

論文95-32A-7-5

유전체로 채워진 주기적인 슬롯을 갖는 평행평판 도파관 누설파 안테나의 해석 : E-편파

(Analysis of periodically slotted dielectrically filled parallel-plate waveguide as a leaky wave antenna : E-polarization case)

李昌源*, 趙榮基*

(Chang Won Lee, Young Ki Cho)

요약

유전체로 채워진 주기적인 슬롯을 갖는 평행평판 도파관 누설파 안테나를 E-편파의 경우에 대하여 해석하였다. 스트립 표면 전류밀도를 미지수로 하는 동차 선형 방정식을 얻었으며 이로부터 구한 복소 전파상수를 기존의 결과와 비교하여 잘 일치함을 확인하였다. 또한 복사패턴을 구하는 방법도 제시하였다.

Abstract

Periodically slotted dielectrically filled parallel-plate waveguide as a leaky wave antenna is analysed for E-polarization case. The homogeneous linear equation whose unknown is the surface current density over the conducting strip is formulated, from which the complex propagation constant is calculated and compared with the previous results. Good correspondence between them is observed. And a method for the radiation pattern is also considered.

I. 서론

유전체로 채워진 주기적인 슬롯을 갖는 평행평판 도파관 누설파 안테나는 단방향 복사, 좁은 빔폭과 주파수에 따른 빔주사 특성 등을 가지고 있어 이 구조에 대한 많은 연구가 발표되었다^[1-3]. 이 구조는 여기파의 종류에 따라 두 가지 관점에서 바라볼 수 있다. 여기파가 평행평판 도파관 모드(mode)이면 주기적인 슬롯을 갖는 평행평판 도파관이고, 여기파가 표면파

(surface wave)이면 주기적인 스트립(strip)으로 장하된 접지된 유전체 판(grounded dielectric slab)이 된다.

Jacobsen^[1]은 파장에 비해 스트립의 폭이 좁은 경우에 대해 헤르쯔안 포텐셜(Hertzian potential)을 이용하여 근사화된 초월 방정식(approximate transcendental equation)을 얻고, 그 초월 방정식의 해를 수치해석을 사용하여 구하였다. 이 접근 방법에서는 스트립의 폭이 좁기 때문에 스트립에 흐르는 전류는 균일하다고 가정하였다.

* 正會員, 慶北大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng. Kyungpook Nat'l Unive.)
※ 본 연구는 과학재단의 특정기초연구 지원사업에 의

하여 수행되었음.
接受日字: 1995年2月10日, 수정완료일: 1995年7月3日

또다른 해석방법은 Collin^[2]에 의해 제시되었는데 그는 단면 공진 조건(transverse resonance condition)과 근사적인 그린 함수(approximate Green's function)를 사용하여 근사해와 완전 해를 각각 구하였다. 그러나 그의 결과는 단지 좁은 슬롯의 경우에만 적용될 수 있다.

최근에 Encinar^[3]는 모드전개(mode expansion)와 점정합(point matching)을 각각 두께가 유한한 스트립과 두께가 영인 스트립인 경우에 적용하였다. 그러나 Encinar가 제시한 방법은 스트립의 두께가 영인 경우, 고유치(eigenvalue)를 계산함에 있어 한주기에서의 스트립영역과 슬롯영역의 비가 커지거나 또는 작아짐에 따라 계산이 부정확하게 되는 단점이 있다.

이 논문에서는 위에서 열거한 제약을 갖지 않는 다른 방법을 생각해 보았는데 이는 최근의 H-편파(H-polarization)에 대하여 발표된 저자들의 논문^[4]의 방식을 이용한 것으로, 반사형 격자(reflection grating)문제^[5]의 확장인 것이다. 이 방법에서는 미지의 스트립의 표면전류를 Chebyshev 다항식의 급수와 스트립 가장자리 효과(edge effect)를 만족하는 함수의 곱으로 전개하고, 평행평판 도파관내의 유전체 영역과 반 무한공간 영역의 전자장을 공간조화 함수(space harmonics)의 선형적인 합으로 표현하고 이러한 표현식들에 각 경계면에서의 경계조건을 부과하여 동차 선형 방정식(homogeneous linear equation)을 얻고, 이로부터 그 동차 선형 방정식의 고유치인 복소 전파 상수를 구하였다. 그리고 이로부터 주기적인 슬롯 구조를 갖는 유전체로 채워진 평행평판 도파관 누설파 안테나의 복사 특성을 해석하였다.

II. 본 론

그림 1은 주기적인 슬롯 구조를 갖는 유전체로 채워진 평행평판 도파관 누설파 안테나의 구조이다. 두께가 t인 평행평판 도파관의 윗면에 x방향으로 주기적인 슬롯이 놓여 있고, 도파관 내부는 상대유전율이 ε_r인 유전물질로 채워져 있다. 스트립의 폭은 a이며 주기는 p이다. 영역 (1)은 반무한 자유공간이고, 영역 (2)는 평행평판 도파관 내부이다.

그림 1의 영역 (1)(반 무한공간)에서 E 편파에 대한 전자장은 공간조화 함수들의 선형적인 합으로 아래와 같이 표현된다.

$$E_1 = \hat{z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-jk_{yn}y} e^{-j\beta_n x}, \tag{1}$$

$$H_1 = \hat{x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{yn0}}{\omega\mu_0} A_n e^{-jk_{yn}y} e^{-j\beta_n x} - \hat{y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\beta_n}{\omega\mu_0} A_n e^{-jk_{yn}y} e^{-j\beta_n x}, \tag{2}$$

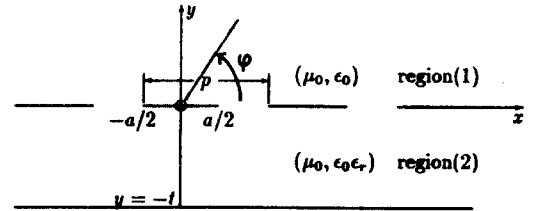


그림 1. 주기적인 슬롯을 갖는 유전체로 채워진 평행평판 도파관 누설파 안테나의 구조

Fig. 1. The geometry of periodically slotted dielectrically filled parallel-plate waveguide as a leaky wave antenna.

여기에서

$$\beta_n = \beta + \frac{2n\pi}{p} - j\alpha, \quad k_{yn0} = \sqrt{k_0^2 - \beta_n^2}, \quad k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$$

이고, A_n은 n차 공간조화의 미지의 복소 계수이고 β_n은 x방향의 복소 전파상수이고 β (< k₀)는 누설파의 x방향 전파상수이며 α는 누설파의 x방향 감쇠상수이다. 영역 (2)(평행평판 도파관 영역)의 전자장도 역시 영역 (1)과 같이 공간조화 함수들의 합으로 표현할 수 있으며, y=t에서 전장의 접선성분이 영인 경계조건을 부과하여 구하면 다음과 같다.

$$E_2 = \hat{z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n (e^{jk_{yn}y} - e^{-jk_{yn}y}) e^{-j\beta_n x}, \tag{3}$$

$$H_2 = -\hat{x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{yn}}{\omega\mu_0} B_n (e^{jk_{yn}y} + e^{-jk_{yn}y}) e^{-j\beta_n x} - \hat{y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\beta_n}{\omega\mu_0} B_n (e^{jk_{yn}y} - e^{-jk_{yn}y}) e^{-j\beta_n x}, \tag{4}$$

여기에서 k_{yn} = √ε_rk₀² - β_n²이고 B_n은 n차 공간조화의 미지의 복소 계수이다. 식(1)-(4)의 미지의 복소량들(A_n, B_n, β_n)을 결정하기 위하여 y=0에서 전자장의 경계조건을 표현하면 아래와 같다.

$$E_{y1}(x, 0) = E_{y2}(x, 0), \tag{5}$$

$$\hat{y} \times (H_1 - H_2) = \begin{cases} \int, & |x| \leq a/2 \\ 0, & \text{슬롯영역} \end{cases}, \tag{6}$$

$$E_{n1}(x, 0) = 0, \quad |x| \leq a/2, \tag{7}$$

여기에서 ∫는 스트립상의 미지의 표면 전류밀도로서

다음과 같이 Chebyshev 다항식의 급수와 $x = \pm a/2$ 에서 가장자리 효과를 만족하는 함수의 곱으로 전개될 수 있다.

$$I = \hat{z} e^{-j\beta x} \sum_{l=0}^{\infty} f_l \frac{T_l(2x/a)}{\sqrt{1-(2x/a)^2}}, \quad -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}, \quad (8)$$

여기에서 $\beta_0 = \beta - j\alpha$ 이고 f_l 은 미지의 계수이며 $T_l(x)$ 는 1종 Chebyshev 다항식을 의미한다. 식(1)과 (3)을 경계조건식 (5)에 대입하면 A_n 과 B_n 사이의 관계식을 다음과 같이 얻게 된다.

$$B_n = \frac{1}{1 - e^{-2k_n a}} A_n. \quad (9)$$

또 경계조건식 (6)에 식(2)와 (4)를 대입하고 식(8)과 (9)를 이용하여 정리하면

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{k_{yn}}{j \tan(k_{yn} l) + k_{yn}} \right] A_n e^{j \frac{2n\pi}{p} x} = \begin{cases} -k_0 \gamma_0 \sum_{l=0}^{\infty} f_l \frac{T_l(2x/a)}{\sqrt{1-(2x/a)^2}}, & |x| \leq a/2 \\ 0, & \text{슬롯영역} \end{cases} \quad (10)$$

을 얻게 되는데 이 식의 양변에 $e^{j2\pi x/p}$ 를 곱하고 x 를 $-p/2$ 에서 $p/2$ 까지의 한 주기에 대하여 적분을 하면

$$A_n = -\frac{k_0 \gamma_0}{\gamma_n p} \sum_{l=0}^{\infty} f_l H_{ln}^*. \quad (11)$$

로서 주어지는 표현식을 얻는다. 여기에서 γ_n 과 H_{ln}^* 은 각각

$$\gamma_n = \frac{k_{yn}}{j \tan(k_{yn} l) + k_{yn}} + k_{yn}, \quad (12)$$

$$H_{ln}^* = \int_{-a/2}^{a/2} \frac{T_l(2x/a)}{\sqrt{1-(2x/a)^2}} e^{j \frac{2n\pi}{p} x} dx = \begin{cases} \frac{\pi a/2 (-j)^l J_l(-n\pi a/p), & n < 0 \\ \pi a/2, & n = 0, l = 0 \\ 0, & n = 0, l \neq 0 \\ \frac{\pi a/2 (j)^l J_l(n\pi a/p), & n > 0 \end{cases} \quad (13)$$

로서 주어지며 식(13)에서 사용된 $J_l(x)$ 는 베셀 함수(Bessel function)를 의미한다. 계속해서 마지막 경계조건인 식(7)에 식(1)을 대입하면

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-j\beta_n x} = 0, \quad |x| \leq a/2 \quad (14)$$

을 얻게 되는데 이 식의 양변에 $e^{j\beta x} T_l(2x/a)/\sqrt{1-(2x/a)^2}$

을 곱하고 x 를 $-a/2$ 에서 $a/2$ 까지 적분을 하면

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n H_{ln} = 0 \quad (15)$$

로서 주어지는 표현식을 얻게 되며 여기서 H_{ln} 은 H_{ln}^* 의 복소공액을 나타내고 식(11)을 식(15)에 대입하면

$$\sum_{l=0}^{\infty} f_l Z_{il} = 0, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (16)$$

로서 표현되는 동차 선형 방정식을 얻는다. 여기에서 Z_{il} 은

$$Z_{il} = -\frac{k_0 \gamma_0}{p} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{H_{ln}^* H_{in}}{\gamma_n} \quad (17)$$

로서 주어진다. 식(16)으로부터 $Z_{i,l}$ 행렬(matrix)의 행렬식(determinant)이 영이 되는 고유치($\beta - j\alpha$)를 구한다. β 와 a 가 결정되면 이를 이용하여 식 (16)으로부터 스트립 표면 전류밀도의 계수인 f_l 을 구한다. 계속해서 f_l 을 식(11)에 대입하여 영역 (1)의 공간조화 함수의 복소계수인 A_n 을 구하게 되며 이렇게 구한 A_n 을 식 (9)에 대입하여 B_n 을 결정하게 된다. 이렇게 하여 β_n 과 f_l , A_n 과 B_n 을 구하게 되면 전 영역에서의 전자장 분포를 알게 되고 이로부터 누설파의 복사 특성을 해석할 수 있다.

영역 (1)에서 누설파의 복사 특성은 x 방향의 복소 전파상수인 β_n 으로부터 결정된다: 즉 β_n 의 실수부가 k_0 보다 작은조건, 즉 $\beta + 2n\pi/p < k_0$ 의 조건을 만족하는 정수 n 의 값에 의하여 누설파 빔의 각도와 몇 개의 누설파가 복사하게 되는지가 결정된다. 여기에서 누설파의 빔 각도 φ_n 은

$$\varphi_n = \sin^{-1} \left(\frac{\beta_n}{k_0} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{\beta}{k_0} + \frac{n\lambda}{p} \right) \quad (18)$$

로 주어지는데 φ_n 의 부호가 (+)이면 전 방향의 복사(forward radiation)를 의미하고, (-)이면 후진방향의 복사(backward radiation)를 의미한다. 그리고 a 는 진행방향(x 방향)으로 전파하는 파의 감쇠 정도를 나타내며 누설빔의 빔폭을 결정하게 된다: 즉 a 가 크면 x 방향으로 파의 감쇠가 크게 되며 복사 빔의 빔폭이 넓어지게 된다.

영역 (1)에서의 복사패턴(radiation pattern)을 계산하기 위하여 등가 원리(equivalence principle)를 적용하여 단락된 슬롯영역위를 등가 자기 전류로 대체하면 각 슬롯의 등가 자기 전류 M 은

$$M = E_l \times \hat{n} = -\hat{x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-j\beta_n x} \quad (19)$$

과 같이 표현되며 여기에서 E_z 는 슬롯에서 전장의 접선방향으로의 성분이다. 등가 자기 전류에 의한 영역 (1)에서 전장의 z성분은

$$E_z = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\epsilon_0}{2j} \sum_{m=1}^{N_{slw}} \int_{a/2+(m-1)p}^{a/2+mp} H_0^{(2)}(k_0|e-e'|) M_z(x') dx' \quad (20)$$

와 같이 표현되므로 원거리 전장을 계산하기 위하여 한켈 함수(Hankel function: $H_0^{(2)}(x)$)의 대각 근사 (large argument approximation)를 사용하면 원거리 전장은

$$E_z \approx \cos \varphi \left(jk_0 + \frac{1}{2\rho} \right) \sqrt{\frac{2}{j\pi k_0 \rho}} e^{-jk_0 \rho} \quad (21)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \frac{\sin(x_{xnl}d/2)}{x_{xnl}} e^{jk_{xnl}d/2} \frac{1-e^{-jk_{xnl}N_{slw}}}{1-e^{-jk_{xnl}d}}$$

로서 주어진다. 여기에서 $x_{xnl} = \beta_n - k_0 \sin \varphi$ 이고 $d=p-a$ 이고 N_{slw} 는 복사 패턴을 계산할 때 고려해야 하는 총 슬롯 수이다. 이 총 슬롯 수는 복사 패턴이 수렴하도록 충분히 크게 선택 ($N_{slw} = 60$ 정도에서 수렴)하며 a 에 따라서 적절하게 선택할 수 있다.

III. 수치 해석 결과

본 논문에서 제시한 해석방법의 수렴도를 시험하기 위하여 $\epsilon_r=3.5$, $p=5$ [mm] 이고 $a=2.5$ [mm], $t=5$ [mm] 이고 $f=25$ GHz인 구조를 공간조화 함수와 Chebyshev 다항식의 수를 증가시키면서 관찰하였다. 서로 다른 수의 Chebyshev 다항식에 대해 공간조화 함수의 수에 따른 식 (16)으로 부터 계산된 복소 전파상수를 그림 2에 나타내었다. 그림 2에서 Chebyshev 다항식을 2개(L=1)를 취하였을 경우를 제외하고는 공간조화 함수를 30개 정도 고려하게 되면 수렴하는 것을 볼 수 있다. 이는 (L+1)정방 행렬의 행렬식을 구하는 문제가 됨으로 작은 메모리와 짧은 수행시간등의 수치 해석상의 유리한 점을 보여준다.

수치해석 결과가 수렴한다고 해서 그 수렴값이 참값이라고 보장할 수 없으므로 복소 전파 상수인 $\beta - ja$ 가 참값인지를 확인하기 위하여 40개의 공간조화 함수와 5개의 Chebyshev 다항식을 고려하였을 때 $y=0$ 인 경계면에서 경계조건을 잘 만족하는지를 보기 위하여 전장과 자장의 접선성분을 계산하여 그림 3에 도시하였

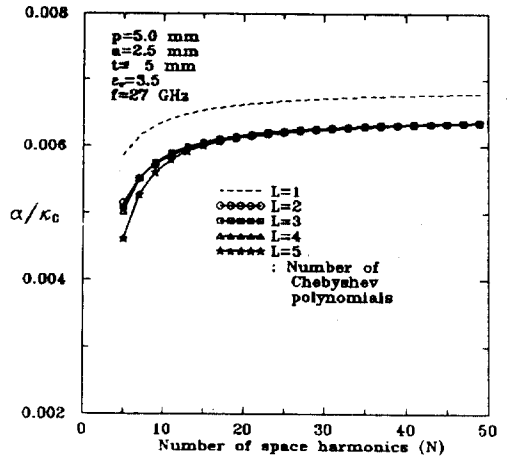
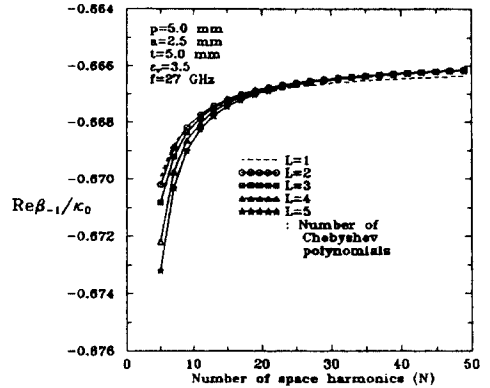
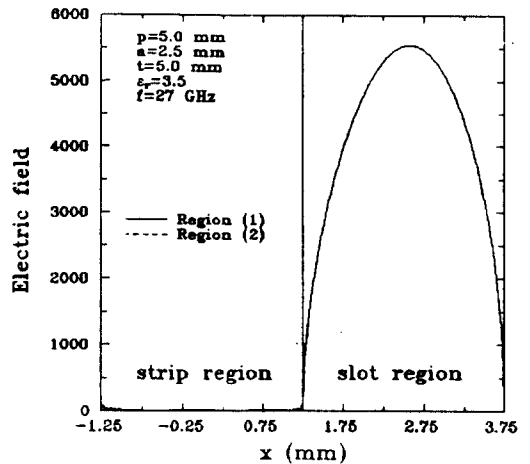
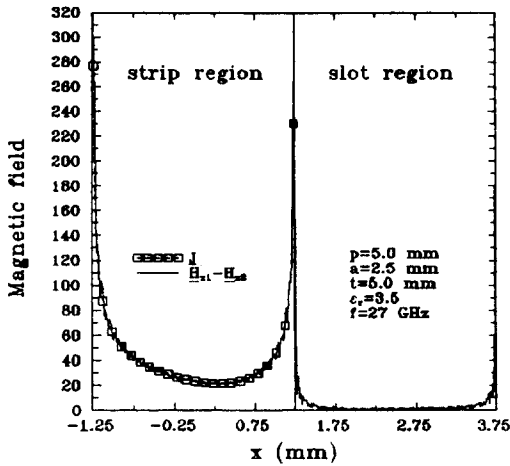


그림 2. 공간조화 함수와 Chebyshev 다항식의 수에 따른 복소 전파상수의 수렴도
Fig. 2. Convergence of the complex propagation constant with number of the space harmonics and Chebyshev polynomials.



(a)



(b)

그림 3. 한 주기내의 전자장

- (a) 전장의 크기
- (b) 자장과 스트립 표면전류 밀도의 크기

Fig. 3. Electromagnetic fields over the one period.

- (a) Magnitude of electric field
- (b) Magnitude of magnetic field and strip surface current density

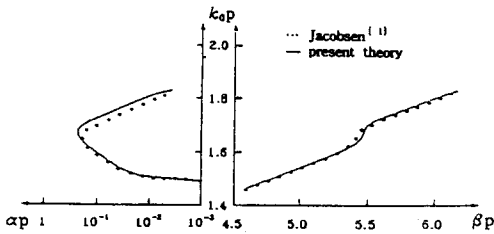


그림 4. $k-\alpha$ 와 $k-\beta$ 도표

Fig. 4. $k-\alpha$ and $k-\beta$ diagram.

그림 3(a)는 영역 (1)과 (2)의 전장의 접선성분을 나타내는데 스트립 영역에서는 영이 되고 슬롯 영역에서는 연속이 됨을 볼 수 있다. 그림 3(b)에서는 자장의 접선성분이 슬롯 영역에서는 연속이 되며 스트립 영역에서 스트립 표면 전류밀도 I 에 해당되는 불연속 값을 가짐을 볼 수 있다. 그러므로 그림 3에서 알 수 있듯이, 전자장이 경계조건을 만족하므로 수치해석 결과가 참값으로 수렴한다고 확인할 수 있다.

그림 4는 $\epsilon_r=15$, $t/p=0.8$ 이고 $a/p=0.1$ 인 구조 즉 넓은 슬롯(좁은 스트립)의 경우에 대하여 참고문헌

[11]과 본 논문에서 제시한 방법으로 구한 $k-\alpha$ 와 $k-\beta$ 에 대한 결과를 비교한 도표이다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 두 결과는 서로 잘 일치함을 볼 수 있다.

그림 5는 식 (21)을 이용하여 $\epsilon_r=3.5$, $p=5$ [mm] 이고 $a=2.5$ [mm], $t=5$ [mm] 이고 $f=25$ GHz일 때의 복사패턴을 계산한 것이다. 이 구조에서는 $n=-1$ 인 경우만이 전파모드(propagation mode)이므로 최대 복사각이 한 부분에 나타나게 되며 이때의 최대 복사각은 복소 전파상수의 실수부분에 의해 계산된 각(식 (18)로 부터 얻은 값 $\varphi_{-1}=-42^\circ$)과 잘 일치함을 볼 수 있다.

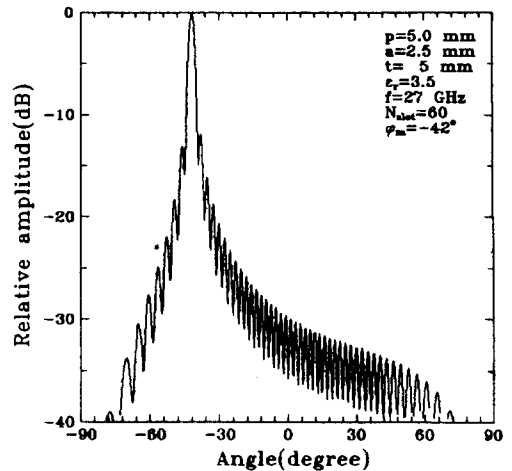


그림 5. 복사 패턴

Fig. 5. Radiation pattern.

IV. 결 론

주기적인 슬롯 구조를 갖는 유전체로 채워진 평행평판 도파관 누설 안테나의 E 편파에 대한 누설과 특성을 해석하기 위하여 새로운 해석방법을 제시하였다. 본 논문에서 제시한 해석방법의 수치해석 결과의 수렴도를 공간조화 함수와 Chebyshev 다항식의 수를 변화시키면서 확인해 본 결과 충분히 빨리 수렴함을 알 수 있었다. 수렴해의 타당성을 경계면에서 전자장의 경계조건을 만족하는 것으로 부터 확인하고 동시에 본 논문에서 제시한 방법으로 구한 복소 전파상수를 기존의 결과와 비교함으로써 입증하였다. 또한 복사패턴을 구하는 방법이 제시되었으며 최대 빔각도가 이론적인 예측치와 잘 일치함을 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] J. Jacobsen, "Analytical, Numerical, and Experimental Investigation of Guided Waves on a Periodically Strip-Loaded Dielectric Slab," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-18, pp. 370-388, May 1970.
- [2] R. E. Collin, "Analytical Solution for a Leaky-Wave Antenna," IRE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-10, pp. 561-565, Sept. 1962.
- [3] J.A. Encinar, "Mode-matching and point-matching techniques applied to the analysis of metal-strip-loaded dielectric antennas," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-38, pp.1405-1412, Sept. 1990.
- [4] C.W. Lee and Y.K. Cho, "Analysis method for the leaky wave from a periodically slotted parallel-plate waveguide for the TEM incident case," Proc. Asia-Pacific Microwave Conf. 94, Tokyo, Japan, 1994, pp.1117-1120.
- [5] 조진균, 이상훈, 조영기, "접지된 유전체층 위에 위치한 스트립 격자구조의 회절에 대한 급속한 수렴해에 관한 연구," 전자공학회논문지, 제 28A권, 제9호, pp.19-23, 1991년 9월

— 저 자 소 개 —

李 昌 源(正會員) 第 32卷 A編 第 1號 參照
현재 경북대학교 전자공학과 박사
과정

趙 榮 基(正會員) 第 28卷 A編 第 1號 參照
현재 경북대학교 전자공학과 부교수