

크리스프 타입 퍼지 제어기의 동특성 해석

Analysis on Dynamical Behavior of the Crisp Type Fuzzy Controller

권 오 신*, 최 종 수**
Oh-Shin Kwon*, Jong-Soo Choi**

요 약

퍼지 제어기에 관한 최근 연구에서, 연산의 간략성을 위해 퍼지 제어 규칙의 후건부에 대하여 퍼지 집합 대신에 크리스프 값을 사용하는 크리스프 타입 퍼지 제어기 모델이 다양한 분야의 응용에 널리 이용되고 있다. 이 논문에서는 max-min 추론법 및 product-sum 추론법에 기초한 크리스프 타입 퍼지 제어기의 동특성을 해석하였다. 해석 결과, 크리스프 타입 퍼지 제어기는 근사적으로 PD 제어기와 같이 동작함을 보였다.

Abstract

In recent research on the fuzzy controller, the crisp type fuzzy controller model, in which the consequent part of the fuzzy control rules are crisp real numbers instead of fuzzy sets, due to its simplicity in calculation, has been widely used in various applications. In this paper we try to analyze the dynamical behavior of the crisp type fuzzy controller with both inference methods of min-max compositional rule and product-sum inference. The analysis reveals that a crisp type fuzzy controller behaves approximately like a PD controller.

I. 서 론

다양한 퍼지 추론법에 기초한 퍼지 제어기의 구조가 많이 연구되었다[1-5]. 추론방법 중에서 실질적으로 퍼지 제어에 가장 널리 이용되는 추론방법은 Mamdani 등에 의해서 제안된 추론법[1]과 Mizumoto에 의해서 제안된 product-sum 추론법[2]이다. Mamdani 추론법은 제어규칙의 전건부와 후건부의 결합(conjunction)을 해석하기 위해서 max-min 추론 합성규칙을 이용한 방법이며, Mizumoto의 product-sum 추론법은 max-min 추론 합성규칙에서 논리곱(AND 또는 min) 및 논리합(OR 또는 max) 연산자를 곱(product) 및 산술합(arithmetic sum) 연산자로 대체한 방법으로 퍼지 제어기 알고리즘을 매우 간단하게 한다. 퍼지 제어기의 알고리즘에 있어서, 비퍼지화 연산은 매우 복잡하고 많은 시간을 소모하는 작업으로써 여러 가지 비퍼지화 방법[7]을 사용한다고 해서 성능이 현저하게 개선되는 것은 아니다. 이러한 관점에서, Product-sum 추론법은 퍼지 제어기 알고리즘을 매우 단순화시킨 방법이다.

* 군산대학교 제어계측공학과 부교수

** (주)포스콘 기술연구소 선임연구원

한편, Tagaki 등은 퍼지 제어 규칙의 후건부를 퍼지 집합 대신 크리스프 함수 표현 또는 크리스프 실수 값을 사용하는 크리스프 출력 타입 모델을 제안하였다[5]. 이 모델에서 추론 결과의 퍼지 집합은 유한개의 점으로 이산화한 퍼지 집합으로 되기 때문에 비퍼지화 알고리즘 계산을 더욱 간단하게 한다. Max-min 추론법, product-sum 추론법 및 크리스프 출력 모델은 가끔 서로 혼합하여 응용하는데, 혼합한 방법들은 성능이 우수하고 하드웨어로 구현하기가 매우 용이하며 퍼지 신경망 모델로의 변환도 수월한 매우 단순한 알고리즘이다.

기존의 제어 이론이 매우 발달하였음에도 불구하고 아직까지 퍼지 제어를 해석하는데 유용한 이론적인 방법들이 잘 정립되어 있지 않다. 그 이유는 연구자들이 퍼지 제어기와 같은 비선형 문제를 해결하기 위해서 대부분 선형 시스템 이론과 같은 기존의 이론들을 적용하기 때문이다. 이 논문에서는 max-min 추론법 및 product-sum 추론법에 기초한 크리스프 타입 퍼지 제어기의 동특성을 기존의 PID 제어기와 연관지어 근사적인 해석을 수행한다.

II. 크리스프 타입 퍼지 제어기

먼저 max-min 추론법 및 product-sum 추론법을 혼합한 크리스프 타입 퍼지 제어기에 대하여 간략하게 기술한다[1-3].

두 개의 입력과 한 개의 출력을 갖는 퍼지 제어기를 고려해 보자. 입력 변수는 오차 e 와 오차의 변화율 \dot{e} 이고 출력 변수는 제어값 u 이다. e , \dot{e} 및 u 에 대한 전체집합은 각각 $E \subset R$, $\dot{E} \subset R$ 및 $U \subset R$ 이다. e 및 \dot{e} 에 대한 언어 값은 각각 A_i 및 B_j 라고 정의 한다. 여기에서 i 와 j 는 $i \in I = [-m, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, m]$, $j \in J = [-n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n]$ 이다. 그러면, 퍼지 제어 규칙은 다음의 형태로 주어진다.

IF e is A_i and \dot{e} is B_j THEN u is u_{ij}

여기에서 $u_{ij} \in U (i \in I, j \in J)$ 는 퍼지 집합이 아니고 크리스프 값이다. 이러한 퍼지 제어 규칙을 갖는 퍼지 제어기를 크리스프 타입 퍼지 제어기라 부르며[5] 그림 1과 같이 나타낼 수 있다.

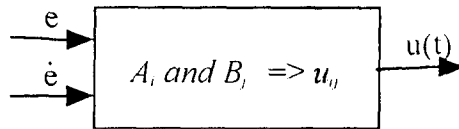


그림 1. 크리스프 타입 퍼지 제어기
Fig 1. The crisp type fuzzy controller

만일 퍼지 제어 규칙의 수가 $I \times J$ 라면, 퍼지 제어 규칙 베이스가 완전하다고 말할 수 있다[6]. 이 논문에서는 퍼지 제어 규칙 베이스는 완전하다고 가정한다. A_i 와 B_j 의 멤버쉽 함수가 $A_i(e)$ 및 $B_j(\dot{e})$ 라고 가정하자. 임의의 시간 t 에서, e 와 \dot{e} 의 관측 값이 각각 $e(t)$, $\dot{e}(t)$ 라면 A_i 와 B_j 의 실제 값은 $A_i(e(t))$ 와 $B_j(\dot{e}(t))$, ($i \in I, j \in J$)이다. 퍼지 제어 규칙 전건부의 실제 값은 다음과 같다.

$$f_{ij} = \begin{cases} A_i(e(t)) B_j(\dot{e}(t)), & \text{Product-sum method} \\ \text{Min} \{A_i(e(t)) B_j(\dot{e}(t))\}, & \text{Max-min method} \end{cases} \quad (1)$$

전건부에서 후건부의 추론은 C 라고 표시하는 결론 퍼지 부분집합을 만들어 낸다. 여기에서 C 는 유한개의 점으로 구성된 이산 퍼지 집합이다. Product-sum 추론법의 경우 C 는

$$C = \left\{ \frac{f_{ij}}{u_{ij}}, |i \in I, j \in J \right\} \quad (2)$$

이다. 여기에서 u_{ij} 는 반드시 서로 다른 값을 갖는 것은 아니다. 퍼지 집합 C 를 비퍼지화하기 위해 무게중심법을 이용하면, 임의의 시간 t 에서 제어기의 출력 $u(t)$ 는 다음 식과 같이 주어진다.

$$u(t) = \frac{\sum_{i,j} f_{ij} u_{ij}}{\sum_{i,j} f_{ij}} \quad (3)$$

반면 min-max 추론법의 경우, 퍼지 집합 C 는

$$C = \text{Sup} \left\{ \frac{f_{ij}}{u_{ij}}, |i \in I, j \in J \right\} \quad (4)$$

이다. 만일 u_{ij} 가 서로 다른 값을 갖는다면 C 는 식(2)와 같고, 퍼지 제어기의 실제 출력은 식(3)과 동일하다. 그러나 u_{ij} 가 서로 같은 값을 갖는다면 여러 가지 다른 상황이 발생할 것이다. 한 예로, $\forall (i \in I, i \in J), u_{ij} = u_0$ 라 가정하면 C 는 한 점을 갖는 부분집합이다. 즉,

$$C = \left\{ \frac{f_0}{u_0} \right\}. \quad (5)$$

여기에서 $f_0 = \text{Max}[f_{ij} | i \in I, j \in J]$ 이다. 결국 퍼지 제어기의 실제 출력은 u_0 가 된다. 이 논문에서는 편의상 식(3)에 product-sum 및 max-min 추론법을 모두 적용할 수 있도록 u_{ij} 가 서로 다른 값을 갖는 경우에 대해서만 고려한다.

III. 크리스프 타입 퍼지 제어기의 동특성 해석

이 논문에서는 오차 e 와 오차의 변화율 \dot{e} 의 퍼지 언어 값에 대한 멤버십 함수는 그림 2와 같은 삼각형 타입을 사용한다. 퍼지 집합 A_i 와 B_j 의 중심을 각각 e_i 및 \dot{e}_j 로 정의하고, 서로 인접한 퍼지 집합간의 구간 $[e_i, e_{i+1}]$ 과 $[\dot{e}_j, \dot{e}_{j+1}]$ 를 각각 Δ_i 및 Δ_j 라고 정의한다. 그리고 멤버십 함수를 다음과 같이 설계한다.

$$A_i(e) = 1 - \frac{e - e_i}{\Delta_i}, \quad A_{i+1}(e) = \frac{e - e_i}{\Delta_i}, \quad A_k(e) = 0 \quad (k \neq i \in I),$$

for $e \in [e_i, e_{i+1}]$,

$$B_j(\dot{e}) = 1 - \frac{\dot{e} - \dot{e}_j}{\Delta_j}, \quad B_{j+1}(\dot{e}) = \frac{\dot{e} - \dot{e}_j}{\Delta_j}, \quad B_t(\dot{e}) = 0 \quad (t \neq j \in J),$$

for $\dot{e} \in [\dot{e}_j, \dot{e}_{j+1}]$.

설계한 멤버십 함수로부터 명백히 알 수 있는 사실은

$$A_i(e) + A_{i+1}(e) = 1 \quad (e \in [e_i, e_{i+1}]),$$

$$B_j(\dot{e}) + B_{j+1}(\dot{e}) = 1 \quad (\dot{e} \in [\dot{e}_j, \dot{e}_{j+1}])$$

이다. $e - \dot{e}$ 평면상에서 집합 $\{e, \dot{e} | e = e_i, \dot{e} = \dot{e}_j, i \in I, j \in J\}$ 를 NET라 하고[6], 점 $(e - \dot{e}_j)$ 를 NET의 NODE라 하자. NET은 그림 3에 나타났다. 이 절에서는 $e - \dot{e}$ 평면상의 NET과 NODE를 이용하여 크리스프 타입 퍼지 제어기의 출력을 해석한다.

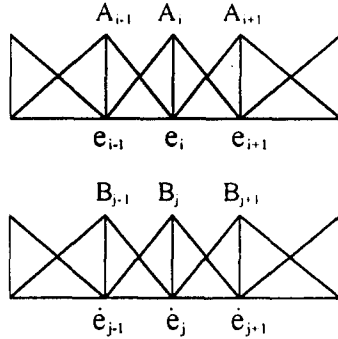


그림 2. A_i 와 B_j 의 멤버십 함수
Fig 2. The membership functions of A_i and B_j

위에 설계한 멤버십 함수에 대하여, 퍼지 제어 시스템의 각 제어 주기에서는 4개의 제어 규칙만이 발화한다. 예를 들면, 영역 $S = [e_i, e_{i+1}] \times [\dot{e}_j, \dot{e}_{j+1}]$ 에서 발화하는 4개의 제어 규칙은 다음과 같다.

IF e is A_i and \dot{e} is B_j THEN u is u_{ij} ,
 IF e is A_{i+1} and \dot{e} is B_j THEN u is $u_{(i+1)j}$,
 IF e is A_i and \dot{e} is B_{j+1} THEN u is $u_{i(j+1)}$,
 IF e is A_{i+1} and \dot{e} is B_{j+1} THEN u is $u_{(i+1)(j+1)}$.

NET의 격자영역 S내에서 멤버십 등급을

$$A_i(e) = \mu, A_{i+1}(e) = 1 - \mu,$$

$$B_j(\dot{e}) = \dot{\mu}, B_{j+1}(\dot{e}) = 1 - \dot{\mu}$$

라고 정의하고, product-sum 및 max-min 추론법에 대하여 설명한다.

먼저, product-sum 추론법에 대하여, 식(1)을 식(2)에 대입하면 다음과 같다.

$$u(t) = \frac{x}{z} \tag{6}$$

여기에서,

$$x = \mu \dot{\mu} u_{ij} + (1 - \mu) \dot{\mu} u_{(i+1)j} + \mu (1 - \dot{\mu}) u_{i(j+1)} + (1 - \mu) (1 - \dot{\mu}) u_{(i+1)(j+1)},$$

$$z = \mu \dot{\mu} + (1 - \mu) \dot{\mu} + \mu (1 - \dot{\mu}) + (1 - \mu) (1 - \dot{\mu})$$

이다. 위 식에서 분모 z 는 1임을 알 수 있으므로, $u(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$u(t) = \mu \dot{\mu} u_{ij} + (1 - \mu) \dot{\mu} u_{(i+1)j} + \mu (1 - \dot{\mu}) u_{i(j+1)} + (1 - \mu) (1 - \dot{\mu}) u_{(i+1)(j+1)} \tag{7}$$

명백히, $e = e_i$ 와 $\dot{e} = \dot{e}_j$ 일 때 NET의 NODE(e_i, \dot{e}_j)에서

$$\begin{aligned} A_i(e) &= \mu = 1, A_k(e) = 0 (k \neq i \in I), \\ B_j(\dot{e}) &= \dot{\mu} = 1, B_t(\dot{e}) = 0 (t \neq j \in I) \end{aligned}$$

이므로, 식(7)으로 부터 product-sum 크리스프 타입 퍼지 제어기의 출력은 다음과 같이 된다.

$$u(t) = u_{ij} \tag{8}$$

$e - \dot{e}$ 평면 NET에서, $\dot{e} = \dot{e}_j$ 선상에서는 $B_j(\dot{e}) = \dot{\mu} = 1, B_t(\dot{e}) = 0 (t \neq j \in J)$ 이다. 더우기 오차 e 가 구간 $[e_i, e_{i+1}]$ 내에 있다고 가정하면 e 에 속하는 언어 값들의 멤버십 등급은

$$\begin{aligned} A_i(e) &= 1 - \frac{e - e_i}{\Delta_i} = \mu, \\ A_{i+1}(e) &= 1 - A_i(e) = 1 - \mu \end{aligned}$$

가 된다. 그러면 식(7)로 부터 $u(t)$ 는 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \mu u_{ij} + (1 - \mu) u_{(i+1)j} \\ &= u_{ij} + \frac{u_{(i+1)j} - u_{ij}}{\Delta_i} (e - e_i) \\ &= a + pe \end{aligned} \tag{9}$$

여기에서 $a = u_{ij} - pe_i, p = \frac{u_{(i+1)j} - u_{ij}}{\Delta_i}$ 이다.

같은 방법으로, $e = e_j$ 선상에 있고 $\dot{e} \in [\dot{e}_i, \dot{e}_{i+1}]$ 인 퍼지 제어기의 입출력 관계를 유도할 수 있다. 이 경우

$$\begin{aligned} A_i(e) &= \mu = 1, A_k(e) = 0 (k \neq i \in I), \\ B_j(\dot{e}) &= 1 - \frac{\dot{e} - \dot{e}_j}{\Delta_j} = \dot{\mu}, B_{j+1}(\dot{e}) = 1 - B_j(\dot{e}) = 1 - \dot{\mu} \end{aligned}$$

이므로 식(3)으로부터 $u(t)$ 는 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \dot{\mu} u_{ij} + (1 - \dot{\mu}) u_{i(j+1)} \\ &= u_{ij} + \frac{u_{i(j+1)} - u_{ij}}{\Delta_j} (\dot{e} - \dot{e}_j) \\ &= b + d\dot{e} \end{aligned} \tag{10}$$

여기에서 $b = u_{ij} - d\dot{e}_j, d = \frac{u_{i(j+1)} - u_{ij}}{\Delta_j}$ 이다.

다음, max-min 추론법을 이용한 크리스프 타입 퍼지 제어기에 대해서 생각해 보자. 이 경우 식(1)을 식(2)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$u(t) = \frac{x'}{z'} \tag{11}$$

여기에서,

$$\begin{aligned} x' &= (\mu \wedge \dot{\mu})u_{ij} + ((1-\mu) \wedge \mu)u_{(i+1)j} + (\mu \wedge (1-\dot{\mu}))u_{i(j+1)} \\ &\quad + ((1-\mu) \wedge (1-\dot{\mu}))u_{(i+1)(j+1)}, \\ z' &= \mu \wedge \dot{\mu} + (1-\mu) \wedge \dot{\mu} + \mu \wedge (1-\dot{\mu}) + (1-\mu) \wedge (1-\dot{\mu}) \end{aligned}$$

Product-sum 추론법과는 달리 식(11)의 분모 z' 가 항상 1이 아님을 알 수 있다. 그러나, NET의 NODE(e_i, \dot{e}_j)에서 $A_i(e) = \mu = 1, A_k(e) = 0 (k \neq i \in I)$ 이고, $B_j(\dot{e}) = \dot{\mu}, B_t(\dot{e}) = 1 (t \neq j \in J)$ 이므로 식(3)으로 부터 max-min 크리스프 타입 퍼지 제어기의 출력은 $u(t) = u_{ij}$ 가 된다. 즉, product-sum 크리스프 타입 퍼지 제어기의 출력과 같다.

$e - \dot{e}$ 평면 NET에서, $\dot{e} = \dot{e}_j$ 선상에서는 위의 product-sum 크리스프 타입 퍼지 제어기의 해석과 같이 $B_j(\dot{e}) = \dot{\mu}, B_t(\dot{e}) = 0 (t \neq j \in J)$ 이다. 오차 e 는 구간 $[e_i, e_{i+1}]$ 내에 있다고 가정하면 e 에 속하는 언어 값들의 멤버십 등급은

$$\begin{aligned} A_i(e) &= 1 - \frac{e - e_i}{\Delta_i} = \mu, \\ A_{i+1}(e) &= 1 - A_i(e) = 1 - \mu \end{aligned}$$

가 된다. 그러면, 식(11)로 부터 $z' = 1$ 임을 알 수 있으므로, $u(t)$ 는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= (\mu \wedge \dot{\mu})u_{ij} + ((1-\mu) \wedge \mu)u_{(i+1)j} + (\mu \wedge (1-\dot{\mu}))u_{i(j+1)} \\ &\quad + ((1-\mu) \wedge (1-\dot{\mu}))u_{(i+1)(j+1)} \tag{12} \\ &= \mu u_{ij} + (1-\mu)u_{(i+1)j} \\ &= u_{ij} + \frac{u_{(i+1)j} - u_{ij}}{\Delta_i} (e - e_i) \\ &= a + pe \end{aligned}$$

여기에서 $a = u_{ij} - pe_i, p = \frac{u_{(i+1)j} - u_{ij}}{\Delta_i}$ 이다.

같은 방법으로 $e = e_j$ 선상에 있고 $\dot{e} \in [\dot{e}_i, \dot{e}_{i+1}]$ 인 퍼지 제어기의 입출력 관계를 유도할 수 있다. 이 경우

$$\begin{aligned} A_i(e) &= \mu = 1, A_k(e) = 0 (k \neq i \in I) \\ B_j(\dot{e}) &= 1 - \frac{\dot{e} - \dot{e}_j}{\Delta_j} = \dot{\mu}, B_{j+1}(\dot{e}) = 1 - B_j(\dot{e}) = 1 - \dot{\mu} \end{aligned}$$

이다. 따라서 $u(t)$ 는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= (\mu \wedge \dot{\mu})u_{ij} + ((1-\mu) \wedge \mu)u_{(i+1)j} + (\mu \wedge (1-\dot{\mu}))u_{i(j+1)} \\ &\quad + ((1-\mu) \wedge (1-\dot{\mu}))u_{(i+1)(j+1)}, \tag{13} \\ &= \dot{\mu}u_{ij} + (1-\dot{\mu})u_{i(j+1)} \\ &= u_{ij} + \frac{u_{i(j+1)} - u_{ij}}{\Delta_j} (\dot{e} - \dot{e}_i) \\ &= b + d\dot{e} \end{aligned}$$

여기에서 $b = u_{ij} - d\dot{e}_j$, $d = \frac{u_{i(j+1)} - u_{ij}}{\Delta_j}$ 이다.

위에서 설명한 것처럼, $e-\dot{e}$ 평면 NET상에서 max-min 크리스프 퍼지 제어기의 출력은 식(8), (9), (10)에 주어진 것처럼 product-sum 크리스프 퍼지 제어기의 출력과 같다.

식(7)과 (11)에 보인 것처럼 $e-\dot{e}$ 평면상의 영역 $E \times \dot{E}$ 내의 임의의 점에 대해서 퍼지 제어기의 출력은 e 와 \dot{e} 의 비선형 함수이다. 이러한 비선형성을 완벽하게 처리하는 것은 불가능하지만 제어 이론[8]에서 처럼 선형화 기법을 적용하여 해석할 수 있다.

$e-\dot{e}$ 평면 NODE의 neighborhood를 고려해 보자. 다음 식의 비선형 모델로 퍼지 제어기의 입출력 관계를 나타내자.

$$u(t) = f(e, \dot{e}, t) \tag{14}$$

위에서 보인 것처럼 $e-\dot{e}$ 평면의 NODE(e_i, \dot{e})에서 공칭해(nominal solution)는 식(8)로 주어진다. 즉,

$$u(t) = f(e_i, \dot{e}_j, t) = u_{ij} \tag{15}$$

이 값에 약간의 섭동이 포함된 함수 e, \dot{e} 및 $u(t)$ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta e &= e - e_i \\ \delta \dot{e} &= \dot{e} - \dot{e}_j \\ \delta u(t) &= u(t) - u_{ij} \end{aligned}$$

그러면, 식(14)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u_{ij} + \delta u(t) = f(e_i, \dot{e}_j, t) + \left[\frac{\partial f}{\partial e} \right]_n \delta e + \left[\frac{\partial f}{\partial \dot{e}} \right]_n \delta \dot{e} + \text{고차항} \tag{16}$$

공칭해는 식(14)를 만족하므로 Taylor 급수 확장을 적용하여 첫 번째 항을 소거할 수 있다. 또한 e, \dot{e} 및 $u(t)$ 의 섭동이 충분히 작다면 고차 항들은 무시할 수 있으므로 다음과 같은 선형 방정식으로 간략화 된다.

$$\delta u(t) = \left[\frac{\partial f}{\partial e} \right]_n \delta e + \left[\frac{\partial f}{\partial \dot{e}} \right]_n \delta \dot{e} \tag{17}$$

각 NODE의 neighborhood는 NODE을 가로지르는 두 NET 선에 의해서 4개의 다른 상한(quadrants)으로 나누어진다. 간략성을 위해서 $\delta e \geq 0$ 및 $\delta \dot{e} \geq 0$ 즉, $(e_i + \delta e, \dot{e}_j + \delta \dot{e}) \in [e_i, e_{i+1}] \times [\dot{e}_j, \dot{e}_{j+1}]$ 인 첫 번째 상한만 고려해 보자. 식(9), (10)으로부터 NODE 점(e_i, \dot{e}_j)에서 식(17)의 도함수를 계산할 수 있다. 식(9)와 (10)으로부터

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial e} &= \frac{u_{(i+1)j} - u_{ij}}{\Delta_i}, \\ \frac{\partial f}{\partial \dot{e}} &= \frac{u_{i(j+1)} - u_{ij}}{\Delta_j} \end{aligned}$$

이고

$$\left[\frac{\partial f}{\partial e} \right]_{(e_i, \dot{e}_j)} = \frac{u_{(i+1)j} - u_{ij}}{\Delta_i},$$

$$\left[\frac{\partial f}{\partial \dot{e}} \right]_{(e, \dot{e})} = \frac{u_{i(j+1)} - u_{ij}}{\dot{\Delta}_j}$$

이므로

$$\begin{aligned} \delta u(t) &= \left[\frac{\partial f}{\partial e} \right]_n \delta e + \left[\frac{\partial f}{\partial \dot{e}} \right] \delta \dot{e} \\ &= \frac{u_{(i+1)j} - u_{ij}}{\Delta_i} \delta e + \frac{u_{i(j+1)} - u_{ij}}{\dot{\Delta}_j} \delta \dot{e} \end{aligned} \quad (18)$$

이다. 즉,

$$\begin{aligned} u(t) - u_{ij} &= \frac{u_{(i+1)j} - u_{ij}}{\Delta_i} (e - e_i) + \frac{u_{i(j+1)} - u_{ij}}{\dot{\Delta}_j} \delta(\dot{e} - \dot{e}_j), \\ u(t) &= A + Pe + D\dot{e} \end{aligned} \quad (19)$$

여기에서

$$\begin{aligned} A &= u_{ij} - Pe_i - D\dot{e}_j, \\ P &= \frac{u_{(i+1)j} - u_{ij}}{\Delta_i}, \\ D &= \frac{u_{i(j+1)} - u_{ij}}{\dot{\Delta}_j} \end{aligned}$$

이다.

Max-min 추론법 및 product-sum 추론법을 이용한 크리스프 출력 퍼지 제어기는 $e-\dot{e}$ 평면 NET 및 neighborhood NODE에서 출력이 동일함을 알 수 있었다. 따라서, 두 제어기 사이의 성능 차이는 거의 무시할 수 있으며 NET의 밀도가 높으면 높을수록 두 제어기의 성능 차이는 더욱 작아질 것이다.

또한 위의 해석은 크리스프 타입 퍼지 제어기가 식(9)에서 보여준 것처럼 $e-\dot{e}$ 평면 NET의 $e-\dot{e}_j$ 선상에서 P 제어기 처럼 동작하고 식(10)에서 보여준 것처럼 $e-\dot{e}$ 평면 NET의 $e=\dot{e}_i$ 선상에서 D 제어기 처럼 동작함을 보여 준다. 반면에 $e-\dot{e}$ 평면 NET의 NODE 점 내에서는 식(19)에서 설명한 것처럼 근사적인 PD 제어기와 같이 동작한다. 실질적으로, 이러한 퍼지 제어기는 파라미터 시변 PD 제어기로 생각할 수 있으며, 그 성능은 기존의 PID 제어기와 매우 유사하다.

제어대상이 '타입 0' 플랜트라면 P 또는 PD 제어기를 적용했을 때 시스템 계단응답은 정상상태 오차를 유발한다. 크리스프 타입 퍼지 제어기도 근사적으로 파라미터 시변 PD 제어기와 같이 동작하기 때문에 '타입 0' 플랜트 제어에 사용할 경우 정상상태 오차를 유발시킨다.

제어 시스템의 정상상태 오차를 제거하기 위해서는 퍼지 제어기의 입력 \dot{e} 를 오차 적분 항으로 대체해야 한다. 그러면, 정상상태 오차를 제거할 수 있는 파라미터 시변 PI 제어기와 같이 동작하는 퍼지 제어기를 만들 수 있다. 그러나 이 방법은 실질적으로 적용하기가 매우 어렵다. 통상 퍼지 제어 규칙들은 시스템 출력과 목표치 사이의 오차와 오차 변화율을 관측하면서 플랜트를 제어하는 숙련된 조작자의 경험 지식을 이용하여 구성한다. 숙련된 조작자가 시스템 오차의 적분 항을 관측하는 것은 실질적으로 불가능하다. 그러므로 제어기의 입력으로 오차의 적분 항을 사용하지 않고 그림 4에 보인 것처럼 퍼지 제어기의 출력단에 직렬로 오차의 적분 항을 연결함으로써 적분기를 추가할 수 있다. 따라서 플랜트의 제어입력은

$$\begin{aligned}
 u &= \beta \int u(t) dt \\
 &= \beta \int (A + Pe + D\dot{e}) dt \\
 &= \beta At + \beta De + \beta P \int e dt
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

가 된다. 여기에서 β 는 적분상수이다. 결과적으로 퍼지 제어기는 파라미터 시변 PI 제어기와 같이 된다. 이 퍼지 제어기를 이용하여 플랜트를 제어하면 시스템은 정상상태 오차가 줄어들 것이다. 실제로 그림 4와 같은 제어 시스템에서는 퍼지 제어기의 적분기를 플랜트 모델에 결합시킬 수 있다. 그 결과, 시스템의 차수가 하나 증가하게 되고 적분 제어가 없는 본래의 플랜트에서 정상상태 오차가 개선된다. 다시 말하면, '타입 0' 플랜트의 정상상태 오차가 0이 된다.

IV. 결 론

이 논문에서는 max-min 추론법과 product-sum 추론법을 이용한 크리스프 출력 타입 퍼지 제어기의 입출력 동적 특성을 연구하였다. 이 두 가지 추론법을 이용한 퍼지 제어기는 $e-\dot{e}$ 평면의 NET와 NODE 상에서 동일한 입출력 특성을 갖으며, 성능 차이가 매우 근소함을 알수 있었다. 크리스프 타입 퍼지 제어기는 파라미터 시변 PID 제어기로 생각할 수 있으므로, 기존 PID 제어기의 장점을 퍼지 제어기의 해석 및 설계에 적용할 수 있다. 간단한 퍼지 제어기는 '타입 0' 플랜트에 사용할 경우 정상상태 오차를 유발할 수 있다. 그러나, 기본 퍼지 제어기를 적분기를 연결함으로써 정상상태 오차를 제거할 수 있는 PI 제어기 처럼 동작하는 퍼지 제어기를 구현할 수 있을 것이다.

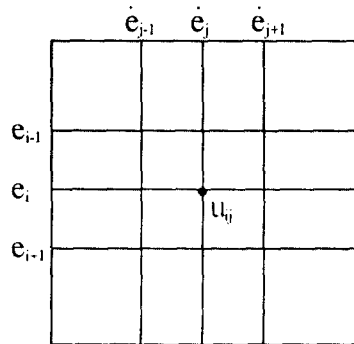


그림 3. $e-\dot{e}$ 평면상의 NET
Fig 3. The NET on the $e-\dot{e}$ plane.

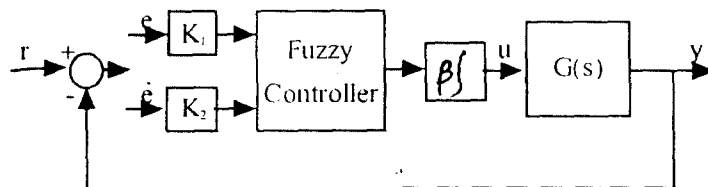


그림 4. PI 타입 퍼지 제어 시스템
Fig 4. The PI type fuzzy control system.

참 고 문 헌

1. E. H. Mamdani and S. Assilian, "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller," *International Journal of Man-Machine Studies*, vol. 7, pp. 1-13, 1975.
2. M. Mizumoto, "Min-max-gravity method versus product-sum-gravity method for fuzzy controls," *Proceedings of IV IFSA Congress*, Brussels, Part E, pp. 127-130, 1991.
3. M. Mizumoto, "Realization of PID controls by fuzzy control methods," *Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, San Diego, pp. 709-715, 1992.
4. R. R. Yager and D. P. Filev, "On the reasoning on fuzzy logic control and fuzzy expert systems," *Proceedings of Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, San Francisco, California, pp. 893-844, 1993.
5. T. Tagaki and M. Sugeno, "Fuzzy identification of fuzzy systems and its application to modeling and control," *IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics*, vol. 15, pp. 116-132, 1985.
6. W. P. Zhuang, Z. H. Min, and X. Wei, "Pad-analysis of stability of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 38, pp. 27-42, 1990.
7. H. Hans and T. Christoph, "Defuzzification in fuzzy controllers," *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, vol. 1, pp. 109-123, 1993.
8. B. C. Kuo, *Automatic Control Systems*, 5th Eds., Prentice-Hall, 1987.