

論文95-32A-12-6

유기전류 및 전원의 중첩에 의한 행렬 그린함수와 그 응용

(The Matrix Green's Function by Superimposing Induced Current and Source and Its Application)

鄭 白 鎬 * , 金 彩 英 * , 具 本 熙 * *

(Baek Ho Jung, Che Young Kim, and Bon Hee Koo)

요 약

모멘트법을 이용한 산란체의 유기전류 계산시, 일부 산란체에서 유기된 전류를 제 2의 전원으로 간주한 중첩인가 개념을 도입함으로써 행렬 그린함수를 유도하였다. 제시된 방법의 유도과정은 등가원리와 유기이론에 근거하였고 그 결과식인 전장적분식에 모멘트법을 적용하였다. 적용 예로서 선형/평판 도체로 구성된 산란체의 유기전류 및 코너 반사기 안테나의 입력 임피던스와 이득패턴을 계산하였다. 그리고 차수가 감축된 행렬식의 소요 계산시간을 기존의 방법에 의한 계산시간과 비교하였다.

Abstract

By employing the concept of superimposing the induced current on partial scatterer roled as a secondary source, matrix Green's function was derived. The procedure in the way of derivation presented here was based on the equivalence principle and the induction theorem and applying moment methods to the resulting electric field integral equation. As examples, the induced current on scatterers consisted of wire/plate conductor, the input impedance and gain patterns of corner reflector antenna were calculated. And computing times required for solving matrix equation were compared with those of conventional method.

I. 서 론

모멘트법은 안테나의 해석이나 설계 또는 레이더 다면적의 산출시 가장 많이 이용되는 수치기법 중의 하나이며 또한 적절한 기법으로 알려져 있다^[1,2]. 기존의 모멘트법을 적용하여 안테나 및 산란체의 특성을 도출하고자 할 때 직면하는 실질적인 어려움은 구조물

의 크기가 수 파장 이상이 되면 행렬식의 차수가 매우 커지는 단점이며, 그 결과 컴퓨터의 소요용량과 계산시간이 증가한다. 따라서 결과해의 정확성을 유지하면서도 행렬의 차수를 감소시키는 방법이 필요하다.

주변 구조물의 영향을 고려한 많은 연구중, 특징한 구조의 그린함수를 이용한 방법으로서 Glisson은 회전체의 그린함수를 이용하여 선형 안테나를 해석하였으며^[3], Butler는 구의 그린함수를 이용하여 산란체가 안테나에 미치는 영향을 계산하였다^[4]. 이와 같은 그린함수를 이용한 하이브리드 방법의 사용은 그린함수를 구할 수 있는 구조물로 제한된다. Newman은 그린함수를 이용한 하이브리드 기법과 함께 부분행렬로부터 행렬 그린함수를 소개하였으며^[5], Miller 또한 연립 부분행렬식으로부터 행렬식의 차수 감축을 제안하였다^[6]. 이와 같은 방법으로 Albertsen은 도체상의

* 正會員, 慶北大學校 電子電氣工學部
(Dept. of Elec. Kyungpook Nat'l Univ.)

** 正會員, 韓國電子通信研究所
(Electronics and Telecommunications Research Institute)

※ 본 논문은 한국전자통신연구소의 재정지원에 의하여 작성됨.

接受日字: 1995年5月30日, 수정완료일: 1995年11月23日

모노폴 안테나를 해석하기 위하여 CFIE (Combined Field Integral Equation)로부터 구한 행렬식을 부분행렬로 나누어 전류분포 계산을 위한 감축된 행렬식을 얻었으며^[7], Umashankar 등은 3차원 유전체의 산란문제에서 전기전류와 자기전류에 대한 부분행렬식으로 효율적인 행렬식의 계산을 언급하였다^[8]. 유한요소법(FEM)에서도 동일한 방법의 행렬식 감축이 이용되었다. 예를 들면 J. M. Jin은 하이브리드 FEM에 적용하였으며^[9], J. Jin 또한 유한요소법을 이용한 행렬식에서 역시 동일한 결과를 얻었다^[10]. 이와 같은 부분행렬을 이용한 행렬식의 유도과정은 단순히 행렬식을 연립하여 해를 구한 수학적 표현에 불과하다. 본 논문에서는 등가원리와 유기이론에 근거하여 모멘트법에 의한 행렬 그린함수를 유도하고자 한다. 전원과 일부 산란체에서 유기된 전류를 다른 산란체에 중첩 인가하는 기법을 도입하여 행렬식의 차수를 감소시킬 수 있었다. 즉 산란체의 표면을 전원에 의해 유기된 등가전류로 대체하고, 이 전류를 제 2의 산란체에 전원으로 작용시켜 원래의 전원에 의해 유기된 전류와의 중첩된 형태로 제 2의 산란체에 유기된 전류를 가정한다. 그리고 각 산란체 표면에서 유기된 전류가 고려된 전장식을 얻고, 여기에 경계조건을 적용하면 모든 산란체의 전류를 산출하게 해 주는 감축된 행렬식을 유도할 수 있다.

II장에서는 중첩인가 개념과 경계조건을 이용하여 3개의 전장적분방정식(EFIE)을 유도하며, III장에서는 이 전장식에 근거한 행렬 그린함수를 유도한다. IV장에서는 기존 모멘트법의 행렬식으로부터 행렬 그린함수를 증명하며, 행렬식의 해를 구하는 과정에서 소요되는 계산량들을 비교 및 고찰한다. 도입된 기법의 타당성을 보이기 위하여 평면파 입사에 대한 선형/평판 도체로 구성되는 산란체의 유기전류를 계산하였으며, 코너 반사기 안테나의 입력임피던스와 방사패턴 등을 계산하였다. 특히 안테나의 전류분포 계산시 전원으로 미소 간격전원(Delta gap generator)과 환형자기전류(Magnetic frill current)를 이용하여 비교하였고, 안테나 파라미터의 추출시 소요되는 계산시간을 기존의 방법과 상호 비교하였다.

II. 전원과 유기전류의 중첩에 의한 EFIE

모멘트법이 적용되는 모델과 전장식을 얻기 위한 과

정은 그림 1과 같다. 그림 1의 (a)는 전원과 단일 산란체의 구조를 나타내고 있다. 산란체가 없는 공간에서 전원에 의한 입사장은 \bar{E}^i 이며, 이 입사장에 의하여 산란체의 표면에는 전류가 유기된다. 산란체는 완전도체로 가정되며 등가원리를 적용하면 산란체의 표면을 등가전류 \bar{J} 로 대체할 수 있다^[11]. 이 유기전류로부터 산란장이 만들어지며 산란체 외부의 전체전장은 산란전장과 입사전장의 합이 된다. 산란체 표면의 등가전류 \bar{J} 에 의한 산란전장은 자기 벡터 전위 \bar{A} 와 전기 스칼라 전위 ϕ 로 주어지며 다음과 같다.

$$\bar{E} = -j\omega\bar{A} - \nabla\phi \quad (1)$$

여기서

$$\bar{A}(\bar{r}) = \mu \int \int_S \bar{J}(\bar{r}') G(\bar{r}, \bar{r}') dS \quad (2)$$

$$\phi(\bar{r}) = \frac{j}{\omega\epsilon} \int \int_S \nabla_s' \cdot \bar{J}(\bar{r}') G(\bar{r}, \bar{r}') dS \quad (3)$$

이다. μ 와 ϵ 은 각각 산란체가 놓인 공간의 투자율과 유전율이며, (3)은 전류와 전하의 관계인 연속방정식이 고려된 식이다. \bar{r} 과 \bar{r}' 은 좌표계의 원점으로부터 각각 장점과 전원점을 향하는 위치벡터이며, $\nabla_s' \cdot$ 는 전원점에 대한 표면발산을 나타내는 연산자이다. 그리고 균질 매질 내에서의 3차원 그린함수는 다음과 같다.

$$G(\bar{r}, \bar{r}') = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \quad (4)$$

여기서 $R = |\bar{r} - \bar{r}'|$ 이며, 파수는 $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$ 로 주어지고 ω 와 λ 는 각주파수와 파장이다.

그림 1의 (b)와 같이 산란체의 표면 S_A 에 입사장에 의하여 유기된 전류를 등가전류 \bar{J}_A 로 대체하였다. \bar{J}_A 에 의한 산란전장을 \bar{E} 라고 하면 S_A 외부의 전체전장은 $\bar{E}' = \bar{E} + \bar{E}^i$ 가 되며 완전도체의 표면에서 전체전장의 접선성분이 영이라는 경계조건을 적용하면 전장식은 다음과 같다.

$$\bar{E}_t(\bar{J}_A) = -\bar{E}_t^i, \quad \bar{r} \in S_A \quad (5)$$

여기서 아래첨자 t 는 전장이 표면에 대한 접선성분임을 의미한다. 그림 1의 (c)와 같이 산란체 B 가 추가 되면 (5)는 수정되어야 하며 다음과 같이 쓰기로 한다.

$$\bar{E}_t^b(\bar{J}_A) = -\bar{E}_t^i, \quad \bar{r} \in S_A \quad (6)$$

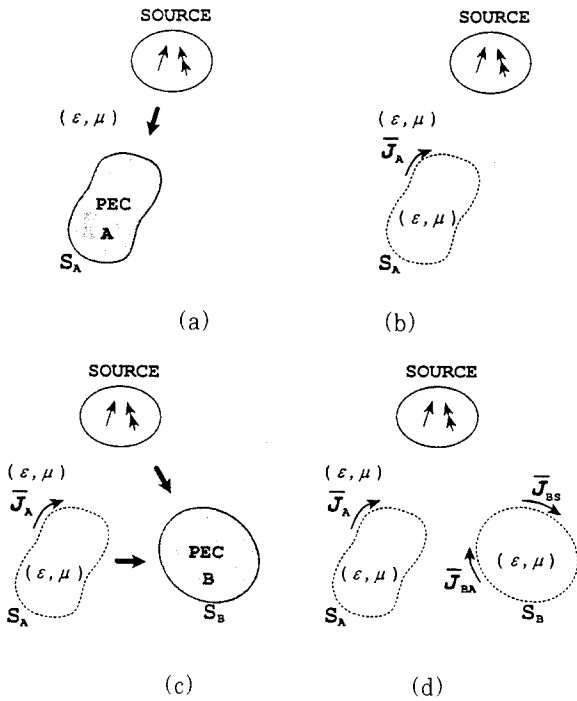


그림 1. (a) 전원과 산란체 A
 (b) 전원에 의한 산란체 A의 등가전류
 (c) 전원과 산란체 A와 B
 (d) 전원과 산란체 A에 의한 산란체 B의 등가전류

Fig. 1. (a) Source and scatterer A
 (b) Equivalent current on scatterer A induced by a source
 (c) Source, scatterer A and B
 (d) Equivalent current on scatterer B induced by a source and scatterer A

여기서 윗첨자 b 는 산란체 B 의 존재로 인하여 전장의 계산시 자유공간 그린함수인 (4)를 사용할 수 없는 \bar{E}^b 와 \bar{E}_i^b 가 구속된 연산자임을 나타낸다. 즉 첨자 b 의 의미를 고려하여 그림 1의 (c)와 같이 \bar{J}_A 에 의한 산란전장과 입사장 \bar{E}^i 를 중첩하여 산란체 B 에 인가하면, 그림 1의 (d)처럼 산란체 B 의 표면 S_B 에는 입사장 \bar{E}^i 에 의한 유기전류 \bar{J}_{BS} 와 산란체 A 의 등가표면전류 \bar{J}_A 에 의한 유기전류 \bar{J}_{BA} 가 만들어진다. 즉 산란체 B 의 전류는

$$\bar{J}_B = \bar{J}_{BA} + \bar{J}_{BS} \quad (7)$$

가 된다.

식 (6)은 S_A 에서 성립하는 식이며, 좌변은 \bar{J}_A 에 의한 전장과 \bar{J}_A 를 전원으로 하여 산란체 B 에서 유기된 전류 \bar{J}_{BA} 에 의한 산란전장의 합이며, 마찬가지로 우변은 음의 부호를 제외하면 전원에 의한 입사전장과 이 입사전장에 의하여 산란체 B 에서 유기된 전류 \bar{J}_{BS} 에 의한 산란전장의 합이다. 그러므로 첨자 b 를 없애면서 (6)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\bar{E}_t(\bar{J}_A) + \bar{E}_t(\bar{J}_{BA}) = -\bar{E}_t^i - \bar{E}_t(\bar{J}_{BS}), \quad \bar{r} \in S_A \quad (8)$$

식 (8)은 여전히 S_A 에서 성립하며 산란체 B 가 고려된 식이므로 각 산란전장의 계산시 자유공간 그린함수 (4)를 적용할 수 있다. 식 (8)의 좌변은 \bar{J}_A 를 전원으로 하는 전장과 산란체 B 에서 유기된 전류 \bar{J}_{BA} 에 의한 산란전장의 합이므로 산란체 B 의 표면 S_B 에서 전체 접선전장은 영이 되어야 한다는 경계조건을 만족해야 한다. 그리고 (8)의 우변 역시 입사전장과 이 입사전장에 의하여 산란체 B 에서 유기된 전류 \bar{J}_{BS} 에 의한 산란전장의 합이므로 산란체 B 의 표면 S_B 에서의 경계조건을 적용하면 영이 된다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\bar{E}_t(\bar{J}_{BA}) = -\bar{E}_t(\bar{J}_A), \quad \bar{r} \in S_B \quad (9)$$

$$\bar{E}_t(\bar{J}_{BS}) = -\bar{E}_t^i, \quad \bar{r} \in S_B \quad (10)$$

여기서 (10)은 입사장과 산란체 B 만 존재할 때의 전장식이며 산란체 A 와 무관하다. 식 (9)와 (10)의 각 우변은 산란체 B 에 대하여 S_B 외부로부터의 입사장을, 각 좌변은 S_B 외부의 전장에 의하여 유기된 등가전류에 의한 산란전장을 의미한다. 그러므로 (8), (9), 그리고 (10)으로 주어진 세 개의 전장식분방정식을 이용하면 세 개의 유기전류, 즉 산란체 A 의 유기전류 \bar{J}_A , 산란체 B 의 유기전류 \bar{J}_{BA} 및 \bar{J}_{BS} 를 계산할 수 있다. 그리고 이 결과를 이용하여 \bar{J}_{BA} 와 \bar{J}_{BS} 를 중첩시키면 (7)을 이용하여 산란체 B 의 유기전류 \bar{J}_B 를 구할 수 있다.

III. 행렬 그린함수의 유도

모멘트 법의 적용을 위해 전개함수로 표현된 각각의 유기전류식은 다음과 같다.

$$\bar{J}_A = \sum_{j=1}^{N_A} I_j^A \bar{f}_j \quad (11)$$

$$\bar{J}_{BA} = \sum_{n=1}^{N_A} I_n^{BA} \bar{f}_n \quad (12)$$

$$\bar{J}_{BS} = \sum_{n=1}^{N_B} I_n^{BS} \bar{f}_n \quad (13)$$

여기서 \bar{f}_j 는 산란체 A 의 전개함수이며, \bar{f}_n 은 산란체 B 의 전개함수이다. N_A 와 N_B 는 각각 산란체 표면 S_A 와 S_B 에서의 전개함수의 갯수이다. 그리고 시험함수를 이용한 내적을 정의하면 다음과 같다.

$$\langle \bar{A}, \bar{B} \rangle = \iint_S \bar{A} \cdot \bar{B} dS \quad (14)$$

식 (11)과 (12)를 (9)에 대입한 후, 이 결과에 (14)를 이용하여 산란체 B 의 표면 S_B 에서 시험함수 \bar{g}_m 으로 내적을 취하면 유기전류 \bar{J}_{BA} 에 대한 행렬식이 다음과 같이 얻어진다.

$$[I_n^{BA}] = -[Z_{nm}^{-1}] [Z_{mj}] [I_j^A] \quad (15)$$

여기서 각 행렬의 요소는

$$Z_{nm} = \langle \bar{g}_m, \bar{E}(\bar{f}_n) \rangle \quad (16)$$

$$Z_{mj} = \langle \bar{g}_m, \bar{E}(\bar{f}_j) \rangle \quad (17)$$

이며, 시험함수와외의 내적에 의해 전장의 접선성분이 얻어지므로 접선성분을 나타내는 첨자 i 는 생략되었다. 그리고 (10)에 (13)을 대입하여 동일한 과정으로 S_B 에서 시험함수 \bar{g}_m 으로 내적을 취하면 \bar{J}_{BS} 에 대한 식은 다음과 같다.

$$[I_n^{BS}] = [Z_{nm}^{-1}] [V_m] \quad (18)$$

여기서 Z_{nm} 은 (16)과 동일하며 전압행렬 요소는 다음과 같다.

$$V_m = -\langle \bar{g}_m, \bar{E}^i \rangle \quad (19)$$

식 (18)은 산란체 A 와 독립적으로 전원에 의하여 산란체 B 에 유기전류를 직접 구하는 행렬식이며, 반면에 (15)는 산란체 간의 상호작용을 포함하며 산란체 A 의 유기전류 $[I_j^A]$ 가 계산되어야만 $[I_n^{BA}]$ 가 결정된다.

이번에는 안테나 표면 S_A 에서 성립하는 전장식 (8)에 (11), (12), 그리고 (13)을 대입하고 안테나 표면에서의 시험함수 \bar{g}_i 로 내적을 취하여 (15)와 (18)을 이용하면 산란체 A 의 등가전류를 산출하는 행렬식은 다음과 같다.

$$[Z_{ij}^0] [I_j^A] = [V_i^0] \quad (20)$$

여기서 임피던스 행렬과 전압 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$[Z_{ij}^0]_{N_A \times N_A} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] [Z_{nm}^{-1}] [Z_{mj}] \quad (21)$$

$$[V_i^0]_{N_A \times 1} = [V_i] - [Z_{in}] [Z_{nm}^{-1}] [V_m] \quad (22)$$

산란체 B 가 없는 경우의 전장식 (5)로부터 (11)을 대입하여 행렬식을 구하면 임피던스 행렬은 $[Z_{ij}]$ 가 되며, 전압 행렬은 $[V_i]$ 가 된다. 이와 비교하여 볼 때 (21)의 우변에서 $-[Z_{in}] [Z_{nm}^{-1}] [Z_{mj}]$ 는 산란체 B 의 존재로 인한 임피던스 행렬의 변화를 보이며 전원과 무관하게 산란체 사이의 상호작용을 의미한다. 그리고 (22)의 우변에서 $-[Z_{in}] [Z_{nm}^{-1}] [V_m]$ 는 산란체 B 가 고려된 전압행렬의 변화를 나타낸다. 그러므로 (21)과 (22)는 산란체 A 의 전류분포를 산출하는 행렬식 (20)에서 각각 산란체 B 에 대한 임피던스 행렬 그린함수와 전압 행렬 그린함수를 나타낸다. 여기서 각 행렬요소는 (16)과 (17), 그리고 (19)로부터 주어지고, S_A 에서 시험함수 \bar{g}_i 와의 내적으로 추가로 나타난 행렬요소는 다음과 같다.

$$Z_{ij} = \langle \bar{g}_i, \bar{E}(\bar{f}_j) \rangle \quad (23)$$

$$Z_{in} = \langle \bar{g}_i, \bar{E}(\bar{f}_n) \rangle \quad (24)$$

$$V_i = -\langle \bar{g}_i, \bar{E}^i \rangle \quad (25)$$

그러므로 (20)을 이용하여 N_A 의 차수를 가지는 행렬식으로부터 산란체 B 가 고려된 산란체 A 의 유기전류 \bar{J}_A 를 계산할 수 있다. 물론 (21)과 (22)에서 산란체 B 의 전개함수의 갯수 N_B 로 주어지는 차수의 행렬이 나타나지만, (20)은 N_B 와 무관하게 그 차수가 N_A 로 고정된다.

이와 같이 (20)을 이용하여 산란체 A 의 전류분포 \bar{J}_A 를 결정한 후, (15)와 (18)을 이용하면 산란체 B 의 유기전류 \bar{J}_{BA} 와 \bar{J}_{BS} 를 완전하게 계산해 낼 수 있다. 그러므로 (7)로부터 산란체 B 의 유기전류 계산을 위한 단일식은 다음과 같다.

$$[I_n^B] = [Z_{nm}^{-1}] ([V_m] - [Z_{mj}] [I_j^A]) \quad (26)$$

식 (26)의 계산에 필요한 각 행렬의 요소는 (20)의 계산과정에서 이미 얻어져 있으므로 이를 이용할 수 있으며, 단순한 행렬의 연산일 뿐 행렬식의 해를 구하

는 과정을 요구하지 않는다. 또한 미소간격전원과 같이 집중전원이 산란체 A에 놓인 경우에는 산란체 B에서의 전압 행렬요소 V_m 이 전부 영이 되므로 전원에 의해 산란체 B에 직접 유기되는 전류는 없다. 그러므로 (26)에서 우변의 괄호내 첫항이 사라지므로 그 표현식은 더욱 간단해진다.

IV. 행렬 그린함수의 증명과 소요 계산량 비교

전원의 중첩인가 개념으로 전류분포를 산출하는 행렬식 (20)에서 임피던스 행렬 그린함수인 (21)과 전압 행렬 그린함수 (22)는 기존의 모멘트법을 적용한 행렬식에서 부분행렬을 이용한 연립식으로부터도 유도된다. 그림 1의 (d)에서 (7)이 고려된 전장식은

$$\bar{E}_i (\bar{J}_A) + \bar{E}_i (\bar{J}_B) = -\bar{E}_i^i, \quad \bar{r} \in S_A, S_B \quad (27)$$

이며, 모멘트법의 적용을 위하여 산란체 B의 등가전류 \bar{J}_B 를 전개함수를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\bar{J}_B = \sum_{n=1}^{N_B} I_n^B \bar{J}_n \quad (28)$$

식 (27)에 (11)과 (28)을 대입하고 시험함수와의 내적을 취하면 행렬식의 결과는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} [Z_{ij}] & [Z_{in}] \\ [Z_{mj}] & [Z_{mn}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_j^A] \\ [I_n^B] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V_i] \\ [V_m] \end{bmatrix} \quad (29)$$

여기서 행렬식의 차수는 $N_A + N_B$ 이다. 기존 모멘트법과 같이 전체 전류분포를 동시에 구하는 행렬식 (29)로부터 각 산란체의 영역을 고려하여 부분행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$[Z_{ij}] [I_j^A] + [Z_{in}] [I_n^B] = [V_i] \quad (30)$$

$$[Z_{mj}] [I_j^A] + [Z_{mn}] [I_n^B] = [V_m] \quad (31)$$

식 (31)에 $[Z_{in}] [Z_{nm}^{-1}]$ 을 곱하고 이 결과를 (30)에서 빼면 $[I_j^A]$ 를 구하는 식이 (20)과 같이 얻어지며, 여기서 임피던스 행렬과 전압 행렬은 각각 (21)과 (22)의 표현과 동일한 형태로 나타난다. 그리고 이 $[I_j^A]$ 를 (31)에 대입하면 $[I_n^B]$ 를 구할 수 있으며, 이는 (26)과 동일하다.

식 (20)을 이용한 전류 계산에서 산란체 B의 임피던스 행렬의 역행렬 계산이 요구되지만, 풀어야 되는

행렬식의 차수는 산란체 A의 미정계수의 수 N_A 로 제한되어 있다. 기존의 모멘트 방법, 즉 (29)를 이용할 경우 프로그래밍이 간단할지라도 행렬식의 차수는 $N_A + N_B$ 가 된다. 중첩인가 개념을 이용한 행렬 그린함수의 연산에 있어서 곱셈의 회수를 정리하여 보면 표 1과 같다[12]. 여기서 산란체 A와 B의 미정계수의 개수를 동일하게 $N = N_A = N_B$ 로 두었다.

표 1. 행렬그린함수의 곱셈회수
Table 1. Number of multiplications in matrix Green's function.

연 산	곱셈회수
$[Z_{nm}^{-1}]$	$N^3 + N^2$ (inverse)
$[Z_{\epsilon}] [Z_{\epsilon}]$	N^2
$\{Z_{\epsilon}\} [Z_{nm}^{-1}] \{Z_{mj}\}$	N^2
$[Z_{ij}^b]$	-
$[Z_{\epsilon}] [Z_{nm}^{-1}] [V_m]$	N^2
$[V_i^b]$	-
$[Z_{ij}^b] [I_j^A] = [V_i^b]$	$N^3/3 + N^2$ (Gauss)
$[Z_{mj}] [I_j^A]$	N^2
$[V_m] - [Z_{mj}] [I_j^A]$	-
$[I_n^B] [Z_{nm}^{-1}] ([V_m] - [Z_{mj}] [I_j^A])$	N^2
합 계	$4N^3/3 + 7N^2$

표 1의 결과를 보면 행렬식의 해를 구할 때는 가우스 소거법을 사용할 수 있으며 역행렬 계산시에는 이를 이용할 수 없다. 기존의 모멘트법인 (29)의 해를 구하는 과정에서는 가우스 소거법을 이용하더라도 곱셈의 회수는 $8N^3/3 + 4N^2$ 으로서, 표 1의 결과에서 비교되듯이 미정계수의 크기 N 이 무한대가 되면 곱셈 회수는 행렬그린함수 방법에 비하여 2배로 된다. 특히 산란체 B의 구조가 변화하지 않는 경우 임피던스 행렬의 역행렬인 $[Z_{nm}^{-1}]$ 만 얻어지게 되면 산란체 A의 구조가 변화하더라도 곱셈회수가 $N^3/3 + 5N^2$ 으로서 전류분포의 산출은 효율적으로 이루어짐을 볼 수 있다.

V. 적용 예

수치 계산의 적용 예로서 선형/평판 도체로 구성된 산란체와 코너 반사기 안테나를 선택하였다. 전개함수는 선형도체에 대해서는 삼각형 함수^[2]를, 평판도체의 경우에는 지붕(roof top) 함수^[13]를 이용하였다. 그리고 행렬요소의 계산시 동일한 전개함수와 시험함

수를 사용하였다.

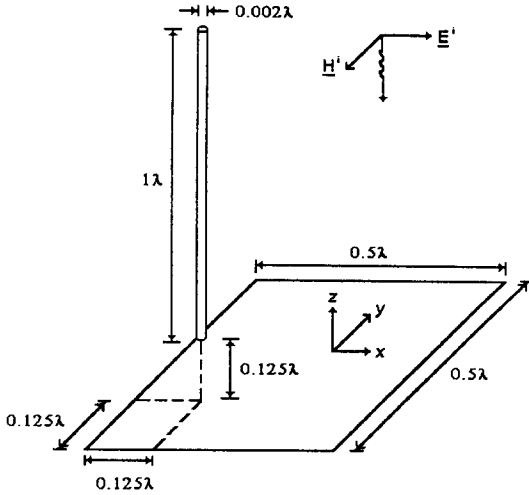


그림 2. 선형/평판 도체와 평면입사파 모델
Fig. 2. Conducting wire/plate and incident plane wave model.

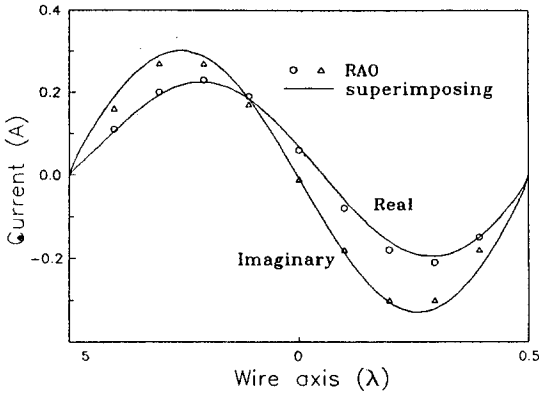


그림 3. 평판 위의 선형도체에 유기된 전류
Fig. 3. Induced current on wire conductor above plate.

먼저 행렬 요소의 정확성과 행렬그린함수를 이용한 계산과정을 검증하기 위하여 그림 2와 같이 평판도체 위에 수직으로 놓인 선형도체의 구조에 대하여 평면입사파에 의해 유기된 전류분포를 계산하였다. 평면입사파의 전장은 다음과 같이 주어진다.

$$\vec{E}' = (\partial E_\theta + \partial E_\phi) e^{-j\vec{k} \cdot \vec{R}} \quad (32)$$

여기서 θ 와 ϕ 는 구좌표계의 단위벡터이며, 입사각 θ

와 ϕ 에 대한 파수 벡터 \vec{k} 는 다음과 같다.

$$\vec{k} = -k(\hat{x}\sin\theta\cos\phi + \hat{y}\sin\theta\sin\phi + \hat{z}\cos\theta) \quad (33)$$

입사전장이 단위크기를 가지며 편파의 방향이 x 방향일 때 각 산란체의 전류분포는 그림 3 및 그림 4와 같다. 그림 3의 선형도체에 대한 전류분포의 결과에서 보는 바와 같이 Rao^[14]의 결과와 잘 일치하고 있으며, 평판에 유기된 전류밀도의 분포는 그림 4와 같다. 그림 4의 (a)는 평면입사파의 편파방향과 일치하는 x 방향 전류밀도이며 (b)는 y 방향 전류밀도이다. 여기서 선형도체의 전개계수인 삼각형 함수의 수 $N_A=90$ 이며, 평판도체의 분할된 사각형수는 8×8 개로서 미정계수의 수 $N_B=112$ 로 하였다.

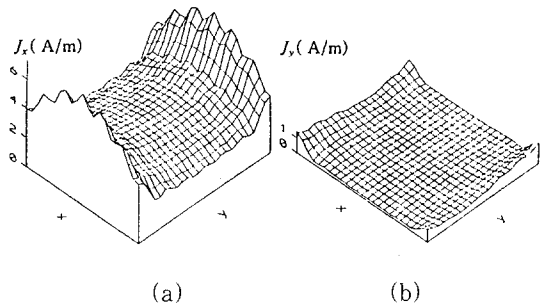


그림 4. 평판 도체의 유기된 전류밀도 분포
(a) x 방향 전류밀도 : 최대 $J_x=7.63$ [A/m]
(b) y 방향 전류밀도 : 최대 $J_y=1.44$ [A/m]

Fig. 4. Induced current density distribution on plate.
(a) x directed current density : max. $J_x=7.63$ [A/m]
(b) y directed current density : max. $J_y=1.44$ [A/m]

그림 5는 평판도체와 다이폴로 구성되는 코너 반사기 안테나이다. 안테나 파라미터의 계산시 다이폴의 길이는 0.47λ , 반경은 0.005λ 로 하였으며 반사기의 크기는 $A=B=1\lambda$ 로 하였다. 그리고 다이폴의 미정계수 $N_A=40$, 반사기는 10×10 개의 사각형으로 분할하여 미정계수 $N_B=180$ 이 되었다. 먼저 반사기의 모서리로부터 다이폴의 위치 d 에 따른 전류분포를 계산한 후, 이로부터 구동점 임피던스를 산출하였다. 그 결과는 그림 6과 같으며 두 개의 전원 모델인 미소간격전원과 환형

자기전류^[15,16]에 의한 입력 임피던스가 거의 일치함을 보여 주고 있다. 미소간격 전원으로 사용된 입사전장은

$$\vec{E}' = \hat{z} \frac{V'}{\Delta} \quad (34)$$

이며, 급전점 이외 점에서의 입사전장은 영이다. 여기서 V' 는 인가전압이며, Δ 는 전압이 인가되는 틈의 간격이다. 또한 환형자기전류 \vec{M}' 에 의한 전장은 다음과 같이 계산된다.

$$\vec{E}' = \nabla \times \int_{\text{ring}} \vec{M}'(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dS' \quad (35)$$

여기서 자기전류 \vec{M}' 는 인가전압과 자기전류가 놓이는 환형띠의 반경에 의하여 다음과 같이 결정된다.

$$\vec{M}' = -\hat{\phi} \frac{V'}{\ln(b/a)} \quad (36)$$

a 와 b 는 각각 환형띠의 내경과 외경이며, $\hat{\phi}$ 는 다이폴의 급전점이 좌표계의 원점에 있을 때 ϕ 방향의 단위벡터이다. 다이폴 전원의 급전 위치는 중앙이며 자기전류에 의한 전압 행렬요소의 계산시 $b/a=2.3$ 으로 두었고 급전점의 전송선 임피던스는 50Ω 으로 하였다. 특히 이 계산에서 거리 d 가 변화하더라도 반사기의 임피던스 행렬은 일정하며 다이폴의 위치만 바뀌게 되므로 반사기 자체의 어드미턴스 행렬 $[Z'_{mm}]$ 을 반복 계산할 필요가 없으며, 처음 한번만 계산되면 반사기 이외의 구조가 변화하더라도 이를 이용할 수 있다.

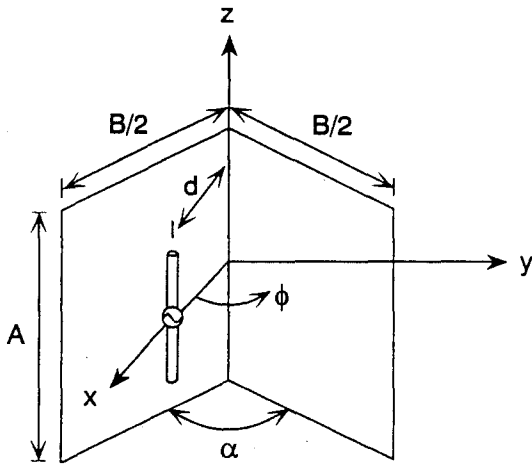


그림 5. 코너 반사기 안테나
Fig. 5. Corner reflector antenna.

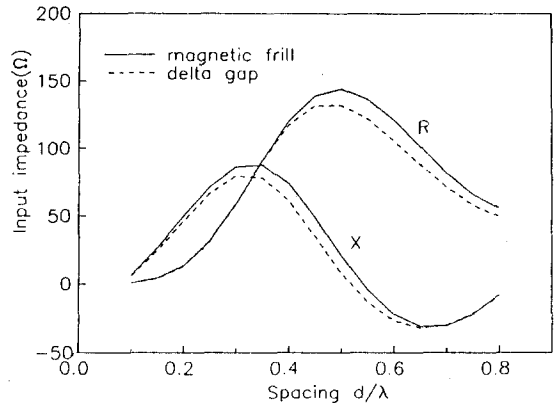


그림 6. 간격 d 의 변화에 의한 다이폴의 구동점 임피던스.
Fig. 6. Driving point impedance of dipole wrt spacing d .

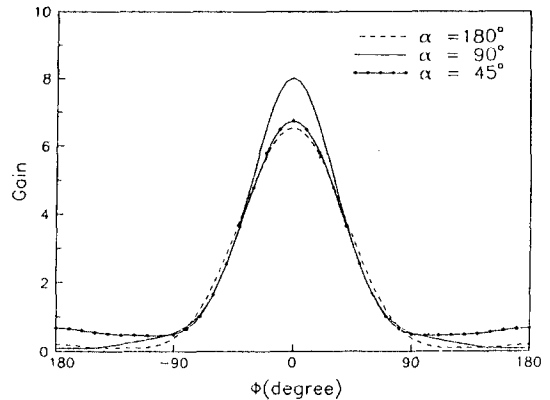
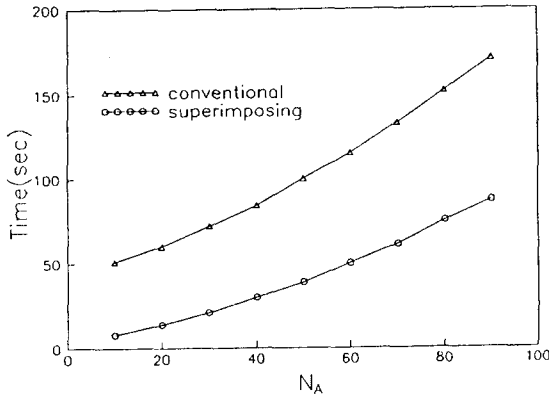
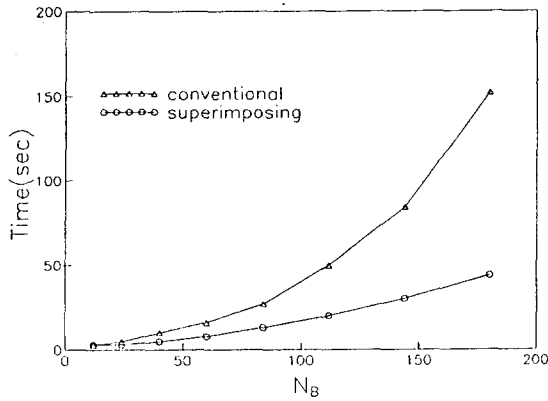


그림 7. 코너반사기 안테나의 복사패턴, $d=0.25\lambda$
Fig. 7. Radiation pattern of corner reflector antenna, $d=0.25\lambda$.

그림 7은 반사기의 각 α 에 따라 전류분포로부터 계산된 복사패턴이다. 이때 복사패턴을 계산하기 위해서 가역정리로부터 얻어진 전력이득 산출식(참고문헌 [1]의 식 (4-39), p.71)을 이용하였다. 반사기 모서리와 다이폴간의 거리 $d=0.25\lambda$ 이며 $\alpha=90^\circ$ 일때 최대 이득을 보이고 있다. 입력 임피던스의 계산과 달리 이득의 계산결과는 미소간격전원과 환형자기전류에 대하여 동일한 수치를 보였다. 그림 6과 그림 7에서 행렬 그린함수에 의한 입력임피던스와 이득패턴의 계산치는 기존의 모멘트법인 (29)를 이용하더라도 그 결과는 서로 동일함을 확인하였다.



(a)



(b)

그림 8. 구동점 임피던스의 계산 소요시간

(a) $N_B=180$, N_A 변화(b) $N_A=51$, N_B 변화

Fig. 8. Exhausted times of computing driving point impedance.

(a) $N_B=180$, N_A varying(b) $N_A=51$, N_B varying

작성된 프로그램은 PC-486에서 수행되었으며 계산 시간은 그림 8과 같다. 그림 8의 (a)는 산란체 B의 구조가 결정된, 즉 $[Z_{nm}]$ 이 계산된 상태에서 다이폴인 산란체 A의 구조가 변하여 전개함수의 개수 증가로 인한 미정계수 N_A 에 따른 입력 임피던스의 소요 계산 시간을 기존의 모멘트 방법과 비교하고 있다. 여기서 행렬요소의 계산시간은 동일하므로 제외시켰다. 그리고 이와 같은 계산은 산란체의 구조, 즉 미정계수 N_B 가 증가할수록 효과적임을 그림 8의 (b)로부터 알

수 있다. 이는 안테나의 전류분포 또는 입력 임피던스 계산시 기존의 방법은 차수가 N_A+N_B 인 행렬식의 해를 구하여야 하지만, 행렬 그린함수는 차수가 N_A 인 행렬식의 해를 요구하기 때문이다.

VI. 결 론

기존의 모멘트법에 의한 전자과의 문제해석에서 가장 취약한 점은 계산의 대상이 되는 구조물이 파장에 비하여 매우 클 때 행렬식의 차수 증가로 인하여 계산 시간과 컴퓨터의 기억용량이 제약을 받는다는 사실이다. 본 논문에서는 전원으로부터 유기된 산란체의 전류를 다른 산란체에 새로운 전원으로로서 중첩 인가하는 개념을 근거로 하여 전류분포를 계산하는 행렬식을 유도하였다. 이 행렬식은 전류가 산출되는 영역 이외의 산란체 영향이 임피던스 행렬 그린함수와 전압 행렬 그린함수에 반영되도록 하였다. 적용 예에서 본 바와 같이, 반사체 또는 주변 산란체의 구조가 클수록 안테나의 특징변수를 추출하고자 할 때 행렬식의 계산시간이 단축되었다. 물론 결과해의 정확성은 기존의 모멘트법과 동일하며 프로그램시 약간 더 복잡한 면은 있으나, 산란체의 어드미턴스 행렬만 계산이 되면 소요 계산시간을 매우 단축할 수 있었다. 또한 이 중첩인가 개념은 주변 산란체의 수가 증가하더라도 확장 적용할 수 있으므로 안테나가 설치되는 위치와 이에 따른 산란체의 영향 분석과, 또한 적절한 방사패턴을 찾고자 할 때 매우 효율적인 방법이 되리라고 본다.

참 고 문 헌

- [1] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, New York: Macmillan, Ch.4, 1968.
- [2] J. Moore and R. Pizer, *Moment Methods in Electromagnetics*, Research Studies Press Ltd., pp.44-50, 1984.
- [3] A. W. Glisson and C. M. Butler, "Analysis of wire antenna in the presence of a body of revolution," *IEEE Trans. Antennas propagat.*, vol.AP-28, no.5, pp.604-609, Sept. 1980.
- [4] C. M. Butler and T.L. Keshavamurthy, "Analysis of wire antenna in the

- presence of a sphere," *IEEE Trans. Electrom. Compat.*, vol. EMC-22, no.2, pp.113-118, Sept. 1980.
- [5] E. H. Newman, "An Overview of the hybrid MM/Green's function method in electromagnetics," *Proc. IEEE*, vol.76, pp.270-282, Mar. 1988.
- [6] E. K. Miller, "A selective survey of computational electromagnetics," *IEEE Trans. Antennas propagat.*, vol. AP-36, no.9, pp.1281-1305, Sept. 1988.
- [7] N. C. Alberstian, J. E. Hansen, and N. E. Jensen, "Computation of radiation from wire antennas on conducting bodies," *IEEE Trans. Antennas propagat.*, vol. AP-22, no.2, pp.200-206, Mar. 1974.
- [8] K. Umashankar, A. Taflove, and S. M. Rao, "Electromagnetic scattering by arbitrarily shaped three-dimensional homogeneous lossy dielectric objects," *IEEE Trans. Antennas propagat.*, vol. AP-34, no.6, pp.758-766, June 1986.
- [9] J. M. Jin and V. V. Liepa, "A note on hybrid finite element method for solving scattering problems," *IEEE Trans. Antennas propagat.*, vol. AP-36, no.10, pp.1486-1490, Oct. 1988.
- [10] J. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, John Wiley & Sons, INC., pp. 335-338, 1993.
- [11] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill Book Co., pp.106-116, 1961.
- [12] A. Jennings, *Matrix Computations for Engineers and Scientists*, New York: John Wiley & Sons, pp.19-22, 1977.
- [13] A. W. Glisson and D. R. Wilton, "Simple and efficient numerical methods for problem of electromagnetic radiation and scattering for surfaces," *IEEE Trans. Antennas propagat.*, vol.AP-28, no.5, pp.593-603, Sept. 1980.
- [14] S. M. Rao, *Electromagnetic Scattering and Radiation of Arbitrarily Shaped Surfaces by Triangular Patch Modeling*, Ph. D. dissertation, University of Mississippi, Aug. 1980.
- [15] R. Mittra, Ed., *Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon Press, pp.72-79, 1973.
- [16] L. L. Tsai "A numerical solution for the near and far fields of the annular ring of magnetic current," *IEEE Trans. Antennas propagat.*, vol.AP-20, no.5, pp.569-576, Sept. 1972.

저 자 소 개



鄭白鎬(正會員)

1961년 9월 4일생. 1985년 2월 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1989년 2월 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1994년 3월~현재 경북대학교 대학원 전자전기공학부 박사과정. 1989년 2월~1994년 3월 국방과학연구소 연구원. 관심분야는 전자파 수치해석, 이동통신의 전자파 전파특성 등임



金彩英(正會員)

1976년 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1978년: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학석사). 1990년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학박사). 1985년 9월-1986년 8월: 미국 시리큐스 대학 연구교수. 1991년 9월-1993년 2월 미국 MIT 공대 연구과학자. 1979년 4월-1992년 9월 경북대학교 전자공학과 전임강사-부교수. 1992년 10월~현재 경북대학교 공과대학 전자전기공학부 전자파 연구실 교수. 관심분야는 이동통신 전파환경, 구조물에 의한 산란과 분석, 구조물에 부착된 안테나 해석 및 설계, 마이크로파 공학, 전자파 이론 및 응용 등임



具本熙(正會員)

1966년 5월 1일생. 1988년 2월 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1990년 8월: 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1990년 8월~현재 한국전자통신연구소 정보통신표준연구센터 선임연구원. 관심분야: 무선인터페이스 기술기준 및 표준 연구분야, 마이크로파공학 및 전자파 수치해석 등임