Cao의 퍼지 시스템을 이용한 함수 근사
Function Approximation Using Cao's Fuzzy Systm

길 준 민*, 박 대 희*, 박 주 영**
Joonmin Gil*, Daihee Park*, Jooyoung Park**

이 연구는 95년도 한국과학재단 연구비지원에 의한 결과임.

요 약

본 논문의 목적은 Cao의 퍼지 추론에 기초한 퍼지 시스템이 Universal Approximator임을 증명함으로써 Cao의 퍼지 시스템을 비선형 모델링 문제에 적용하기 위한 이론적 토대를 제공하는 것이다. 즉, 우리는 Cao의 퍼지 논리 시스템을 특별한 형태로 수식화하고 수식화된 Cao의 퍼지 논리 시스템이 임의의 비선형 함수를 충분히 정확하게 근사할 수 있다는 것을 보인다. 이와 같이 증명된 이론은 Cao의 퍼지 시스템이 실제의 공학적 문제에 어떻게 성공적으로 적용되었는지를 설명할 수 있다.

ABSTRACT

The objective of this paper is to provide a theoretical basis for the applicability of Cao's fuzzy system to the nonlinear modeling problems by proving that the fuzzy system based on Cao's fuzzy inference is an universal approximator. That is, we obtain a specific formula of Cao's fuzzy logic system and show that Cao's fuzzy logic system is general enough to approximate any nonlinear function to arbitrary accuracy. The theorem to be proved along the line will be able to explain how the fuzzy systems have been successfully applied in practical engineering problems.

I. 서 론

신경망(neural network) 분야에서 $\mathbf{R}^n$의 긴밀한 집합(compact set)위에서 임의로 주어진 연속인 실함수(real-valued function)를 충분히 근사할 수 있는 전방향 신경망(feedforward neural network)이 존재한다는 연구가 있어 왔다[4, 5]. 또한 신경망 분야 뿐 아니라, 퍼지 시스템에 대해서도 이러한 연구가 이루어지고 있다. 특히 Sugeno의 퍼지 시스템이 근사 능력(approximation capability)을 갖는다는 것은 [1, 2]에서 증명된 바가 있고, Wang의 퍼지 시스템이 근사 능력을 갖는다는 것은 [7, 8]에서 증명되었다.

최근 Cao와 그의 동료들[3]은 퍼지 함축 연산자(fuzzy implication operator)에 의존하지 않는 새로운 퍼지 추

* 고려대학교 전산학과
** 고려대학교 제어계측공학과

론을 제안하였다. 이는 언어항의 이해와 언어항 사이의 관계등을 이용하여 응용할 수 있다는 장점이 있다. 본 논문에서는 Cao의 퍼지 시스템의 근사 능력에 대한 분석을 수행한다. 만약 Cao의 퍼지 시스템이 근사 능력을 갖는 U.A.(Universal Approximator)라면, Cao의 퍼지 시스템을 어떤 공학적 분야에도 적용할 수 있다는 이론적 근거를 제시하게 된다. 따라서 본 논문의 목적은 Cao의 퍼지 시스템이 근사 능력을 갖는다는 것을 보이는 것이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 Cao의 퍼지 시스템에 대해서 소개하고, Cao의 퍼지시스템을 특정한 형태로 수식화한다. III장에서는 II장에서 수식화된 Cao의 퍼지 시스템이 근사능력을 갖는지를 증명한다. 마지막으로, IV장에서는 결론을 맺는다.

II. Cao의 퍼지 시스템

Cao의 퍼지 시스템은 다음과 같은 형태의 퍼지 규칙 베이스를 취한다[3].

$$\begin{array}{l}
Rule\ 1: If\ X_1\ is\ A_1^1, \cdots, \text{and}\ X_k\ is\ A_k^1,\ then\ Y\ is\ w_{11}/B_1 + w_{21}/B_2 + \cdots + w_{m1}/B_m \\
Rule\ 2: If\ X_1\ is\ A_1^2, \cdots, \text{and}\ X_k\ is\ A_k^2,\ then\ Y\ is\ w_{12}/B_1 + w_{22}/B_2 + \cdots + w_{m2}/B_m \\
\quad\vdots \\
Rule\ n: If\ X_1\ is\ A_1^n, \cdots, \text{and}\ X_k\ is\ A_k^n,\ then\ Y\ is\ w_{1n}/B_1 + w_{2n}/B_2 + \cdots + w_{mn}/B_m \\
Fact: X_1\ is\ a_1, \cdots, \text{and}\ X_k\ is\ a_k \\
\hline
\qquad\qquad Cons: \qquad\qquad Y\ is\ b
\end{array} \tag{1}$$

여기서 A_l^1, $A_l^2, \cdots, A_l^n$은 입력 변수 $X_l(l=1, 2, \cdots, k)$에 대한 언어항이고, $B_1, B_2, \cdots, B_m$은 출력 변수 Y에 대한 언어항들이다. w_{ji}/B_j는 입력 변수 $\underline{X}$에 대한 i번째 $(i=1, 2, \cdots, n)$ 규칙의 언어항이 출력 변수 Y에 대한 j번째 $(j=1, 2, \cdots m)$ 언어항 B_j에 대한 w_{ji}의 중요도를 갖는 것으로 해석된다. 그리고 $a_1, a_2, \cdots, a_k$는 입력 변수 $\underline{X}$에 대한 실수값이고, b는 출력 변수 Y에 대한 실수값이다.

(1)과 같이 전문가의 지식을 언어항으로 표현한 다입력 단일출력(multi-input single-output)의 퍼지 규칙 베이스를 실제적인 응용에 적용하기 위해서는 실수값 입력 $\underline{a}$에 대한 퍼지화(fuzzification) 과정이 필요하다. 퍼지화 과정을 통해서 실수값 입력에 대한 퍼지 입력 벡터(fuzzy input vector) $\underline{x}$를 얻는다.

$$\begin{aligned}
\underline{x} &= [x_1, x_2, \cdots, x_n] \\
&= \left[\prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^1}(a_l),\ \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^2}(a_l), \cdots, \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^n}(a_l)\right]
\end{aligned} \tag{2}$$

여기서 $\mu_{A_l^i}(a_l)$은 실수값 입력 a_l에 대한 퍼지 집합 A_l^i의 퍼지 소속 정도를 나타낸다.

입력 변수 $\underline{X}$에 대한 i번째 규칙의 언어항과 출력 변수 Y에 대한 j번째 언어항 사이의 관계는 퍼지 관계 행렬(fuzzy relation matrix) R로 나타낸다.

$$R = \{w_{ji}\}\ (i=1, 2, \cdots, n;\ 1, 2, \cdots, m) \tag{3}$$

퍼지 입력 벡터 $\underline{x}$와 퍼지 관계 행렬 R을 이용하여 퍼지 출력 벡터(fuzzy output vector) $\underline{y} = [y_1, y_2, \cdots, y_m]$을 얻는다. y_j는 다음과 같이 계산된다$(j=1, 2, \cdots, m)$.

$$y_j = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_{ji} \tag{4}$$

출력 변수 Y에 대한 퍼지 출력 벡터 $\underline{y}$의 실수값 b로의 변환은 모멘트 방법(moment method)[3]에 의해서 구

해진다.

$$b=\sum_{j=1}^{m}(h_j \cdot y_j)/\sum_{j=1}^{m} y_j \tag{5}$$

여기서 h_j는 출력 변수 Y에 대한 언어항 B_j의 퍼지 소속 함수의 중점값(central value)이다.

Cao의 퍼지 시스템을 실수값 입력 $\underline{a}$에서 실수값 출력 b로 사상하는 함수로 표현하면 다음과 같다.

$$f(\underline{a})=\frac{\sum_{j=1}^{m} h_j \cdot \sum_{i=1}^{n} w_{ji} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^i}(a_l)}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} w_{ji} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^i}(a_l)} \tag{6}$$

퍼지 소속 함수는 시스템에 따라서 여러가지 형태로 적용될 수 있으며, 본 논문에서는 연속이고, 미분 가능한 가우시안 함수(gaussian function)[9]를 퍼지 소속 함수로 사용한다.

$$\mu_{A_l^i}(a_l)=exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{a_l-m_l^i}{\sigma_l^i}\right)^2\right] \tag{7}$$

여기서 m_l^i는 퍼지 소속 함수의 중점값을 나타내며, σ_l^i는 퍼지 소속 함수의 중점값에서 퍼진 정도(variance)를 나타낸다. (7)의 퍼지 소속 함수를 이용하여 (6)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$f(\underline{a})=\frac{\sum_{j=1}^{m} h_j \cdot \sum_{i=1}^{n} w_{ji} \cdot \prod_{l=1}^{k} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{a_l-m_l^i}{\sigma_l^i}\right)^2\right]}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} w_{ji} \cdot \prod_{l=1}^{k} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{a_l-m_l^i}{\sigma_l^i}\right)^2\right]} \tag{8}$$

(8)은 특정한 형태를 갖는 Cao의 퍼지 시스템의 수식화이다. 즉, 퍼지 소속 함수로써 가우시안 함수를 이용하고, 퍼지 합성 연산자(fuzzy compositional operator)로써 sum-of-product 연산을 이용하며, 비퍼지화로써 모멘트 방법을 이용한 특정한 형태로 수식화된 Cao의 퍼지 시스템이다.

Ⅲ. Cao의 퍼지 시스템이 근사 능력을 갖는가?

우리는 앞서 Cao의 퍼지 시스템을 특정한 형태로 수식화했고, 그 형태는 (8)과 같은 함수로 표현된다. Cao의 퍼지 시스템을 공학 분야에 적용하기 위해서는 Cao의 퍼지 시스템이 U.A.임을 증명하는 것은 중요한 문제이다. U.A.는 어떤 시스템이 긴밀한 집합위에서 주어진 임의의 연속인 실함수를 충분히 정확하게 근사시킬 수 있는 능력을 가졌다는 것을 의미한다.

우리는 Cao의 퍼지 시스템이 근사 능력을 갖는다는 것을 증명하는 하나의 방법으로서 Stone-Weierstrass 정리[6]를 사용한다.

Ston-Weierstrass 정리 :

U가 긴밀한 집합이라 하자. **Z**는 긴밀한 집합 **U**위에 정의된 연속인 실함수들로 이루어진 집합이라고 할때, 다음의 조건 (1)~(3)을 만족한다고 하자.

(1) **Z**는 algebra이다. 즉, **Z**가 덧셈(addition), 곱셈(multiplication), 스칼라 곱(scalar multiplication)에 대해서 닫혀 있다.

(2) **Z**는 **U**상의 점들을 분리(separate)한다. 즉, $\underline{x}, \underline{y} \in \mathbf{U}$, $\underline{x} \neq \underline{y}$에 대해서 $f(\underline{x}) \neq f(\underline{y})$인 $f \in \mathbf{Z}$가 존재한다.

(3) **Z**는 **U**상의 어떤 점에서도 사라지지(vanish) 않는다. 즉, 모든 $\underline{x} \in \mathbf{U}$에 대해서 $f(\underline{x}) \neq 0$인 $f \in \mathbf{Z}$가 존재한다.

그러면 $(\mathbf{Z}, d_\infty)$는 $(\mathbf{U}[\mathbf{U}], d_\infty)$에서 조밀(dense)하다. 여기서 d_∞는 $d_\infty(f, g)=sup_{\underline{a} \in \mathbf{U}} |f(\underline{a})-g(\underline{a})|$로 정의되는 거리(metric) 함수를 의미한다.

U가 $\mathbf{R}^n$의 임의의 긴밀한 부분 집합일 때, (8)로 표현되는 Cao의 퍼지 시스템 $f:\mathbf{U}\rightarrow\mathbf{R}$를 모두 모은 함수 족을 **Y**라 정의하자. 이때 집합 **Y**는 다음의 보조정리를 만족한다:

보조정리 1. **Y**는 algebra이다.
증명) f_1, $f_2 \in \mathbf{Y}$라 하면, f_1과 f_2는 다음과 같은 형태를 취한다.

$$f_1(\underline{a}) = \frac{\sum_{j1=1}^{m1} h_{j1} \cdot \sum_{i1=1}^{n1} w1_{j1\,i1} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^{i1}}(a_l)}{\sum_{j1=1}^{m1} \sum_{i1=1}^{n1} w1_{j1\,i1} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^{i1}}(a_l)} \tag{9}$$

$$f_2(\underline{a}) = \frac{\sum_{j2=1}^{m2} h_{j2} \cdot \sum_{i2=1}^{n2} w2_{j2\,i2} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^{i2}}(a_l)}{\sum_{j2=1}^{m2} \sum_{i2=1}^{n2} w2_{j2\,i2} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^{i2}}(a_l)} \tag{10}$$

$$f_1(\underline{a}) + f_2(\underline{a}) =$$

$$\frac{\sum_{j1=1}^{m1} \sum_{j2=1}^{m2} (h_{j1}+h_{j2}) \cdot \sum_{i1=1}^{n1} \sum_{i2=1}^{n2} w1_{j1\,i1} \cdot w2_{j2\,i2} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^{i1}}(a_l) \cdot \mu_{A_l^{i2}}(a_l)}{\sum_{j1=1}^{m1} \sum_{j2=1}^{m2} \sum_{i1=1}^{n1} \sum_{i2=1}^{n2} w1_{j1\,i1} \cdot w2_{j2\,i2} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^{i1}}(a_l) \cdot \mu_{A_l^{i2}}(a_l)} \tag{11}$$

$\mu_{A_l^{i1}}$과 $\mu_{A_l^{i2}}$과 가우시안 함수의 형태를 갖으므로, 이 둘의 곱 $\mu_{A_l^{i1}} \cdot \mu_{A_l^{i2}}$ 또한 가우시안 함수의 형태를 갖는다. 따라서 (11)은 $f_1 + f_2 \in \mathbf{Y}$이고, (8)과 같은 형태를 취한다.
유사한 방법으로,

$$f_1(\underline{a}) + f_2(\underline{a}) =$$

$$\frac{\sum_{j1=1}^{m1} \sum_{j2=1}^{m2} (h_{j1}+h_{j2}) \cdot \sum_{i1=1}^{n1} \sum_{i2=1}^{n2} w1_{j1\,i1} \cdot w2_{j2\,i2} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^{i1}}(a_l) \cdot \mu_{A_l^{i2}}(a_l)}{\sum_{j1=1}^{m1} \sum_{j2=1}^{m2} \sum_{i1=1}^{n1} \sum_{i2=1}^{n2} w1_{j1\,i1} \cdot w2_{j2\,i2} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^{i1}}(a_l) \cdot \mu_{A_l^{i2}}(a_l)} \tag{12}$$

또한 (8)과 같은 형태를 갖으며 $f_1 \cdot f_2 \in \mathbf{Y}$이다.
임의의 상수 $c \in \mathbf{R}$에 대해서,

$$c \cdot f_1(\underline{a}) = \frac{\sum_{j1=1}^{m1} c \cdot h_{j1} \cdot \sum_{i1=1}^{n1} w1_{j1\,i1} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^{i1}}(a_l)}{\sum_{j1=1}^{m1} \sum_{i1=1}^{n1} w1_{j1\,i1} \cdot \prod_{l=1}^{k} \mu_{A_l^{i1}}(a_l)} \tag{13}$$

역시 (8)과 같은 형태이며, $c \cdot f_1 \in \mathbf{Y}$이다.
Y가 덧셈, 곱셈, 스칼라 곱게 대해서 닫혀 있으며, **Y**는 algebra이다. □

보조정리 2. **Y**는 **U**상의 점들을 분리한다.
증명) 우리는 **U**와 **R**에서의 퍼지 집합의 갯수, 가우시안 소속 함수의 매개변수들, 퍼지 규칙의 갯수, 퍼지 규칙

의 문장들을 명시하고 이러한 형태를 갖는 Cao의 퍼지 시스템이 임의로 주어진 $\underline{x}^0$, $\underline{y}^0 \in \mathbf{U}(\underline{x}^0 \neq \underline{y}^0)$에 대해서 $f(\underline{x}^0) \neq f(\underline{y}^0)$의 성질을 갖는다는 것을 증명함으로써 보조정리 2를 증명한다.

$\underline{x}^0 = (x_1^0, x_2^0, \cdots, x_k^0)$와 $\underline{y}^0 = (y_1^0, y_2^0, \cdots, y_k^0)$라 하자. $x_l^0 \neq y_l^0$이면, $\mathbf{U}$의 l번째 부분공간(subspace)에서 두개의 퍼지 집합 $(A_l^1, \mu_{A_l^1})$, $(A_l^2, \mu_{A_l^2})$이 정의된다.

$$\mu_{A_l^1}(a_l) = exp\Big[-\frac{(a_l - x_l^0)^2}{2} \Big] \tag{14}$$

$$\mu_{A_l^2}(a_l) = exp\Big[-\frac{(a_l - y_l^0)^2}{2} \Big] \tag{15}$$

$x_l^0 = y_l^0$이면, $A_l^1 = A_l^2$가 되고 $\mu_{A_l^1} = \mu_{A_l^2}$이다. 즉, 하나의 퍼지 집합만이 $\mathbf{U}$의 l번째 부분공간에서 정의된다.

우리는 출력 전체 집합 $\mathbf{R}$에서 두개의 퍼지 집합 (B_1, μ_{B_1}), (B_2, μ_{B_2})를 정의한다.

$$\mu_{B_j}(b) = exp\Big[-\frac{(b - h_j)^2}{2} \Big] \tag{16}$$

여기서 $j = 1, 2$이고, h_j는 j번째 퍼지 집합에서 중점값이다.

우리는 두개의 규칙으로 이루어진 퍼지 규칙 베이스를 고려한다. 그리고 입력 변수에 대한 언어항의 갯수는 2종류($n=2$), 출력 변수에 대한 언어항의 갯수는 2종류($m=2$)로 가정한다. 따라서 퍼지 관계 행렬은 2×2의 형태를 취하게 된다. 우리는 위의 가정에 의해서, 다음과 같은 형태를 갖는 f를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f(\underline{x}^0) &= \frac{h_1 \cdot (w_{11} + w_{12}) + h_2 \cdot (w_{21} + w_{22}) \cdot \prod_{l=1}^{k} exp\left[-\frac{1}{2}(x_l^0 - y_l^0)^2 \right]}{(w_{11} + w_{12}) + (w_{21} + w_{22}) \cdot \prod_{l=1}^{k} exp\left[-\frac{1}{2}(x_l^0 - y_l^0)^2 \right]} \\ &= \frac{h_1 \cdot (w_{11} + w_{12}) + h_2 \cdot (w_{21} + w_{22}) \cdot \alpha}{(w_{11} + w_{12}) + (w_{21} + w_{22}) \cdot \alpha} \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} f(\underline{y}^0) &= \frac{h_1 \cdot (w_{11} + w_{12}) \cdot \prod_{l=1}^{k} exp\left[-\frac{1}{2}(x_l^0 - y_l^0)^2 \right] + h_2 \cdot (w_{21} + w_{22})}{(w_{11} + w_{12}) \cdot \prod_{l=1}^{k} exp\left[-\frac{1}{2}(x_l^0 - y_l^0)^2 \right] + (w_{21} + w_{22})} \\ &= \frac{h_1 \cdot (w_{11} + w_{12}) \cdot \alpha + h_2 \cdot (w_{21} + w_{22})}{(w_{11} + w_{12}) \cdot \alpha + (w_{21} + w_{22})} \end{aligned} \tag{18}$$

여기서 $\alpha = \prod_{l=1}^{k} exp\left[-\frac{1}{2}(x_l^0 - y_l^0)^2 \right]$이다.

$\underline{x}^0 \neq \underline{y}^0$이기 때문에 $x_l^0 \neq y_l^0$인 l이 존재한다. 따라서 $\alpha \neq 1$이다. 그러므로 $f(\underline{x}^0) \neq f(\underline{y}^0)$가 성립한다. □

보조정리 3. $\mathbf{Y}$는 $\mathbf{U}$상의 어떤 점에서도 사라지지 않는다.

증명) (8)에서 우리는 단순히 $h_j > 0$인 $f(\in \mathbf{Y})$를 선택하면 본 정리는 증명된다. 즉 $h_j > 0$인 f는 $\mathbf{U}$의 모든 원소 위에서 항상 0이 아닌 값을 갖는다. □

이상에서 얻어진 보조정리와 Stone-Weierstrass 정리로부터 Cao의 퍼지 시스템이 근사 능력을 가짐을 다음과 같이 보일 수 있다:

정리 1. $\mathbf{U}(\subset \mathbf{R}^n)$가 긴밀한 집합일때, 임의로 주어진 연속인 실함수 $g: \mathbf{U} \rightarrow \mathbf{R}$와 임의의 $\varepsilon > 0$에 대해서, 다음과 같은 성질을 만족하는 (8)과 같은 형태의 Cao의 퍼지 시스템 $f(\in \mathbf{Y})$가 존재한다 :

$$sup_{x \in \mathbf{U}} | f(\underline{a}) - g(\underline{a}) | < \varepsilon \tag{19}$$

증명) 보조정리 1, 2, 3에 의해서 **Y**는 Stone-Weierstrass 정리의 세가지 조건을 만족한다. 따라서 Stone-Weierstrass 정리에 의해 **Y**는 긴밀한 집합 **U**에서 조밀하다.

Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 Cao의 퍼지 시스템이 근사 능력을 갖는다는 것을 보였다.즉, $\mathbf{R}^n$의 긴밀한 집합 위에서 정의된 임의의 연속인 실함수가 주어질 때, 이를 충분히 정확하게 근사할 수 있는 Cao의 퍼지 시스템이 존재함을 증명하였다. 따라서 우리는 Cao의 퍼지 시스템을 어떤 비선형 모델링(nonlinear modeling) 문제에도 적용할 수 있다는 이론적 근거를 제시한다. 또한 Cao의 퍼지 시스템을 공학 분야에 적용할때 실질적인 성공에 대한 정당성을 제시한다.

Cao의 퍼지 시스템이 긴밀한 집합위에서 임의로 주어진 연속인 실함수를 충분히 근사할 수 있다는 것은 근사 능력을 갖는 Cao의 퍼지 시스템이 존재한다는 존재성을 설명해 줄 뿐, 임의로 주어진 연속인 실함수를 충분한 정도로 근사하는 Cao의 퍼지 시스템을 찾는 방법은 제시하지 못한다. 따라서 주어진 함수를 충분히 근사하는 Cao의 퍼지 시스템을 찾는 방법론이 향후 연구 과제이다.

참 고 문 헌

1. J. J. Buckley, "Sugeno type controllers are universal controllers," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 53, pp. 299-303, 1993.
2. J. J. Buckley and Y. Hayashi, "Fuzzy input-output controllers are universal approximators," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 58, pp. 273-278, 1993.
3. Z. Cao, A. Kandel, and L. Li, "A new model of fuzzy reasoning," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 36, pp. 311-325, 1990.
4. G. Cybenko, "Approximation by superpositions of a sigmoidal function," Mathematics of Control, Signals, and Systems, Vol. 2, No. 4, pp. 303-314, 1989.
5. Y. Ito, "Approximation capability of layered neural networks with sigmoid units on two layers," Neural Computation, Vol. 6, No. 6, pp. 1233-1243, 1994.
6. W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*, Third Edition, McGraw-Hill, 1976.
7. L. X. Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control : Design and Stability Analysis*, Prentice-Hall, 1994.
8. L. X. Wang and J. M. Mendel, "Back-propagation fuzzy systems as nonlinear dynamic identifiers," Proc. of IEEE International Conf. on Fuzzy Systems, pp. 1409-1418, 1992.
9. 이광형, 오길록, 퍼지이론 및 응용 *I*, *II*, 홍릉 과학 출판사, 1991.