

論文95-32B-7-6

비선형 시스템의 왜곡 보상을 위한 비선형 적응 프리필터

(A Nonlinear Adaptive Prefilter for the Compensation of Distortion in a Nonlinear Systems)

林 龍 勳 * , 趙 鏞 淮 ** , 尹 大 熙 * , 車 日 煥 *

(Yong Hoon Lim, Yong Soo Cho, Dae Hee Youn and Il Whan Cha)

요 약

본 논문에서는 Schetzen의 p차 역시스템 이론에 근거하여 비선형시스템의 왜곡을 감소시키는 선형화 방법에 관하여 논한다. 비선형시스템의 앞단에 p차 Volterra 필터를 직렬로 연결하고 그 필터계수를 적응적으로 조정함으로서 p차까지의 비선형왜곡을 감소시킬 수 있는 비선형 적응 프리필터링 알고리듬을 제안한다.

랜덤신호와 정현파신호 입력의 경우 전체 비선형왜곡이 크게 감소됨을 컴퓨터 모의실험을 통하여 확인함으로써 제안된 알고리듬을 비선형시스템에 적용시 유용함을 검증한다.

Abstract

In This Paper, Linearization problem is discussed to reduce distortion of a nonlinear system based on Schetzen's pth-order inverse theorem. We propose a nonlinear adaptive prefiltering algorithm which can reduce nonlinear distortion up to pth order by tandemly connecting a pth-order Volterra filter before the nonlinear system under the consideration and by adjusting the filter coefficients adaptively.

The feasibility of applying the proposed algorithm to a nonlinear system is confirmed via computer simulation by observing significant reduction of total nonlinear distortion for the case of random input and sinusoidal input excitation.

I. 서 론

시스템에서 발생하는 왜곡은 선형왜곡과 비선형왜곡으로 구분할 수 있다. 이중 선형왜곡에 대해서는 지금 까지 많은 연구가 이루어졌고 이를 보상하기 위한 여러 방법들이 개발되어 성공적으로 응용되고 있다.

그러나 비선형왜곡의 경우 분석이 용이하지 않으며 왜곡 제거과정 또한 복잡하기 때문에 선형 보상방법에 비해 많은 연구가 행해지지는 않았다. 최근에 신호처리 기술의 발달과 고속 프로세서의 개발로 인하여 비선형성이 심하게 나타나는 위성통신채널^[1], 자기기록 채널^[2], 스피커 왜곡보상^[3] 등과 같은 응용분야에 비선형성을 제거하기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다. 또한 비선형 적응디지털필터를 이용하여 시스템의 비선형성을 처리하기 위한 적응 알고리듬들^[4]이 개발되어 반향 제거 및 채널등화^[5] 등에 응용되고 있다.

시스템의 비선형성을 제거하기 위한 기본적인 접근 방법은 비선형 시스템의 역시스템을 이용하여 선형화

* 正會員, 延世大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng. Yonsei Univ.)

** 正會員, 中央大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng. Chung-Ang Univ.)

接受日字: 1994年10月21日, 수정완료일: 1995年6月26日

하는 방법이다. Schetzen^[6]은 P차 역시스템 이론(P-th order inverse thoery)에서 Volterra 모델로 나타내어진 비선형 시스템의 역시스템을 P차의 Volterra 필터를 사용하여 구현할 수 있음을 보였으며 이를 비선형왜곡 제거에 응용한 연구 결과들이 발표되었다^[11].

본논문에서는 P차 역시스템 이론에 근거하여 비선형 시스템을 선형화하기 위한 적응 Volterra 필터링 방법에 대해 연구하였으며, LMS(Least Mean Square) 알고리듬에 기초하여 계수를 최적화하는 적응 알고리듬을 유도하였다. 시스템이 선형 응답만을 갖는 경우 제안된 알고리듬은 filtered-x LMS 알고리듬^[17]과 동일하게 된다.

II 장에서는 비선형 시스템에 대한 Volterra 모델과 역시스템에 대해 설명하고, III 장에서는 비선형성 왜곡보상을 위한 적응 알고리듬을 제안하며, IV 장에서는 임의의 비선형 시스템에 대한 컴퓨터 모의 실험을 통하여 알고리듬의 유용성을 확인한다.

II. Volterra 시스템과 P차 역시스템

그림 1에 나타낸 바와 같이 구현 가능한 이산 시불변 비선형 시스템 H 에 입력 $x(n)$ 이 입력될 때, 출력 $y(n)$ 은 다음과 같은 Volterra 급수로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} y(n) &= H[x(n)] \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} H_m[x(n)] \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 $H_m[\cdot]$ 은 m 차 Volterra 시스템으로서 다음과 같이 표현된다.

$$H_0[x(n)] = h_0$$

$$H_m[x(n)] = \sum_{i_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{i_m=0}^{\infty} h_{i_1, \dots, i_m}^m x(n-i_1) \cdots x(n-i_m) \quad (2)$$

여기에서 h_{i_1, \dots, i_m}^m 은 m 차 Volterra 커널(kernel)^[16]을 나타낸다.

시스템 H 가 Volterra 급수로 표현이 될 때, H 의 1차 시스템 H_1 의 역시스템 H_1^{-1} 이 구현 가능하고 안정하다면, 그림 2와 같이 시스템 H 에 직렬 연결하면, 합성 시스템의 출력에서 P 차 까지의 왜곡이 완전히 제거되는 하는 P 차 Volterra 시스템 $C_{(P)}$ 가 존재한다.

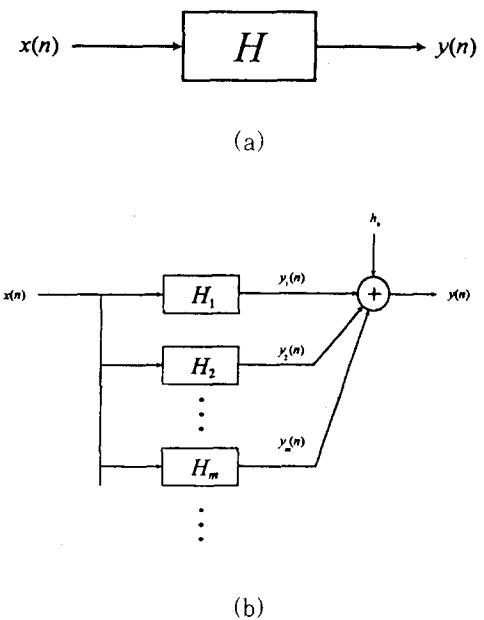


그림 1. 비선형 시스템에 대한 Volterra 급수 모델

(a) 비선형 시스템

(b) Volterra 급수 모델

Fig. 1. Volterra series model for nonlinear system.

(a) nonlinear system

(b) Volterra series model

$$y(n) = R[x(n)] = H[C_{(P)}[x(n)]] \quad (3)$$

$$= x(n) + \sum_{m=P+1}^{\infty} R_m[x(n)] \quad (4)$$

여기에서,

$$C_{(P)}[\cdot] = \sum_{m=0}^P C_m[\cdot] \quad (5)$$

를 나타내며 그림 2와 같이 시스템의 전단에 위치하는 경우 P 차 pre-inverse라고 하며 뒷단에 위치하는 경우 post-inverse라고 한다. 식(4)에 나타낸 시스템 출력에서 P 차 까지의 비선형 왜곡은 제거되지만 $P+1$ 차 이상의 왜곡이 남아있으나 P 를 무한대로 하면 $C_{(\infty)} = H^{-1}$ 가 되어 완전한 역시스템을 이룬다. 그러나 무한차의 Volterra 필터를 구현할 수 없기 때문에 비선형 왜곡을 완전히 제거할 수는 없지만 시스템 H 의 $P+1$ 차 이상의 왜곡이 아주 적은 양이라면 합성 시스템 Q 의 $P+1$ 차 이상의 왜곡도 신호 $x(n)$ 에 비해 아주 적은 양이 되므로 극사적으로 역시스템을 이를 수 있다.

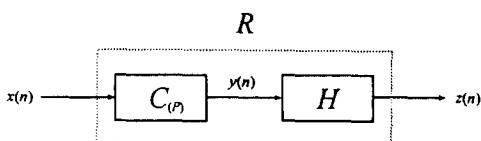


그림 2. P차 역시스템

Fig. 2. Pth order inverse system.

III. 비선형 왜곡 보상을 위한 적응 알고리듬

본연구에서 제안하는 적응 왜곡 보상기의 구조는 그림 3과 같다. H 는 비선형 시스템이고, C 는 비선형 왜곡 보상을 위한 P 차의 적응 Volterra 필터이다. 입력신호는 비선형 시스템에 입력되기 전에 적응필터에 입력되어 사전왜곡되며 그출력이 비선형 비선형시스템을 통과하면 원하는 선형응답 $d(n)$ 에 근접하도록 적응 필터의 계수값이 조정된다. 본질의 목적은 이를 위한 Volterra 필터의 적응 알고리듬을 유도하는 것이다.

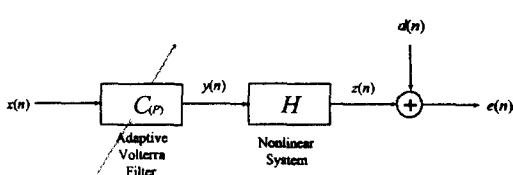


그림 3. 비선형 적응 필터에 의한 비선형왜곡 보상
Fig. 3. Compensation of nonlinear distortion using a nonlinear adaptive filter.

P 차 적응 Volterra 필터의 입출력 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y(n) &= C_{(P)}[x(n)] = \sum_{m=0}^P C_m[x(n)] \\ &= \sum_{m=0}^P \sum_{i_1=0}^{N-1} \cdots \sum_{i_m=0}^{N-1} c_{i_1, \dots, i_m}^m x(n-i_1) \cdots x(n-i_m) \quad (6) \end{aligned}$$

여기에서 N 은 적응 필터 $C_{(P)}$ 의 메모리 수를 나타낸다. 보상기 $C_{(P)}$ 의 출력은 비선형 시스템 $H_{(Q)}$ 에 입력되며 그 출력은 다음과 같다.

$$z(n) = H[y(n)] = \sum_{m=0}^{\infty} H_m[y(n)] \quad (7)$$

시스템 출력의 왜곡 $e(n)$ 은 원하는 응답 $d(n)$ 과의 차로서 다음과 같다.

$$e(n) = d(n) - z(n) \quad (8)$$

왜곡을 최소로 하도록 Volterra 필터 $C_{(P)}$ 의 계수를 구하기 위하여 stochastic gradient 최적화 알고리듬^[8]을 적용하면 계수 조정식은 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$c_{i_1, \dots, i_m}^m(n+1) = c_{i_1, \dots, i_m}^m(n) - \frac{\mu}{2} \frac{\partial e^2(n)}{\partial c_{i_1, \dots, i_m}^m(n)},$$

$$m = 0, \dots, P$$

$$i_m = 0, \dots, N-1 \quad (9)$$

$$= c_{i_1, \dots, i_m}^m(n) + \mu e(n) \frac{\partial z(n)}{\partial c_{i_1, \dots, i_m}^m(n)} \quad (10)$$

여기에서, μ 는 최적화 과정의 수렴조건을 결정하는 수렴계수이다. 수렴계수 μ 가 충분히 작아서 적응필터 계수의 시간에 따른 변화량이 아주 적다면, 즉

$$c_{i_1, \dots, i_m}^m(n) \approx c_{i_1, \dots, i_m}^m(n-1) \approx \dots \approx c_{i_1, \dots, i_m}^m(n-N+1) \quad (11)$$

식(10)은 다음과 같이 근사화할 수 있다^[9].

$$c_{i_1, \dots, i_m}^m(n+1) \approx c_{i_1, \dots, i_m}^m(n) \quad (12)$$

$$+ \mu e(n) \sum_{r=0}^{N-1} \frac{\partial z(n)}{\partial y(n-r)} \frac{\partial y(n-r)}{\partial c_{i_1, \dots, i_m}^m(n)},$$

$$m = 0, \dots, P$$

$$i_m = 0, \dots, N-1$$

시스템 H 의 출력 $z(n)$ 을 입력 $y(n)$ 으로 미분한 값을 다음과 두면,

$$g(r) = \frac{\partial z(n)}{\partial y(n-r)} \quad (13)$$

식(7)에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} g(r) &= h_r^1 + 2 \sum_{i=0}^{N-1} h_{r,i}^2 y(n-i) \\ &+ 3 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h_{r,i,j}^3 y(n-i)y(n-j) + \dots \quad (14) \end{aligned}$$

식(6), 식(12), 식(14)로 부터 적응필터의 계수 조정식을 얻을 수 있다.

$$c^0(n+1) \approx c^0(n) + \mu e(n) \sum_{r=0}^{N-1} g(r) \quad (15)$$

$$c_{i_1, \dots, i_m}^m(n+1) \approx c_{i_1, \dots, i_m}^m(n)$$

$$+ \mu e(n) \sum_{r=0}^{N-1} g(r) x(n-r-i_1), \dots, x(n-r-i_m), \quad (16)$$

$$m = 1, \dots, P$$

$$i_m = 0, \dots, N$$

시스템 H 가 1차 왜곡만을 갖는 선형시스템이라면 식(14)과 식(16)의 적용 알고리듬은 다음과 같이 filtered-x LMS 알고리듬^[7]으로 단순화된다.

$$c_i^1(n+1) \approx c_i^1(n) + \mu e(n) \sum_{r=0}^{N-1} h_r^1 x(n-r-i), \quad (17)$$

$$i = 0, \dots, N-1$$

그림 4에 위에서 유도한 적응 알고리듬을 운용하는 과정을 나타내었다. 식. (14), (15), (16)에 나타낸 적응 알고리듬은 Volterra 시스템으로 표현된 비선형 시스템 정보를 필요로 한다. 실제의 응용에 있어서는 시스템 인식(system identification) 과정을 통하여 비선형 시스템의 Volterra 계수를 측정한 후 이 값을 이용하여 적응필터링 과정을 수행해야 한다. 원하는 응답 $d(n)$ 을 $x(n)$ 이 δ 샘플 자연된 $x(n-\delta)$ 으로 대체하면 비선형 시스템의 1차 응답 특성이 비최소 위상(nonminimum phase)인 경우의 왜곡보상 문제에 적용할 수 있다.

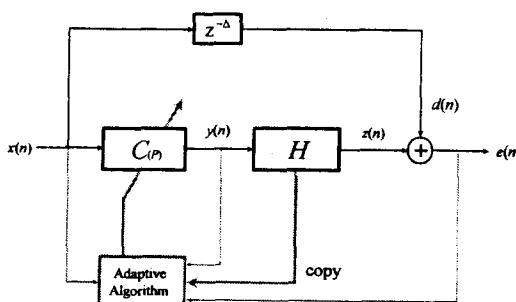


그림 4. 제안된 알고리듬의 개요도

Fig. 4. The schematic diagram of a proposed algorithm.

제안된 알고리듬을 적용할 때 고려해야 할 점은 식(7)과 식(8)에 나타난 바와 같이 오차항은 적응필터 계수에 대해 2차 이상의 비선형 함수이기 때문에 최적화 함수 $E[e^2(n)]$ 은 계수에 대해 2차 이상의 함수가 되며 여러개의 극소값을 갖게된다^[9]. 제안한 적응 알고리듬은 gradient descent에 기초한 알고리듬이기 때문에 최적화 함수가 여러개의 극소값을 갖는 경우 최적값으로 수렴하지 못하고 준최적값에 수렴할 가능성도 있다^[9].

IV. 모의 실험

컴퓨터 모의 실험을 통하여 비선형 시스템을 선형화

하는 문제에 제안한 적응 알고리듬을 적용하여 성능을 확인하여 보았다. 실험에 사용한 비선형 시스템은 1차 왜곡과 3차 왜곡을 갖는 4탭 메모리의 Volterra 시스템으로 하였으며 3차 Volterra 시스템은 대칭성^[6]을 갖도록 하였다.

$$z(n) = H_1[y(n)] + H_3[y(n)] \quad (18)$$

$$H_1[y(n)] = 0.2792 y(n) + 0.6770 y(n-1) \quad (19)$$

$$+ 0.2062 y(n-2) - 0.2685 y(n-3)$$

$$H_3[y(n)] = 1.8943 y^3(n) + 0.3157 y(n-1)y(n-2)y(n-3) \quad (20)$$

$$+ 0.3157 y(n-1)y(n-3)y(n-2)$$

$$+ 0.3157 y(n-2)y(n-1)y(n-3)$$

$$+ 0.3157 y(n-2)y(n-3)y(n-1)$$

$$+ 0.3157 y(n-3)y(n-1)y(n-2)$$

$$+ 0.3157 y(n-3)y(n-2)y(n-1)$$

적응 필터 또한 3차의 Volterra 필터로서 12탭의 메모리를 사용하였다.

$$y(n) = C_1[x(n)] + C_3[x(n)] \quad (21)$$

(1) 랜덤 신호 입력에 대한 실험

대상 신호가 랜덤 신호일 때 적응 왜곡 보상 알고리듬에 대한 모의 실험을 수행하였다. 입력 신호 $x(n)$ 은 백색 가우시안 잡음을 정규화된 차단 주파수 $\pi/3$ 의 저역필터에 통과시켜 대역 제한된 신호를 사용하였다. 이는 3차 비선형 시스템은 입력신호의 스펙트럼을 3배로 확산시키기 때문에 이로 인해 발생하는 에일리어징(aliasing)을 방지하기 위한 것이다. 신호 $x(n)$ 의 분산은 0.1이며 비선형 시스템의 1차 응답과 3차 응답의 분산이 각각 0.1이 되도록 하였다. 원하는 응답 $d(n)$ 은 다음과 같이 $x(n)$ 이 4샘플 자연된 $x(n-4)$ 를 사용하였으며 측정잡음으로 신호대 잡음비 30 [dB]의 백색 가우시안 잡음 $w(n)$ 을 첨가하였다

$$d(n) = x(n-4) + w(n) \quad (22)$$

알고리듬의 성능을 측정하기 위해 보상된 신호의 왜곡을 선형왜곡과 비선형왜곡을 포함하여 다음과 같이 정의되는 양을 사용하였다.

$$D(n) = 10 \log_{10} \left(\frac{E[|e^2(n)|]}{E[|d^3(n)|]} \right) [dB] \quad (23)$$

그림 5는 적응 왜곡 보상 필터를 사용하였을 때 알고리듬의 수렴에 따른 왜곡의 감소곡선을 100회의 독립수행을 통하여 얻은 것이다. (a)는 제안한 비선형 적응 프리필터를 사용하여 왜곡을 보상한 경우의 왜곡이며, (b)는 선형 적응필터만을 사용하는 filtered-x LMS 알고리듬을 수행하여 얻은 왜곡곡선이다. 그림에 나타난 바와 같이 제안한 보상방법이 filtered-x 방법에 비해 7 [dB] 정도의 왜곡을 더 감소시킨 것을 알 수 있다. 이는 제안한 보상방법은 선형왜곡과 비선형을 모두 감소시키는 반면 filtered-x 방법은 선형필터만을 사용하므로 선형왜곡만을 감소시키기 때문이다.

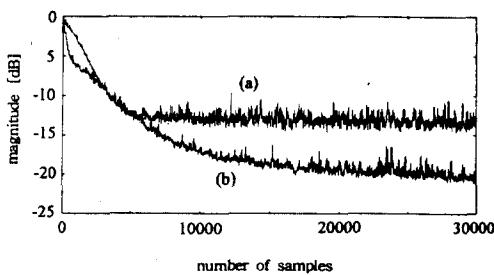


그림 5. 왜곡 감소 곡선

- (a) 제안된 알고리듬
 - (b) filtered-x LMS 알고리듬
- Fig. 5. Distortion reduction curve.
- (a) Proposed algorithm
 - (b) filtered-x LMS algorithm

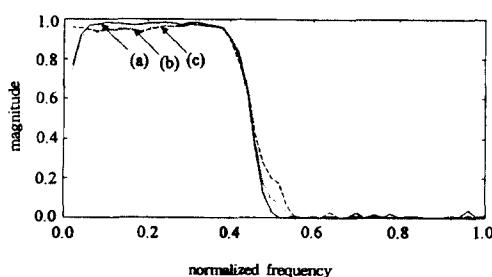


그림 6. 선형 coherence 함수

- (a) 제안된 알고리듬으로 보상한 경우
- (b) filtered-x LMS 알고리듬으로 보상한 경우
- (c) 보상하지 않은 경우

Fig. 6. Linear coherence function.

- (a) Compensation with the proposed algorithm
- (b) Compensation with filtered-x LMS algorithm
- (c) Without compensation

그림 6은 수렴이 완료된 후 시스템이 선형화된 정도를 알아보기 위해 적응필터를 포함한 전체 시스템의 입출력 선형 coherence 함수^[10]를 측정한 것이다. 완전한 선형시스템인 경우 이 값은 신호대역내에서 1이 된다. (a)는 식(19)과 식(20)로 나타낸 비선형 시스템의 선형 coherence 함수로서 신호대역내에서 평균 0.9463으로 측정되었다. (b)는 제안한 보상방법으로 비선형성을 제거한후 측정한 값으로 0.9749로 선형성이 증가했음을 알 수 있다. (c)는 filtered-x 방법으로 왜곡을 감소시킨 후 측정한 coherence 함수를 나타낸 것이다. 측정값이 0.9463으로 보상전과 비교하여 선형성을 증가시키지 못함을 알 수 있다.

(2) 단일 주파수 정현파 입력에 대한 실험

대상 신호로서 다음과 같이 Nyquist 주파수로 정규화되어 0.1의 주파수에서 분산 0.1을 갖는 정현파를 사용하였다.

$$x(n) = 0.4472 \sin(\pi \cdot 0.1 \cdot n) \quad (24)$$

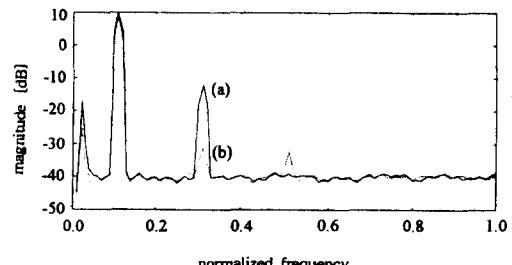


그림 7. 단일 주파수 정현파신호에 대한 모의실험 결과

- (a) 비선형 시스템 H에 의해 왜곡된 신호의 스펙트럼
- (b) 제안된 방법을 사용하여 보상한 신호의 스펙트럼

Fig. 7. Simulation results for single frequency sinusoidal input.

- (a) Distorted spectrum by nonlinear system H
- (b) Compensated spectrum with the proposed method

그림 7(a)에 나타낸 비선형 시스템 H의 출력 스펙트럼은 시스템 H_3 에 의한 3차 하모닉왜곡(harmonic distortion)이 발생한 것을 관찰할 수 있다. 그림 7(b)는 제안된 알고리듬을 사용하여 왜곡을 제거한 후 비선형 시스템 H의 출력 스펙트럼이다. 그림 7(a)의

3차 왜곡이 현저하게 감소되어 20 [dB] 정도의 3차 왜곡이 보상되었다. 그러나 적응필터 C 와 비선형 시스템 H 의 합성 시스템이 3차 이상의 왜곡을 발생하여 주파수 0.5, 0.7, 0.9에 5차 왜곡과 7차 왜곡, 9차 왜곡 성분이 발생한 것을 관찰할 수 있다. 이는 보상 전의 3차 왜곡에 비해 매우 적은 양이므로 전체적인 비선형왜곡은 감소한 것을 알 수 있었다. 이러한 현상은 식(4)에 나타낸 P차 역시스템의 성질과 같은 결과임을 알 수 있다.

V. 결 론

본연구에서는 비선형 시스템의 비선형 왜곡을 보상하기 위한 적응 필터링 알고리듬에 대해 연구를 수행하였다. 보상기의 구조는 기존의 P차 역시스템의 구조와 같은 P차의 Volterra 필터이며 계수값 조정을 위한 적응 알고리듬을 제안하였다.

단일 주파수의 정현파 입력시 제안된 알고리듬에 대한 모의 실험 결과 P차 왜곡에 대한 보상 성능은 우수하였다. 그러나 P차 역시스템을 사용한 경우와 마찬가지로 $P+1$ 차 이상의 왜곡을 발생시켰다. 랜덤신호를 사용한 모의 실험에서도 보상전의 왜곡을 많이 감소시켜 시스템이 선형화되었음을 관찰하였다.

앞으로 연구되어야 할 과제는 알고리듬의 수렴특성 및 준최적값에 대한 분석이 이루어져야 하며 실제적인 응용을 위해서는 수렴속도 향상 및 계산량 감소에 관한 연구가 이루어져야 한다.

참 고 문 현

- [1] E. Biglieri, S. Segio, and M. Catena, "Analysis and Compensation of Nonlinearities in Digital Transmission

Systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, Vol. SAC-6, pp.534-546, Apr. 1988.

- [2] J. M. Cioffi, W. L. Abbott, H. K. Thapar, C. M. Melas, and K. D. Fisher, "Adaptive Equalization in Magnetic-Disk Storage Channels," *IEEE Commun. Mag.*, pp.14-29, Feb. 1990.
- [3] A. J. M. Kaiser, "Modeling of the Nonlinear Response of an Electrodynamic Loudspeaker by a Volterra Series Expansion," *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 35, No. 6, pp. 421-432, Jun. 1987.
- [4] V. J. Mathews, "Adaptive Polynomial Filters," *IEEE SP Mag.*, pp. 10-26, July 1991.
- [5] E. Biglieri, A. Gershoff, R. D. Giltin, and T. L. Lim, "Adaptive Cancellation of Nonlinear Intersymbol Interference for Voiceband Data Transmission," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, Vol. SAC-2, No.5, pp.765-776, Apr. 1984.
- [6] M. Schetzen, *The Volterra and Wiener Theory of Nonlinear Systems*, New York: John Wiley, 1980.
- [7] B. Widrow and S. D. Sterns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1985.
- [8] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1987.
- [9] J. J. Shynk, "Adaptive IIR filtering," *IEEE ASSP Mag.*, vol. 6, pp.4-21, 1989.
- [10] J. S. Bendat, *Nonlinear System Analysis and Identification from Random Data*, John Wiley & Sons, 1990.

저자소개

林 龍 勳(正會員)

1989년 2월 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사).

1991년 2월 연세대학교 전자공학과 대학원 졸업(공학석사). 현재 연세대학교 전자공학과 대학원 박사과정. 주관심분야는 비선형 적응 신호처리, 능동소음제어 등임.

趙 鐮 淜(正會員) 제 31권 B편 제7호 참조

현재 중앙대학교 전자공학과 교수

尹 大 熙(正會員) 제31권 B편 제7호 참조

현재 연세대학교 전자공학과 교수

車 日 煥(正會員) 제31권 B편 제10호 참조

현재 연세대학교 전자공학과 교수