

우리나라 수학교육의 발전 방향 - 교육과정, 수업, 평가

최효일 (경남대학교)

박배훈 (한국교원대학교)

류희찬 (한국교원대학교)

I. 서론

1980년대 이래 미국, 캐나다, 호주 등 전 세계적으로 수학교육에서 개혁 운동이 벌어지고 있다. 이는 그 동안 학교 수학에서 강조되어 온 학습 내용이나 방법에 대한 다음과 같은 반성에서부터 출발한다(NCTM, 1980, 1989, 1991, 1995).

첫째, 학교에서 강조되어 온 사항이 개념이나 기능에 한정되고 있다. 일상 생활이나 직장 생활을 영위하는 데 있어서 가장 필요한 것은 새로운 문제 상황을 해결해가는 과정에서 지식이나 기능을 적용하는 응용력이다. 단편적인 지식을 알고 있는 것 보다 알고 있는 지식을 종합하는 능력을 배양할 수 있는 환경을 만들어 주어야 한다.

둘째, 학교에서 배우는 수많은 지식과 기능은 서로 연결되어 있지 못하다. 수학의 내적 연결성이나 수학과 다른 과목과의 연결성이 강조되어야 한다. 이 연결성은 학생들로 하여금 수학 학습을 의미있다고 느끼게 해 준다.

셋째, 현재의 학교 수학의 내용은 학생들에게 별로 매력적이지 못하다. 지식이나 기능을 단순히 암기하고 일차적으로 적용하는 것보다 더 재미있고 도전적인 학습 상황이 구축되어야 한다. 예를 들어 조심스럽게 조직된 문제해결 활동은 학생들의 수학에 대한 부정적 태도를 변화시킬 수 있다.

네째, 현재의 학교 교육은 사고능력을 향상시키지 못하고 있다. 이를 위해서는 학생들에게 사고할 수 있는 충분한 기회를 제공해 주어야

한다. 수학교육의 목표가 기본 계산 기능을 연마하는 것에서 수학의 힘과 위력을 느끼게 하는 방향으로 전환되어야 한다. 단편적 지식보다는 관계성을 고려하고, 논리적으로 추론을 통해 가정에서 결론을 얻는 활동을 하며, 비정형 문제를 해결하기 위해 다양한 수학적 방법을 사용할 수 있어야 한다.

본고는 이러한 반성을 바탕으로 1980년대 이후 진행되어 온 수학교육 개혁 운동의 방향을 교육과정, 교수 방법, 평가의 세 가지로 정리함으로써 우리나라 수학교육의 발전 방향을 모색해 보는데 그 목적이 있다.

II. 수학교육과정의 발전적 방향

사회 구조가 산업 사회에서 정보화 사회로 바뀌짐에 따라 학생들에게 지도해야 할 “수학적 소양(mathematical literacy)”이 종래의 계산 위주에서 사고력 위주로 바뀌어져야 한다. 앞으로의 사회 구조 하에서는 폭넓은 수학적 소양을 갖추지 못하는 경우 그 사회 내에서 능동적인 역할을 수행하지 못하기 때문에 모든 학생에게 가능한 많은 종류의 수학을 가르쳐야 한다. 또한, 수학 학습에 대한 학생들과 대중들의 태도가 현저하게 개선되어야 한다. 과학이나 공학을 발달시키고, 정보화 사회에서 잘 기능하기 위해서는 수학적 소양이 언어적 소양(verbal literacy) 만큼 중요하며, 수학이 자의적인 규칙의 모임이라기 보다는 그 규칙을 활용하는 과학임을 인식할 수 있도록 해야 한다. 뿐만 아니라 수학 학습의 내용이 미래를 대비시키는 내

용으로 전환되어야 한다. 이를 위해서 계산기와 컴퓨터가 적극적으로 활용되어야 한다. 물론, 이들 교육공학은 많은 사람들이 우려하는 것과 같이 계산 능력의 하락으로 이어져서는 안되며 건설적인 방향으로 사용되어야 한다.

학생들로 하여금 학교를 졸업한 후 새로운 사회적 변화에 잘 기능하도록 하기 위해 사회는 수학교육 목표가 다음과 같이 변화될 것을 요구하고 있다(NCTM, 1989).

첫째, 수학적 소양을 갖춘 노동자를 기르는 것: 노동자들은 전통적인 기초수학 능력을 넘어서는 지식과 기능을 갖추도록 요구된다. 노동자들이 의사소통의 복잡성과 기술공학을 이해하며 의문을 제기할 수 있고 낯선 정보를 이해할 수 있고, 팀 내에서 협동적으로 일할 수 있도록 준비되어야 한다.

둘째, 평생교육을 받을 수 있는 유연한 사고 구조를 갖추게 하는 것: 향후 25년간 노동자들은 적어도 네 다섯번의 직업을 바꿀 것으로 기대되므로 평생교육을 받을 수 있는 유연한 노동력이 요구된다. 학생들로 하여금 탐구하고, 창조하고 변화된 상황에 적응하고, 그들의 삶 전체를 통해 새로운 지식을 능동적으로 창출할 수 있도록 하기 위해서는 문제해결이 학교 수학의 초점이 되어야 한다.

셋째, 모든 학생들에게 수학 학습에 대한 균등한 기회를 제공하는 것: 과거 학교 활동이 가지는 사회적 불평등이 묵인되어서는 안된다. 수학은 우리 사회에서 고용과 참여에 대한 여과기가 아닌 파이프라인의 역할을 해야한다. 대중들의 수학적 문명을 더 이상 방치해서는 안된다.

네째, 정보를 잘 갖춘 유권자를 기르는 것: 정치적 사회적 결정이 기술적으로 매우 복잡한 민주국가에서는 교육을 잘받고 정보를 잘 갖춘 유권자들이 필수적이다. 민주 시민들은 때때로 모순되어 보이는 정보를 잘 파악하고 해석할 수 있어야 한다.

이러한 사회의 요구에 부응하기 위해 수학

교육에서 다음과 같은 새로운 목표가 설정될 필요가 있다.

첫째, 자신에게 생소한 문제 상황을 잘 극복하는 능력 즉, 문제해결 능력을 갖추어야 한다. 생산적인 시민이 되기 위해서는 내용 자체의 학습보다는 문제해결력의 신장이 필수적이다.

둘째, 자신의 아이디어를 다른 사람들에게 의사소통(communicate)하는 것을 학습해야 한다. 문제 상황을 읽고, 문제 상황을 극복하는 아이디어를 다른 사람과 논의할 수 있어야 한다. 수학 용어를 사용하여 명료한 언어로 다른 사람을 설득할 수 있는 능력은 현대 사회에서 필수적이다. 뿐만 아니라 자기의 사고를 남에게 전달함으로써 자신의 사고를 반성할 수 있게 된다.

셋째, 수학적으로 추론하는 것을 학습해야 한다. 가설을 세우고 정보를 수집하며 논증을 하는 것은 수학을 행하는(doing) 그 자체이다.

네째, 수학의 가치를 음미할 수 있어야 한다. 수학이 역사와 과학의 발달에서 차지하는 위치나 성격을 음미할 수 있어야 한다. 수학은 개념이나 기능의 총체를 넘어서야 한다.

다섯째, 자신의 능력을 신뢰할 수 있어야 한다. 수학의 교육과정은 수학의 발달에서 나타난 다양한 경험이 재현되도록 조직됨으로써 수학이 인간의 발명품이며 따라서, 자기 자신의 사고에 대해 자신감을 갖고 적극적으로 사고하도록 교육되어야 한다. 또한, 학생들로 하여금 주변에서의 문제 상황을 극복하는데 자기 자신이 사용하는 수학적 지식이 점점 늘어감을 느끼도록 해야 한다.

수학교육과정에서 강조되어야 할 항목은 다음과 같다.

- (1) 문제해결: 문제해결을 통한 학습, 문제구성, 문제해결 전략, 문제의 해에 한 합리성 판단, 문제를 일반화하기, 다른 풀이법의 탐색
- (2) 수학적 의사소통: 수학적모델링, 자신의 사고를 반성하고 명료화하기, 다른 사람의 아이디어를 평가하기, 자신의 아이디어를 주장하고

설명하기, 기호나 정의의 역할을 음미하기

(3) 수학적 추론:연역 추론 활동, 귀납 추론 활동, 개연적 추론, 자신의 주장을 타당화하기, 공간 추론, 비례 추론, 그래프를 통한 추론

(4) 수학적 연결성: 수학적 지식 사이의 연결성 강조, 다양한 표상 사이의 번역, 타 학문에 수학을 적용하기, 일상 생활이나 문화 발달에서 수학의 역할을 이해하기

(5) 폭넓은 학습 내용: 수, 계산, 어림셈, 기하, 통계, 확률, 규칙성 찾기, 함수, 대수등 타 학문이나 직업을 수행하는 데 있어서 적용되는 범위가 넓어지고 있는 다양한 내용을 학습하기

(6) 컴퓨터, 계산기를 비롯한 교육공학의 적절한 사용: 다양한 컴퓨터 s/w를 이용한 수학 학습 활동, LOGO, Basic등을 이용한 수학 내용의 프로그래밍 활동, 문제해결 시 계산기의 사용 허용

III. 수학 수업의 새로운 방향

본 절에서는 수학교육 상의 새로운 목표를 달성하기 위해서 변화되고 있는 수학 수업의 방향을 몇 가지로 정리해 보고자 한다(NCTM, 1991).

1. 구성주의 수업

수학을 안다는 것은 수학을 행하는 것이다. 사람들은 목적 지향적인 어떤 활동을 하는 가운데 지식을 모으고 발견하고 창조한다. 학습이란 수동적으로 정보를 받아들여 그것을 반복적인 연습과 훈련을 통해 쉽게 꺼낼 수 있도록 만든 다음 두뇌에 저장하는 식으로 이루어지지 않는다. 학생들은 정보를 수동적으로만 흡수하지 않는다. 많은 상황 하에서 개인은 선행지식을 갖고 새로운 과제에 접근하며 새로운 정보를 동화하고 의미를 구성한다. 수학 학습은 교사에 의한 일방적인 지식의 전수로 이루어질 수 없으며 학생들 자신의 자발적인 구성을 통해 이루어진다. 여기서 구성이란 교사나 상황

이 제공하는 여러가지 학습 정보를 자신의 입장에서 재해석하는 과정이며, 학습은 그 재해석의 정도 만큼만 이루어진다. 학습의 이러한 구성적이고 능동적인 측면은 수학을 가르치는 방법에 반영되어야 한다.

2. 의사소통 강화를 위한 협동 수업

현대를 살아가는데 있어서 가장 필요로 하는 능력은 협동적으로 사고하고 문제를 푸는 능력이다. 학생들에게 동료들과 문제를 해결하는 과정에서 자신의 아이디어를 설득력 있게 설명하고, 다른 사람의 아이디어를 경청하고 자신의 아이디어와 절충하는 능력을 길러 주어야 한다. 이를 위해서는 개인별로 문제를 푸는 활동뿐만 아니라 소집단별로 문제를 푸는 활동도 강조되어야 한다. 사람들은 이 세상에서 만드는 의미의 많은 부분을 다른 사람과 의사소통함으로써 얻는다.

표현하기, 말하기, 듣기, 쓰기, 읽기와 같은 중요한 의사소통 기능이 수학교육에 포함되어야 한다. 학생들의 생각을 말이나 글로 설명하게 하는 것은 그들의 아이디어를 좀 더 분명하게 이해하도록 하는 데 도움이 된다. 학생들은 자신이 알고 있는 것을 다른 사람들에게 분명하고 조리있게 말할 수 있어야 하며, 상대방의 이야기를 주의깊게 듣는 습관을 길러야 한다. 상대방의 이야기를 합리적으로 비판하며 합당한 대안을 제시하려고 노력하는 태도를 육성하여야 한다. 글로 쓰게 하는 활동도 강화되어야 한다. 일지를 쓰게 하거나 편지 형식으로 자신의 문제해결 활동을 기록하게 하는 것은 사고 발달에 큰 도움이 된다. 또 고학년의 경우 수학적 기호의 경제성과 위력과 우아함 그리고 수학적 아이디어가 발달하는데 있어서의 기호의 역할을 음미하도록 하여야 한다.

3. 문제해결 수업

생산적인 시민이 되기 위해서는 그들의 문제해결 능력을 개발하는 것이 필수적이다. 문제해

결에서 가장 중요한 요소는 문제(problem)이다. 이 문제는 전형적인 학교수학에서 강조되는 연습(exercise)이나 발문(question)과는 구별된다. 일반적으로 학교수학에서 강조되는 연습은 보통 교과서에 나오는 개념의 숙달을 위한 것이며, 발문은 주어진 개념이나 사실을 알고 있는지를 알아보는 것이다. 문제해결에서의 문제는 수학적 개념이나 기능을 복합적으로 이용할 수 있는 것이어야 하며, 일반화로 이끌 수 있는 것이어야 하며, 일른 해답이 떠오르지 않는 것이어야 하며, 다양한 해를 갖는 것이어야 하며, 학생들에게 재미있고 도전할 만한 것이어야 한다.

최근에 강조되는 문제해결 학습과 과거 새수학 시대의 발견식 학습과의 차이를 보면, 발견식 학습은 개념이 모호하고 이를 실현시킬 방법론을 가지고 있지 못했다는 점이다. 문제해결은 학생들에게 생각할 수 있는 상황을 제시하고, 그 속에서 생각해 보게 하는 것에서 출발한다. 공부를 잘하는 학생이나 못하는 학생이나 최선을 다 해서 그 상황을 조직할 수 있는 기회가 제공되어야 한다. 그러나, 해결과정에서 장애가 발생한 경우, 교사는 이 장애를 해결해주는 장치가 필요하다. 이것이 발견술(Heuristics)이다. 발견술은 문제해결 과정에서의 어려움을 해결하기 위해 문제해결자가 취하면 효과적인 발문이나 제언을 말한다. Polya는 'How to Solve it'에서 문제해결을 이해, 계획 수립, 실행, 반성의 네 단계로 나누고 각 단계에서 효과적으로 사용될 수 있는 발견술을 제시하고 있다. 교사는 이러한 종류의 발견술을 완전히 습득한 다음, 학생이 필요로 하는 경우 적절한 발견술을 발문 형태로 제시하여 학생들이 스스로 어려움을 해결할 수 있도록 도와주어야 한다.

전략은 계획의 수립 단계에서 결정적으로 이용될 수 있는 해결책을 말한다. 초·중고등학교에 사용될 수 있는 전략에는 다음과 같은 것들이 있다: 추측하고 점검하기, 도표로 정리하기,

그림그리기, 패턴 찾기, 실행하기, 구체물이나 모델 사용하기, 방정식 세우기, 연산을 선택하기, 논리적 추론 사용하기, 단순화 하기, 거꾸로 풀기. 그리고, 이러한 전략들은 한 문제를 해결할 때 하나 이상이 동시에 사용될 수도 있다.

4. 수학적 내용의 응용성과 연결성 강조

수학을 학습하는 중요한 이유는 수학적 지식을 생활 주변의 여러 가지 문제 상황에 응용하기 위함이다. 따라서 수학 수업에서 사용되는 여러 가지 소재는 실생활이나 다른 교과와 관련되어야 한다. 이러한 것이 없으면, 학생들에게 수학은 결코 의미있는 과목이 되지 못할 것이다.

수학의 응용과 관련하여 최근 주목 받는 것은 수학적 모델링 활동이다. 모델링 과정은 다음의 네 단계를 거친다: 1) 현상을 관찰하고 현상의 고유한 특성을 문제 상황으로 기술하고 문제에 영향을 주는 변수와 같은 요소를 찾아낸다. 2) 현상에 대한 모델을 얻기 위해 요소들 사이의 관계를 추측하고 그 관계를 수학적으로 해석한다. 3) 그 모델을 적절하게 조작하거나 분석한다. 4) 결과를 얻고 그 결과를 사용하여 현상을 해석함으로써 결론을 끌어낸다. 현재의 수학 교육은 이 모델링 과정의 세 번째에 초점을 맞추고 있다. 나머지 단계에 좀 더 강조를 둘 필요가 있다. 예를 들어, 방정식을 능숙하게 풀 수 있는 것도 중요하지만, 사회나 자연 현상을 방정식으로 나타내기까지의 과정이나 방정식의 해를 사용하여 원래의 현상을 해석하는 과정도 중요하다. 학생들은 수학의 문화적, 역사적 진화와 관련된 다양한 경험을 통해 현대 사회의 발달에서 수학의 역할을 음미하며, 수학과 다른 학문 사이의 관계를 이해할 수 있어야 한다.

5. 컴퓨터와 같은 교육 공학의 사용

컴퓨터는 그래픽, 애니메이션, 시뮬레이션, 계산의 신속성, 정보 기억 용량, 디버깅 등 다른

어떤 교육매체가 갖지 못하는 독특한 교수학습 환경을 제공한다. 그래픽과 애니메이션은 추상적인 수학 내용을 시각화하여 지도할 수 있을 뿐 아니라, 그 시각화가 학생들의 직접적인 경험이나 통제를 통해 이루어 질 수 있다는 점에서 수학 학습의 어려움을 완화시켜 준다. 특히 형식적인 증명이나 개념 학습의 전 단계로서 그래픽이나 애니메이션을 통한 직관적인 지도는 대단히 효과적이다. 시뮬레이션은 시각적 공간적 등의 이유로 실제 조작할 수 없는 경우, 실제와 유사한 상황을 제시함으로써 학생들로 하여금 직접적인 참여자로서의 역할을 수행하도록 하는 것을 의미한다. 시뮬레이션 기능은 수학의 연역적인 성질을 경험적이고 귀납적으로 바꾸어 수학의 역동적이고 발생적인 측면을 부각 시킬 수 있다는 점에서 수학 교육에서 중요한 위치를 차지한다. 또, 산술적인 계산 뿐 아니라 대수적 문자식의 변환도 신속히 처리될 수 있게 됨으로써 종래의 계산 기능 위주에서 문제해결과 같은 사고력 중심의 교육과정으로 옮겨 갈 수 있게 해준다. 뿐만 아니라, 컴퓨터 프로그래밍을 작성하는 데 있어서 오류 수정의 기회를 통해 사고력 향상을 위한 기회로 사용할 수 있다. 오류는 예상하지 못한 엉뚱한 곳에서 일어나기 때문에 학생들의 흥미를 끌 수 있으며 오류를 제거하기 위해 반드시 무엇을 할 수 밖에 없기 때문에 자신의 행동에 대한 새로운 통찰로 이끌 수 있다.

1980년대 이래 컴퓨터의 기억 용량, 속도, 가격, 사용의 편의성, 유연성, 표상 능력 등에 있어서 괄목할 만한 변화가 있어 왔다. 시각적인 인터페이스와 계산 능력, 데이터 기억 능력이 획기적으로 향상되고 있으며 소프트웨어 측면에서도 학교 수학을 획기적으로 변화 시킬 만한 특별한 컴퓨터 언어와 강력한 힘을 지닌 도구가 개발되고 있다. LOGO 컴퓨터 언어는 국민학교 부터 고등학교에 이르기 까지 많은 개념을 학생들 스스로 구성하도록 하는 데 도움을 줄 수 있으며, Mathematica나 하이퍼텍스트

체제는 상황을 그림, 방정식, 표, 그래프와 같은 형태로 동시에 나타냄으로써 다양한 표상 사이의 개념적 연결성을 파악하게 할 수 있으며, 다른 표상에서의 변화가 다른 표상에 어떻게 영향을 미치는지를 용이하게 탐구하게 할 수 있다.

6. 평가와 수업의 통합

평가의 궁극적인 목적은 수업상의 결정을 내리하는 데 도움을 받기 위함이다. 교사들은 흔히 평가를 등급을 결정하기 위한 목적으로만 이용한다. 교사들은 평가를 다양한 목적으로 사용하여야 한다.

일반적으로 학생들은 교사가 수업에 있어서 강조하고 정규적으로 평가하는 측면만을 중요한 것으로서 생각하는 경향이 있다. 학생들은 교사가 중요하게 생각하는 것과 중요하지 않게 생각하는 것에 민감하다. 어떤 수업내용이 제시될 때, 학생들은 흔히, "시험에 나오나요?"라고 묻는다. 만약 숙제가 주어졌을 때에 교사가 이를 검사하지 않으면, 학생들은 곧 그것을 알아차려 다음부터는 숙제를 하지 않는다. 만약 교사가 평가 과제에서 모든 과정을 알기를 원하지만 최종적인 답만을 기초로 점수를 부과하면, 학생들은 곧 과정 보다는 답에만 신경을 쓸 것이다.

그러므로, 평가는 학생들이 무엇을 배워야 하는 지, 무엇이 가치있는 지를 분명히 인식시키기 위해 수업 내용 및 수업 방법과 일관성이 있어야 한다. 또한 평가 결과는 피드백 되어서 수업 방법이나 교실환경의 개선에 이용되어야 한다.

실제로 평가는 수업을 개선하지 못한다면 그 존재 이유가 없다. 관찰이나 면접, 또는 쓰여진 답안지 분석에서 나온 자료는 학생의 강점과 약점을 진단하는데 사용될 수 있어야 한다. 학생의 강점과 약점의 정밀함은 사용되는 평가방법에 영향을 받는다. 예를 들어 학생 면접은 답안지의 전체론적 채점형식보다 사고과정에 대

한 진단을 더 잘 제공한다. 학생의 자기 기록이나 관찰과 같은 평가기술은 문제해결에 대한 학생들의 태도와 신념에 대한 판단을 하는 데 효과적이다. 학생의 태도와 신념에 대한 인식은 교사로 하여금 제시된 문제의 난이 수준 변화, 상황, 흥미를 조정하도록 하여 학생들이 더 잘 참여하도록 돕는다. 또한, 수행평가나 탐구형 평가는 학생들의 의사소통 능력을 보다 정확히 파악하게 할 수 있다. 학생이 어떻게 수학을 행하는가에 대한 명백하고 주의깊은 평가를 통해서만 수업이 개인의 필요에 맞추어 조정될 수 있고, 그렇게 될 때에 학생들의 성공가능성을 높일 수 있다.

7. 메타인지적 발문의 사용

자신의 문제 해결 과정을 요약하여 기술하거나 말로 설명하도록 한다. 문제를 해결하는 동안의 자신의 사고 과정을 모니터하고 평가할 수 있도록하는 데 역점을 두어야 한다. 문제를 해결하는 동안 자신이 무엇을 하고 있고, 무엇을 해야 하는가에 대한 반성과 거기에 따른 적절한 처방을 내리는 능력이 중요하다. 이를 위해서 문제해결의 각 단계에서 “왜, 그와 같은 결정을 내렸는지”를 부단히 물어 보도록 해야 한다.

8. 수학의 정의적 측면에 대한 강조

많은 학생들은 수학 문제는 몇 분안에 풀 수 있거나, 몇 분의 노력으로 풀지 못하면 해결할 수 없으며, 수학 문제는 오직 한 가지 해결 방법만을 가지고 있다는 잘못된 신념을 가지고 있다. 이러한 잘못된 신념을 고치기 위해서는 단시간 내에 해결할 수 있는 문제 뿐만 아니라, 프로젝트와 같이 개인 또는 집단이 장시간에 걸쳐 해결하는 과제도 제시되어야 하며, 적절한 발문을 통해 학생들의 어려움을 해결해 줄 수 있도록 유도해야 한다. 특히, 학생들의 아이디어에 대해 교사의 입장에서 면박을 주거나 무시하지 않도록 해야 한다.

또한, 수학을 학습한 결과, 학생들은 그들 주위의 새로운 문제 상황을 이해하는데 있어서 자신의 수학적 지식이나 능력을 사용하는 데 자신감을 가질 수 있어야 한다. 나아가서 학교 수학은, 모든 학생들로 하여금, 수학을 행하는 것이 곧 평범한 인간 활동이라는 것을 실감하도록 하게 하여야 한다.

9. 만인을 위한 수학

현대 사회에 있어서 과거의 학교 활동이 가지는 사회적 불평등이 더 이상 묵과되어서는 안된다. 전통적으로 수학은 상급학교에 진학하는데 있어서의 여과기 구실을 해왔다. 이제 대중들의 수학적 문맹이 더 이상 방치될 수 없다.

또한, 정치적 사회적 결정이 기술적으로 매우 복잡한 민주국가에서는 정보를 잘 갖춘 유권자들이 필수적이다. 최근의 여러 문제들- 환경보존, 핵에너지, 방위비, 우주탐험, 과세와 같은 문제들은 서로 관련되는 의문점을 내포하고 있다. 이들 문제에 대한 신중한 해결책은 기술적인 지식과 이해를 요구한다. 특히 시민들은 복잡하고 때로는 모순되는 정보를 읽고 해석할 수 있어야 한다.

IV. 수학교육 평가의 발전적 방향

1. 우리나라 수학교육 평가 체제의 문제점

(1) 평가 내용

현재 수학교육 평가의 내용 측면에서 가장 문제가 되는 것은 평가 내용이 너무 단편적인 지식을 암기하는 쪽으로 치우치고 있다는 점이다. 수학교육의 평가는 수학적 지식의 모든 측면과 그들 사이의 관련성이 평가되어야 한다.

단편적인 지식이나 한 종류의 과제나 반응만을 강조하는 평가는 다음과 같은 문제를 지닌다. 첫째, 학생들의 수학적 힘에 대한 정확한 정보를 제공해 주지 못한다. 평가는 학습한 내용을 얼마나 잘 성취했느냐 뿐만 아니라 학습

한 내용을 새로운 문제 상황에 적용하는 총체적인 능력을 측정할 수 있어야 한다. 둘째, 수학 학습을 바람직한 방향으로 이끌 수 없다. 대부분의 학생들은 평가 내용에 민감하다. 만약 수업 내용은 사고력 신장에 주어지면서도 평가는 단편적인 지식만을 대상으로 한다면, 학생들은 평가되는 내용에만 초점을 두고 단편적 지식을 암기하는 학습을 하게 될 것이다. 셋째, 한 유형의 평가에 대한 지나친 의존은 학생들을 좌절시키고 자신감을 감소시키고, 수학에 대한 부정적인 감정을 갖게 할 수 있다.

(2) 평가 방법

수학교육 평가의 방법 상의 문제점은 다음의 두 가지로 정리될 수 있다. 첫째, 평가가 대개 객관식 문제 중심의 지필 검사에 한정되고 있다는 점이다. 수학 교육 평가는 지필검사 이외에 다양한 방법이 존재한다. 이들에게는 각기 장단점이 있으며 측정하고자 하는 대상이나 내용 목적에 따라 선별적으로 사용되어야 한다. 둘째, 평가 상황이 지극히 일회적이라는 점이다. 어떤 평가 단위에서도 일회적 평가 결과를 바탕으로 그 학생의 성취도나 능력을 규정하는 경우가 많다.

평가가 객관식 지필 검사에 한정됨으로써 생기는 문제점은 다음과 같다. 첫째, 사고의 고정화를 들 수 있다. 객관식 문제를 장기간 동안 풀게 되면 사고 자체가 다른 사람의 사고에 의존하게 되며 자신이 창의적으로 문제를 풀기 보다는 보기를 주어진 조건에 대입하여 문제를 해결하게 된다. 사지선다형 문제는 “사지선다형의 사고”를 유발시키게 된다. 둘째, 이해하지 못하는 성공의 가능성이 생기게 된다. 객관식 문제는 주관식이나 다른 어떤 방법에 비해 이해하지 못한 성공의 가능성이 높다. 셋째, 평가 방법의 편중성은 평가 상황의 1회성과 결부되어 평가에 대한 불신감을 불러 일으킨다. 단원별 형성 평가에서부터 대학입학시험에 이르기까지 어떤 평가 단위에서도 1회만 그것도 객관

식 평가만 시행됨으로써 학생들과 학부모들이 평가 결과를 불신하게 되었다. 또, 거기서 얻는 정보가 학생들의 성취도를 정확히 측정하지 못함으로써 수업 방법 개선에 적절한 정보를 제공할 수 없게 되었다. 넷째, 수업 방법과 학습 방법에 나쁜 영향을 미칠 수 있다. 객관식 문제만이 출제된다면 학생들은 평소의 학습에서도 객관식에 대비한 연습만을 할 것이다. 또한, 교사도 학생들의 요구에 맞추어 답을 잘 고르는 요령만을 지도할 공산이 크다.

(3) 평가 목적

수학교육 평가에서 평가 목적상 문제점은 다음의 두 가지를 들 수 있다. 첫째, 평가가 학생들의 석차나 평점을 결정하는데만 초점을 맞추고 있다는 점이다. 이렇게 되면 학생들을 평가의 노예가 되어 수학교육 본질이 위협 받게 된다. 또한, 평가 결과가 수업 자체와 유리됨으로써 수업을 개선하기 위한 중요한 정보를 놓치게 된다. 둘째, 평가가 학생의 학력이나 학습 상태를 평가하는데 한정되고 있다는 점이다. 학생을 평가하는 이외에도 교사의 수업이나 교육과정 및 수업 프로그램을 평가하는 방안이 개발되어야 한다.

2. 수학교육 평가의 새로운 방향

1) 평가의 새로운 방향

평가의 새로운 방향을 제시하면 다음과 같다.

(1) 수학적 의사소통의 개념이 강조되는 평가 방법이 강구되어야 한다. 자신의 아이디어를 명확하게 제시하고 적절하게 표현하며 주어진 상황이나 아이디어를 합리적으로 비판할 수 있는지 여부가 평가될 수 있는 과제가 제시되어야 한다. 또, 각 개개인이 혼자서 해결할 수 있는 상황 뿐 아니라 소집단별로 동료들과 문제를 해결할 수 있는 능력이 있는지를 평가할 수 있는 탐구과제도 개발될 필요가 있다.

(2) 다양한 전략을 사용하여 문제를 풀 수 있

는 상황을 포괄하는 과제 학생들에게 새로운 수학을 창출하고, 수학을 사용하고 응용하는 기회를 제공하고, 학생들이 할수 있는 것을 보여주는 과제가 제시되어야 한다.

(3) 수업에 잠재적으로 이용될 수 있는 과제 - 내용과 수업 방법 모두 교사도 도움을 받을 수 있고 학생들도 자신감이나 나중의 수업에 대한 기대감을 높일 수 있는 과제 평가가 수업에 포함되어야 한다.

(4) 평가 방법이 반드시 지필일 필요가 없다. 교사가 말로 제시할 수 있고, 컴퓨터를 통해 제시할 수도 있으며, 구체물을 통해 제시할 수 있다. 비데오 테이프를 이용한 수도 있다. 다양한 매체를 통한 평가 방법의 연구가 이루어져야 한다.

(5) 다양한 수준의 아동들이 그들 자신의 수준에서 문제해결을 조직할 수 있는 상황이 포함된 과제가 제시되어야 한다. 이 상황은 수학적으로 덜 발달된 아동도 그 나름대로 문제해결의 일정 단계를 수행할 수 있는 상황이어야 하며, 공부를 잘하는 아동은 계속해서 탐구할 수 있는 과제가 제시되어야 한다.

(6) 학생들의 수학적 힘이 총체적으로 평가될 수 있는 과제가 제시되어야 한다. 이와 관련하여 주목받고 있는 평가가 수행평가이다.

2) 새로운 평가 문항의 실예

(1) 수행평가

수행평가는 지필평가로는 평가할 수 없는 과제를 평가하는 것이다(김민호, 임형, 류희찬, 1995). 즉, 학생들이 실제로 조작활동을 하면서 개념을 확실히 이해하고 실제 생활에서 접하게 되는 문제 상황을 얼마나 잘 해결하는가를 평가하는 것이다. 미국과 영국을 비롯한 여러 나라에서는 학생들의 모든 특성을 평가하기 위한 노력의 일환으로 수행평가를 도입하고 실시하고 있으나 우리 나라에서는 아직 전체적으로 실시하지 못하고 있다.

수행평가는 학생들의 실험과 관련된 지식 및 능력을 측정하기 위하여 특별히 만들어진 평가 방법으로, 실험 도구를 다루는 능력, 지침서에 따라 실험을 수행하는 능력, 관찰을 통하여 그 결과를 해석하며 결론을 이끌어 내는 능력, 가설을 설정하여 이를 검증하는 능력 등 학생들의 조작적 기능과 숙련도, 그리고 이를 뒷받침하는 수학적, 과학적 지식을 요구하는 내용으로 구성되어 있다.

수행평가 문항의 예를 들면 다음과 같다.

<과제> 학생들에게 공 4개를 정렬하고 포장하는 방법이 상자 모양에 따라 다르다는 것을 알게 한다. 학생들로 하여금 공 4개를 담기 위한 다양한 모양의 상자를 만들고 상자와 그 상자의 전개도를 그리게 한다. 그리고 나서 실제 크기의 상자의 전개도를 만들게 한다. 문제지와 함께 만든 상자를 제출하도록 한다. (제한시간 30분)

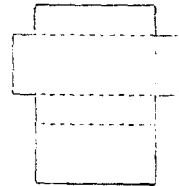
<준비물> 탁구공 4개, 컴퍼스, 30cm의 자, 가위, 스카치테이프, 전개도를 그리기 위한 종이.

<문제지> 문제를 풀기 전에 다음을 읽어 보아라.

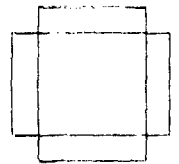
오른쪽 상자의 전개도는 어떤 것인가?



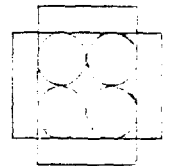
오른쪽 그림을 점선에 따라 접으면 위의 상자 모양이 된다. 이를 상자의 전개도라고 한다.



다음은 공 4개를 담을 수 있는 상자의 전개도이다. 이 전개도는 정확하게 그린 것이 아니다. 정확하게 치수를 재어 만든 것이라면 각 면을 접어 상자를 만들 수 있다.



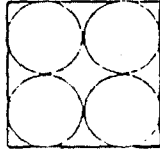
다음은 공 4개를 꼭 맞게 담은 상자의 그림이다.



공 4개를 꼭 맞게 담을 수 있는 또 다른 모양의 상자들이 있다. 공 4개를 꼭 맞게 담은 상자는 들고 흔들어도 공이 상자 속에서 움직이지 않는다.

다음 풀음에 답하여라.

1) 다음 <보기>는 공 4개를 상자에 꼭 맞게 담을 수 있는 방법을 나타낸 것이다.



공을 사용하여 공 4개가 꼭 맞게 담을 수 있는 3가지 다른 모양을 알아보고 공 4개가 들어 있는 상태로 각각의 모양을 그려라

2) 1번에서 그린 모양으로 공 4개를 꼭 맞게 담을 수 있는 상자를 만들려고 한다. 상자를 만들 수 있는 전개도를 3개 그려라.

3) 2번에서 그린 전개도 중에서 한 개를 선택하여 공 4개를 꼭 맞게 담을 수 상자의 전개도를 준비된 종이 위에 정확하게 그려라. 만든 전개도에 각각의 이름을 쓰고 스키치 테이프로 전개도를 문제지에 붙여라.

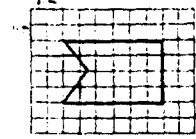
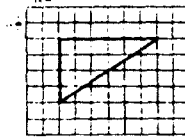
(2) 탐구 능력 평가

탐구형 문제란 문제해결을 위하여 학생 스스로 깊이 사고하도록 하여 그들 자신의 발전된 수학적 사고를 논리적으로 기술하도록 하는 문제로 다음과 같은 특징을 가진다(김정희, 류희찬, 1995): 1) 탐구형 문제는 학생들에게 스스로 사고하고, 자신의 아이디어를 표현할 기회를 제공한다. 2) 탐구형 문제는 학생들에게 단 하나의 답을 고르는 대신에 그들 자신의 문제해결을 논리적으로 기술할 것을 요구한다. 3) 탐구형 문제는 학생들에게 다지 선다형으로는 거의 불가능한 문제해결의 이해를 깊게 설명할 수 있다. 4) 탐구형 문제는 학생들이 여러가지 방법으로 문제를 해결하는 것을 격려한다. 5) 탐구형 문제는 학생들이 수학적 도구를 선택하여 사용할 수 있는 상황을 제공한다.

탐구형 평가 문항의 예를 들면 다음과 같다.

(1) 병철이는 두 수 6과 8의 최대공약수와 최소공배수를 구하고 난 뒤, 다음과 같은 사실을 발견했다: (6, 8)의 최대공약수는 2, (6, 8)의 최소공배수는 24, $6 \times 8 = 2 \times 24$. 다른 수들에서도 같은 결과가 나오는지 확인하여라. 어떤 결론을 내릴 수 있을까?

(2) 아래의 도형과 똑같은 모양의 도형을 친구가 그럴 수 있게 전화로 이야기를 해 준다면 어떻게 설명해 주겠는가?



IV. 수학교육 연구를 위한 제언

지금까지 우리나라 수학교육의 발전 방향을 교육과정, 수업, 평가의 세 가지 측면에서 살펴 보았다. 이제 수학교육 분야에서 시급히 연구되어야 할 몇 가지 과제를 제시하면서 논의를 마치고자 한다.

1. 컴퓨터가 수학교육과정에서 차지하는 위상에 대한 구체적이고 체계적인 연구가 빨리 진행되어야 한다.

우리 나라에서는 1980년 중반 이래 퍼스널 컴퓨터가 대량으로 보급 되고 있으며 수학 교육에서도 컴퓨터를 도입하려는 체계적인 움직임이 있어 왔다. 또한 1996년까지 전국의 모든 초 중 등 공립학교에 약 33만대의 컴퓨터를 보급할 예정으로 있다 (이 목표는 현재 거의 실현되었음). 따라서, 다양한 양질의 c/w의 개발과 함께 컴퓨터를 수학 학습에 어떻게 이용할 것인가에 대한 종합적인 대책이 시급히 마련되어야 한다. 현재 한국의 수학교육체제는 컴퓨터를 활용하지 않아도 그 자체로 운영될 수 있는 닫힌 체제를 가지고 있다. 각 학교에 컴퓨터 교실로 가지고는 있지만 수학시간에 컴퓨터 교실로 이동하여 수학을 배우기에는 적합하지 않으며, 지필 환경에 충실하도록 조직된 교과 내용, 교과 지도 방법, 교실 환경을 가지고 있으며 그 자체 내에서 평가 되고 있다. 앞으로 개선되어야 할 분야는 다음과 같다.

(1) 하드웨어 환경

수학 시간에 컴퓨터를 이용하기 위해 컴퓨터 교실로 이동해야 하는 데 따른 불편 때문에 많

교실로 이동해야 하는 데 따른 불편 때문에 많은 교사들이 컴퓨터의 사용을 기피하고 있다. 각 교실에 한대이상의 시범용 컴퓨터가 설치되어야 한다.

(2) 좋은 소프트웨어의 부족

그 동안 한국에서 수학과용으로 개발된 소프트웨어에는 주로 학생들에게 낮은 차원의 계산 기능이나 문자 변환에 초점을 두거나 교과서에 나오는 내용을 보다 쉽게 풀어 쓴 것이 주종을 이루고 있다. "page turner"로 불리는 이러한 종류의 소프트웨어를 교사들은 선호하지 않고 있다. 그 이유는 지필 환경으로도 이러한 소프트웨어에서 기대하는 효과를 거둘 수 있기 때문이다. 앞으로는 ① 학생들의 내재적 동기 유발을 향상시킬 수 있는 소프트웨어 ② 학생들의 탐구력을 향상시킬 수 있는 도구적인 소프트웨어 ③ 학생들의 시각적인 직관력을 향상시킬 수 있는 소프트웨어의 개발로 방향을 전환해야 한다.

(3) 컴퓨터 통합 수학교육과정

컴퓨터 중심의 수학교육과정의 부재는 교실에서 컴퓨터의 활용을 촉진시키는 필수적인 관건이다. 현재의 교육과정은 컴퓨터를 전제로 만든 교육과정이 아니다. 따라서 교사의 역량에 따라 컴퓨터가 사용될 뿐이다. 새로운 교육 방법의 도입에는 준비과정이 필요하고 많은 교사는 새로운 환경에 도전적이기 못하다. 따라서 어느 정도의 강제성을 띤 교육과정이 만들어질 필요가 있다.

(4) 수학교사 재교육

교사재교육의 문제는 컴퓨터의 사용을 방해하는 또 다른 요소이다. 아이러니컬하게도 한국에서 누구보다도 수학교사들이 컴퓨터의 사용을 꺼리고 있다. 수학교사들은 컴퓨터는 아주 진부한 일 만을 빠르게 할 수 있다는 잘못된 신념을 가지고 있다. 컴퓨터를 실제로 사용하는 장면을 부각시키는 실제적인 훈련에 초점을 둬으로써 컴퓨터가 수학시간에 활용될 수 있다는 마인드를 변화시키는데 초점을 두는 연수가 이루어져야 할 것이다: ① 다양한 컴퓨터 소프트웨어의

소개 ② 기존에 개발된 소프트웨어의 평가 ③ 프로그래밍 활동을 통한 수학 수업 ④ 수학교육과정에서의 계산기와 컴퓨터의 영향.

2. 수학 수업이나 평가시 계산기의 사용을 허용할 것인가에 대한 수학교육계의 입장이 정해져야 한다.

계산기가 수학 학습에 미치는 영향은 지대함에도 불구하고 계산기와 관련된 연구가 미진한 편이다. 계산기를 사용함으로써 생기는 장단점을 면밀히 분석할 필요가 있으며 분석 결과에 대해 빠른 교육적 처방이 내려져야 할 것이다. 많은 수학교육학자들이 계산기는 수학에 대한 흥미와 사고과정을 자극시키고, 수학적 개념 형성 및 문제해결력을 신장시킬 수 있다고 지적하고 수학교육에 계산기의 활용을 적극 권장하고 있다. 계산기가 교육과정에 소개된다면 여러가지 복잡한 유형의 계산을 학생들에게 다 훈련시킬 필요가 없으며 현재의 계산 기능 위주의 교육과정은 대폭 수정될 수 있으리라 본다. 산술의 대폭적인 삭제에 대한 두 가지 측면에서 위험을 생각해 볼 수 있다. 하나는 계산 능력의 질적 하락을 수반할 것이라는 우려이며 다른 하나는 계산 저하와 함께 개념 이해력과 문제해결력의 저하에 대한 우려이다. 이러한 우려에 대해서는 장기적이고 체계적인 연구가 필요하겠지만 오히려 효과적인 계산 훈련이 가능하다면 심각한 문제는 아니라는 생각이다. 차제에 수학 교육자들이 흔히 생각하는 것처럼 계산 기능의 숙달이 개념 학습이나 문제해결의 전제 조건이 되는지에 대한 체계적인 연구가 필요하리라 본다. 비록 계산 능력의 불가피한 하락이 예상되고 검증된다고 해도 계산 능력 만이 수학교육의 유일한 목표는 아니라는 점에서 개혁을 시도해 볼만하다고 생각한다. 왜냐하면, 계산에 집중하는 대신 남은 시간을 이용하여 개념학습이나 문제해결에 치중할 수 있기 때문이다. 이렇게 되면 교육 환경이 훨씬 다양해 질 수 있으며 학생들에게 자연스러운 교육환경을 제공해줄 수 있다. 뿐만 아니라 개념

학습이나 문제해결을 위한 도구로서 계산 기능이 필요함을 인식하게 함으로써 계산 기능의 의미를 파악하게 하여 보다 효과적인 계산 학습을 기대할 수 있다. 또한 계산 기능에 대한 과도한 강조 대신 개념 학습이나 문제 해결 보다 치중할 수 있으며 불필요한 계산 부담을 줄여 수학 학습에 대한 태도를 개선시킬 수 있다.

3. 문제 해결과 창의적 사고의 신장을 위해 교육과정 개편이나 방법론에 대한 재검토가 필요하다.

우리나라 초중등학교의 교육과정 분석 연구에 따르면 교육과정이 지향하는 행동 목표는 90% 이상 지식이나 이해의 차원에 속해 있다. 문제 해결력을 신장시키는 수업 환경을 어떻게 구축할 것인지에 대한 연구가 시급히 이루어져야 한다. 국민학교의 경우 5차 교육과정 때부터 산수 교과서에 여러 가지 문제 단원을 설정해 강조를 하고 있다. 특히 6차 교육과정에서는 이를 더욱 심화시켜 한 학기에 두 단원의 여러 가지 문제 단원을 설정하고 있다. 그러나 중 등의 경우 교육과정 상의 각론 차원에서 문제해결이 강조되지 않고 있다.

국민학교의 경우에도 문제해결력 신장을 위한 수업 방법은 다음과 같은 문제점을 갖고 있다. 첫째 계산력과 문제해결력과의 관계에 있어서, 계산력을 다 갖춘 후에야 문제해결력이 길러질 수 있다고 보는 점이다. 이와는 반대로 계산기능은 문제해결 과정을 통해 길러줄 수도 있다. 특히, 계산기나 컴퓨터가 보편화된 사회에서 계산 능력은 문제해결을 위한 전제 사항이 될 수 없다.

둘째 교과서의 1, 2, 3, 4단원을 마친 후에 문제 해결 단원인 5단원을 배우고 6, 7, 8, 9단원을 마친 후 문제 해결 단원인 10단원을 익히는 것은 수학을 통합적으로 보는 관점과 상충된다. 개념과 기능을 배우는 과정은 문제해결과 분리되어서는 안되며 문제해결 과정을 통해 종합적으로 다루어지지 않으면 안된다.

셋째 여러 가지 문제 단원의 성격이 전체 아동의 측면을 고려하지 않고 있다는 점이다. 평균 이하의 아동들도 자기의 사고를 조직할 수 있는 상황을 제공해 주지 못하고 있다. 대다수의 아동에게 여러 가지 문제 단원에서 제시된 문제의 수준이 높기 때문에 스스로 문제를 이해하고 계획을 수립할 수가 없다.

네째, 학생들의 흥미를 유발시킬 상황이 제시되지 않고 있다는 점이다. 각 단원에서 소개되는 문제가 소재면에서 학생들이 흥미있어 하는지에 대한 검토가 필요하다.

이러한 문제점과 관련하여 전략 게임이나 계산 전략게임의 도입을 고려할 필요가 있다. 전략 게임의 이점은 첫째 게임 자체가 아주 재미있는 것이다. 교사가 흥미로운 전략게임을 이용하여 수업할 때 어린이들은 더욱 즐거운 마음으로 수업에 참여할 것이다. 둘째 전략게임은 어린이들에게 게임에 대한 호기심을 자극하고 남에게 지지 않으려는 마음을 유발시켜 그들의 학습 동기를 강화시키고 보다 높은 학습 성취도를 달성할 수 있도록 도와줄 것이다. 셋째 아동들에게 문제 해결력을 신장시킬 수 있는 기회를 많이 제공할 수 있으며 실제로 전략게임을 통해 문제 해결력을 신장시킬 수 있다는 연구가 많이 있다 (Krulik & Widemann, 1980; Fluck, 1982).

4. 사회 구조의 변화에 부응할 수 있도록 학습 내용과 지도 목표에 대한 재조직이 시급하다.

전통적으로 해오기 때문에 가르치는 것이 아니라 현대 사회의 요구에 부응하기 위해서는 어떤 내용이 새로 추가될 필요가 있고 어떤 내용이 삭제되어야 하는지 우리 현실에 맞는 논의가 있어야 한다. 이를 위해서는 수학교육과정 전반에 걸친 연구 방향을 제시하고 연구 결과를 모니터링하는 장치로서의 학회 내지 전문 단체의 활성화가 필수적이다. 이와 관련하여 한가지 유의할 점은 일부 학생들에게 제한된 범위의 수학을 지도하려는 움직임을 경계하여야 한다는 점이다. 외국의 경우 가급적 모든 학생에게 지도하는 공

있다. 수학 내용의 재조정은 가능하지만 학생에 따라 차등을 두려는 것은 재삼 숙고할 필요가 있다. 교육 목표를 그대로 두고 수준이나 속도 면에서 조정이 가능하리라 본다. 현대 사회에서는 모든 사람에게 상당한 수준의 수학 내용이 지도되어야 한다.

5. 사고력을 측정하는 평가방법의 개선 방안 연구가 시급히 요청된다.

문제 해결력, 창의적 사고, 직관적 사고, 의사소통 능력 등의 고등정신 기능을 평가하는 방법에 대한 연구가 이루어져야 한다. 사고력을 측정하는 새로운 평가 방법이 도입되지 않으면 이들을 교육과정에서 강조하기가 어려울 것이다.

6. 교육과정 개혁을 추진하는 틀이 개선되어야 한다.

수학계, 수학교육계, 사회, 학부모 등이 모두 참여하는 틀이 필요하다. 특히, 앞으로 예상되는 정치적 구조 속에서는 학부모들의 교육과정 개혁에 대한 인식은 대단히 중요하다. 변화의 성격은 이해하고 모든 사람들에게 수준 높은 수학교육이 필요하며, 졸속한 개혁이 이루어져서는 안 된다는 일반 대중의 인식이 없이는 바람직한 개혁을 달성할 수 없다.

참고문헌

- 김민호, 임형, 류희찬 (1995). 국민학교 6학년 학생의 수학 수행 평가 결과에 관한 분석. 1995년도 대한수학교육학회 추계 연구 발표회 프로시딩.
- 김정희, 류희찬 (1995). 국민학교 5학년 수학 탐구형 문항 개발: 학생들의 반응과 오류 형태 분석. 1995년도 대한수학교육학회 추계 연구 발표회 프로시딩.
- Fey, J.T., Good, R.A. (1987). Computers and Applications in Secondary School Mathematics.
- Krulik, S. & Wilderman, A.M. (1976). Mathematics class + strategy games = problem solving. *School Science and Mathematics*, 66, 221-225.
- MSEB (1993). Perspective on school Mathematics: Measuring up prototypes for mathematical Assessment. Mathematical Science Education Board, National Research Council. Washington, DC: National Academy Press.
- NCTM (1980). *Agenda for Action*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (1984). *Computers in School Mathematics. Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. 구광조, 오병승, 류희찬 (역) (1992). *수학교육과정과 평가의 새로운 방향*. 경문사.
- NCTM (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (1995). Reston, VA: NCTM.
- NCTM (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms*. New York: Basic Books, Inc.
- Romberg, T.A., Zarinnia, E.A., Collis, K.F. (1990). A new world view of assessment in mathematics. In G. Kulm. (Ed.), *Assessing higher order thinking in mathematics*. Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.
- Yackel, E., Cobb, P., Wheatley, G., Merkel, G. (1990). The importance of social interaction in children's construction of mathematical knowledge. In T.J. Cooney (Ed.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s*. (NCTM 1990 Yearbook). Reston, VA: NCTM.