論 文
大韓造船學會論文集
第 32 卷 第 1 號 1995年 2月
Transactions of the Society of Naval Architecture of Korea
Vol. 32, No. 1, February 1995

NURBS 곡선을 이용한 선형의 수치적 표현

김수영*, 김현철**

Numerical Representation of the Hull Form using NURBS Curve

by

Hyun Cheol Kim* and Soo Young Kim**

요 약

본 논문에서는 선수미부와 같이 Rounding, Landing, Bulb 등의 심한 형상변화를 요구하는 선형의 곡선설계에서 수학적 형상표현의 가능성을 찾아보고, 충분한 연속성과 국부적인 변형성을 갖는 NURBS 곡선을 이용한 선형의 수치적 표현기법을 연구하였다.

Abstract

This paper presents possibilities of a numerical hull form representation in the form of curve designs, which require a variety of form variations. The numerical representation method of the hull form is developed using NURBS curve with sufficient continuity and local variation.

1. 서 론

선박설계시 요구되는 여러가지 기술적인 해석 - 표면적, 부피, 중량, 관성모멘트의 계산, 구조강도, 진동, 유체흐름의 해석 등 - 에 컴퓨터를 이용하기 위해서는 선형이 갖는 형상정보의 수치적인 표현이 필요하다. 종래에는 도면상에 표현된 선형의 형상정보를 사람이 읽었으나, 도면표현은 "모호함"이 내포되어 있기 때문에 형상처리 해석을 위한 데이타의 자

접수일자 : 1994년 8월 17일, 재접수일자 : 1994년 12월 7일
* 정회원, 부산대학교 조선해양공학과, 기계기술연구소 연구원
** 학생회원, 부산대학교 조선해양공학과 대학원

동독해에는 부정확성이 개재되기 쉬웠다. 따라서 도면을 기준으로 하는 형상정보의 이용과 설계생산방식에서 선형을 수학적으로 명확히 기술하여 수치적으로 표현해 줄 필요가 있다.

또한, 초기선형설계에서 기준선형을 변환시키는 방법을 이용할 경우 Lackenby 방법을 토대로 한 여러가지 기법들이 사용된다.[1][2][3][4] 그러나 이들 방법은 모두 선수미 부분과 같이 곡률변화가 심하고 부분적 변형이 필요한 부분에서 변환을 체계적으로 수행시키지 못하는 단점이 있다.

본 연구에서는 NURBS 곡선을 사용하여 조정점(Control point)과 가중치(Weight)를 변화시킴으로써 선형의 수치적 표현과 동시에 선수미부와 같이 변형이 심하거나 주어진 설계조건 아래 국부적 변환을 필요로 하는 경우에 대한 선형 변환을 시도하였다.

2. NURBS 곡선의 정의

최근 CAD/CAM 응용분야에서 곡선을 표현하기 위하여 Rational 다항함수가 사용되고 있으며, 특히 NURBS 곡선은 상용 시스템의 모델링에서 수학적 기초가 되고 있다[5][6][7][8]. NURBS 곡선은 "Nonuniform Rational B-spline" 곡선의 약어로써 "Nonuniform"에서 노트벡터를 균일하게 정할 필요가 없으며, "Rational" 에서 조정점의 이동 뿐만아니라 가중치의 변화에 의해 조정점의 비중을 다르게 배분함으로써 형상을 변화시킬 수 있다는 특성을 갖는다. 그러므로 NURBS 곡선은 자유형상인 선형 표현에 B-spline 곡선보다 더 포괄적으로 사용될 수 있다.

NURBS 곡선의 정의에는 가중치와 동차좌표(Homogeneous coordinate)의 개념이 사용된다. 즉, $P = \{x, y, z\}$가 3차원 실수공간 R^3 상의 점이라면, 이들 점에 대응하는 4차원 실수공간 R^4 상의 점은 식(1)과 같이 표현된다.

$$\overline{P} = \{hx, hy, hz, h\}, \quad h > 0 \qquad (1)$$

이때 h 는 가중치이며, 식(1)과 같은 형태를 동차좌표라고 한다. 이것은 3차원상의 점열을 4차원상의 점열에 사상(mapping)한 것으로, 가중치는 이러한 투영공간을 조절하는 의미로 해석할 수 있다.

B-spline 곡선식에 동차좌표를 이용하면 Rational B-spline 곡선식을 유도할 수 있다.

즉, R^3 공간상의 조정점 Q_i 에 대응하는 R^4 공간상의 조정점 $\overline{Q_i} = \{h_i Q_i, h_i\}$ 를 근사하는 R^4 공간상의 B-spline 곡선식 $\overline{P}(t)$ 는 식(2)와 같게 된다.

$$\overline{P}(t) = \sum_{i=0}^{n} \overline{Q_i} \cdot N_i^k(t) \qquad (2)$$

곡선식 $\overline{P}(t)$ 를 구성하는 R^4 공간상의 점들은 동차좌표 내의 처음 세개의 좌표에 대응하는 가중치로 나눔으로써, R^3 공간상으로 투영시킬 수 있다.

이때 투영된 곡선식 $P(t)$ 를 Rational B-spline 곡선식이라고 하며, 식(3)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{\sum_{i=0}^{n} h_i\, Q_i\, N_i^k(t)}{\sum_{i=0}^{n} h_i\, N_i^k(t)} \\ &= \sum_{i=0}^{n} Q_i\, R_i^k(t) \end{aligned} \qquad (3)$$

이때, $R_i^k(t) = \dfrac{h_i\, N_i^k(t)}{\sum_{i=0}^{n} h_i\, N_i^k(t)}$

여기서 $R_i^k(t)$ 는 Rational B-spline의 기본함수(Basis function)이며, $N_i^k(t)$ 는 재귀적으로 식(4)와 같이 정의된 정규화된 degree k의 B-spline 기본함수이다.

$$\begin{aligned} N_i^0(t) &= \begin{cases} 1 & \text{if } t_i \le t < t_{i+1},\ t_i < t_{i+1} \\ 0 & otherwise \end{cases} \\ N_i^k(t) &= \frac{t - t_i}{t_{i+k} - t_i} N_i^{k-1}(t) \\ &\quad + \frac{t_{i+k+1} - t}{t_{i+k+1} - t_{i+1}} N_{i+1}^{k-1}(t) \end{aligned} \qquad (4)$$

이때 t_i는 노트벡터(knot vector)를 형성하는 노트들(knots)이다. 그리고 곡선의 노트벡터가 불균일한 경우[9][10] NURBS (Nonuniform Rational B-spline) 곡선으로 된다. 식(3)은 모든 가중치가 "1" 일때, Non-Rational B-spline 곡선으로 된다.

이것은 $N_i^k(t)$ 가 $\sum_{i=0}^{n} N_i^k(t) = 1$ 을 만족하기 때문이다.

3. B-spline 역변환에 의한 곡선표현

주어진 데이타를 지나는 곡선을 생성하는 방법에는 크게 보간법과 근사법을 생각해 볼 수 있다[5][6][7][8][9][10].

보간법(Introlation)은 주어진 데이타를 지나는 연속인 곡선을 생성하는 방법으로, 보간에 사용되는 곡선인 스플라인 함수는 각 데이타에 대응하는 parameter의 결정방법과 끝점 경계조건에 따라, 동일한 데이타에 대해서도 서로 다른 곡선식으로 결정될 수 있다. 근사법(Approximation)은 주어진 데이타를 통과하거나 근사적으로 지나게 되는 매끈한 곡선을 생성하는 방법으로, 주어진 데이타를 지나지 않을 수 있다는 단점이 있는 반면에 주어진 모든 데이타를 통과할 때 나타날 수 있는 곡선상의 혹이나 C^1 급 또는 C^2 급 불연속성을 제거할 수 있는 장점을 갖는다.

본 연구에서는 B-spline의 역변환을 통해 주어진 데이타를 근사적으로 지나는 조정점을 정의하였으며, 생성하고자 하는 조정점의 최대 갯수는 주어진 데이타의 수만큼 확장할 수 있게 하였다. 그러므로 이 방법은 조정점의 갯수를 변경하여 평균치로 근사시키고 있다.

3.1 노트벡터의 결정

주어진 $(m+1)$개의 데이타 P_i를 근사하는 $(n+1)$개의 조정점을 갖는 B-spline곡선의 노트벡터를 식(5)와 같이 결정하였다.[11]

$$\begin{aligned} 0.0 = t_0 = t_1 = \cdots = t_k < t_{k+1} \cdots \\ < t_n < t_{n+1} = t_{n+2} = \cdots = t_{n+k+1} = 1.0 \end{aligned}$$

$$t_i - t_{i-1} = \frac{\sum_{j=i-k-1}^{i+m-n-2} \sqrt{|P_{j+1}-P_j|}}{\sum_{l=k+1}^{n+1} \sum_{j=l-k-1}^{l+m-n-2} \sqrt{|P_{j+1}-P_j|}} \quad (5)$$
$$i = k+1, \ldots, n$$

3.2 주어진 데이타에 대응하는 parameter의 결정

$(m+1)$개의 데이타에 대응하는 parameter는, 현길이근사법(Chord length approximation)[10]으로 식(6)과 같이 결정하였다.

$$\begin{aligned} u_0 &= 0.0, \\ u_m &= 1.0, \\ u_i &= \frac{\sum_{j=0}^{i-1} |P_{j+1}-P_j|}{\sum_{j=0}^{m-1} |P_{j+1}-P_j|} \\ i &= 1, \ldots, m-1 \end{aligned} \quad (6)$$

3.3 조정점의 계산

데이타 P_i와 조정점 Q_j와의 관계는 B-spline 곡선식에 의해 식(7)과 같이 표현된다.

$$P_i(u_i) = \sum_{j=0}^{n} Q_j N_j^k(u_i), \quad i = 0, \ldots, m \quad (7)$$

식(7)을 풀어쓰면 식(8)로 된다.

$$\begin{aligned} P_0(u_0) &= N_0^k(u_0)Q_0 + N_1^k(u_0)Q_1 \cdots N_n^k(u_0)Q_n \\ P_1(u_1) &= N_0^k(u_1)Q_0 + N_1^k(u_1)Q_1 \cdots N_n^k(u_1)Q_n \\ &\vdots \\ P_m(u_m) &= N_0^k(u_m)Q_0 + N_1^k(u_m)Q_1 \cdots N_n^k(u_m)Q_n \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)를 행렬식으로 표현하면 식(9)와 같다.

$$[P]_{m\times 1} = [N]_{m\times n}[Q]_{n\times 1} \quad (9)$$

여기서

$$[P]^T = [P_0(u_0)\ P_1(u_1) \cdots P_m(u_m)]$$
$$[Q]^T = [Q_0\ \ Q_1\ \cdots\ Q_n]$$
$$[N] = \begin{bmatrix} N_0^k(u_0) & \cdots\cdots & N_n^k(u_0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_0^k(u_m) & \cdots\cdots & N_n^k(u_m) \end{bmatrix}$$

만일 $m=n$이면 식(9)에서 $[N]$은 정방행렬이 되므로, 식(10)과 같은 역변환에 의해 B-spline 곡선을 제어하는 조정점이 결정된다.

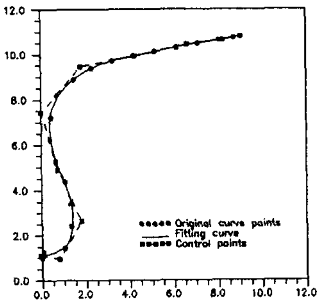
$$[Q] = [N]^{-1}[P], \ 2 \le k \le n+1 = m \quad (10)$$

만일 $m > n$ 이면 식(9)에서 $[N]$은 정방행렬이 아니므로, 전치행렬 $[N]^T$를 이용하여 식(11)과 같이 정방행렬로 변환시켜 조정점을 구하게 된다.

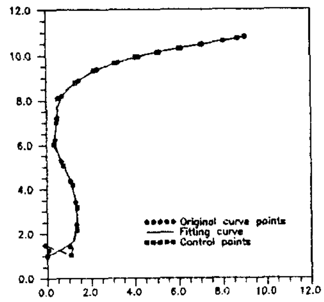
$$
\begin{aligned}
[P] &= [N][Q] \\
[N]^T[P] &= [N]^T[N][Q] \qquad (11) \\
[Q] &= [[N]^T[N]]^{-1}[N]^T[P]
\end{aligned}
$$

이렇게 결정된 조정점에 의해 주어진 데이타를 근사하는 NURBS 곡선을 얻는다.

Fig. 1(a)는 $m > n$ 일 때, B-spline 역변환에 의해 생성된 조정점과, 주어진 곡선상의 점열을 근사적으로 지나는 NURBS 곡선을 나타낸다. C^2급 NURBS 곡선으로 주어진 곡선상의 점을 매끄럽게 근사하고 있음을 보인다. Fig. 1(b)는 $m = n$일 때 Fig. 1(a)와 동일한 곡선상의 점에 대해 B-spline 역변환에 의한 조정점과 주어진 곡선상의 점열을 보간하는 NURBS 곡선을 나타낸다.



(a) $m = 20, n = 10$



(b) $m = 20, n = 20$

Fig. 1 NURBS curve by B-spline fitting

4. NURBS 곡선의 형상수정[12]

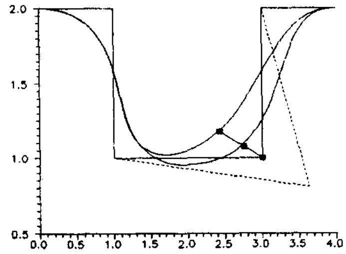
본 연구에서는

① 조정점 Q_i 의 이동

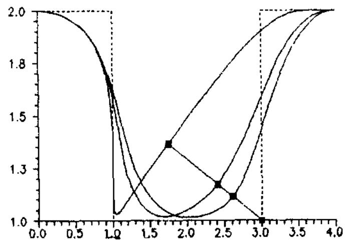
② 가중치 h_i 의 변화

를 통하여 형상수정을 수행했다.

Fig. 2(a)와 (b)는 각각 조정점의 이동 및 가중치의 변화가 NURBS 곡선에 미치는 영향을 나타낸다.



(a) The effect of moving a control point



(b) The effect of changing a weighting factor

Fig. 2 Variation of NURBS curve

5. NURBS 곡선을 이용한 선수부 형상의 수치적 표현 및 비교 검증

지금까지 정리한 NURBS 곡선식을 사용하여 Bulbous Bow가 있는 선형을 수치적으로 표현하였다. 본 연구에서는 국부적인 선형의 변형에 따른 Offset 도출을 목적으로 하므로 각 단면에 대한 곡선정의를 중심으로 하였다.

Fig. 3는 선형을 NURBS 곡선에 의해 수학적으로 정의하여, 이를 변형하는 흐름도를 보인다.

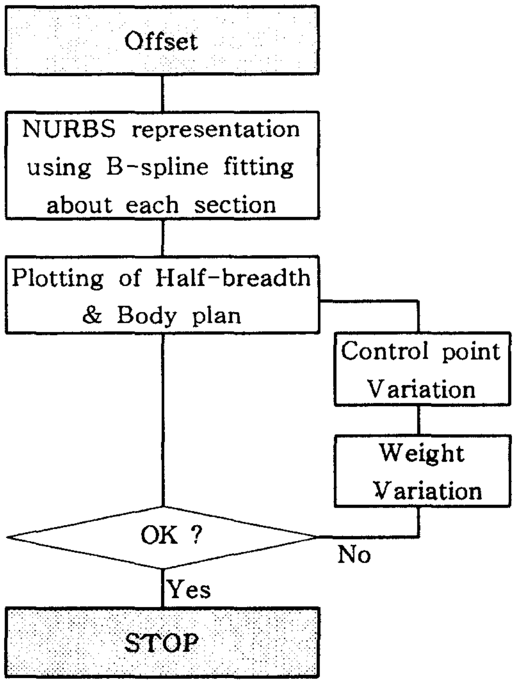


Fig. 3 Flow diagram of NURBS curve generation

Fig. 4(a),(b)는

$$L=214m,\ B=32.4m,\ Draft=10.8m$$

인 콘테이너선의 *DWL* 아래 부분에 대한 정면도 및 반폭도를 나타내며, Fig. 5는 동일 선형에 대해 B-spline 역변환에 의해 NURBS 곡선로 정의한 선형(실선 표현)과 기준선(◦표현)을 비교한 것이다.

Fig. 6 과 Fig. 7, Fig. 8은 조정점과 가중치를 변형시켰을 때 각각의 정면도와 Offset을 나타낸다.

단, 노트벡터의 변경에 따른 형상변화는 노트벡터의 변화에 따른 선형변화의 방향을 예측할 수 없기 때문에 제외하였다.

Fig. 6(a)는 각 단면에서 선저로부터 네번째 조정점을 (-0.4, -0.2) 만큼 이동했을 때 생성된 NURBS 곡선을 나타내고, Fig. 6(b)와 (c)는 정면도 및 반폭도를 기준선과 비교한 것이다.

Fig. 7(a)(b)(c)는 선저로부터 두번째와 세번째 조정점의 가중치를 각각 0.4 , 0.5로 주었을 경우 생성된 NURBS 곡선과 기준선을 비교하여 정면도 및 반폭도를 나타낸 것이다.

그리고 Fig. 8(a)(b)(c)는 각 단면에서 네번째 조정점을 (-0.4, -0.2) 만큼 이동시키고, 두번째와 세번째 조정점의 가중치를 각각 2.0 , 2.5로 주었을 경우 생성된 NURBS 곡선과 기준선을 비교하여 정면도 및 반폭도를 나타낸 것이다. 여기서 변형시킨 조정점과 가중치는 NURBS 곡선의 국부적인 특징을 나타내기 위해 임의로 선정한 것이다.

또한 각 단면에 대해 조정점이 형성되므로 설계자는 반폭도 및 정면도의 변화를 비교하면서 각 단면에 대해 조정점 및 가중치를 변화할 수 있다.

이때 변형된 선수미부의 형상에 대한 기하학적 채택여부는 두가지 기준으로 결정할 수 있다. 첫번째 기준은 반폭도의 시각적 검토와 유선에 대한 선수미부의 곡률검토 등이 있고, 두번째 기준은 유체역학적 검토를 생각해 볼 수 있다.

NURBS 곡선에 의한 선형의 표현은 곡률이 심한 선수미부의 수치적 표현 뿐만 아니라, 국부적 형상변형을 가능케함으로써 새로운 선형의 Offset 도출에 효율적이며, 기준선을 체계적으로 변환시키는 종래의 방법[1][2][3][4]들을 보완할 수 있는 점에서 유용성이 발견된다.

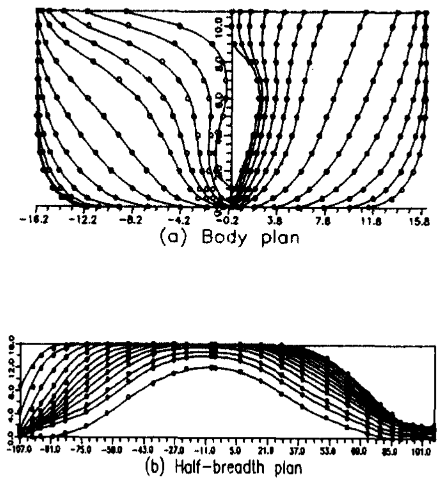
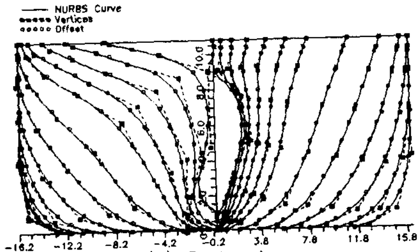
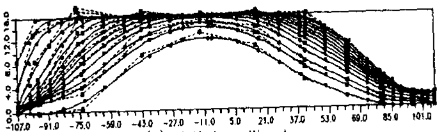


Fig. 4 Hull form of parent ship

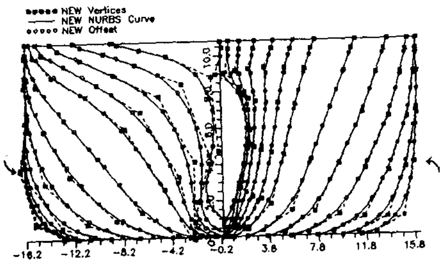


(a) Body plan

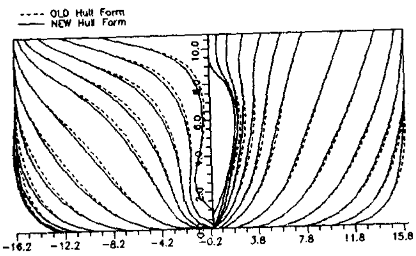


(b) Half-breadth plan

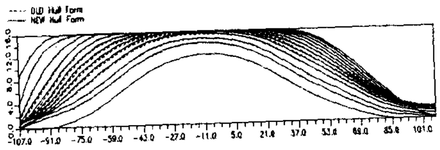
Fig. 5 Representation of parent hull form and hull form by B-spline fitting



(a) Representation of hull form by NURBS and variation of a control poinr

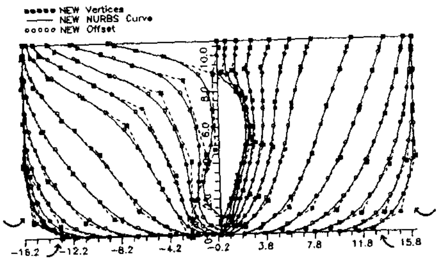


(b) Comparison of Body plan between parent ship and varied hull form

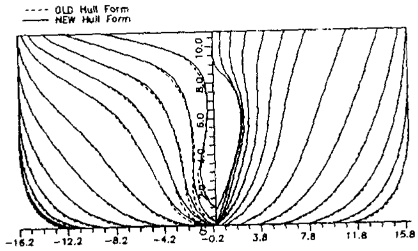


(c) Comparison of Half-breadth plan between parent ship and varied hull form

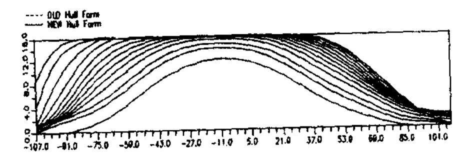
Fig. 6 Hull form generation by variation of a control point



(a) Representation of hull form by NURBS and variation of weighting factor

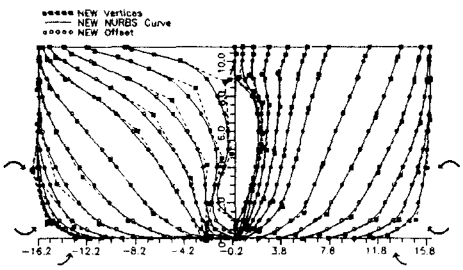


(b) Comparison of Body plan between parent ship and varied hull form

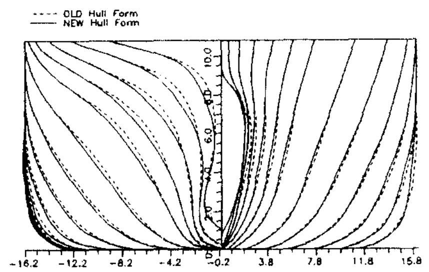


(c) Comparison of Half-breadth plan between parent ship and varied hull form

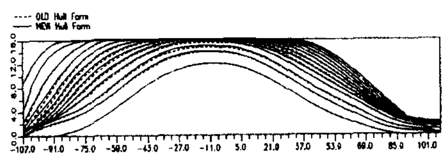
Fig. 7 Hull form generation by variation of weighting factor



(a) Representation of hull form by NURBS and variation of a control point & weighting factor



(b) Comparison of Body plan between parent ship and varied hull form



(c) Comparison of Half-breadth plan between parent ship and varied hull form

Fig. 8 Hull form generation by variation of a control point & weighting factor

6. 결 론

이상의 연구내용에서 다음의 결론을 얻었다.

1. NURBS 곡선은 "Nonuniform knot vector"의 특성에 의해 조정점의 간격을 고려하고, "Rational" 의 특성에 의해 조정점의 이동 뿐만아니라, 가중치의 변화에 의해 형상을 변화시킬 수 있으므로, 종래의 선형설계에서 곡률변화가 심한 선수미부를 기하학적으로 표현하던 B-spline 곡선의 장점을 포함시켜 확장하고 있다.

2. NURBS 곡선에 의한 선형표현은 C^2급 연속성을 유지하며, 가중치의 증감과 조정점 이동에 따라 국부적 형상 수정을 용이하게 한다.

3. NURBS 곡선을 이용한 선형의 국부적 변형은 Lackenby[1]를 근간으로 하는 선형의 체계적인 변환기법들을 효율적으로 보완시킬 수 있다.

후 기

본 연구는 한국기계연구원의 '93 CSDP 위탁과제 "선박형상의 형상 모델링 기술개발" 연구 보고서를 근간으로 하고 있습니다.

참 고 문 헌

[1] H.Lackenby, "On systematic Geometric Variation of Ship Forms", Transections INA, Vol. 92, pp. 289-316, 1950
[2] Versluis, "Computer Aided Design of Ship Form by Affine Transformations", International Shipbuilding progress, Vol. 24(274), pp. 147-160, 1977
[3] W.E.Alef & G.Collatz, "Computer Aided Design of Ship's Lines by Nonlinear Distortion of Parent Forms", ICCAS'76, pp. 157-163, 1976
[4] 김수영, 강사원, 우일국, "선형의 변환기법에 관한 연구". 부산대학교 공과대학 연구보고 제40집, pp. 121-129, 1990
[5] Leslie Piegl and Wayne Tiller, "Curve and surface constructions using rational B-splines", Computer Aided Design, Vol. 19, No. 9, 1987
[6] L. Piegl, "On NURBS : A survey", IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 11, No. 1, pp. 55-71, 1991
[7] 김수영, 정성재, 김현철, 이길홍, "NURBS를 이용한 Bulbous Bow선의 선수부 형상의 수치적 표현", '93 CSDP 연구보고서, 1994
[8] 이상찬, "자동차 외형설계를 위한 CAD 시스템의 개발", 서울대학교 기계설계학과, 박사학위논문, 1992

[9] David F. Rogers and Alan Adams "Mathematical Elements for Computer Graphics", McGraw-Hill Press, second edition, 1990
[10] Gerald Farin "Curve and Surface for Computer Aided Geometric Design", Academic Press, New York, second edition, 1988
[11] P. J. Hartley and C. J. Judd, "Parametrization and Shape of B-spline Curves for CAD", Computer Aided Design, Vol. 12, No. 5, pp. 235-238, 1980
[12] L. Piegl, "Modifying the Shape of Rational B-spline. Part I : Curves", Computer Aided Design, Vol. 21, No. 8, pp. 509-518, 1989