요소에서의 속도포텐셜을 표시하자. 즉 물체표면에서는 식(15)를, 자유표면에서는 식(20)을 대입하여 정리하면 다음과 같이 각 계산점에 대한 $N_{SF}+N_D$ 개의 연립대수방정식이 얻어진다.

$$A_{ij}\phi_{ij} = B_{ik}\phi_{kn}, \tag{25}$$
$$(i,j=1, N_{SF}+N_D\ ;\ k=N_{SF}+1, N_{SF}+N_D)$$

$$A_{ij} = A_{ik} + \widehat{A_{il}} + \widehat{A_{il}}, \quad (l=1, N_{SF}),$$

$$A_{ik} = C_i \delta_{ik} + \sum_{m=1}^{N} \frac{1}{2\pi} PV \int\int_{\Delta S_{k(m)}} N^{k_L(m)} \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right) ds$$

$$B_{ik} = B_{ik} = \sum_{m=1}^{N} \frac{1}{2\pi} \int\int_{\Delta S_{(m)}} N^{k_L(m)} \left(\frac{1}{r}\right) ds$$

$$\widehat{A_{ij}} = B_j(\overrightarrow{x_i}) + \sum_{m=1}^{N_{SF}} \frac{1}{2\pi g} \int\int_{\Delta S_m} \{-\omega^2 B_j(\overrightarrow{\xi_m}) + i2\omega U B_{j_\xi}(\overrightarrow{\xi_m}) + U^2 B_{j_{\xi\xi}}(\overrightarrow{\xi_m})\} \frac{1}{r} ds$$

$$\widehat{A_{il}} = \sum_{m=1}^{N_{SF}} \frac{1}{2\pi} \int\int_{\Delta S_m} B_l(\overrightarrow{\xi_m}) \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right) ds,$$

$k_L$ : $m$ 번째 표면요소에서 절점 $k$에 대응되는 국부 절점번호

$N$ : 절점 $k$를 포함하는 물체 표면요소수

$C_i$ : $i-$node에서의 solid angle / $2\pi$

$\delta_{ij}$ : Kronecker delta function

$N_D$ : 전체 node 수

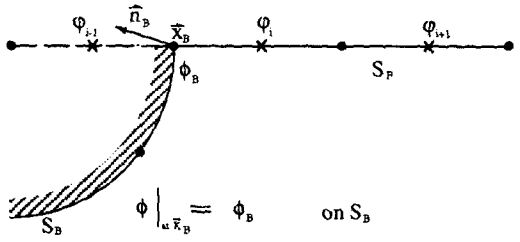
$$\phi_j = \begin{cases} \varphi_j & (j = 1, N_{SF}) \\ \overline{\phi_j} \text{ or } \psi_j & (j = N_{SF}+1, N_{SF}+N_D) \end{cases} \quad (26)$$

본 논문에서는 경계요소를 곡면요소로 나타내었고 곡면요소에 대한 해석적 적분식이 존재하지 않으므로, 핵함수에 대한 적분은 가우스(Gauss) 수치적분법을 이용하였다. 그러나 계산점이 소오스점과 일치하는 경우의 특이적분(singular integral)은 일반적인 가우스 수치적분으로는 충분한 정확도를 얻기 힘들고 계산 또한 효율적이지 못하므로, 본 논문에서는 특이적분을 이중 3차변환법(bi-cubic transformation)을 이용하여 처리하였다[20].

식(25)로부터 구해진 해는 물체표면에서는 각 절점에서의 속도포텐셜을, 자유표면에서는 각 파넬의 기하중심에서의 가중치를 나타낸다. 또한 각 표면요소에서의 유체입자속도는, 자유표면에서는 식(21)로부터, 물체표면에서는 식(17)로부터 구해진다.

### 3.4 수선(waterline)에서의 경계조건

스플라인 방법이 적용된 자유표면에는 수선경계면에서 가중치를 결정하기 위하여 가상 파넬에 대한




$$\phi\big|_{at\ \vec{x}_B} = \phi_B \qquad \text{on } S_B$$

$$\phi\big|_{at\ \vec{x}_B} = \Sigma B_j(\vec{x}_B)\varphi_j = \tilde{\phi}_B \qquad \text{on } S_F$$

$$\nabla\phi_B \cdot \vec{n}_B = \nabla\tilde{\phi}_B \cdot \vec{n}_B$$

$$\phi_B = \tilde{\phi}_B$$

Fig. 4 Definition of normal velocity at waterline

끝단 조건(end condition)이 필요하다. 이때 끝단 조건으로서 물체표면에서의 법선속도와 자유표면에서 수선으로 확장한 법선속도가 일치하게끔 하였다. 또한 물체표면과 자유표면에서 각각 다른 수치방법을 사용하였스므로 두 영역의 경계가 만나는 곳에서 각각의 영역에서 구한 해가 일치하도록 하였다. 즉 물체표면의 수선에서의 속도포텐셜이 자유표면에서 수선으로 확장한 속도포텐셜과 일치하도록 조건을 부과하였다(Fig

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)_{on\ S_B} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)_{on\ S_F}, \text{ at waterline} \quad (27a)$$

$$(\Phi)_{on\ S_B} = (\Phi)_{on\ S_F}, \text{ at waterline} \quad (27b)$$

### 3.5 방사 경계조건의 구현

1) 정상유동 및 $\tau > \frac{1}{4}$ 인 경우

이 경우에는 자유표면 상류경계를 물체의 위치로부터 충분히 멀리 잡으면 산란된 자유표면파가 물체의 전방으로 전파되지 않는다. 방사조건을 부과하는 상류위치가 물체로부터 충분히 멀리 있스므로, 자유표면 조건은 Neumann-Kelvin 선형 자유표면조건으로 나타내고, 상류 절단위치에서 수치파의 파고와

파의 기울기가 비정상 켈빈소오스에 의한 파와 같아야 한다는 조건을 부과하면, 아래의 식과 같은 Kutta 형태의 상류방사조건이 얻어진다.(Nakos, 1990)[9].

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-U\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi=0,\ \text{at}\quad x=x_0$$
$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-U\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\Psi=0,\ \text{at}\quad x=x_0 \tag{28}$$

조화운동의 가정 하에 2차 스플라인법을 도입하여 정리하면 다음과 같이 상류 경계 3개의 계산점에서의 가중치의 관계식이 얻어진다.

$$\varphi_{i-1}=\alpha\varphi_i,\quad \varphi_{i+1}=\beta\varphi_i,$$
$$\alpha=\frac{i\frac{\omega}{2}-\frac{U}{\Delta x}}{-i\frac{\omega}{2}-\frac{U}{\Delta x}},\qquad \beta=\frac{-i\omega\Delta x}{U}(\alpha-1)-(\alpha-2). \tag{29}$$

2) $\tau<\frac{1}{4}$ 인 경우

이 경우는 전진하며 동요하는 물체의 전방으로 자유표면파가 전파되어 나가므로, 랜킨소오스법에서 일반적으로 사용하는 물체 전방에 파가 존재하지 않을 조건을 사용할 수 없다. 3차원 유동의 경우 물체 전방으로 전파되는 파의 진폭은 전진 속도가 큰 경우 하류방향으로 전파되는 파에 비해 매우 작은 것으로 알려져 있스나 $\tau>1/4$ 인 경우에 통용되는 방사조건은 이 경우에 근본적으로 반사파를 동반하게 된다. 아임계주파수( $\tau<1/4$))일 때 수면 아래에서 소오스가 전진하며 동요하는 경우, 파수 $k_1 \sim k_4$ 에 대응하는 4개의 파계가 형성되며 이중 3개의 파계는 켈빈각 안에 갇혀 있으면서 하류방향으로 전파하나 하나의 파계가 상류방향으로 전파하며 이는 파수 $k_1$ 에 대응되는 파로서 소위 $k_1$ 파로 알려져 있다(Haskind(1954), Wehausen and Laiton(1960), Hoff(1990))[21,22,23]. 상류 절단위치가 물체로부터 충분히 멀리 떨어져 있다고 가정하면 상류방향으로 전파되는 파의 특성은 다음과 같은 평면파로 근사될 수 있다.

$$\zeta \sim A_0 e^{i(k_1x-\omega t)} \tag{30}$$

속도포텐셜도 자유표면파와 같은 전파특성을 갖는다.

$$\Psi \sim B_0 e^{i(k_1x-\omega t)} \tag{31}$$

이때 $A_0$ , $B_0$ 는 복소진폭이며 위 식으로 근사된 자유표면파와 속도포텐셜은 다음과 같은 파동방정식 연산자를 만족한다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+C_1\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi=0 \tag{32}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+C_1\frac{\partial}{\partial x}\right)\zeta$$
$$=\left(\frac{\partial}{\partial t}+C_1\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial}{\partial t}-U\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi=0 \tag{33}$$

$$C_1=\frac{\omega}{k_1},\qquad k_1=\frac{\omega^2}{g}\left\{\frac{1-\sqrt{1-4\tau}}{2\tau}\right\}^2$$

이를 2차 스플라인법을 도입하여 표현하면 식(32)와 (33)은 다음과 같이 정리된다.

$$\varphi_{i-1}=\alpha'\varphi_i,\quad \varphi_{i+1}=\beta'\varphi_i, \tag{34}$$

$$\alpha'=\frac{\frac{C_1^2}{\Delta x^2}-\frac{\omega^2}{4}-i\frac{C_1\omega}{\Delta x}}{\frac{C_1^2}{\Delta x^2}+\frac{\omega^2}{4}}=\alpha_1'+i\alpha_2'$$

$$\beta'=\left(-\frac{\Delta x\omega\,\alpha_2'}{C_1}+2-\alpha_1'\right)+i\left(\frac{\Delta x\omega}{C_1}(\alpha_1'-1)-\alpha_2'\right)$$

이와 같이 구해진 방사조건식은 상류 절단위치 3개의 계산점에서 스플라인함수의 끝단 조건이 된다. 본 연구에서 횡방향 방사조건은 횡방향 유체입자 속도의 변화가 작다는 가정 하에 속도포텐셜의 y방향 이중미분치가 0이 되도록 하였다. 한편 하류경계조건은 위와 같은 상류조건이 구현되면 필요하지 않은 것으로 밝혀졌다(Sclavounos and Nakos, 1988)[5].

## 4. 계산결과 및 고찰

### 4.1 몰수 타원체의 조파저항

8점 경계요소법과 2차 스플라인법이 결합된 본 논문의 고차경계요소법의 효용성을 검증하기 위해 몰수 타원체에 대한 조파저항을 계산하여 Farell(1973)[24]의 해석해 및 Doctors and Beck(1987)[25]의 결과와 비교하였다. Fig. .5에 조파저항 계산결과를 나타내었다. 계산은 대칭조건을 이용하여 전체영역의 반에 대하여 수행되었다. 타원체의 표면은 40개의 곡면요소로 나타내었고, 자유표면은 720개의 평면요소로 표시하였다. 타원체의 길이 ($L$)는 10 $m$, 몰수깊이 ($H$) 1.6 $m$, 단축의 길이 ($D$) 2 $m$로 하였스며, 표면요소의 분할은 길이방향으로는 cosine spacing을(10개), 단축에 대해서는 원주방향으로 4등분하였다. 자유표면은 평면요소의 각변의 길이를 $L/10$으로 하여 $x$ 방향으로 45개 (4.5 $L$), $y$ 방향으로 16개(1.6 $L$)를 계산영역으로 택하였다. 상류절단위치는 1.5 $L$ 이며, 자유표면 파넬의 파장해상도( $\lambda/\Delta x$, $\lambda=2\pi U^2/g$ )는 후루드수 $F_N \equiv U/\sqrt{gL}$ =0.3 ~ 0.8 에 대해 각각 5.65 ~ 40 이다. 자유표면 계산영역의 크기와 타원체의 표면요소수가 적음에도 불구하고 본 방법에 의한 해가 해석해와 매우 좋은 일치를 보인다. 이로써 고차경계요소법의 우수성을 입증할 수 있다. 표면요소수의 증가에 따른 수렴도는 일정수준의 표면요소수에 이르면 거의 차이가 없는 것으로 나타났으며(Hong & Choi, 1994)[26], 이러한 경향은 Kang(1990)[27]의 연구결과에서도 찾아볼 수 있다. 이는 고차경계요소법이 평면파넬법에 비해 적은 표면요소수로 기하학적 특성을 충분히 반영하여 물체표면에서 해의 수렴성을 향상시키는 것으로 사료된다.

### 4.2 Series 60 ( $C_B=0.6$)선형의 조파저항

본 방법을 실제 선형에 적용하였을 때의 유용성을 검토하기 위해 Series 60선을 대상으로 조파저항을 계산하였다. 계산에 사용된 파넬형상을 Fig. 6에 나타내었스며, 계산의 제반 조건은 다음과 같다.

자유표면 :

$$-1.5L<x<1.0L, \quad -1.0L<y<0$$

$$N_{SF}=51\times 15, \ \Delta x=L/20, \ \alpha=\frac{\Delta x}{\Delta y}=1.5$$

$$F_h=\frac{U}{\sqrt{g\Delta x}}=0.98\sim 1.56$$

선체표면 : $N_B=20\times 4$, $N_D=289$

후루드수 : $F_N=0.22\sim 0.35$

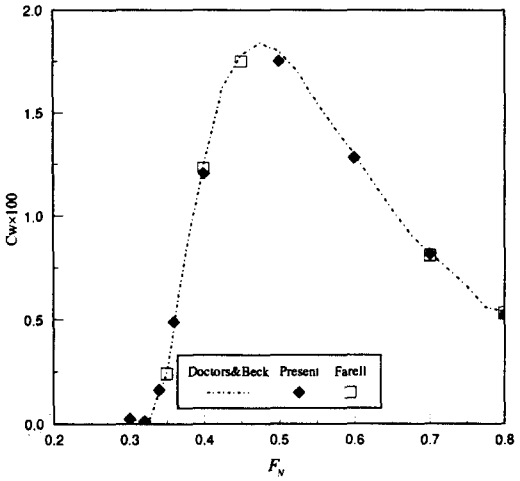



Fig. 5 Comparison of wave reisitance of a submerged spheroid ($D/L$=0.2, $H/L$=0.16)

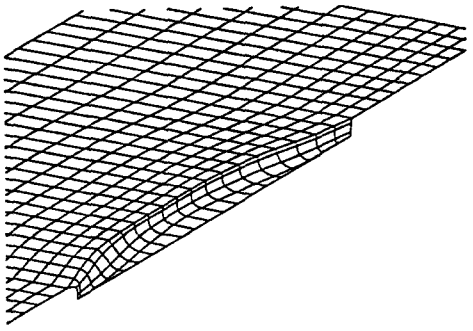


Fig. 6 Facet representation of Series60($C_B$=0.6) and the free surface

Fig. 7에는 본 방법에 의한 조파저항 계산치와 Kim and Lucas(1990)[11]의 계산치 및 실험치 (ITTC, 1984)[28]를 비교하여 도시하였다. 그림에서 빗금은 실험치의 신뢰구간을 나타내며 일점쇄선과 실선은 각각 Kim and Lucas의 선형이론 계산치와 비선형이론 계산치를 나타낸다. 본 계산결과는 점 (●)으로 표시하였다. 본 방법에 의한 계산치는 후루

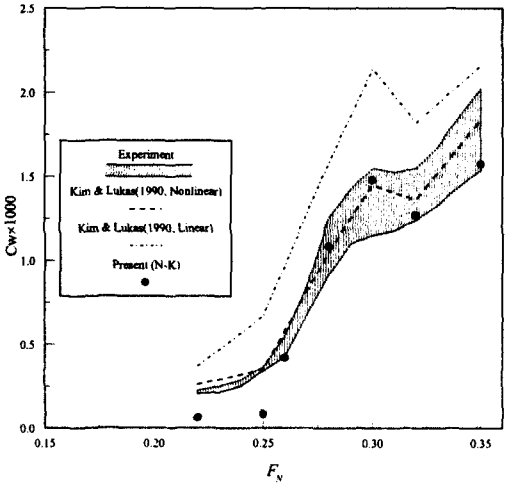



Fig. 7 Wave resistance of Series60($C_B$=0.6)

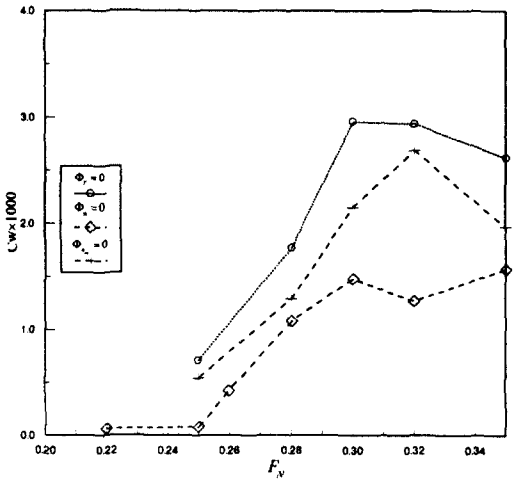



Fig. 8 Variation of wave resistance of Series60($C_B$=0.6) due to the change of waterline end conditions

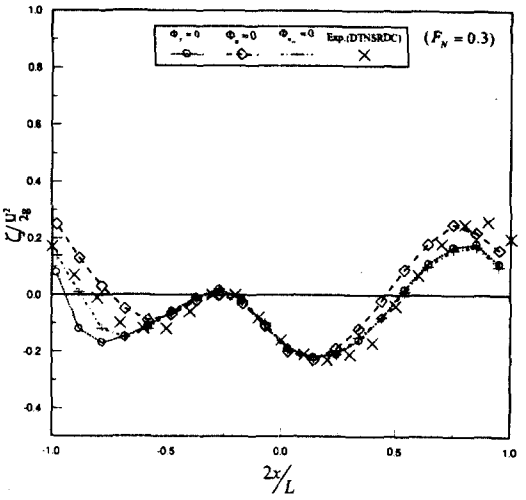



Fig. 9 Variation of wave elevation of Series60($C_B$=0.6) due to the change of waterline end conditions

드수 ( $F_N$) 0.26 이후부터 실험치(ITTC, 1984)의 범위내에 들어가는 결과를 나타내었다. 그러나 후루드수 0.25이하에서 본 계산치가 다른 계산치 및 실험치보다 작게 추정되었스며 이는 선미에서의 파형이 실험치보다 크게 추정되어 생긴 결과이다. 후루드수 0.26이상의 계산결과와 비교해 볼 때 본 계산이 Neumann-Kelvin선형화 조건을 따랐음에도 불구하고 Kim and Lucas의 비선형 결과와 더 유사한 경향을 보이고 있다. Series 60에 대한 많은 계산결과들을 살펴보면 선형이론의 결과가 일반적으로 실험치보다 크게 나타나나[29] 본 계산 결과는 선형이론에 의한 것임에도 불구하고 다른 선형 결과에 비해 작은 값을 나타내고 있다.

이에 대한 원인을 살펴보기 위해 Fig. 8에는 수선에서의 경계조건식을 변화하였을 때의 조파저항 계산치의 변화를 나타내었다. 그림에서 기호◇는 본 논문에서 채용한 식(27a)를 적용하였을 때의 결과이며 ○는 식(27a) 대신 $\Phi_y=0$ 의 조건을 적용하였을 때, 즉 수선의 형상을 무시하고 수직벽으로 근사했을 경우의 결과이다. +는 ( $\nabla\Phi\cdot\overrightarrow{n_{xy}}=0$, $\overrightarrow{n_{xy}}=(n_1,n_2,0)$)의 조건을 부과하였을 때의 결과로 수선의 형상이 부분적으로 고려되었스나 수면에 대한 경사효과(flare)가 무시된 경우이다. 그림에서 알 수 있듯이 수선에서의 경계조건에 따라 조파저항치가 매우 큰 차이를 보이고 있스며 수선의 형상효과를 무시한 경우의 조파저항치가 본 논문의 방법에 의한 결과보다 큰 값을 나타내고 있다. 이러한 원인을 살펴보기 위해 수선에서의 경계조건 변화에 따른 파형을 관찰하였다. Fig. 9에 후루드수 0.3일 때의 파형을 도시하였다. 각각의 기호는 Fig. 8과 동일하며 × 는 실험치(Kim and Lucas, 1990)[11]이다. 수선에서의 경계조건식이 수선의 형상효과를 반영할수록 선수와 선미에서의 파고가 증가하는 경향

을 나타내고 있스며 특히 선미에서의 차이가 두드러지게 나타나고 있다. 그중 본 논문의 방법에 의한 결과가 선수 및 선미에서의 파를 증가시키는 효과를 가져왔스며, 특히 선미파의 증가가 조파저항치를 감소시킨 것으로 판단된다. 이러한 경향은 계산 후루드수 범위내에서 일관성 있게 나타났다. 따라서 압력의 지배적인 항인 $\rho U\phi_x$ 가 파고에 비례하므로 본 방법의 조파저항치가 대체로 실험치의 하한선에 분포한 것을 설명해 준다고 사료된다. 한편 자유표면 파넬의 해상도를 증가시켜 계산한 결과 조파저항치의 변화는 크지 않았다. Fig. 10에 그 결과가 도시되었스며, 그림에서 ○, ◇, + 는 각각 해상도( $\lambda/\Delta x$ )가 20, 25, 30인 경우를 나타낸다. 파형도 해상도에 따라 거의 변화하지 않았다.

### 4.3 수선에서의 해의 거동

Fig. 11에는 Series 60( $C_B=0.6$ )에 대하여 수선에서의 자유수면 파넬 세장비( $\alpha=\Delta x/\Delta y$ )가 1.0에서 3.0으로 변할 때 이에 따른 조파저항치의 변화를 나타내었다. 이때 $\Delta x$는 $L/20$으로 고정하였다. $\alpha$=2.0까지는 파넬 세장비변화에 따른 조파저항치가 큰 변화를 보이지 않았스나, $\alpha$=3.0에서는 매우 심한 변화를 나타내었다. 이러한 변화는 Neumann-Kelvin문제에서 잘 알려진 수선에서의 특이거동(singular behavior)에 기인하는 것으로 생각되며, 특히 본 논문이 자유표면 계산영역에서 채용한 스플라인 방법이 수치감쇠가 없기 때문에 이러한 거동이 두드러지게 나타내는 것으로 생각된다. 이를 좀 더 고찰하기 위하여 Fig. 12에는 후루드수가 0.32일 때 파넬세장비 변화에 따른 수선에서의 파형변화를 나타내었다. 선수부에서 중앙부까지는 파넬세장비 변화에 따라 파형이 큰 차이를 보이지 않으나, 선미부에서 급격한 변화를 보이고 있다. 이러한 선미부의 급격한 파형변화가 조파저항치 변화의 원인이 된다. 이러한 변화의 원인을 살펴보기 위해 수선에 접한 자유표면 파넬에 대응하는 행렬식의 대각선항(diagonal term)을 살펴보았다. Fig. 13에 파넬의 세장비 변화에 따른 대각행렬의 계수변화를 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 선수 및 선미 부근에서 계수의 급격한 변화가 일어나고 있다. 이러한 변화가 선수 선미에서 해의 거동에 영향을 미치는 것으로 보이며 이는 자유표면조건에서 나타나는 속도포텐셜의 $x$방향 이중미분치에 기인하는 것이다. 특히 선미부근에서의 변화가 더 심하게 나타나고 있스며 그 결과 선미에서의 파형변화가 심하게 나타난 것으로 판단된다.

이러한 영향은 자유표면 조건을 선형화한 것에 근본적인 이유가 있다.본 수치계산 결과에 비추어 수선에서 자유표면 파넬의 $y$ 방향 크기가 $\lambda/20$ 보다는 큰 값을 가진 경우에는 대체로 안정된 결과를

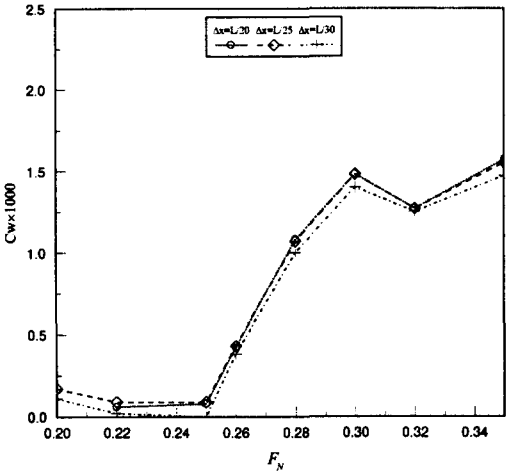



Fig. 10 Wave resistance coefficient of Series60 ($C_B$=0.6) for various panel sizes

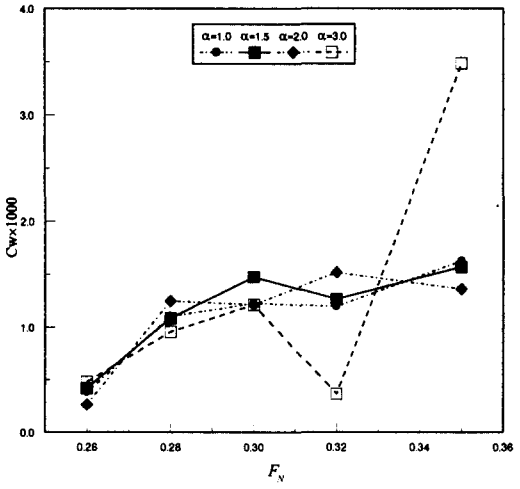



Fig. 11 Variation of wave resistance for free surface panel aspect ratios(Series60, $C_B$=0.6)

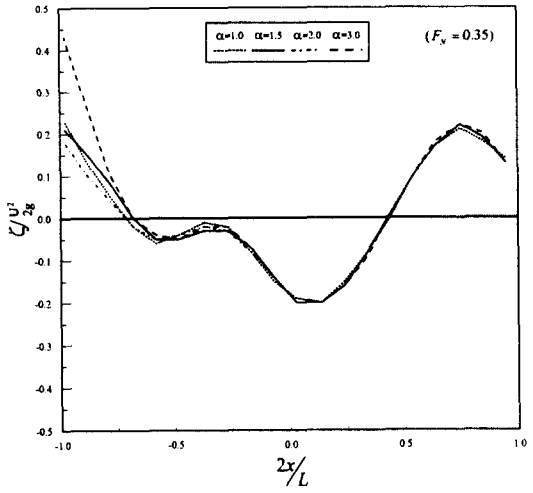



Fig. 12 Variation of wave elevation for free surface panel aspect ratios (Series60, $C_B$=0.6)

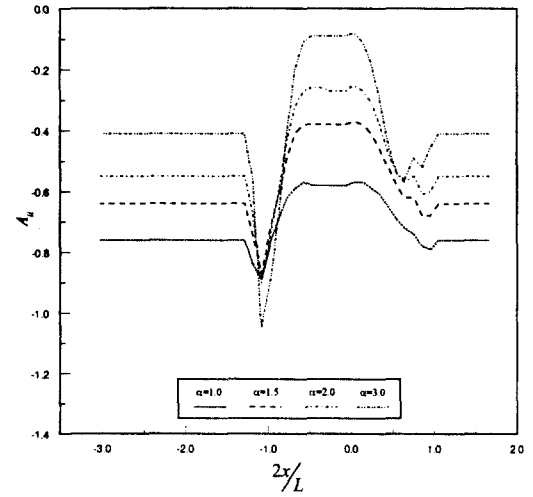



Fig. 13 Behavior of diagonal terms of the free surface near waterline (Series60, $C_B$=0.6)

얻었다. 이 수치는 $\alpha$=3.0에서 조파저항치가 급격히 변화하기 시작하기 전인 후루드수 0.30 일 때의 특성 파장을 기준으로 한 것이다. 한편 Nakos and Sclavounos(1994)[30]는 선수 및 선미에서의 특이 거동을 감소시키기 위한 방법으로 파수공간(wave number space)에서 앨리애징(aliasing)효과를 없애기 위해 외력항중 고주파수 성분을 감소시키는 필터를 사용하였다. 수치결과의 신빙성을 높이기 위해서는 보다 더 많은 연구가 있어야 할 것으로 생각된다.

### 4.4 비정상 켈빈소오스 문제

비정상 Neumann-Kelvin문제에서 동유체력계수를 계산하기 앞서 수면하에서 전진하며 동요하는 (translating and pulsating) 소오스에 의해 유기되는 속도포텐셜을 고찰하였다. Fig. 14에는 무차원 주파수($\tau$)가 1/4보다 큰 경우의 계산예로 $\tau$=1.0일 때의 속도포텐셜의 파형을 등고선으로 나타내었다. 그림에서 상부 반쪽(upper half)은 파랑그린함수(wave Green function)로 계산한 결과이며, 하부 반쪽(lower half)은 본 논문에서 개발한 랜킨소오스 방법으로 계산한 결과이다. 이때 계산영역은 $-6.5< xg/U^2 <2.5$ , $-6.0< yg/U^2 <0$ 이며 자유표면파넬의 해상도( $F_h = U/\sqrt{g\Delta x}$ )는 2 이고 세장비( $\alpha = \Delta x/\Delta y$ )는 1이다. 이때 소오스의 몰수깊이는 $0.3/K_0$ 이며 $K_0 = U^2/g$ 이다. 그림에서 나타나는 바와 같이 $\tau$=1.0인 경우 랜킨소오스법에 의한 결과가 파랑그린함수의 결과와 매우 잘 일치하고 있다.

무차원 주파수가 1/4보다 작은 경우에, 본 논문에서 유도한 방사조건의 유용성을 검토하기 위해 $\tau$=0.2일 때의 속도포텐셜을 Fig. 15에 나타내었다. 계산조건은 $\tau$> 1/4의 경우와 동일하다. 소오스 주위와 하류로 전파되는 파형이 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있으나 상류로 전파되는 파형은 약간의 차이를 보이고 있다. 그러나 그 크기가 매우 작으므로 동

유체력 계산에는 큰 영향을 미치지 않을 것으로 판단된다. 또한 상류절단경계 위치 변화에 따른 계산결과가 거의 차이를 나타내지 않았으며, 이는 무차원 주파수가 1/4보다 작은 경우에 본 방법이 효율적으로 이용될 수 있음을 의미한다.

### 4.5 수정된 Wigley선의 동유체력계수

비정상 Neumann-Kelvin문제에 대한 적용예로서 전진하며 동요하는 선박의 동유체력계수를 계산하였다. 계산대상은 수정된 Wigley선형으로, 이 선형은 표준 Wigley 선형보다 중앙부가 뚱뚱한 형태를 가지고 있다. 이에 대한 수학적 표현은 Nakos(1990)[9]에 나타나 있다. 계산의 제반조건은 다음과 같다.

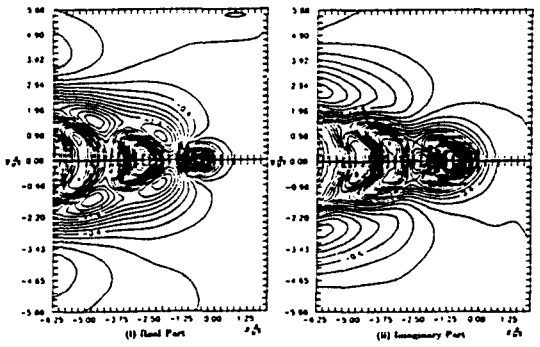
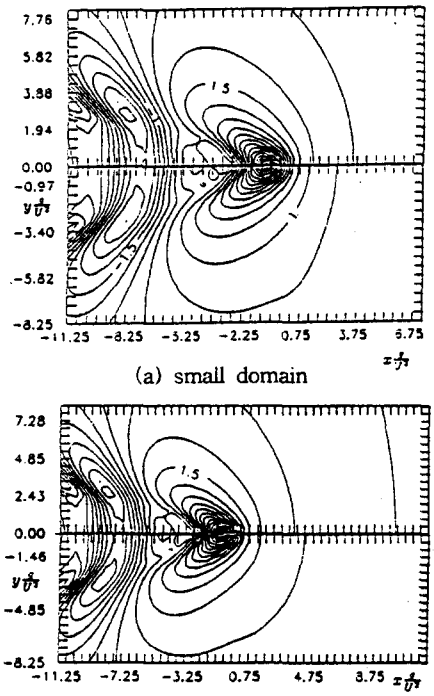


Fig. 14 Wave contour of unsteady Kelvin source for $\tau$ = 1.0 (upper-half : wave Green function, lower-half : present method)




(a) small domain

(b) large domain

Fig. 15 Wave contour of unsteady Kelvin source for $\tau$ = 0.2 (upper-half : Wave green function, lower-half : present method)

$-1.2L<x<0.8L$, $-1.0L<y<0$

자유표면 : $N_{SF}=40\times20$, $60\times30$

$\alpha=1.0$, $F_h=1.34$, 1.64

물체표면 : $N_B=20\times4$, $30\times6$, $N_D=289$, 613

후루드수 : $F_N=0.3$

주 파 수 : $\omega_n \equiv \omega\sqrt{\frac{L}{g}} = 2.5\sim5.0$

Fig. 16 ~ Fig. 17에는 후루드수가 0.3일 때 상하동요에 의한 부가질량과 감쇠계수를 나타내었다. 그림에서 실선은 Nakos(1990)[9]의 이중모형 선형화에 의한 결과이고, 점선은 Neumann-Kelvin 선형화에 의한 결과이다. 마름모 기호는 Gerritsma의 실험치로 참고문헌[9]에서 인용하였다. 본 논문의 결과는 동그라미 기호로 나타내었다. ○ 기호는 파넬의 길이가 L/20인 경우를 나타내며 ● 기호는 파넬의 길이가 L/30인 경우이다. 상하운동의 경우, 본 논문의 방법으로 계산한 부가질량과 감쇠계수는 전반적으로 Nakos의 Neumann-Kelvin(N-K) 선형화에 의한 결과와 매우 잘 일치하였스며 실험치와도 좋은 일치를 보였다. 그러나 연성 상하동요-종동요 감쇠계수의 경우 본 논문의 결과가 Nakos의 결과와 경향은 잘 일치하고 있스나 크기에서 차이를 보이고 있다. 반면에 연성 부가질량계수는 Nakos의 N-K결과와 일치하고 있다. 비록 차이의 절대값은 작지만 이러한 차이는 주방향 감쇠계수(diagonal part of damping coefficient matrix)의 미세한 차이가 연성 감쇠계수에서는 상대적으로 크게 나타난 것으로 생각된다. 한편 본 논문의 계산결과는 두가지 파넬에 대해 거의 차이를 나타내지 않았다. 따라서 물체를 곡면요소로 표시하면 자유표면에서의 파넬 크기가 같은 경우에 물체를 평면요소로 나타내는 것보다 계산의 수렴도를 높일 수 있다. Nakos(1990)의 계산에서는 두 가지 파넬에 대해 계산이 많은 차이를 보였다.

Fig. 18에는 각각 상하동요에 의해 생성되는 파형을 등고선으로 나타내었다. 상하동요에 의한 파형은 선체길이를 따라 파정과 파저가 교대로 발생하여 후류방향으로 전파되어 가는 모습을 보이고 있다. 이는 선체의 상하동요가 플런저(plunger)형 조파기와 같이 단일 모드의 거동을 하므로 그 특성을 잘 반영하는 것으로 해석된다.

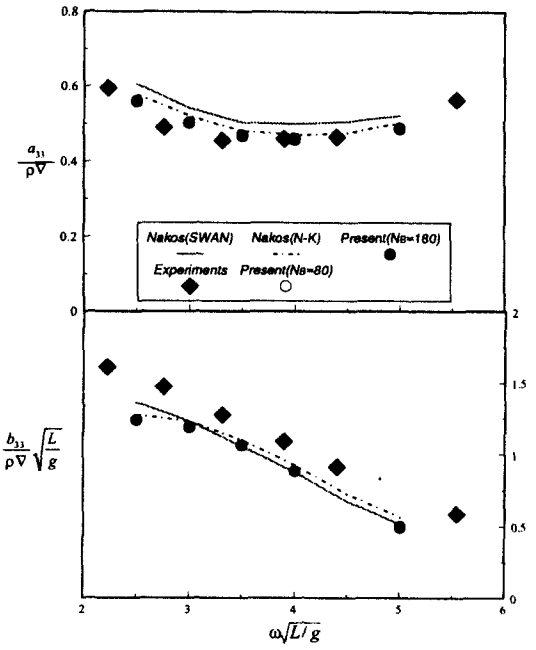



Fig.16 Heave added mass and damping coefficients of a modified Wigley ($F_N$=0.3)

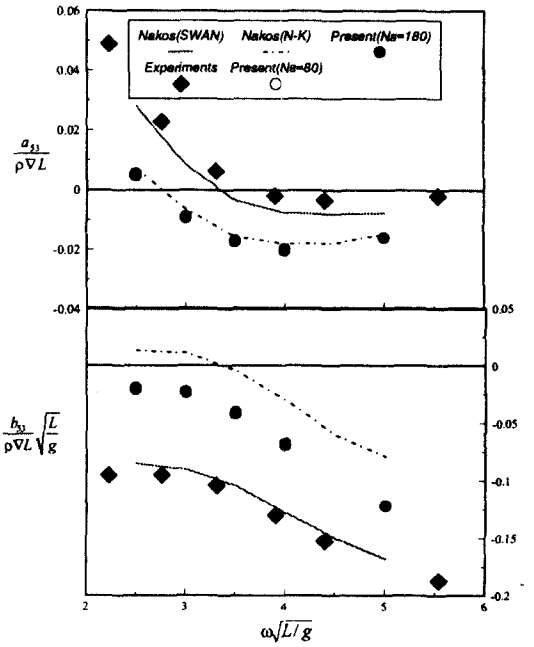



Fig. 17 Coupled heave-pitch added mass and damping coefficients of a modified Wigley($F_N$=0.3)

## 5. 결 론

본 논문에서는 물체표면에서는 8점고차경계요소법을, 자유표면에서는 2차스플라인법을 결합하여 선체주위 유동을 정확하고 효율적으로 해석하기 위한 수치방법을 제시하였스며 아임계주파수 영역에서의 방사조건을 고찰하였다. 이상의 방법으로 개발된 수치해석 프로그램의 계산결과 얻은 결론은 다음과 같다.

1. 정상유동의 경우, 몰수타원체와 Series 60($C_B$=0.6) 선형에 대한 조파저항을 계산하여 본 방법의 우수한 수렴성을 입증하였스며, 각각의 결과가 기존의 해석해 및 실험치와 매우 좋은 일치함을 보였다.

2. Series 60($C_B$=0.6) 선형에 대한 조파저항 계산결과, 수선에서의 끝단조건이 조파저항치에 큰 영향을 주는 것으로 나타났다.

3. 자유표면 파넬의 세장비 변화에 따라 조파저항치가 크게 변하는 경향을 보였스며, 그 원인은 선수와 선미에서 자유표면조건에서 나타나는 속도포텐셜의 2중 미분치의 급격한 변화에 있는 것으로 판단된다. 수선에서의 파넬의 세장비가 2를 넘지 않는 범위내에서는 그 변동폭이 크지 않은 것으로 나타나, 실용적인 계산에 적용할 것이 권장된다.

4. 수정된 Wigley 선형에 대한 동유체력 계산결과는 기존의 3차원 계산결과 및 실험치와 대체로 일치하는 결과를 얻었스며, 동일한 자유표면 파넬의 해상도에서 본 방법의 결과가 기존의 평면파넬법에 비해 그 수렴도가 빠른 것으로 나타났다.

5. 아임계주파수에서 수면아래서 전진하며 동요하는 소오스에 대한 자유표면 유동을 파동연산자를 방사조건으로 부과하여 계산한 결과, 파랑그린함수의 결과와 만족할 만한 일치를 얻었다. 따라서 본 논문에서 제안한 아임계주파수 영역에서의 방사조건은 실제 문제에 실용적으로 사용되리라 믿는다.

앞으로 본 논문에서 개발한 고차경계요소법의 신뢰성을 높이기 위하여 선수 및 선미에서 속도포텐셜 이중미분치의 거동을 완화시키기 위한 연구가 요구되며, 또한 본 방법이 비선형 문제에 쉽사리 확장되어 효율성을 유지할 수 있는지에 대한 검증작업이 요구된다.

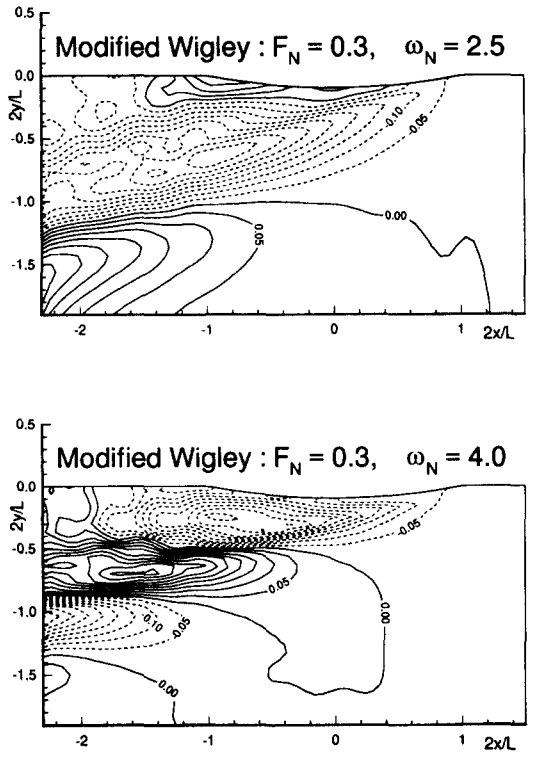



Fig. 18 Unsteady wave patterns due to heaving of a modified Wigley

## 후 기

본 논문이 완성되도록 지도와 격려를 아끼지 않으신 서울대학교 배광준 교수님, 김효철 교수님, 이기표 교수님과 인하대학교 이영길 교수님께 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

[1] Gadd, G.E., "A Method of Computing the Flow and Surface Wave Pattern Around Hull Forms", *Trans. Royal Inst. Naval Arch.*, Vol. 113, 1976.

[2] Dawson, C.W., "A Practical Computer Method for Solving Ship-Wave Problems", *Proc. 2nd Int. Conf. Numer. Ship Hydrodyn.*, Univ. of California, Berkely, USA, 1977.

[3] Piers, W.J., "Discretization Schemes for the Modelling of Free Water Surface Effects in First-order Panel Methods for Hydrodynamic Applications", NLR report TR-83-093L, The Netherlands, 1983.

[4] Jensen, G., Mi, Z,-X. and Soeding, H., "Rankine Source Methods for Numerical Solutions of Steady Wave Resistance Problem", *16th Symposium on Naval Hydrodynamics*, USA, 1986.

[5] Sclavounos, P.D. and Nakos, D.E., "Stability Analysis of Panel Methods for Free-Surface Flows with Forward Speed", *17th Symposium on Naval Hydrodynamics*, The Hague, The Netherlands, 1988.

[6] Nakos, D.E. and Sclavounos, P.D., "On Steady and Unsteady Wave Patterns", *JFM*, Vol.215, pp263-288, 1990a.

[7] Jensen, P.S., "On the Numerical Radiation Condition in the Steady-state Ship Wave Problem", *JSR*, Vol. 31, No. 1, pp14-22, 1987.

[8] Raven, H.C., "Variation on a Theme by Dawson", *17th Symposium on Naval Hydrodynamics"*, The Hague, The Netherlands, 1988.

[9] Nakos, D.E., "Ship Wave Patterns and Motions by a Three Dimensional Rankine Panel Method", Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, USA, 1990.

[10] Ni, S.Y., "Higher Order Panel Methods for Potential Flows with Linear or Nonlinear Free Surface Boundary Conditions", Ph.D. dissertation, Division of Marine Hydrodynamics, Chalmers University of Technology, Goeteborg, Sweden, 1987.

[11] Kim, Y.H. and Lucas, T.R., "Nonlinear Ship Waves", *Proc. of 18th Symposium on Naval Hydrodynamics*, Ann Arbor, Michigan, 1990.

[12] Bertram, V., "A Rankine Source Method for Forward-Speed Diffraction Problem", Ph.D. dissertation, University of Hamburg, 1990.

[13] Nakos, D.E. and Sclavounos, P.D., "Ship

Motions by a Three-Dimensional Rankine Panel Method'', *18th Symposium on Naval Hydrodynamics*, Ann Arbor, Michigan, USA, 1990b.

[14] Matsui, T., Kato, K. and Shirai, T., ''A Hybrid Integral Equation Method for Diffraction and Radiation of Water Waves by Three-Dimensional Bodies'', *Computational Mechanics*, Vol.2, pp67-76, 1987.

[15] Liu, Y.H., Kim, C.H. and Lu, X.S., ''Comparison of Higher-Order Boundary Element and Constant Element Methods for Hydrodynamic Loadings'', *International Journal of Offshore and Polar Engineering* Vol. 1, No.1, pp8-16, 1991a.

[16] Liu, Y.H., Kim, C.H. and Kim, M.H., ''The Computation of Mean Drift Forces and Wave Run-Up by Higher Order Boundary Element Method'', *Proceedings of the 1st Intern. Offshore and Polar Engineering Conference*, Edinburgh, UK, pp476-483, 1991b.

[17] Boo, S.Y., ''Application of Higher Order Boundary Element Method to Steady Ship Wave Problem and Time Domain Simulation of Nonlinear Gravity Waves'', Ph.D. dissertation, Texas A&M University, 1993.

[18] Brebbia, C.A. and Domingez, J.(1989), *Boundary Elements An Introductory Course*, Computational Mechanics Publications, Southampton.

[19] Bathe, K-J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, USA, 1982.

[20] 홍사영 "고차경계요소법에 의한 선체 주위 유동해석", 공학박사학위논문, 서울대학교., 1994.

[21] Haskind, M.D., ''On the Wave Movements of Heavy Fluid'', *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 18, 1954.

[22] Wehausen, J.V. and Laiton, E.V., *Surface Waves, Encyclopedia of Physics*, Vol. IX, Fluid Dynamics III, Springer-Verlag, Berlin, 1960.

[23] Hoff, J.R., ''Three-Dimensional Green Function of a Vessel with Forward Speed in Waves'', Ph.D. dissertation, Institute for Marine Hydrodynamics, Trondheim, Norway, 1990.

[24] Farell, C., ''On the Wave Resistance of a Submerged Spheroid'', *JSR*, Vol. 17, 1973

[25] Doctors, L.J. and Beck, R.F., ''Convergence Properties of the Neumann-Kelvin Problem for a Submerged Body'', *JSR*, Vol. 31, No. 4. 1987.

[27] Kang, C.G. et al., ''Wave Resistance by a Higher Order Panel Method'', KRISO Report UCE468-1404.D, Korea, 1990.

[28] Hong, S.Y. and Choi, H.S.,''Steady and Unsteady Ship Waves by a Higher-Order Boundary Element Method'', 20th *Symposium on Naval Hydrodynamics*, Santa Barbara, California, 1994.

[29] Noblesse, F. and McCarthy, J.H., *Proceedings of the Second DTNSRDC Workshop on Ship Wave-Resistance Computations*, DTNSRDC, Bethesda, Md 20084, USA, 1983.

[30] Nakos, D.E. and Sclavounos, P.D., ''Kelvin Wakes and Wave Resistance of Cruiser- and Transom-Stern Ships'', JSR, Vol. 38, No. 1, pp9-29, 1994.

[31] Wehausen, J.V., ''The Resistance of Ships'', *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 13, 1973.

[32] 김연규, ''전진속도를 고려한 몰수체의 동유체력 해석'', 공학석사 학위논문, 서울대학교, 1991.

[33] 홍사영, ''혼합 고차경계요소법에 의한 자유수면 유동해석'', 대한조선학회 추계연구발표회, 1993.