

論文95-32B-1-9

# 신호 파라미터의 ML추정 기법에 대한 에러 밀도 함수모델에 관한 연구 II : 가우시안 및 임펄스 잡음 환경에의 적용

## (Error Intensity Function Models for ML Estimation of Signal Parameter, Part II : Applications to Gaussian and Impulsive Noise Environments)

金 重 圭 \*

(Joong Kyu Kim)

## 요 약

특정 신호 파라미터의 ML 추정기 성능을 분석하기 위한 기법으로써, 에러 밀도 함수 모델에 대한 고찰이 [1]에서 이루어진 바 있다. [1]에서 언급된 추정기 성능 예측 방법은 연속성 신호 파라미터라면 어떠한 경우에도 적용할 수 있는데, 본 논문에서는 이중 시간지연량 추정기에의 응용을 통해서 [1]에서 유도된 LC(Level Crossing), LM(Local Maxima) 및 ALM(Approximate Local Maxima) 모델들의 타당성 및 성능 평가를 하였다. 이를 위해서 우선 환경 잡음으로써 가우시안 잡음만 존재하는 경우와, 또한 가우시안 잡음 외에 간섭성(coherent) 임펄스 잡음이 추가로 존재하는 환경하에서 적용된 경우를 각각 고찰하였다. 각 모델의 비교를 위해서, 추정기 성능의 가장 중요한 평가 기준이 되는 에러 확률 및 평균 자승 에러 (MSE : Mean Squared Error), 그리고 계산과정의 복잡성 정도를 비교지표로 삼아 평가하여 본 결과, ALM 모델이 ML 추정기 성능예측을 위한 가장 적합한 모델이라는 결론을 얻을 수 있었다.

## Abstract

The error intensity models for the ML estimation of a signal parameter have been developed in a companion paper [1]. While the methods described in [1] are applicable to any estimation problem with continuous parameters, our main application in this paper is the time delay estimation, and comparisons among the models derived in [1] (i.e. LC, LM, and ALM models) have been made. We first consider the case where only additive Gaussian noise is involved, and then the shot noise environment where coherent impulsive noise is also involved in addition to the Gaussian noise. We compare the models in terms of the probability of error, MSE (Mean Squared Error), and the computational complexity, which are the most important performance criteria in the analysis of parameter estimation. In conclusion, the ALM model turned out to be the most adequate model of all from the viewpoints of the criteria mentioned above.

\* 正會員, 成均館大學校 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng, Sung Kyun Kwan Univ.)

接受日字: 1993年 7月 30日

## I. 서론

관측신호에 포함된 특정 신호 파라미터에 대한 추정의 한 분야로서 신호의 도달시간(time of arrival) 혹은 시간 지연량 (time delay)추정에 대한 연구는 과학 및 공학의 여러 분야에 걸쳐 광범위하게 응용되고 있다. 몇가지 예를 들면 표적의 탐지 및 추적을 위한 레이더(Radar) 와 소-나(Sonar)<sup>[2]</sup>, 천문학에서의 우주 영상 처리(Astronomical Imaging)<sup>[3]</sup>, 그리고 지진파 탐지 및 처리(Seismic Signal Processing)<sup>[4]</sup> 등을 들 수 있는데 이 모든 경우 관측신호의 도달 시간 및 두개 이상의 관측 지점에서의 신호 도달시간의 차이(혹은 시간 지연량)를 추정함으로써 목표물 혹은 신호원의 위치 및 속도등을 추정할 수 있게 된다. 이러한 시간지연량의 추정은 의공학 분야에도 적용할 수 있는데 그 대표적인 응용 분야로서는 양전자 방사 단층 촬영기 (PET : Positron Emission Tomography)<sup>[5]</sup>를 들 수 있다. 따라서 시간지연량 추정에 대한 연구가 지금까지 활발하게 진행되어 왔으며 본 논문에서는 이러한 시간 지연량 추정기의 성능을 예측하기 위하여 [1]에서 논의된 바, 있는 에러밀도함수의 개념을 도입 적용하였다. 신호 파라미터의 추정을 위한 일반적인 관측 모델은 다음과 같이 표현될 수 있다.<sup>[11]</sup>

$$\begin{cases} x_1(t) = s(t) + n_1(t) \\ x_2(t) = s(t; \theta) + n_2(t) \end{cases} \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

이때  $\theta$ 가 추정하고자 하는 신호 파라미터인데, 시간지연량 추정기에 있어서는 관측신호  $x_1(t)$ 와  $x_2(t)$ 에 포함된 신호 성분인  $s(t)$ 및  $s(t; \theta)$  도달시간의 차(D)가 바로 추정 대상 파라미터이며(즉,  $\theta = D$ ),  $n_i(t)$ ,  $i = 1, 2$ 는 각각 비결합성 잡음 성분을 나타낸다. 여기서 신호성분  $s(t)$ 의 특성에 따라서  $\theta$ 에 대한 추정기를 능동적(active)추정기와 수동적(passive)추정기로 구분하게 되는데 두 경우 모두 추정기의 일반적 형태는 다음과 같다.<sup>[11]</sup>

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} R^e(\theta) \quad (2)$$

(2)식에서  $R^e(\theta)$ 는 능동 추정기의 경우 정합필터의 구조를 가지며<sup>[6,7]</sup> 수동 추정기의 경우는 상관함수(cross-correlator)의 구조를 갖는데<sup>[8,9,10]</sup> 그 일반형이 ML(Maximum Likelihood)추정기 형태임을 볼 수 있다. 이때 이러한 추정기  $\hat{\theta}$ 의 에러에 의한 전체 평균 손실(R)은 다음식으로 표시된다.<sup>[11]</sup>

$$R = R_s \cdot (1 - Pe) + R_L \cdot Pe \quad (3)$$

여기서 에러가 작은 경우의 손실인  $R_s$ 는 CR-LB(Cramer-Rao Lower Bound)로 대체 될 수 있으므로, (2)식으로 표현되는 추정기의 성능을 분석 혹은 예측하기 위해서는 큰 에러가 발생할 확률인  $Pe$ 와 에러가 큰 경우의 손실에 해당하는  $R_L$ 를 계산하여야 하겠다. 따라서 본 논문에서는 별 다른 언급이 없는 한 추정에러라 함은 에러가 큰 경우를 지칭하는 것으로 한다.

시간 지연량 추정기에 있어서의 평균손실을 분석하기 위해<sup>[11], [12]</sup> 및<sup>[13]</sup> 등에서 여러 방법들이 제안되었으나 이들 방법들은 추정하고자 하는 신호 파라미터가 두개 이상인 multi-parameter 경우에는 쉽게 적용할 수 없다는 단점들을 안고 있다. 지금까지 제안된 이러한 방법들을 간략하게 살펴보면 우선<sup>[11]</sup> 및<sup>[12]</sup>에서는 추정에러를 분석하기 위해 PPM(Pulse Position Modulation) 시스템 분석에 이용되는 비정상 극점(peak anomaly)에 대한 확률의 개념을 도입하여 추정기의 평균 자승에러(MSE)를 유도 계산하였다. 그러나 이 방법들에 있어서는 각각의 극점들간의 독립성이 요구되기 때문에 신호가 협대역(narrowband)인 경우는 적용할 수가 없으며, 따라서 추정에러가 신호의 상관시간(correlation time)내부에서 발생하는 경우 및 외부에서 발생하는 경우를 구분하여 분석하여야만 한다.<sup>[13], [14]</sup>에서는 (2)식의  $R^e(\theta)$  케적상에서 발생하는 level crossing 지점들의 통계적 특성을 이용하여 추정에러를 분석하였는데 이는 인접한 극점들간의 독립성을 고려치 않아도 되므로 임의의 주파수 특성을 갖는 신호에 모두 적용할 수 있다는 장점을 지닌다. 그러나 추정 대상 파라미터가 두개 이상인 경우 surface에 의한 level crossing을 수학적으로 모델링 하는데 어려움이 따르게 되므로 그 적용이 사실상 불가능하다고 할 수 있다.

이러한 기존의 방법론들이 지닌 단점들을 극복하기 위해 [1]에서 에러밀도함수를 이용한 추정에러 분석법을 제안 한 바 있다. 에러밀도함수에 의한 추정에러 분석법을 다시 간략하게 살펴보면, 우선 파라미터( $\theta$ )가 존재하는 영역  $\Theta$ 를 에러가 작은 영역인  $\theta_s$ 와 에러가 큰 영역인  $\theta_L$ 로 구분하고  $\theta_L$ 내에서 에러 발생 후보점들로 구성되는 point process를 정의하게 된다. 이때 에러 발생 후보점들은  $\Theta_L$ 내에서  $R^e(\theta)$ 의 최대값이 위치하는 지점을 포함하는(w.p.1) 그 어떠한 집합도 가능하겠는데, 예를 들어  $\Theta_S$ 내에서의  $R^e(\theta)$ 의

최대값 ( $m_s$ )을 초과하는 값을 갖는 극대점들의 위치들이 대표적인 에러발생 후보점들이라 하겠다. 이렇게 에러 발생 point process를 극대점들의 위치들로 정의한 후에는  $R^e(\theta)$ 의 확률밀도함수로 부터 point process의 밀도 함수(intensity function)를 계산할 수 있는데 이 밀도함수는 point process를 1차원적으로 대표하는 함수로서 추정 에러의 분포상태를 나타낸다고 할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 에러 발생 point process의 밀도함수를 추정기의 에러밀도함수(error intensity function)로 지칭하기로 한다. 일단 추정기에 대한 에러밀도함수가 유도되면 그 적분값으로서의 에러발생점의 평균값, 정규화된 에러밀도함수로서의 에러의 확률밀도함수, 그리고 Poisson 모델로서의 point process를 이용하여 (3)식에서의 에러확률인 Pe 및 손실값  $R_L$ 을 쉽게 계산 할 수 있다. 본 논문에서는 이러한 에러밀도함수의 개념을 이용하여 시간지연량 추정기에 적용함으로써 [1]에서 정립한 각각의 모델, 즉 LC(Level Crossing), LM(Local Maxima) 및 ALM(Approximate Local Maxima) 모델들간의 성능 차이를 비교 분석 하고자 한다.

## II. 문제정립

본 논문에서는 시간지연량 추정기를 구현하는데 있어서 환경잡음으로써 가우시안 잡음만 존재하는 경우와 가우시안 잡음 외에도 간섭성 임펄스 잡음이 동시에 존재하는 경우를 각각 구분하여 살펴보았다. 이때 [1]에서 유도된 에러 밀도 함수 모델인 LC, LM 및 ALM 모델([1]의 식 (40), (50) 및 (54)참조)간의 비교를 위하여 이러한 관측환경들에 각 모델을 적용하여 추정기 성능 예측의 정확도 (Pe 및 MSE) 및 multi-parameter 추정기에서의 확장성등을 종합적으로 검토하였다. 성능예측의 정확도에 있어서는 [1]에서 언급된 바와 같이 LM모델이 수학적으로 가장 정확한 모델이므로 LM모델을 그 비교기준으로 삼았다. 본 논문에서는 일반성을 잃지 않는 범위내에서 수학적 취급을 간편하게 하기 위해 신호의 전파 경로에 의한 감쇄 요인은 고려치 않기로 한다.

### 1. 가우시안 잡음환경

지리적으로 서로 다른 두개의 지점에서 관측되는 신호의 도달시간 차이(시간지연량)를 추정하고자 하는 경우의(관측 모델은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{cases} x_1(t) = s(t) + n_1(t) \\ x_2(t) = s(t - D) + n_2(t) \end{cases} \quad t \in [0, T] \quad (4)$$

이때 신호성분인  $s(t)$ 는 대역폭이 B인 평탄한 주파수 특성을 갖는 가우시안 랜덤 신호이고 잡음 성분인  $n_1(t)$  및  $n_2(t)$  역시 가우시안 잡음으로  $s(t)$ 에 비해 상대적으로 대역폭이 크다고 가정한다. 또한 신호성분  $s(t)$ 의 자기상관함수는  $R_{ss}(\tau)$ 이며 추정 대상 파라미터인 시간 지연량 D는 미리 정해진 구간  $[-D_m, D_m]$  내에 존재하며, 관측시간 T는 신호의 상관시간(correlation time)인  $T_c$  및  $D_m$ 보다 훨씬 크다고 가정한다. 구체적으로, (4)식으로 표현되는 가우시안 잡음 환경 하에서의 ML 추정기 구현을 위해서 신호성분  $s(t)$  및 잡음성분  $n_1(t), n_2(t)$ 들은 다음과 같은 주파수 특성을 갖는 신호들로 가정하였다.

$$G_{ss}(f) = \begin{cases} \frac{P_s}{B} & |f - f_0| \leq B/2 \\ 0 & |f - f_0| > B/2 \end{cases} \quad (5)$$

$$G_{nn}(f) = \begin{cases} \frac{P_n}{B} & |f - f_0| \leq B/2 \\ 0 & |f - f_0| > B/2 \end{cases} \quad (6)$$

이때 B 및  $f_0$ 는 신호와 잡음성분의 대역폭 및 중심 주파수를 의미하며  $P_s$  및  $P_n$ 은 각각 신호와 잡음의 전력을 표시한다. IV장에서 논의될 각 모델간의 비교검토를 위해 구체적으로 사용된 신호 및 잡음의 주파수 관련 파라미터값들은 lowpass (혹은 wideband)의 경우로  $B = 20(\text{Hz})$ ,  $f_0 = (\text{Hz})$ 를, 그리고 band-pass(혹은 narrowband)의 경우로는  $B = 20(\text{Hz})$ ,  $f_0 = 200(\text{Hz})$ 를 각각 사용하였다.

### 2. 임펄스 잡음 환경

시간 지연량 추정기의 또다른 환경으로써 관측신호  $x_1(t)$  및  $x_2(t)$ 가 가우시안 잡음 외에 결합성 임펄스 잡음에 의해 추가로 오염된 경우를 고려하였다. 이러한 임펄스잡음이 적용될 수 있는 대표적인 예로서는 관측지점 인근을 지나가는 차량의 엔진 플러그에 의한 잡음을 들 수 있으며, 또한 해양 혹은 수중 관측시에는 어군이 나 빙산에 의한 음향 잡음 신호등이 임펄스 잡음원들이 되게 된다. 이경우 이러한 임펄스 잡음을 또다른 신호원으로 간주하여 신호에 의한 시간 지연량 및 임펄스 잡음에 의한 시간 지연량을 동시에 추정하는 multi-parameter 추정기로도 모델화 할 수 있으나 본 논문에서는 임펄스 잡음에 의한 시간 지연량인  $D_s$ 는 미리 알고 있다고 가정하여, 이러한 임펄스 잡음이 신호의 시간 지연량 D의 추정에 어떠한 영향을 미치며, 또

한 [1]에서 유도된 각각의 여러 밀도 함수에는 어떠한 영향을 주는지를 중점적으로 살펴 보기로 한다. (1) 식에 의거한 임펄스 잡음 환경하에서의 관측 모델은 다음과 같다.

$$\begin{cases} x_1(t) = s(t) + n_1(t) \\ x_2(t) = s(t-D) + n_s(t-D_s) + n_2(t) \end{cases} \quad t \in [0, T]$$

이때  $n_s(t)$ 가 임펄스 잡음 성분이며  $D_s$ 는 임펄스잡음이 각각의 관측지점에 도달하는 시간의 상대적인 차이(지연량)를 나타낸다. 이러한 임펄스 잡음 환경에서의 각 모델에 의한 여러 밀도 함수를 계산하기 위해 필요한 신호 및 가우시안 잡음의 주파수 특성은 다음과 같이 가정하였다.

$$G_{ss}(f) = \frac{P_s \cdot a_s}{2\sqrt{2\pi}} \{ e^{-\frac{a_s^2}{2}(f+f_0)^2} + e^{-\frac{a_s^2}{2}(f-f_0)^2} \} \quad (8)$$

$$G_{nn}(f) = \frac{P_n \cdot a_n}{2\sqrt{2\pi}} \{ e^{-\frac{a_n^2}{2}(f+f_0)^2} + e^{-\frac{a_n^2}{2}(f-f_0)^2} \} \quad (9)$$

이때  $f_0$ 는 신호 및 가우시안 잡음의 중심주파수를 의미하며,  $P_s$  및  $P_n$ 은 각각 신호 및 가우시안 잡음의 전력, 그리고  $a_s$  및  $a_n$ 은 3dB 대역폭인  $B_s$  및  $B_n$ 과 관련된 시정수(time constant)들을 의미한다. 즉

$$a_s = \frac{\sqrt{2 \log 2}}{B_s} \quad (10)$$

$$a_n = \frac{\sqrt{2 \log 2}}{B_n} \quad (11)$$

또한 추가로 고려된 임펄스 잡음  $n_s(t)$ 는 다음식과 같은 형태의 shot noise를 고려하였다.

$$n_s(t) = \sum_{i=1}^{L(t)} h(t-t_i) \quad (12)$$

이때  $h(t)$ 는 임의의 시간 함수이며  $L = \{L(t): t \in [0, T]\}$ 는  $(t_i)_{i=1}^L$  지점들로 형성되는 homogeneous Poisson process로서 그 밀도(density)값은  $\rho$ 로 가정하였다. 일반적으로 이와 같은 shot noise는 임펄스 응답이  $h(t)$ 인 선형 시불변(LTI : Linear Time Invariant)시스템에서 입력신호가  $t = (t_i)_{i=1}^L$ 에 위치한 impulse 열(train)일 경우의 출력신호에 해당한다.<sup>[15]</sup>

본 논문에서는 구체적인 계산을 위하여 임펄스 응답  $h(t)$ 를 다음과 같은 형태로 가정하였다.

$$h(t) = \frac{C}{2\pi} e^{-\frac{t^2}{2a^2}} \quad (13)$$

이때  $C$  값에 의해 임펄스 잡음의 전력이 결정될 수 있으며 상수  $a$ 는 3dB 대역폭( $B_{sn}$ )에 의한 시정수 값을 나타낸다. 여기서  $n_s(t)$ 의 밀도값  $\rho$ 가  $h(t)$ 의 시정수 값에 비해 상대적으로 크게 되면  $n_s(t)$ 는 가우시안 특성을 갖게 되며, 이 경우 shot noise의 평균 및 분산 값은 Campbell의 정리에 의해 다음과 같이 계산된다.<sup>[15]</sup>

$$\mu_{n_s} = E[ n_s(t) ] = \rho \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt \quad (14)$$

$$= \frac{\rho \cdot C \cdot a}{\sqrt{2\pi}}$$

$$\sigma_{n_s}^2 = E[ (n_s(t) - \mu_{n_s})^2 ] = \rho \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt \quad (15)$$

$$= \frac{\rho \cdot C^2 \cdot a}{4\pi\sqrt{\pi}}$$

이리하여 계산된 임펄스 잡음의 주파수 특성은 다음식으로 표시할 수 있다.

$$G_{n_s n_s}(f) = C^2 a^2 \rho^2 \cdot \{ \delta(f) + \frac{1}{2\pi\rho} e^{-a^2 f^2} \} \quad (16)$$

여기서 모델간 비교를 위해 사용된 신호 및 잡음 파라미터로서는 신호 및 잡음성분 모두 저대역 신호로서  $f_0 = 0$  (Hz)이며 각각의 대역폭은  $B_s = B_n = B_{sn} = 1$  (Hz), 그리고 임펄스 잡음 밀도는  $\rho = 50$ 을

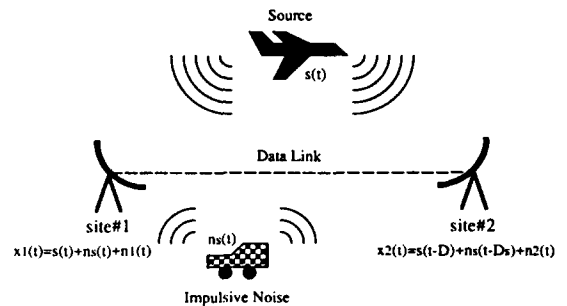


그림 1. 임펄스 잡음 환경에서의 레이더 시스템  
Fig. 1. Typical radar system under impulsive noise environment.

사용하였다. 이와 같은 가우시안 및 임펄스 잡음 환경 하에서의 시간지연량 추정기의 대표적인 예로서 레이더 시스템의 경우가 그림 1에 표시되어 있다.

### III. ML 추정기의 구조

(4)식 및 (7)식으로 표현되는 관측 모델에서의 시간 지연량(D)에 대한 ML(Maximum Likelihood)추정기의 기본 구조는 관측 신호  $x_1(t)$  및  $x_2(t)$  간의 상관 함수를 계산하여 그 상관함수의 최대값의 위치를 찾아 내는 것으로 구현할 수 있다.<sup>[8]</sup> (그림 2)

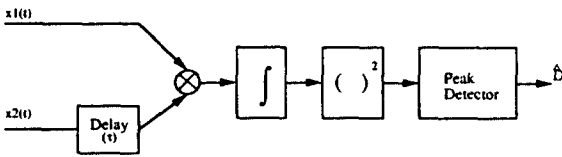


그림 2. ML 추정기의 기본 구조  
Fig. 2. Basic structure of ML estimator.

이를 수식적으로 나타내면 아래식으로 표현되는  $x_1(t)$ 와  $x_2(t)$  간의 상관함수  $R_{x_1x_2}(\tau)$ 를 계산하여 최대값이 되는  $\tau$ 의 위치가 바로 D의 추정값  $\hat{D}$ 이 되게 된다.

$$R_{x_1x_2}(\tau) = E[ x_1(t) x_2(t + \tau) ] \quad (17)$$

이때  $E[ \cdot ]$ 는 수학적 기대값을 표시한다. 하지만 일반적으로 관측시간인 T가 유한하기 때문에 (17)식에서의  $R_{x_1x_2}(\tau)$ 의 정확한 계산은 불가능하며 따라서 그 추정값인  $\hat{R}_{x_1x_2}(\tau)$ 를 이용하게 되는데 ergodic process의 경우  $\hat{R}_{x_1x_2}(\tau)$ 는 다음과 같이 계산 할 수 있다.<sup>[15]</sup>

$$\hat{R}_{x_1x_2}(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_{\tau}^T x_1(t) x_2(t + \tau) dt \quad (18)$$

또한 상관 함수와 power spectrum은 서로 Fourier transform관계에 있으므로  $\hat{R}_{x_1x_2}(\tau)$ 는 다음식으로 도 표시 할 수 있다.

$$\hat{R}_{x_1x_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}_{x_1(t)x_2} e^{j2\pi f \tau} df \quad (19)$$

이때  $\hat{G}_{x_1x_2}(f)$ 는  $x_1(t)$ 와  $x_2(t)$  간의 cross power spectrum에 대한 추정값을 의미한다.

따라서 그림 2 로 표시되는 시간지연량의 ML추정기는 다음과 같은 형태로 표시 할 수 있다.

$$\hat{D} = \underset{\tau}{\operatorname{argmax}} \hat{R}_{x_1x_2}(\tau) \quad (20)$$

(20)식은 [1]에서 언급된 일반적인 신호 파라미터의 ML 추정기 ([1]의 식(2) 및 (3)) 형태임을 볼 수 있다.

### IV. 에러 밀도 함수의 모델간 비교 검토

본 장에서는 (20)식으로 표현되는 시간 지연량에 대한 ML추정기의 성능 분석 및 예측을 위하여 [1]에서 유도된 여러 종류의 에러 밀도 함수 모델을 적용, 각 모델간의 비교 검토를 통하여 그 특성, 문제점 및 유용 성능에대해 살펴보기로 한다. 이때 시간 지연량  $\theta = D$ 의 존재구간인  $\theta = [ -D_m, D_m ]$  중에서 에러가 작은 영역은  $\theta_s = [ -\tau_s, \tau_s ]$  그리고 에러가 큰 영역은  $\theta_L = \theta - \theta_s$ 로 표시하기로 한다.

#### 1. 가우시안 잡음 환경

환경잡음으로써 가우시안 잡음만이 존재하는 경우의 예로서 1절에서 언급된 신호 및 잡음 파라미터외에

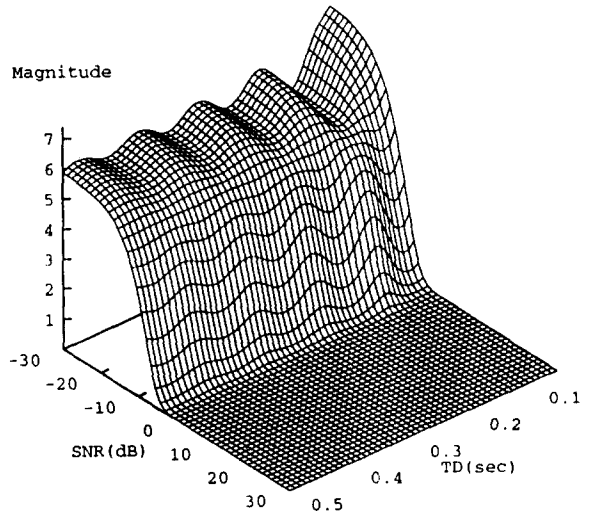


그림 3. 가우시안 잡음 환경에서의 LM 모델의 에러 밀도 함수 ( $\lambda_{LM}(\tau)$ )

Fig. 3. Error intensity function of LM model under Gaussian noise environment.

wideband의 경우에 대해서는  $D_m = 0.5(\text{sec})$ ,  $\tau_s = 1/B = 0.05(\text{sec})$ , 그리고 narrowband의 경우에 대해

서는  $D_m = 0.05(\text{sec})$  및  $\tau_s = 1/4f_0 = 0.00125(\text{sec})$ 를 각각 적용하였으며 관측시간은  $T = 8(\text{sec})$ 로 하였다.

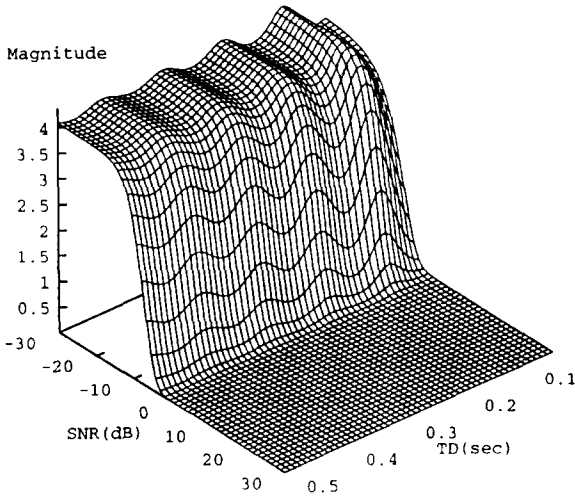


그림 4. 가우시안 잡음 환경에서의 LC모델의 에러 밀도 함수 ( $\lambda_{LC}(\tau)$ )

Fig. 4. Error intensity function of LC model under Gaussian noise environment.

신호성분의 실제 시간 지연량이  $D = 0(\text{sec})$ 인 경우에 대해 신호 대 잡음비(SNR)를  $-30(\text{dB})$ 에서  $30(\text{dB})$ 까지 적용하여 계산된 결과로서, wideband의

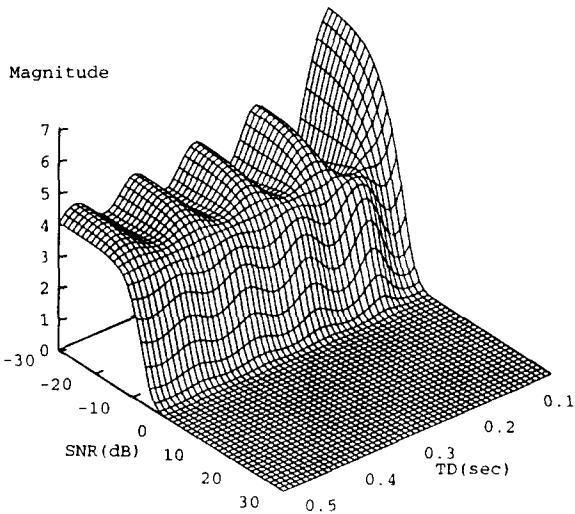


그림 5. 가우시안 잡음 환경에서의 ALM모델의 에러 밀도 함수 ( $\lambda_{ALM}(\tau)$ )

Fig. 5. Error intensity function of ALM model under Gaussian noise environment.

경우 각 모델에 의한 에러밀도함수가  $\tau \in [\tau_s, D_m]$  영역에 대해 그림 3, 그림 4, 및 그림 5에 나타나 있으며, 그에 따른 각 모델간의 추정 에러 확률(Pe) 및 평균 자승 에러의 상용 로그값( $\log[\text{MSE}]$ )에 대한 비교가 그림 6 및 그림 7에 각각 표시되었다.

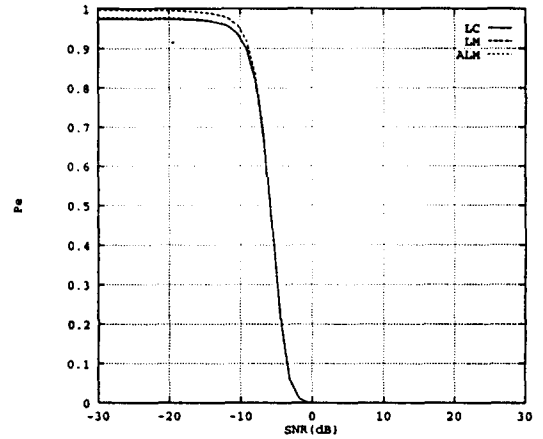


그림 6. 가우시안 잡음 환경에서의 각 모델에 의한 추정 에러 확률(광대역의 경우)

Fig. 6. Comparison of error probability among models under Gaussian noise environment & (wideband case).

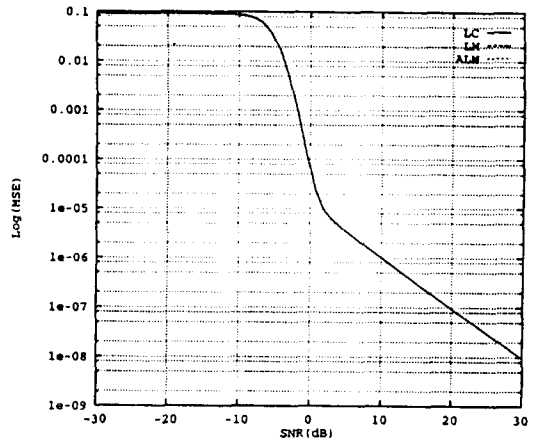


그림 7. 가우시안 잡음 환경에서의 각 모델에 의한 평균 자승 에러(광대역의 경우)

Fig. 7. Comparison of MSE among models under Gaussian noise environment & (wideband case).

narrowband의 경우 각 모델에 의한 에러 밀도 함수는 지면 관계상 생략하였으며 다만 그에 따른 각 모

델간의 추정 에러 확률(Pe) 및 평균자승에러의 상용로그값(log [MSE])의 비교는 그림 8 및 그림 9에 각각 나타내었다.

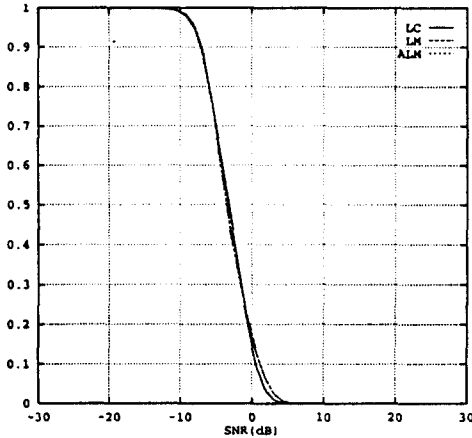


그림 8. 가우시안 잡음 환경에서의 각 모델에 의한 추정 에러 확률(협대역의 경우)

Fig. 8. Comparison of error probability among models under Gaussian noise environment (narrowband case).

우선 가장 정확한 모델인 LM모델에서의 에러 밀도 함수  $\lambda_{LM}(\tau)$ (그림 3)를 살펴보면 극대점에 해당하는 지점이 추정 에러가 발생할 확률이 높은 지점들을 의미하며 반대로 극소점들의 위치가 추정에러 발생 확률이

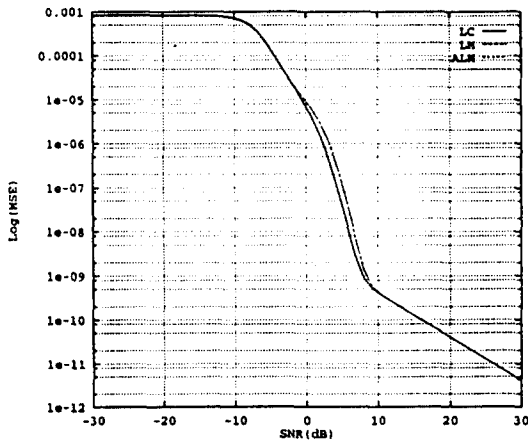


그림 9. 가우시안 잡음 환경에서의 각 모델에 의한 평균 자승 에러(협대역의 경우)

Fig. 9. Comparison of MSE among models under Gaussian noise environment. (narrowband case).

낮은 지점들로서, 이는 신호의 자기 상관 함수  $R_{ss}(\tau)$  궤적상의 극점들 위치와 같은 형태를 보여주고 있다.(그림 10 참조 :  $R_{ss}(\tau)$ 는 잡음 성분과 무관하지

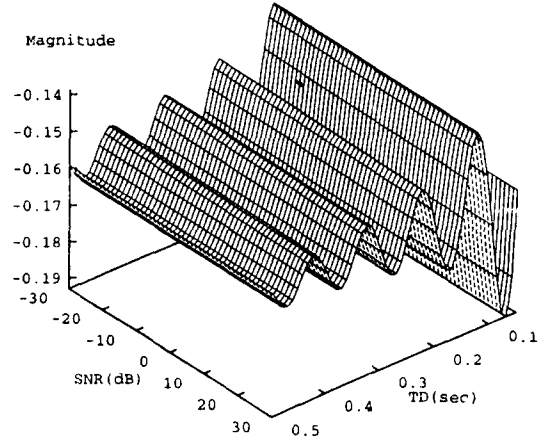


그림 10. 신호 성분의 자기 상관 함수 ( $R_{ss}(\tau)$ )

Fig. 10. The autocorrelation function of the signal component.

만 편의상 에러 밀도 함수와 같은 형태를 보이기 위해 모든 SNR구간에 대해 나타내었음.) 그러나  $\lambda_{LC}(\tau)$ 에 있어서는 모델의 특성상 level upcrossing이 발생하는 지점이 추정에러가 발생할 확률이 높은 지점들이므로  $\lambda_{LC}(\tau)$  궤적상의 극대점 위치들이 바로 이러한 level upcrossing이 일어나는 지점들을 의미하고 있다. 따라서  $\lambda_{LC}(\tau)$ 와  $R_{ss}(\tau)$ 간을 비교하면 두 궤적 사이에  $90^\circ$  phase 변이가 있음을 관찰 할 수 있다. 즉 LC모델은 모델자체의 결함으로 인해 추정에러의 발생위치를 정확하게 표현하지 못하고 있음을 알 수 있게 된다. 반면에  $\lambda_{ALM}(\tau)$ 를 살펴보게 되면 그 궤적의 특성 및 크기가  $\lambda_{LM}(\tau)$ 와 거의 차이가 없음을 볼 수 있는데 이는 ALM모델이 LM모델과 비교했을때 정확도에 있어서 별로 뒤떨어 지지 않음을 보여 주는 것으로서 그림 6 및 그림 7에서의 추정에러확률 및 평균 자승에러의 비교에서도 잘 입증되고 있다. 이러한 에러 밀도함수의 일반적인 특성으로는 신호대 잡음비(SNR)가 감소함에 따라 그 값(즉, 에러가 발생할 확률이 있는 지점들의 평균 갯수)이 단순 증가 하고 있으며, 또한 특정 SNR값에서 갑자기 그 크기가 증가하는 문턱(threshold)현상이 존재함을 관찰 할 수 있다. 그림 6 및 그림 7을 보면 LC모델이 모델링 자체의 결함때문에 에러밀도함수에 있어서는 LM 및 ALM모델과 근본

적 차이가 존재 하지만 추정기 성능 예측 능력(특히 평균 자승 에러)에 있어서는 거의 차이가 없음을 주목 할 만 하다. 반면에 wideband에 대한 이러한 실험결과와는 달리 중심주파수( $f_0$ )가 커지게 되면, 즉 narrow-band경우에 대해 각 모델을 적용 분석한 결과(그림 8, 그림 9)를 살펴보면 LC 모델의 부적합성을 좀 더 뚜렷이 관찰 할 수가 있는데 ALM모델은 LM모델의 성능예측값(Pe 및 MSE)이 매우 근접해 있는 반면에 LC 모델은 LM 모델과 현저한 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 특히 그림 9를 살펴보면 LC모델의 부정확성은 dB에서 10 dB 사이의 천이 대역에서 심하게 나타남을 관찰 할 수 있다. 이와 같은 모델간 차등성(특히 LC 모델의 결함성)은 다음 절에서 기술될 임펄스 잡음 환경하에서 더욱 더 극명하게 나타나게 된다.

2. 임펄스 잡음 환경

환경잡음으로써 가우시안 잡음외에도 간섭성 임펄스 잡음이 동시에 고려되어야 할 경우의 예로서 II.2 절에서 기술된 신호 및 잡음들의 특성과 함께, 신호 및 임펄스 잡음 성분의 실제 시간 지연량으로는 각각  $D = 0(\text{sec})$  및  $D_s = 1.5(\text{sec})$ , 관측시간은  $T = 8(\text{sec})$ , 그리고  $D_m = 2(\text{sec})$   $\tau_s = 1/B = 1(\text{sec})$  를 적용하였다.

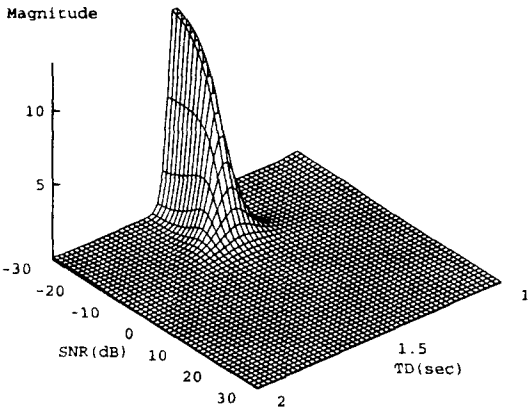


그림 11. 임펄스 잡음 환경에서의 LM 모델에 의한 에러 밀도 함수 ( $\lambda_{LM}(\tau)$ )

Fig. 11. Error intensity function of LM model under impulsive noise environment.

이때 신호대 가우시안 잡음비는 3(dB)로 고정하였으며 신호대 임펄스 잡음비(SNR)를 -30(dB)에서 30(dB)까지 적용하여 계산된 결과로서, 각 모델의 에러

밀도 함수가  $\tau \in [\tau_s, D_m]$  영역에 대해 그림 11, 그림 12 및 그림 13 에 나타나 있으며, 각 모델간의 추정에러확률(Pe) 및 평균자승에러의 상용 로그값( $\log[MSE]$ )에 대한 비교가 그림 14 및 그림 15에 각각 표시되었다.

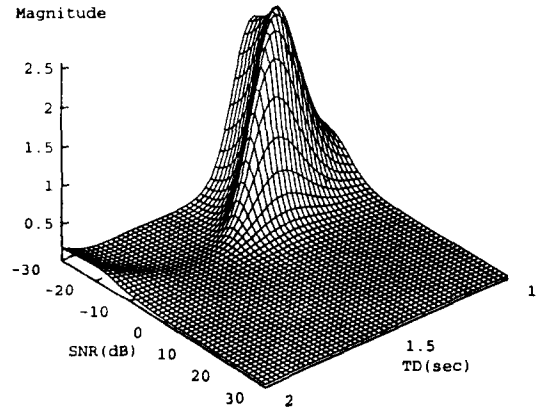


그림 12. 임펄스 잡음 환경에서의 LC 모델에 의한 에러 밀도 함수 ( $\lambda_{LC}(\tau)$ )

Fig. 12. Error intensity function of LC model under impulsive noise environment.

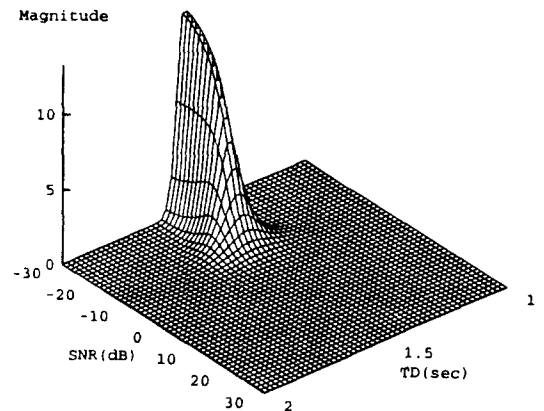


그림 13. 임펄스 잡음 환경에서의 ALM 모델에 의한 에러 밀도 함수 ( $\lambda_{ALM}(\tau)$ )

Fig. 13. Error intensity function of ALM model under impulsive noise environment.

우선 그림 11 에서 그림 13 까지 표시된 에러 밀도 함수의 공통적인 특성을 보면 가우시안 잡음만이 존재하



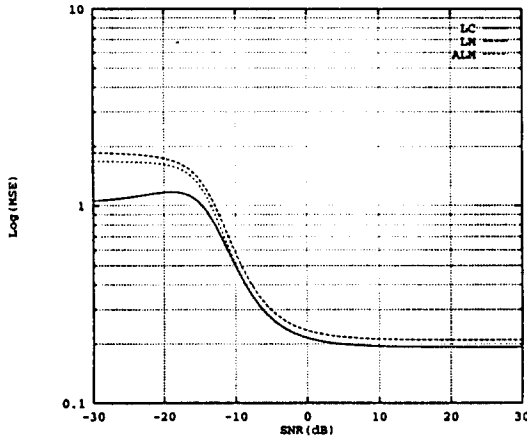


그림 14. 임펄스 잡음 환경에서의 각 모델에 의한 추정에러확률  
 Fig. 14. Comparison of error probability among models under impulse noise environment.

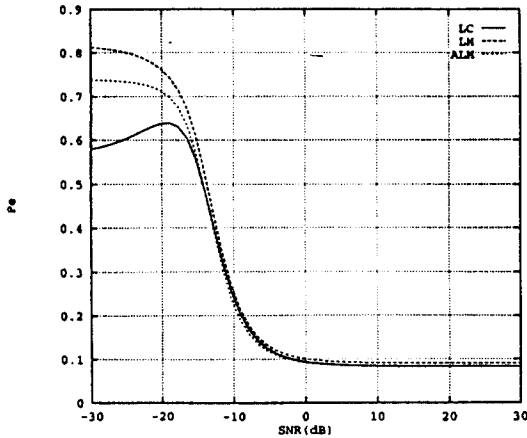


그림 15. 임펄스 잡음 환경에서의 각 모델에 의한 평균자승에러  
 Fig. 15. Comparison of MSE among models under impulse noise environment.

는 경우와는 달리 에러밀도함수의 형태에 있어 singlepeak만이 존재하는 종(Bell)을 뒤집어 놓은 형상을 하고 있음을 볼 수 있는데 이는 신호대 잡음비(SNR)를 신호성분과 임펄스 잡음간의 전력비로 정의하고 가

우시안 잡음의 전력은 신호성분대비 -3(dB)로 고정시켰기 때문이며 따라서 가우시안 잡음환경때와 같은 sidelobe현상은 거의 관측할수가 없는 반면에 임펄스 잡음에 의한 영향이 극명하게 잘 나타나 있음을 관찰할

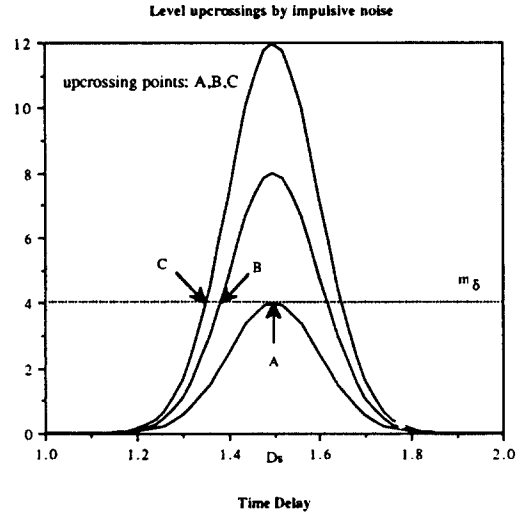


그림 16. 임펄스 잡음의 전력증가에 따른 level upcrossing의 위치 이동  
 Fig. 16. Shift of level upcrossing points as the power of impulsive noise increases.

수 있다. (그림16참조.) 또한 가우시안 잡음때와 마찬가지로 SNR값을 감소시켜감에 따라 문턱(threshold) 현상이 존재함을 관찰할 수 있는데 이 문턱값보다 SNR을 더 감소시키게 되면 모델들간의 현격한 차이를 볼수 있다. 즉 LM과 ALM모델에 있어서는 그 형태와 크기에 있어  $\lambda_{LM}(\tau)$  와  $\lambda_{ALM}(\tau)$ 가 거의 같고 크기 또한 단순 증가하는 양상을 보이지만, LC모델의  $\lambda_{LC}(\tau)$ 는 이러한 단순 증가하는 형태를 갖추고 있지 않다.

또한  $\lambda_{LC}(\tau)$ 의 극대점 위치가 SNR을 감소시킴에 따라 점차적으로 이동하는 표류현상을 관찰 할 수 있는데 이러한 현상은 다음과 같이 설명할 수 있다. 즉  $R_{X_1 X_2}(\tau)$ 계적상에서 임펄스 잡음의 크기를 증가시켜 감에따라 임펄스 잡음 성분에 의한 level upcrossing의 위치는 점차적으로  $\tau = D_s$ 로부터 멀어져 점  $\tau = 0$  위치로 이동하게 된다. 실제로 그림 16 을 살펴 보면 임펄스 잡음의 전력이 증가함에 따라  $m_s$  level에 대한 upcrossing지점이 A, B, C로 점진적으로 옮겨가는 현상을 관찰 할 수 있다. 따라서 임펄스 잡음에

의한 추정 에러의 발생위치, 즉  $\lambda_{LC}(\tau)$ 의 극대점 위치가 SNR값이 감소함에 따라 변동되는 이러한 표류 현상이 일어나게 된다. 이는 추정에러의 위치를 level upcrossing의 위치로 모델링함으로써 야기되는 LC모델의 또다른 근본적 문제를 제시하고 있다고 볼 수 있다. 이러한 LC모델의 표류현상에 의한 영향은 그림 14 및 그림 15의 추정에러확률 및 평균자승에러에서도 잘 나타나고 있다. 즉 SNR이 증가함에 따라 Pe 및 MSE가 단순 감소하지 않고 있다. 반면에 LM모델과 ALM모델은 에러밀도함수의 형태 및 크기에 있어서나 추정에러확률 및 평균자승에러에 있어서도 별로 차이가 나지 않음을 볼 수 있으며 이는 곧 ALM모델로서 LM모델을 대체 할 수 있음을 의미하게 된다. 이렇게 하면 [1]에서 언급된 바와 같이 신호 파라미터의 ML추정기 성능을 예측하는데 있어서 그 정확도를 LM모델 수준으로 유지하되,  $\lambda_{ALM}(\tau)$ 가 단원 함수로서 그 형태가 단순하기 때문에, 요구되는 계산량을 훨씬 줄일 수 있고 또한 multi-parameter의 경우에도 쉽게 적용할 수 있는 효과가 있게 된다.

## V. 검토 및 결론

관측 신호에 포함된 신호 파라미터에 대한 ML 추정기 성능을 예측하기 위한 방법으로서 [1]에서 제안된 에러밀도함수 기법을 시간지연량 추정기에 적용 분석하여 보았다. 적용 결과에 의하면 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다. [1]에서 제안된 세가지 에러밀도함수 모델 중 LC모델은 추정에러를 수학적으로 표현하는데 있어서 추정에러의 위치를 level upcrossing으로 모델링함으로써 발생하는 부정확성 때문에 일반적으로 추정기 성능 분석 기법으로 사용하기에는 부적합하다는 결론을 얻을 수 있었다. 또한 [1]에서 언급된 바와 마찬가지로, LM 모델이 추정에러를 가장 정확하게 모델링하는 방법이기도 하지만 에러밀도함수가 닫힌 형태가 아닌 적분형태로 밖에는 계산할수가 없기 때문에, 요구되는 계산량이 많고 또한 추정 대상 파라미터가 두개 이상일 경우에 적용하기가 용이하지 않다는 단점이 있다. 반면에 ALM 모델은 LM모델과 비교하여 에러밀도 함수, 추정에러확률 및 평균자승에러 등에서 그 정확도가 별로 차이가 나지 않고, 또한 아울러 실제로 ALM 모델의 에러밀도함수는 닫힌 형태로 표현되기 때문에<sup>[1]</sup>, 요구되는 계산량 및 multiple parameter에로의 적용 용이성 등에서 상당히 유리하다는 잇점이 있다. 결론적으로 [1]에서 제안된 세개의 에러 밀도함수 모델 중 ALM모델이 정확도, 계산량

및 확장성등을 모두 고려했을때 신호 파라미터의 추정기 성능 분석을 위한 가장 적합한 모델이라고 할 수 있다. 앞으로의 연구 방향은 관측신호에 포함된 신호 성분이 두개 이상인 경우 및 신호 관련 추정 대상 파라미터가 두개 이상인 경우등과 같은 multiple parameter 추정 환경에 ALM 모델을 적용하여 추정기 성능을 분석 할 예정으로 있다. 이와 같은 환경의 실제 응용 예로서는 레이더 및 소-나에 있어서 탐지대상 목표물이 두개 이상인 경우, 그리고 신호의 전파 경로가 여러개인 multi-path environment 및 목표물의 위치와 속도를 동시에 추정하고자 하는 경우를 들 수 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김 중규, "신호 파라미터의 ML 추정기법에 대한 에러 밀도 함수 모델에 관한 연구 I : 모델 정립", 대한 전자공학회 논문지-B, 제 30권, 제 12호, pp.1150-1160, 1993
- [2] Special Issue on Time Delay Estimation, IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing., vol.3, June, 1981.
- [3] G.L.Tyler, "Radio propagation experiments in the outer solar system with voyager", IEEE Proceedings, Vol.10, pp.1404-1431, 1987.
- [4] S.H.Gray and N.Bleistein, "Imaging and inversion of zero-offset seismic data", IEEE Proceedings, vol.3, pp.440-456, 1986.
- [5] E.Gatti and V.Svetto, "Review of theories and experiments of resolving time with scintillation counters", Nuclear Inst. and Methods, pp.248-268, 1966.
- [6] H.L.Van Trees, Detection, Estimation, and Modulation Theory : Part I, Wiley, New York, 1968.
- [7] J.M.Wozencraft and I.M.Jacobs, Principles of Communications Engineering, Wiley, New York, 1967.
- [8] C.H.Knapp and G.C.Carter, "The Generalized Cross Correlator for Estimation of Time Delay", IEEE Trans. on ASSP, Vol.4, pp.320-327, August, 1976.
- [9] J.C.Hassab and R.E.Boucher, "Optimum Estimation of Time Delay by a Gener-

- alized Correlator", IEEE Trans. on ASSP, pp.373-380, August, 1979.
- [10] J.S.Bendat and A.G.Piersol, Random Data : Analysis and Measurement Procedures, Wiley, New York, 1986.
- [11] J.P.Ianniello, "Time Delay Estimation via Cross-Correlation in the Presence of Large Estimation Errors", IEEE Trans. on ASSP, Vol.5, pp.1191-1196, 1983.
- [12] K.Scarbrough, R.J.Tremblay, and G.C. Carter, "Performance Predictions for Coherent and Incoherent Processing Techniques of Time Delay Estimation", IEEE Trans. on ASSP, Vol.5, pp. 1191-1196, 1983.
- [13] J.P.Ianniello, A.J.Weiss, and E.Weinstein, "Comparison of the Ziv-Zakai Lower Bound on Time Delay Estimation with Correlator Performance", Proceedings of ICASSP'83, pp.875-878, 1983.
- [14] A.O.Hero and S.C.Schwartz, "Poisson Models and Mean-Square-Error for Correlator Estimators of Time Delay", IEEE Trans. on Information Theory, Vol.IT-34, pp.287-303, March, 1988.
- [15] A.Papoulis, Probability, Random Variables and Stochastic Processes, McGraw-Hill, 1991.

---

저 자 소 개

金 重 圭(正會員) 第 30卷 B編 第 12號 参照

현재 성균관대학교 전자공학과 조교수