

論文95-32A-8-17

$\lambda = 1.55\mu\text{m}$ 에서 극저분산을 갖는 사중-클래드 평탄분산 광섬유의 설계

(Design of Quadruple-Clad, Dispersion -Flattened Optical Fibers with Ultra-Low Dispersion at $\lambda = 1.55\mu\text{m}$)

鄭哲元*, 金昌敏**

(Suk-Won Jung and Chang-Min Kim)

요약

광섬유의 스칼라 파동방정식을 도출하였으며, 이를 토대로 임의의 굴절을 분포를 갖는 광섬유의 분산특성을 해석하였다. 스칼라 파동방정식을 해석하기 위해서 2차 보간함수를 사용한 1차원 유한요소법(FEM)을 적용하였다. 총 분산을 최소화할 수 있는 광섬유의 굴절을 분포를 찾기 위하여 QC(Quadruple-Clad)형 광섬유를 대상으로 하였다. DC(Double-Clad)형 광섬유를 바탕으로 2차, 3차클래드를 첨가하며 분산특성의 변화를 살펴 보았다. $1.4\sim 1.6\mu\text{m}$ 파장범위에서 0.5 ps/km.nm 이하의 극저 분산치를 가지며, $\lambda = 1.55\mu\text{m}$ 에서는 분산치가 0.20 ps/km.nm 인 QC형 광섬유 파라미터를 찾을 수 있었다.

Abstract

Derived was the scalar wave equation of optical fibers. Based on the derived equation, the dispersion characteristics of arbitrarily profiled fibers were analyzed. We applied the 1-D FEM employing quadratic interpolation functions to solve the scalar wave equation. To find the optimum index distribution of a fiber that has the ultra-low total dispersion, we analyzed QC fibers as objects. Adding 2nd and 3rd clads to DC fiber, we investigated the change of dispersion characteristics. We found the QC fiber parameters for which the dispersion was ultra-low flattened, less than 0.5 ps/km.nm for $\lambda = 1.4\sim 1.6\mu\text{m}$, and the dispersion value was as low as 0.20 ps/km.nm at $\lambda = 1.55\mu\text{m}$.

I. 서론

광통신을 위한 기본 요소로서는 광원으로서 LD, 광매체로서는 광섬유, 광검파기로서는 PD 그리고 그 외

에는 집적광학소자들^[1]이 수동 및 능동 광신호처리를 담당하고 있다. 단일모드 광섬유는 장거리 광통신을 위한 전송매체로서 훌륭한 역할을 해오고 있다. 광섬유 전송시스템의 성능 및 가격을 결정짓는 커다란 요인중의 하나는 무중계거리이다. 무중계거리는 주로 광섬유의 손실과 분산특성에 의하여 결정지어진다^[2]. 최근 광섬유 증폭기의 급속한 발전으로 광섬유의 손실을 보상함으로써 무중계거리를 늘릴 수 있는 여건이 마련되

* 學生會員, ** 正會員, 서울시立大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng. Seoul City Univ.)

接受日字:1995年2月19日, 수정완료일:1995年8月16日

고 있다¹³⁾. 분산특성은 변조대역폭에 직접적인 영향을 미치며 이의 개선을 위하여 광섬유 굴절률분포의 최적설계, 또는 soliton 펄스의 발생¹⁴⁾ 등은 광전자, 광통신 분야 전문가의 커다란 관심사이다.

광섬유에 가능한 전송대역폭은 수 THz 정도에 이르고 있으나, 아직은 주변 전자회로, 광변조기술의 제한으로 말미암아 신호의 변조대역폭이 수십 GHz 정도에 머무르고 있다. 이 변조대역폭을 제한하는 광섬유특성중의 하나는 분산특성이다. 이 분산특성을 좋게하기 위하여 여러가지 형태의 광섬유가 제안되고 있으며¹⁵⁻⁷⁾ DC형, QC형 광섬유 등은 그 좋은 예에 속한다. SC(single-clad)형 광섬유가 천이분산 (dispersion-shifted) 특성을 갖고 있다면, DC(double-clad)형 광섬유는 설계치 선택에 따라 천이분산, 혹은 평탄분산(dispersion-flattened)의 분산특성이 가능하다. 이보다 한 발 더 나아가 QC(quadruple-clad)형 광섬유는 평탄분산특성 외에도 극저분산을 이룰 수 있는 훌륭한 구조로 각광을 받기 시작했다.¹⁸⁾

본 논문에서 우리는 Maxwell 방정식으로부터 광섬유에서의 파동을 기술할 수 있는 1차원 스칼라 파동방정식을 유도하였다. 스칼라 파동방정식을 해석하기 위해서 2차 보간함수를 사용한 1차원 유한요소법(FEM : Finite Element Method)을 적용하였다. 유한요소법을 적용하면 스칼라 파동방정식은 행렬의 고유치문제로 바뀌어진다. 얻어진 고유치는 전파상수와 분산계수에 직접적으로 관련이 있다. 단일 모드 광섬유 분산의 주요 요소는 재료분산(색분산)과 도파로분산(구조분산)이다. 총분산은 재료분산과 도파로분산의 합으로 나타낼 수 있다. 광섬유의 굴절률분포를 적절히 조절함으로써 재료분산과 도파로분산이 서로 상쇄되도록 하여 원하는 파장 범위에서 총분산을 영으로 가져갈 수 있다. 색분산은 전파상수를 파장에 대하여 2차 미분함으로써 구할 수 있다.

본 논문에서는 최적화된 DC형 광섬유¹⁹⁾에 대한 분산특성을 살펴 보고, QC형 광섬유의 경우에는 DC형 광섬유 구조에 2차 클래드와 3차 클래드를 첨가했을 때 분산특성이 어떤 변화를 하는지 살펴본다. α -승 분포 광섬유나 DC형 광섬유에 대해서는 이미 많은 연구가 이루어져 왔다. 일반적으로 SC형 α -승 분포 광섬유는 한 파장에 대하여 영분산을 갖고 천이분산을 보인다. DC형 광섬유는 경우에 따라서는 두 파장에 대하여도 영분산이 가능하며 천이분산 또는 평탄분산

의 특성을 보인다. 반면 QC형 광섬유에 대해서는 결정해야할 파라미터가 너무 많은 편이어서 아직 충분한 해석이 이루어지지 않았다. QC형 광섬유의 경우는 세 파장까지도 영분산이 가능하고, 바람직한 평탄 분산특성이 가능하다. 클래드 층의 갯수가 늘어날수록 더 많은 파장들에서 영분산을 가질 수 있으며, 더 자유로운 설계가 가능하다.

논문¹⁸⁾에서 DC형 광섬유의 경우 분산치가 1.3, 1.55 μm 두파장에서 총분산이 거의 0이 되는 굴절률분포 설계치가 소개되었다. 또한 $\lambda = 1.4 \sim 1.7 \mu\text{m}$ 파장범위에서 1.0 ps/km.nm 이하의 분산치를 가지며 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 에서 0.65 ps/km.nm의 분산치를 갖는 광섬유 설계치가 소개된 바 있다. 본 논문의 해석결과 QC형 광섬유에서는 1.4~1.6 μm 파장범위에서 0.5 ps/km.nm 이하의 극저 분산을 보이며, 특히 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 에서는 0.2 ps/km.nm의 분산치를 보이는 설계 파라미터를 찾을 수 있었다.

II. 스칼라 파동 방정식의 도출

일반 전자계의 시간 과 z방향 의존성은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\vec{E} = [\vec{E}_t(r, \phi) + \hat{z}E_z(r, \phi)] e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (1)$$

$$\vec{H} = [\vec{H}_t(r, \phi) + \hat{z}H_z(r, \phi)] e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (2)$$

전계, 자계의 횡방향 성분은 축방향 성분의 함수로 다음 식과 같은 관계로 도출된다 [부록A].

$$\vec{E}_t = -j \frac{\beta}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} \left[\nabla E_z - \frac{\omega \mu_0}{\beta} \hat{z} \times (\nabla H_z) \right] \quad (3)$$

$$\vec{H}_t = -j \frac{\beta}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} \left[\nabla H_z + \frac{\omega \epsilon}{\beta} \hat{z} \times (\nabla E_z) \right] \quad (4)$$

전계, 자계의 ϕ 방향 의존성을 $e^{j\phi}$ 로 가정하고, 식(3), (4)에서 횡면 전자계의 성분을 r 과 ϕ 성분으로 분리하면 다음과 같이된다.

$$E_r = \frac{1}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} \left[-j\beta \frac{dE_z}{dr} + \frac{\nu \omega \mu_0}{r} H_z \right] \quad (5)$$

$$E_\phi = \frac{1}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} \left[j\omega \mu_0 \frac{dH_z}{dr} + \frac{\nu \beta}{r} E_z \right] \quad (6)$$

$$H_r = \frac{1}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} \left[-j\beta \frac{dH_z}{dr} - \frac{\nu \omega \epsilon}{r} E_z \right] \quad (7)$$

$$H_\phi = \frac{1}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} \left[-j\omega \epsilon \frac{dE_z}{dr} + \frac{\nu\beta}{r} H_z \right] \quad (8)$$

한편 식(1), (2)를 Maxwell 방정식에 대입하여 정리하면, 약간의 계산 후 다음의 E_z , H_z 에 관한 두 개의 미분방정식을 얻을 수 있다 [부록A]. 단, β 는 전파 상수이다.

$$\begin{aligned} & \frac{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)}{\epsilon} \nabla \cdot \left[\frac{\epsilon (\nabla E_z)}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} \right] + (\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) E_z \\ & - \frac{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)}{\mu_0 \epsilon} \nabla \left[\frac{\mu_0 \epsilon}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)} \right] \\ & \left[\hat{z} \times \frac{\omega \mu_0}{\beta} (\nabla H_z) \right] = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)}{\mu_0} \nabla \cdot \left[\frac{\mu_0 (\nabla H_z)}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} \right] + (\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) H_z \\ & + \frac{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)}{\mu_0 \epsilon} \nabla \left[\frac{\mu_0 \epsilon}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)} \right] \\ & \left[\hat{z} \times \frac{\omega \epsilon}{\beta} (\nabla E_z) \right] = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

식(9), (10)을 원주 좌표계로 풀어서 전개하면 다음의 E_z , H_z 에 관한 미분 방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 E_z}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} + \frac{-\beta^2 \epsilon}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) \epsilon} \right] \frac{dE_z}{dr} - \frac{\nu^2}{r^2} E_z + (\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) E_z \\ & = j \frac{\nu \omega \mu_0 \beta \epsilon}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) \epsilon r} H_z \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 H_z}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} + \frac{-\omega^2 \mu_0 \epsilon}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)} \right] \frac{dH_z}{dr} - \frac{\nu^2}{r^2} H_z + (\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) H_z \\ & = -j \frac{\nu \omega \beta \epsilon}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) r} E_z \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 ϵ , E_z , H_z 는 r 만의 함수이다. ϵ' 은 ϵ 을 r 에 대하여 1차 미분한 함수이다. 위 식들을 정규화하기 위해 다음의 파라미터들을 도입한다.

$$\epsilon(r) = \epsilon_0 n^2(r) = \epsilon_0 n_1^2 [1 - 2\Delta f(r)], \quad 0 \leq f(r) \leq 1 \quad (13)$$

$$u^2 = (k_0^2 n_1^2 - \beta^2) a^2 = a^2 k_0^2 (n_1^2 - N^2) \quad (14)$$

$$w^2 = (\beta^2 - k_0^2 n_2^2) a^2 = a^2 k_0^2 (N^2 - n_2^2) \quad (15)$$

$$v^2 = u^2 + w^2 = a^2 k_0^2 (n_1^2 - n_2^2) \quad (16)$$

여기서 $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, $\beta = k_0 N$, a 는 코어 반경이다. 그리고 N 은 mode index라하며, v 는 정규화 주파수(normalized frequency)라 한다. Δ 는 코어와 클래드의 비굴절율차를 나타낸다. 즉,

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \left(\approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \right) \quad (17)$$

이다. 이상의 파라미터 들을 이용하여 식(5)~(8), (11)~(12)를 정리하면 다음과 같다.

$$E_r = \frac{a^2}{[u^2 - v^2 f(r)]} \left[-j\beta \frac{dE_z}{dr} + \frac{\nu \omega \mu_0}{r} H_z \right] \quad (18)$$

$$E_\phi = \frac{a^2}{[u^2 - v^2 f(r)]} \left[j\omega \mu_0 \frac{dH_z}{dr} + \frac{\nu \beta}{r} E_z \right] \quad (19)$$

$$H_r = \frac{a^2}{[u^2 - v^2 f(r)]} \left[-j\beta \frac{dH_z}{dr} - \frac{\nu \omega \epsilon_0 n^2(r)}{r} E_z \right] \quad (20)$$

$$H_\phi = \frac{a^2}{[u^2 - v^2 f(r)]} \left[-j\omega \epsilon_0 n^2(r) \frac{dE_z}{dr} + \frac{\nu \beta}{r} H_z \right] \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 E_z}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} + \frac{v^2 f'}{(u^2 - v^2 f)} \left(\frac{\beta}{kn(r)} \right)^2 \right] \frac{dE_z}{dr} + \left[\frac{(u^2 - v^2 f)}{a^2} - \frac{v^2}{r^2} \right] E_z \\ & = -j \frac{\nu^2 \beta f}{rn^2(r) \omega \epsilon_0 (u^2 - v^2 f)} H_z \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 H_z}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} + \frac{v^2 f'}{(u^2 - v^2 f)} \right] \frac{dH_z}{dr} + \left[\frac{(u^2 - v^2 f)}{a^2} - \frac{v^2}{r^2} \right] H_z \\ & = j \frac{\nu^2 \beta f}{r \omega \mu_0 (u^2 - v^2 f)} E_z \end{aligned} \quad (23)$$

E_z , H_z 를 다음과 같이 정의한다¹⁰⁾.

$$E_z = \left(\frac{1}{n_1} \right)^{1/2} \Phi(r) \quad (24)$$

$$H_z = -j \left(\frac{\epsilon_0 n_1}{\mu_0} \right)^{1/2} \Psi(r) \quad (25)$$

여기서 $\Phi(r)$, $\Psi(r)$ 는 미지의 스칼라 함수이다. 이들 식을 식(22), (23)에 대입하면 다음과 같은 연립 미방을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} + \frac{f' [1 - 2\Delta(1-b)]}{(1-b-f)(1-2\Delta f)} \right] \frac{d\Phi}{dr} \\ & + \left[\frac{v^2}{a^2} (1-b-f) - \frac{v^2}{r^2} \right] \Phi \\ & = -\frac{\nu f' [1 - 2\Delta(1-b)]^{1/2}}{r(1-b-f)(1-2\Delta f)} \Psi \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \Psi}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} + \frac{f'}{(1-b-f)} \right] \frac{d\Psi}{dr} \\ & + \left[\frac{v^2}{a^2} (1-b-f) - \frac{v^2}{r^2} \right] \Psi \\ & = -\frac{\nu f' [1 - 2\Delta(1-b)]^{1/2}}{r(1-b-f)} \Phi \end{aligned} \quad (27)$$

여기서

$$b = 1 - u^2/v^2 \quad (28)$$

이며 b 는 정규화 전파상수(normalized propagation constant)라 부른다.

$$MG_1 = G_1 \quad (32a)$$

$$MG_2 = -G_2 \quad (32b)$$

i) $G_2=0$ 인 경우 $\phi = \psi = G_1$ 이 되어 HE모드에 대응되며, 식(32a)가 지배방정식이 된다. ii) $G_1=0$ 인 경우는 $\phi = \psi = -G_2$ 가 되며 EH모드에 대응되며, 식(32b)가 지배방정식이 된다. G 에 관한 지배방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$G'' + \left[\frac{1}{r} + \frac{f'}{(1-b-f)} \right] G' + \left[\frac{v^2}{a^2}(1-b-f) - \frac{v^2}{r^2} \pm \frac{v f'}{\kappa(1-b-f)} \right] G = 0 \quad (33)$$

여기서 위 부호는 HE모드, 아래 부호는 EH모드에 대응된다.

식(18)~(21)에 기술된 횡방향 전자계 성분들을 약도파로 조건하에 축방향 함수 G 로 표현하면 다음과 같다.

$$E_r = -\frac{j}{2\Delta k_0 n_1^{3/2}(1-b-f)} \left[\frac{dG}{dr} \pm \frac{vG}{r} \right] \quad (34)$$

$$E_\phi = \pm \frac{1}{2\Delta k_0 n_1^{3/2}(1-b-f)} \left[\frac{dG}{dr} \pm \frac{vG}{r} \right] \quad (35)$$

$$H_r = \mp n_1 \left(\frac{\epsilon_{11}}{\mu_0} \right)^{1/2} \frac{1}{2\Delta k_0 n_1^{3/2}(1-b-f)} \left[\frac{dG}{dr} \pm \frac{vG}{r} \right] \quad (36)$$

$$H_\phi = -n_1 \left(\frac{\epsilon_{11}}{\mu_0} \right)^{1/2} \frac{j}{2\Delta k_0 n_1^{3/2}(1-b-f)} \left[\frac{dG}{dr} \pm \frac{vG}{r} \right] \quad (37)$$

위 식들에 공통적으로 포함되어있는 성분을 다음과 같이 정의한다.

$$R(r) = \frac{1}{(1-b-f)} \left[\frac{dG}{dr} \pm \frac{vG}{r} \right] \quad (38)$$

$R(r)$ 을 '횡방향 함수(transverse field function)'라 하고, 이 함수를 한번 미분하여 식(33)에 대입하면 다음과 같은 G 즉, '축방향 함수(axial field function)'와의 관계를 이끌어 낼 수 있다.

$$G = -\frac{a^2}{v^2} \left[\frac{dR}{dr} \mp \frac{(v \mp 1)R}{r} \right] \quad (39)$$

식(39)을 식(38)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 최종적인 광섬유 스칼라 파동방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left[\frac{v^2}{a^2}(1-b-f) - \frac{(v \mp 1)^2}{r^2} \right] R = 0 \quad (40)$$

III. 약도와 광섬유의 해석

1. 약도와 조건에서의 파동방정식

1) $\nu = 0$

이는 전자계 분포가 축대칭인 경우에 해당된다. 식(26), (27)은 독립된 미방이 된다. $\phi=0$ 또는 $\psi=0$ 에 따라 해는 TE모드 또는 TM모드로 분류된다.

i) $\phi = 0$ 인 경우는 식(27)이 지배방정식이 되고, $E_z = 0$ 이므로 TE_{0n} 모드에 해당된다.

ii) $\psi = 0$ 인 경우는 식(26)이 지배방정식이 되고, $H_z = 0$ 이므로 TM_{0n} 모드에 해당된다.

2) $\nu \neq 0$

이는 E_z, H_z 가 모두 존재하는 혼성모드에 해당된다. 식(26), (27)에서 약도와 조건, 즉 $\Delta \ll 1$ 인 경우를 고려하기로 한다. 현실적으로 설계, 제조되는 광섬유는 모두가 이 범위에 속하므로 가정은 전혀 무리가 되지 않으며, 이를 약도와 조건이라 부른다. 따라서 Δ 는 무시할 수 있으므로 식(26), (27)은 다음과 같은 형태가 된다.

$$M\phi = \psi \quad (29a)$$

$$M\psi = \phi \quad (29b)$$

축방향 함수 ϕ, ψ 에 대한 연산자 M 은 다음과 같다.

$$M = -\frac{\kappa(1-b-f)}{v f'} \left\{ \frac{d^2}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} + \frac{f'}{(1-b-f)} \right] \frac{d}{dr} + \left[\frac{v^2}{a^2}(1-b-f) - \frac{v^2}{r^2} \right] \right\} \quad (30)$$

ϕ, ψ 를 다음과 같이 G_1, G_2 의 합성함수로 표기하기로 한다.

$$\phi = G_1 + G_2 \quad (31a)$$

$$\psi = G_1 - G_2 \quad (31b)$$

식(29)는 다음의 미분방정식으로 분리되어 독립된 두 개의 해 G_1, G_2 가 존재하게 된다. G_1, G_2 역시 축방향 함수임을 유의하라.

위 식에서 위부호는 $HE_{\nu\mu}$ 모드에, 아래부호는 $EH_{\nu\mu}$ 모드에 해당한다. ν 는 전자계의 ϕ 방향 양자수이고, μ 는 고유방정식의 μ 번째 해를 의미한다.

2. 유한요소법(FEM)에 의한 파동방정식의 해석

식(40)의 파동 방정식은 1차원 2차미분 고유방정식의 형태이므로 1차원 FEM을 적용할 수 있다. FEM을 적용하기 위해서는 경계에서의 경계조건을 정의해 주어야 한다. 일반적으로 even 모드에 대해서는 $r=0$ 에서 전계함수의 1차 도함수는 0이 되고, odd 모드에 대해서는 $r=0$ 에서 전계함수는 0이다. 그리고 $r=\infty$ 에서 일반적으로 전계함수의 크기는 무시할 수 있다. 이상의 경계조건을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dR(r)}{dr} \Big|_{r=0} = 0, \quad \text{even 모드} \\ R(0) = 0, \quad \text{odd 모드} \end{array} \right. \quad (41)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dR(r)}{dr} \Big|_{r=0} = 0, \quad \text{even 모드} \\ R(0) = 0, \quad \text{odd 모드} \end{array} \right. \quad (42)$$

$$R(r) \Big|_{r=\infty} = 0 \quad (43)$$

그림 1에는 전영역 Ω 를 2차 선 요소로 분할하였으며 각 요소번호 및 절점번호를 표시해 놓았다.

미분가능한 시험함수 ξ 를 식(40)에 곱하고 위 그림에서 요소분할 영역 $\Omega^e = [r_1^{(e)}, r_3^{(e)}]$ 에 대해서 적분하여 변분공식(variational formulation)을 이끌어 내면 다음과 같다¹¹¹⁾.

$$0 = \int_{\Omega^e} \xi \left\{ \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + r \left[\frac{\nu^2}{a^2} (1-b-f) - \frac{(\nu \mp 1)^2}{r^2} \right] R \right\} dr$$

$$= \int_{\Omega^e} \left\{ -r \frac{d\xi}{dr} \frac{dR}{dr} + r \left[\frac{\nu^2}{a^2} (1-b-f) - \frac{(\nu \mp 1)^2}{r^2} \right] \xi R \right\} dr + r \xi \frac{dR}{dr} \Big|_{r_1^{(e)}} - r \xi \frac{dR}{dr} \Big|_{r_3^{(e)}} \quad (44)$$

여기서 요소의 경계에서의 dR/dr 의 값을 다음과 같이 치환한다.

$$r \frac{dR}{dr} \Big|_{r_1^{(e)}} \equiv c_1^{(e)}, \quad r \frac{dR}{dr} \Big|_{r_3^{(e)}} \equiv c_3^{(e)} \quad (45)$$

e번째 요소내에서 횡방향 함수 R 은 요소내의 절점치 $R_j^{(e)}(j=1,2,3)$ 와 보간함수 $\varphi_j^{(e)}(r)$ 로 다음과 같이 표현된다.

$$R = \sum_{j=1}^3 R_j^{(e)} \varphi_j^{(e)}(r) \quad (46)$$

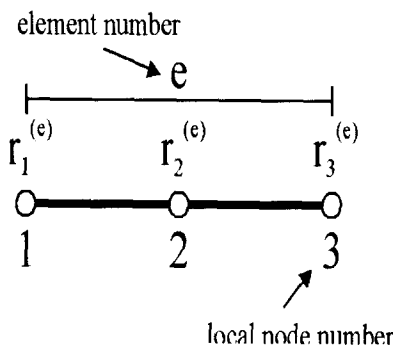
여기서 $\varphi_j^{(e)}(r)$ 은 다음과 같이 표현한다.

$$\varphi_1^{(e)}(r) = \frac{(r-r_3^{(e)})(2r-r_1^{(e)}-r_3^{(e)})}{(r_3^{(e)}-r_1^{(e)})^2} \quad (47a)$$

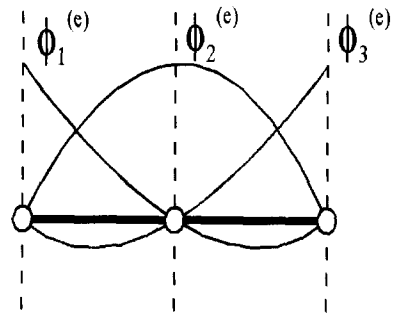
$$\varphi_2^{(e)}(r) = \frac{4(r-r_1^{(e)})(r_3^{(e)}-r)}{(r_3^{(e)}-r_1^{(e)})^2} \quad (47b)$$

$$\varphi_3^{(e)}(r) = \frac{(r-r_1^{(e)})(2r-r_1^{(e)}-r_3^{(e)})}{(r_3^{(e)}-r_1^{(e)})^2} \quad (47c)$$

여기서 $r_j^{(e)}$ 는 선요소의 양끝, 즉 $j(j=1,3)$ 에서의 좌표이다. 식(47)으로 부터 각 보간함수는 자신의 절점에서는 1이고, 자신 이외의 절점에서는 0인 2차 함수가 된다는 것을 알 수 있다.



(a)



(b)

그림 1. (a) 2차 선요소, (b) 요소내 보간함수

Fig. 1. (a) Quadratic line element, (b) Interpolation functions in e-th element

식(46)의 R과 시험함수 $\xi = \varphi_i^{(e)}$ 를 식(44)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$0 = \sum_{j=1}^3 \left[\int_{a_j}^b \left\{ -r \frac{d\varphi_j^{(e)}}{dr} \frac{d\varphi_i^{(e)}}{dr} + r \left[\frac{v_j^2}{a^2} (1-b-f) - \frac{(v_j^2-1)^2}{r^2} \right] \varphi_j^{(e)} \varphi_i^{(e)} \right\} dr \right] R_j^{(e)} - c_1^{(e)} \varphi_i^{(e)}(r_1^{(e)}) + c_3^{(e)} \varphi_i^{(e)}(r_3^{(e)}) \quad , i=1,2,3 \quad (48)$$

즉, 이것을 다시 행렬로 표현하면 다음과 같은 요소행렬식을 얻는다.

$$[K_{ij}^{(e)}] \{R_j^{(e)}\} - b[S_{ij}^{(e)}] \{R_j^{(e)}\} = \{F_i^{(e)}\} \quad (49)$$

여기서

$$K_{ij}^{(e)} = \int_{a_j}^b \left\{ -r \frac{d\varphi_j^{(e)}}{dr} \frac{d\varphi_i^{(e)}}{dr} + r \left[\frac{v_j^2}{a^2} (1-f) - \frac{(v_j^2-1)^2}{r^2} \right] \varphi_j^{(e)} \varphi_i^{(e)} \right\} dr \quad (50a)$$

$$S_{ij}^{(e)} = \int_{a_j}^b r \left[\frac{v_j^2}{a^2} \varphi_j^{(e)} \varphi_i^{(e)} \right] dr \quad (50b)$$

$$F_i^{(e)} = c_1^{(e)} \varphi_i^{(e)}(r_1) - c_3^{(e)} \varphi_i^{(e)}(r_3) \quad (50c)$$

이다. 식(42), (43)의 경계조건을 적용하고 요소행렬식을 모든 요소에 걸쳐 합하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[K] \{R\} - b[S] \{R\} = \{0\} \quad (51)$$

행방향함수 R의 연속성과 식(45)로부터 $c_3^{(e-1)} = c_1^{(e)}$, $c_3^{(e)} = c_1^{(e+1)}$ 이 됨을 고려하고, 식(50c)를 살펴보면 합성행렬 식(51)의 우변이 0이 되는 것은 타당하다. 여기서

$$[K] = \sum_{e=1}^N \left[\sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 K_{ij}^{(e)} \right] \quad (52a)$$

$$[S] = \sum_{e=1}^N \left[\sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 S_{ij}^{(e)} \right] \quad (52b)$$

이다. 식(51)은 고유치문제의 형태이며, 그것의 고유치는 b에, 고유함수는 R에 해당한다.

그림2는 FEM에 의하여 균일 코어 광섬유(step index fiber)를 해석하여 b-v곡선을 그린 것이다.

이론적으로 기본모드(HE₁₁)의 차단 정규화주파수는 v_{c0} = 0.0이어야 한다. 그러나 FEM해석결과 그림에서 보듯이 차단주파수가 v_{c0} = 0.8로 나타난 것을 볼 수 있다. 이것은 해석시 컴퓨터의 메모리 한계때문에 행렬의 크기를 제한시켜야 하는 문제때문에 나타난 오

차이며, 차단주파수 부근에서 이론과 약간의 차이가 나타났을 뿐, 그 이상의 영역에서는 이론치와 잘 일치한다. 1차 모드의 차단 정규화주파수 v_{c1} = 2.4로 이론치와 거의 유사한 값을 보여주고 있다.

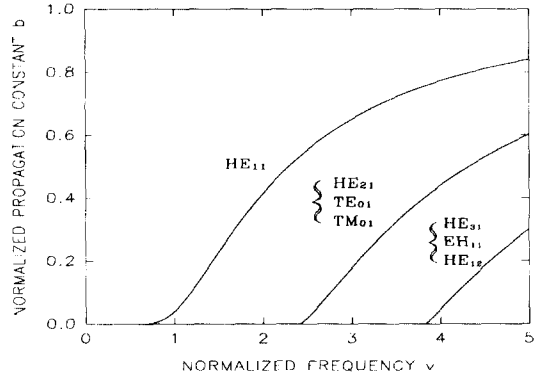


그림 2. 균일 코어 광섬유에 대한 b-v곡선
Fig. 2. b-v curve for step-index fiber.

IV. QC형 광섬유의 분산특성 최적화

전송되는 광신호 펄스는 광섬유를 따라 진행할수록 점점 더 왜곡된다. 이 왜곡은 광섬유에서의 분산의 결과이다. 단일모드 광섬유에서 총분산은 주로 두 요소로 구성되는데 재료분산(D_{mat})과 도파로분산(D_{wg})이다.

재료분산은 주어진 재료의 굴절율이 파장장의 함수로 변하기 때문에 발생한다. 재료분산은 다음 식으로 기술할 수 있다^[12].

$$D_{mat}(\lambda) = \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (53)$$

c는 진공중의 광속이며 n은 파장 λ에서의 굴절율이다. 재료분산은 광섬유를 구성하는 재료에 의존한다. 전형적인 재료분산 곡선을 그림 3에 그려 놓았다. 본 논문에서 재료분산은 클래드 재료의 분산을 취하였다.

도파로분산이 발생하는 이유는 전파모드의 군속도가 빛의 주파수 또는 파장에 대하여 일정하지 않기 때문에 일어난다. 도파로분산은 다음식으로 기술할 수 있다^[12]

$$D_{wg} = - \frac{n_{clad} \Delta}{c \lambda} v \frac{d^2 (vb)}{dv^2} \quad (54)$$

총분산은 다음식과 같이 재료분산과 도파로분산의 합으로 나타낼 수 있으며, D_{mat}은 그림 3으로부터 얻

는다.

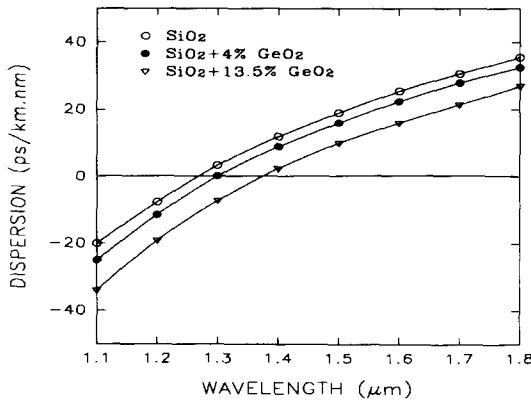


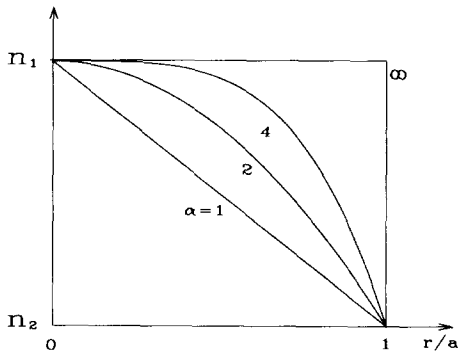
그림 3. 재료분산 곡선
Fig. 3. Material dispersion curves.

$$D_{tot} = D_{mat} + D_{wg} \quad (55)$$

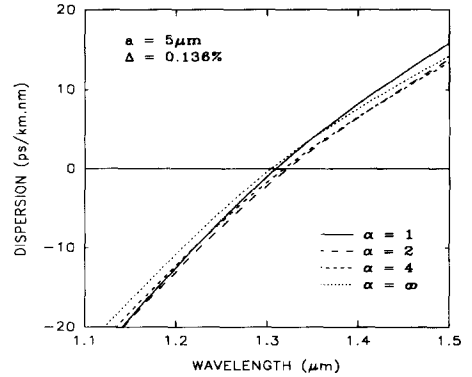
본 논문에서는 SiO₂ 재질을 대상으로 하여 분산특성을 살펴보기로 한다.

1. Single-Clad(SC)형 광섬유

단일클래드 구조의 광섬유중에서 굴절율분포가 $n(r) = (r/a)^{\alpha}$ 의 형태를 가질 때 α -승 분포 광섬유라 부르며, 굴절율분포를 그림 4(a)에 그려놓았다. 각 분포에 대한 분산곡선은 그림 4(b)에 나타나 있다. 광섬유의 파라미터 a, Δ 는 그림에서 볼 수 있듯이 파장 1.3μm 근처에서 영분산이 일어나면서 단일 모드가 되도록 설정하였다. α 가 커짐에 따라 곡선의 기울기가 약간 완만해지는 것을 볼 수 있으나 그 특징이 뚜렷하지는 않다.



(a) 굴절율 분포
(a) Refractive index profiles



(b) 분산 곡선
(b) Dispersion curves

그림 4. α -승 분포 광섬유 분산특성
Fig. 4. Dispersion characteristics of α -profile fibers.

일반적으로 단일 클래드 광섬유의 경우, 굴절율 분포를 변화시킨다 하더라도 그 분산특성이 균일코어 광섬유($\alpha = \infty$)에 비하여 별로 개선되지 않고 있음을 알 수 있다.

SC형 α -승 분포 광섬유는 총분산이 오직 한 파장에서 영이 되며 기울기가 다소 가파르다. 그리고 총분산이 영이 되는 파장을 어느 정도 임의로 천이시킬 수 있는 천이분산특성을 가지고 있다. 그러나 영분산을 보이는 파장 근처에서 분산곡선의 기울기가 가파른 이유로 변조대역폭의 제한을 받게 된다.

2. Double-Clad(DC)형 광섬유

DC형 광섬유의 굴절율 분포를 그림 5에 나타내었으며, 논문¹⁸⁾의 최적화된 광섬유의 파라미터와 그에 대한 분산곡선을 표 I과 그림 6, 7에 나타내었다.

그림 6에서 최적화된 DC형 광섬유(Optimized DC Fiber) #1의 경우 1차 모드의 차단파장 λ_{c2} 가 0.94μm로 파장 1.3μm와 1.55μm에서 모두 단일모드 조건을 만족한다. 그리고 파장 1.3μm와 1.55μm 근처에서 동시에 영분산을 보이고 있다. 분산의 크기는 $\lambda = 1.3 \sim 1.55\mu\text{m}$ 에서 3 ps/km.nm이하로 아주 낮고 평탄한 분산을 보이고 있다. $\lambda = 1.3\mu\text{m}$ 와 1.55μm에서 천이분산 광섬유(Dispersion-shifted optical fiber)로 적합한 경우에 해당된다.

한편 그림 7의 최적화된 DC형 광섬유 #2는 #1보다도 훨씬 넓은 파장범위에서 더욱 낮고 평탄한 분산

특성을 보인다. 특징은 파장범위 1.4~1.7 μm 에서 분산치가 1.0 ps/km.nm로 앞의 것보다 훨씬 넓은 범위에서 훨씬 낮은 분산치를 보이고 있다. 특히 $\lambda=1.55\mu\text{m}$ 에서는 분산치가 0.56ps/km.nm이다. $\lambda=1.55\mu\text{m}$ 를 중심으로 평탄분산 광섬유(Dispersion-flattened optical fiber)로써 적합한 경우에 해당됨을 알 수 있다.

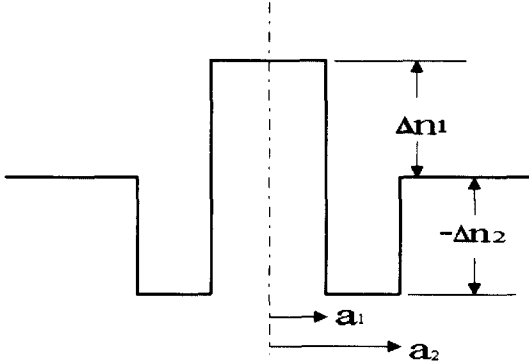


그림 5. DC형 광섬유의 굴절율 분포
Fig. 5. Refractive index profile of DC fiber.

표 1. 최적화된 DC형 광섬유의 파라미터 값
Table 1. Parameters of optimized DC fibers.

	$a_1(\mu\text{m})$	Δn_1	$a_2(\mu\text{m})$	$-\Delta n_2$	$\lambda_c(\mu\text{m})$
Optimized DC Fiber #1	3.5	0.006	5.5	0.008	0.94
Optimized DC Fiber #2	3.5	0.006	4.5	0.007	0.98

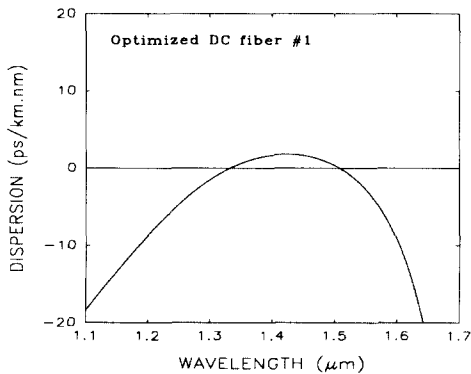


그림 6. $\lambda=1.3\mu\text{m}$, 1.55 μm 에서 0분산을 보이는
천이분산형
Fig. 6. Dispersion-shifted type of which dispersion value is zero for $\lambda=1.3, 1.55\mu\text{m}$

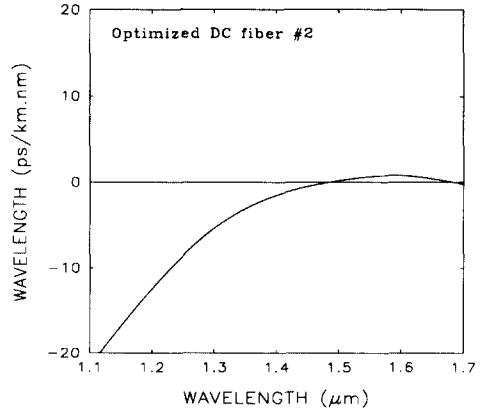


그림 7. $\lambda=1.55\mu\text{m}$ 에서 저분산을 보이는 평탄
분산형
Fig. 7. Dispersion-flattened type of which dispersion value is low for $\lambda=1.55\mu\text{m}$.

3. Quadruple-Clad(QC)형 광섬유

QC형 광섬유의 굴절율 분포를 그림 8에 나타내었다. 그림에서도 볼 수 있듯이 QC형 광섬유는 결정해야 할 파라미터가 DC형 광섬유보다도 훨씬 많다. 앞의 DC형 광섬유의 해석에서 이미 코어 파라미터와 1차 클래드 파라미터의 변화에 대한 분산곡선의 변화를 살펴 보았다.

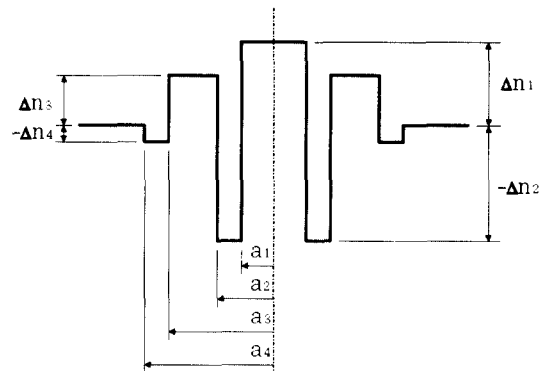


그림 8. QC형 광섬유의 굴절율 분포
Fig. 8. Refractive index profile of QC fiber.

이하의 해석에서는 그림 6의 최적화된 DC형 광섬유 #1에 2차 클래드와 3차 클래드를 추가했을 때의 분산곡선의 변화를 살펴 보았다.

먼저 2차 클래드 파라미터 a_3 의 변화에 대한 분산특성을 살펴보자. 표II에 QC1~QC5의 파라미터와 λ_c

를 수록하였다. 표II에서 a_3 의 증가에 따라 λ_{c2} 는 $0.94\mu\text{m}$ 에서 $2.47\mu\text{m}$ 로. 즉 단파장에서 장파장쪽으로 심하게 변화하여 QC4, QC5는 파장 $1.3\mu\text{m}$ 와 $1.55\mu\text{m}$ 에서 단일모드가 되지 않는다. 그림 9는 a_3 의 변화에 대한 분산곡선이다. 그림에서 a_3 가 증가함에 따라 분산곡선은 DC형 광섬유보다 더 평탄해지다가 a_3 가 어느 값 이상일 때는 분산치가 한파장에서 영이 되는. 비교적 기울기가 가파른 곡선의 모양이 되는 것을 볼 수 있다.

표 2. QC1~QC5의 파라미터 값
Table 2. Parameters of QC1~QC5.

$a_1=3.5\mu\text{m}$, $a_2=5.5\mu\text{m}$, $a_4=a_3$
 $\Delta n_1=0.006$, $\Delta n_2=0.008$, $\Delta n_3=0.005$, $\Delta n_4=0.000$

Fiber	QC1	QC2	QC3	QC4	QC5
$a_3(\mu\text{m})$	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5
$\lambda_{c2}(\mu\text{m})$	0.94	0.96	1.44	1.97	2.47

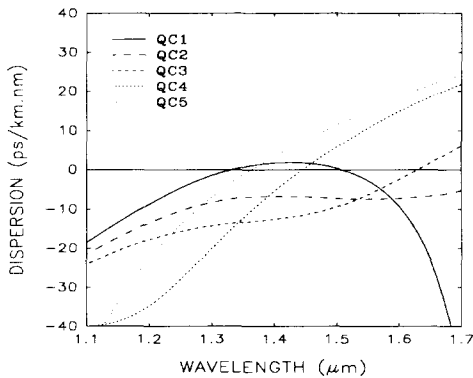


그림 9. a_3 의 변화에 따른 분산곡선
Fig. 9. Dispersion curves due to the variations of a_3 .

표 3. QC6~QC10의 파라미터 값
Table 3. Parameters of QC6~QC10.

$a_1=3.5\mu\text{m}$, $a_2=5.5\mu\text{m}$, $a_3=7.5\mu\text{m}$, $a_4=a_3$
 $\Delta n_1=0.006$, $\Delta n_2=0.008$, $\Delta n_4=0.000$

Fiber	QC6	QC7	QC8	QC9	QC10
Δn_3	0.005	0.004	0.003	0.002	0.001
$\lambda_{c2}(\mu\text{m})$	1.44	1.24	1.04	0.95	0.94

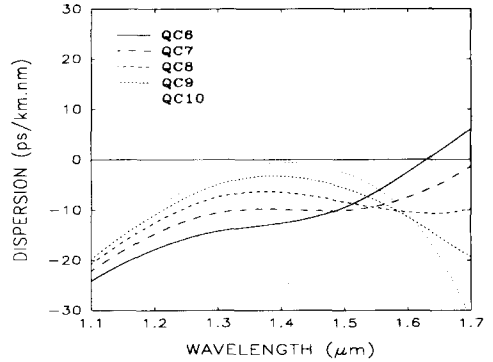


그림 10. Δn_3 의 변화에 따른 분산곡선
Fig. 10. Dispersion curves due the variations of Δn_3 .

표3은 QC3에서 Δn_3 만을 변화시켰을 때의 파라미터이다. 표에서 λ_{c2} 는 $1.44\mu\text{m}$ 에서 $0.94\mu\text{m}$ 로 옮겨가 광섬유 QC7~QC10에서는 파장 $1.3\mu\text{m}$ 와 $1.55\mu\text{m}$ 에서 동시에 단일모드가 됨을 알 수 있다. 그림 10은 Δn_3 의 변화에 대한 분산곡선이다. Δn_3 가 작을수록 2차클래드의 효과가 감소하면서 분산곡선이 DC형 광섬유에서 보았던 분산곡선의 모양으로 변해가는 것을 볼 수 있다.

표 4. QC11~QC15의 파라미터 값
Table 4. Parameters of QC11~QC15.

$a_1=3.5\mu\text{m}$, $a_2=5.5\mu\text{m}$, $a_3=7.5\mu\text{m}$
 $\Delta n_1=0.006$, $\Delta n_2=0.008$, $\Delta n_3=0.003$, $\Delta n_4=0.005$

Fiber	QC11	QC12	QC13	QC14	QC15
$a_4(\mu\text{m})$	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5
$\lambda_{c2}(\mu\text{m})$	1.04	0.95	0.94	0.94	0.94

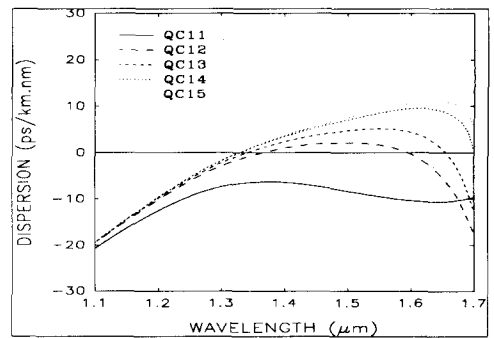


그림 11. a_4 의 변화에 따른 분산곡선
Fig. 11. Dispersion curves due to the variations of a_4 .

이상으로 2차 클래드 파라미터의 변화가 λ_{c2} 와 분산 곡선에 어떠한 영향을 주는지 살펴보았다. a_3 와 Δn_3 가 클수록 λ_{c2} 는 장파장쪽으로 옮겨가며, 적절한 a_3 와 Δn_3 값을 취하면 분산곡선은 DC형 광섬유보다도 아주 평탄한 분산특성을 보이는 것을 살펴볼 수 있다.

표IV는 QC8에서 a_4 만을 변화시켰을 때의 파라미터이다. a_4 의 증가에 대해서 λ_{c2} 는 약간씩 단파장쪽으로 옮겨가는 것을 볼 수 있지만 심하지는 않다. 그림 11은 a_4 의 변화에 따른 분산곡선이다. 그림에서 a_4 가 커짐에 따라 분산곡선은 기울기가 점점 가파르게 변하면서 장파장대에서 급격하게 떨어지는 것을 볼 수 있다.

표 5. QC16~QC20의 파라미터 값
Table 5. Parameters of QC16~QC20.

$a_1=3.5\mu m, a_2=5.5\mu m, a_3=7.5\mu m, a_4=8.5\mu m$
 $\Delta n_1=0.006, \Delta n_2=0.008, \Delta n_3=0.003$

Fiber	QC16	QC17	QC18	QC19	QC20
Δn_4	0.005	0.004	0.003	0.002	0.001
$\lambda_{c2}(\mu m)$	0.94	0.95	0.95	0.95	0.96

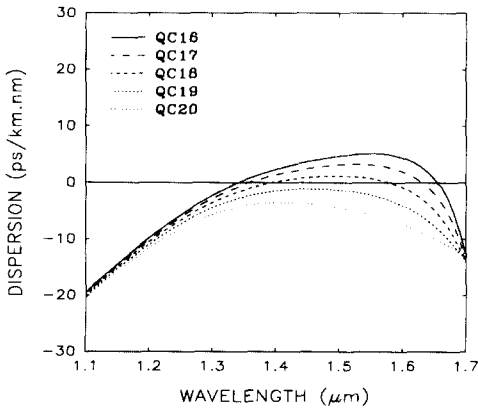


그림 12. Δn_4 의 변화에 따른 분산곡선
Fig. 12. Dispersion curves due to the variations of Δn_4 .

표5는 QC13에서 Δn_4 만을 변화시켰을 때의 파라미터이다. 표에서 λ_{c2} 는 거의 변화를 보이지 않는 것을 볼 수 있다. 그림 12는 Δn_4 의 변화에 따른 분산곡선이다. 그림에서 Δn_4 의 감소에 따라 분산곡선은 전체적으로 약간씩 감소하면서 평탄해지는 것을 볼 수 있다. 광섬유 QC18의 경우에는 분산곡선의 모양도 아주 평탄하고 분산치도 $\lambda=1.35\sim 1.6\mu m$ 파장범위에서 1.5 ps/km.nm이하의 낮은 분산치를 보이고 있다.

이상으로 3차 클래드 파라미터의 변화가 분산특성에 어떠한 영향을 주는지 살펴보았다. 3차 클래드는 단파장보다는 장파장부근의 분산곡선에 영향을 많이 준다고 할 수 있다.

지금까지 QC형 광섬유의 2차 클래드와 3차 클래드의 파라미터가 분산특성에 어떠한 영향을 주는지를 알기 위해서 각 파라미터의 변화를 변화시켜가며 분산곡선을 살펴보았다. 지금까지의 결과 중 가장 바람직한 분산특성을 보이는 QC18을 토대로 파라미터 값을 약간씩 조정하여 시뮬레이션한 결과, 우리는 그림 13과 같이 아주 평탄한 분산특성을 보이는 QC형 광섬유 파라미터를 찾을 수 있었다. 파라미터 값은 표VI에 수록하였다.

표 6. 최적화된 QC형 광섬유의 파라미터 값
Table 6. Parameters of optimized QC fiber.

$a_1(\mu m)$	$a_2(\mu m)$	$a_3(\mu m)$	$a_4(\mu m)$	Δn_1	Δn_2	Δn_3	Δn_4	$\lambda_{c2}(\mu m)$
3.4	5.9	8.4	10.9	0.0060	0.0070	0.0040	0.0046	0.98

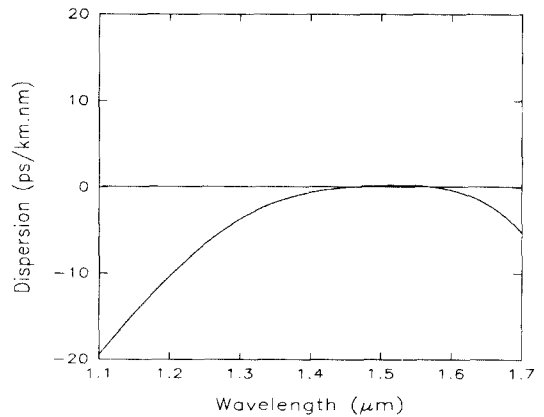


그림 13. 최적화된 QC형 광섬유의 분산곡선
Fig. 13. Dispersion curve of optimized QC fiber.

표6에서 λ_{c2} 는 $0.98\mu m$ 로 파장 $1.3\mu m$ 와 $1.55\mu m$ 에서 동시에 단일모드가 된다. 분산치는 그림 13에서 볼 수 있듯이 $\lambda=1.4\sim 1.6\mu m$ 파장범위에서 0.5 ps/km.nm 이하의 극저치를 보이고 있으며, 특히 $\lambda=1.55\mu m$ 에서는 0.20 ps/km.nm의 분산치를 보이고 있다. 이는 앞의 DC형 광섬유 어느 것보다도 분산치도 훨씬 낮고 분산곡선도 훨씬 평탄하다.

V. 결 론

본 논문에서 광섬유에 대한 1차원 스칼라 파동방정식을 유도하였다. 그리고 이 스칼라 파동방정식을 풀기 위해서 1차원 유한요소법을 개발하였다. 총분산이 영이 되는 최적의 광섬유 굴절률 분포를 얻기 위하여 몇 가지 형태의 광섬유를 해석하여 보았다. α -승 분포 광섬유에서 총분산은 단일 파장에서 영이 되는, 분산 곡선이 다소 가파르고 천이분산특성을 보이고 있음을 알 수 있었다. 그러나 DC형 광섬유의 경우는 분산이 두 파장에서도 0에 조정 가능하므로 경우에 따라서는 천이분산특성을, 경우에 따라서는 평탄분산곡선을 얻을 수가 있다. 적당한 설계에 의하여 분산을 최적화할 수 있으며 그 결과를 예시하였다.

QC형 광섬유는 세 파장에서 까지도 영이 될 수 있다. 이러한 특성 때문에 QC형 광섬유는 넓은 파장범위에서 매우 평탄한 분산을 얻을 수 있으므로 적당한 설계에 의하여 분산을 평탄하게 하며 동시에 최소화할 수 있다.

본 연구의 해석결과 QC형 광섬유를 통해 이전의 DC형 광섬유에서는 볼 수 없었던 극저 평탄분산특성을 갖는 구조를 찾을 수 있었다. $1.4\sim 1.6\mu\text{m}$ 파장범위에서 0.5 ps/km.nm 이하의 아주 낮은 평탄분산치를 보이며, $\lambda = 1.55\mu\text{m}$ 에서는 0.20 ps/km.nm 의 극저분산치를 갖는 QC형 광섬유 설계 파라미터를 찾을 수 있었다.

QC형 광섬유처럼 다중-클래드 광섬유를 설계하는 경우 클래드 층의 갯수가 늘어날수록 해석하는데 시간과 노력이 많이 요구되는 반면, 설계 자유도의 증가로 원하는 분산특성을 갖는 광섬유의 설계가 가능하다는 사실도 동시에 확인할 수 있었다.

부록 A : 기본 방정식 식(3)-(4), 고유방정식 식(9)-(10)의 도출

광섬유에서 Maxwell방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{A1})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{A2})$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (\text{A3})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{A4})$$

1. 횡방향 전자계의 축방향 전자계의 관계 유도
본문의 식(1), (2)를 식(A1)에 대입한 후 약간의 계산과정을 거치면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$H_z = j \frac{1}{\omega \mu} \hat{z} \cdot (\nabla \times \vec{E}_t) \quad (\text{A5})$$

$$-j\omega \mu_0 \hat{z} \times \vec{H}_t = \nabla E_z + j\beta \vec{E}_t \quad (\text{A6})$$

가 된다. 마찬가지로 본문의 식(1), (2)를 식(A2)에 대입하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$E_z = -j \frac{1}{\omega \epsilon} \hat{z} \cdot (\nabla \times \vec{H}_t) \quad (\text{A7})$$

$$j\omega \epsilon \hat{z} \times \vec{E}_t = \nabla H_z + j\beta \vec{H}_t \quad (\text{A8})$$

식(A8)에 \hat{z} 와의 벡터적을 취하고 식(A6)에 대입하여 정리하면

$$\vec{E}_t = \frac{-j\beta}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)} \left[\nabla E_z - \frac{\omega \mu_0}{\beta} \hat{z} \times (\nabla H_z) \right] \quad (\text{A9})$$

이 되고, 이 식은 식(3)이다. 마찬가지로 식(A6)에 \hat{z} 와의 벡터적을 취하고 (A8)에 대입하여 정리하면

$$\vec{H}_t = \frac{-j\beta}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)} \left[\nabla H_z + \frac{\omega \epsilon}{\beta} \hat{z} \times (\nabla E_z) \right] \quad (\text{A10})$$

가 얻어지며, 이 식은 식(4)이다.

2. 축방향 전자계의 고유방정식 유도

본문의 식(1)을 식(A3)에 대입하여 정리하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\nabla \cdot (\epsilon \vec{E}_t) = j\beta \epsilon E_z \quad (\text{A11})$$

마찬가지로 식(2)를 식(A4)에 대입하여 정리하면

$$\nabla \cdot (\mu_0 \vec{H}_t) = j\beta \mu_0 H_z \quad (\text{A12})$$

를 얻게 된다.

식(A11)에 식(A9)를 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} & \frac{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)}{\epsilon} \nabla \cdot \left[\frac{\epsilon}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)} \nabla E_z \right] + (\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) E_z \\ & - \frac{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)}{\mu_0 \epsilon} \nabla \cdot \left[\frac{\mu_0 \epsilon}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} \right] \cdot \left[\hat{z} \times \frac{\omega \mu_0}{\beta} \nabla H_z \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{A13})$$

가 얻어지며 이 식은 식(9)이다. 마찬가지로 식(A12)

에 식(A10)을 대입하면 아래와 같다.

$$\frac{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)}{\mu_0} \nabla \cdot \left[\frac{\mu_0}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} \nabla H_z \right] + (\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) H_z + \frac{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)}{\mu_0 \epsilon} \nabla \cdot \left[\frac{\mu_0 \epsilon}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2)} \right] \cdot \left[\hat{z} \times \frac{\omega \epsilon}{\beta} (\nabla E_z) \right] = 0 \quad (A14)$$

이 식은 식(10)이다.

3. 횡방향 전자계의 고유방정식 유도

식(A11)에 gradient를 취한 후 식(A6)에 대입하면

$$-j\omega\mu_0 \hat{z} \times \overline{H}_t = \frac{1}{j\beta} \nabla \cdot \left[\frac{1}{\epsilon} \nabla \cdot (\epsilon \overline{E}_t) \right] + j\beta \overline{E}_t \quad (A15)$$

와 같은 \overline{E}_t , \overline{H}_t 의 관계식을 얻는다. 한편 식(A5)에 \hat{z} 의 내적을 취한 후 양변에 curl을 적용시키면

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \overline{E}_t \right) = j\omega \hat{z} \times (\nabla H_z) \quad (A16)$$

가 된다. 식(A8)의 ∇H_z , 식(A15)의 E_t , H_t 의 관계식을 이용하면 \overline{E}_t 에 대한 다음 관계식을 얻는다.

$$-\mu_0 \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \overline{E}_t \right) + (\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) \overline{E}_t + \nabla \cdot \left[\frac{1}{\epsilon} \nabla \cdot (\epsilon \overline{E}_t) \right] = 0 \quad (A17)$$

마찬가지로 식(A8), (A12)로부터 E_t , H_t 관계식을 얻고, 식(A7)의 양변에 \hat{z} 의 내적을 취하고 curl을 취하면 ∇E_z 의 항이 나타난다. 식(A6)의 ∇E_z , 식(A8), (A12)의 연립식으로부터 얻어지는 E_t , H_t 의 관계식을 이용하면 \overline{H}_t 에 대한 다음 관계식을 얻는다.

$$-\epsilon \nabla \times \left(\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \overline{H}_t \right) + (\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2) \overline{H}_t + \nabla \cdot \left[\frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot (\mu_0 \overline{H}_t) \right] = 0 \quad (A18)$$

참 고 문 헌

[1] Tadasi Sueta and Masayuki Izutsu, "Integrated Optic Devices for Microwave Applications," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 38, No. 5, pp. 477-481, 1990.
 [2] R. B. Dyott and J. R. Stern, "Group delay in glass fibre waveguide," in Proc. Conf. Trunk Telecommun. Guided Waves, IEE Conf. Publ. No. 71(London, England), pp. 176-181, 1970.
 [3] M. N. Islam, L. Rahman and J. R.

Simpson, "Specials Erbium Fiber Amplifiers for Short Pulse Switching Lasers, and Propagation." *J. Lightwave Technol.*, vol. 12, No. 11, pp. 1952-1962, 1994.
 [4] Linn F. Mollenauer et al., "Long-Distance Soliton Propagation Using Lumped Amplifiers and Dispersion Shifted Fiber," *J. Lightwave Technol.*, vol. 9, No. 2, pp. 194-196, 1991.
 [5] Richard L. Lachance and Pierre-André Bélanger, "Modes in Divergent Parabolic Graded-Index Optical Fibers," *IEEE J. Lightwave Technology*, vol. 9, No. 11, pp. 1425-1430, 1991.
 [6] Anurag Sharma and Swagata Banerjee, "Chromatic Dispersion in Single Mode Fibers With Arbitrary Index Profiles : A Simple Method for Exact Numerical Evaluation," *IEEE J. Lightwave Technology*, vol. 7, No. 12, pp. 1919- 1923, 1989.
 [7] B. James Ainslie and Clive R. Day, "A Review of Single-Mode Fibers with Modified Dispersion Characteristics," *IEEE J. Lightwave Technology*, vol. LT-4, No. 8, pp. 967-979, 1986.
 [8] L. G. Cohen, W. L. Mammel, and S. J. Jang, "Low-loss quadruple-clad single-mode lightguides with dispersion below 2 ps/km-nm over the 1.28 μm-1.65 μm wavelength range," *Electron. Lett.*, vol. 18, pp. 1023-1024, 1982.
 [9] 정석원, 김창민, "λ=1.3, 1.55 μm에서 저분산을 갖는 이중-클래드 광섬유의 설계", 한국광학회지, 제6권, 2호
 [10] M.J.Adams, An Introduction to Optical Waveguides, John Wiley & Sons Ltd., pp. 278-293, 1981.
 [11] J.N.Reddy, An Introduction to the Finite Element Method, McGRAW-HILL, 1985.
 [12] G.Keiser, Optical Fiber Communications, McGRAW-HILL, pp. 97-107, 1991.

— 저 자 소 개 —



鄭 哲 元(學生會員)

1970년 11월 25일생. 1994년 2월 서울시립대 전자공학과 공학사, 1994년 3월 ~ 현재 동 대학원 전자공학과 석사과정 재학 중. 주관심 분야는 광통신, 집적 광학, 저분산 광섬유, 고속광변

조기, 수치해석(FDM, FEM, BPM, SOR, MOM 등)



金 昌 敏(正會員)

1950년 4월 10일생. 1975년 2월 서울대학교 전자공학과 공학사. 1982년 2월 서울대학교 전자공학과 공학석사. 1989년 8월 U. of Florida Dept. of EE 공학박사. 1983년 5월 ~ 현재 서울시립대학

교 전자공학과/반도체공학과 부교수. 주관심 분야는 도파/집적광학, 진행파전극/고속광변조기, 저분산 광섬유, 광통신 시스템, FDM, FEM, BPM, SOR 등 수치해석