

퍼지모델의 새로운 설정 방법

A New Identification Method for a Fuzzy Model

박민기*, 지승환*, 박민용*
Min Kee Park*, Ji Seung Hwan*, Mignon Park*

요약

입출력 데이터를 이용한 퍼지모델의 설정은 구조 설정과 변수 설정으로 나누어진다.

본 논문에서는 기존 방법의 문제점을 해결하고 퍼지모델의 이러한 구조와 변수를 설정하는 새로운 방법을 제안한다. 입출력 데이터가 주어지면, 후건부 변수는 선형성과 연속성을 고려하여 휴(Hough)변환과 클러스터링 방법에 의해 각각 설정된다. 또한 경사 하강법(Gradient descent method)을 사용하여 퍼지모델 변수의 미세조정을 행한다. 마지막으로 단일 입출력 시스템에 대하여 시뮬레이션을 통해 제안된 방법의 유효성을 보인다.

ABSTRACT

The identification of a fuzzy model using input-output data consists of two parts: Structure identification and parameter identification.

In this paper an algorithm to identify those parameters and structures is suggested to solve the problems of the conventional methods. Given a set of input-output data, the consequent parameters are identified by the Hough transform and clustering method, each of which considers the linearity and continuity respectively. The gradient descent algorithm is used to fine-tune parameters of a fuzzy model. Finally, it is shown that this method is useful for the identification of a fuzzy model by simulation, where we only consider a single input and single output system.

I. 서론

최근, 퍼지모델은 기존의 선형모델에 비해 시스템 묘사력이 뛰어나며 직관적인 설득력이 있다는 점에서 많은 연구가 이루어지고 있다. 이러한 연구들 중에서도 Takagi와 Sugeno에 의해 제안된 퍼지모델[1]은 시스템 묘사력이 우수하며 모델근거(model-base) 제어에도 적당해서 이를 이용한 제어 알고리즘에 대한 연구가 널리 진행되고 있다[2]. 그러나 이 Takagi-Sugeno모델은 그 알고리즘이 복잡하여 실제 컴퓨터 구현이 어렵고 많은 시간이 소요되는 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하고자 새로운 형태의 퍼지모델[3][4]을 이용하거나 새로운 클러스터링 방법[6][7][9]을 이용한 논문들이 발표되었다. Sugeno와 Yasukawa는 패턴 인식 기법을 이용한 방법을 제

*연세대학교 전자공학과
Dept. of Elec. Engr., Yonsei Univ.

안하였는데 이는 Takagi-Sugeno 모델에 비해 간단하나 시스템 묘사력이 떨어지며 많은 퍼지룰을 필요로 하는 단점이 있다. Bezdek은 퍼지c-lines와 퍼지c-varieties방법을 이용하여 비선형 시스템의 입출력 데이터로부터 부분선형 구조를 찾아내는 방법을 제안하였다. 그러나 이 방법들도 서로 떨어진 데이터가 같은 클러스터에 포함될 수 있으며, 클러스터의 수를 선택하는 기준이 없으므로 퍼지모델에 적용하기에는 많은 어려움이 따른다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하고자 선형성과 연속성을 고려하여 퍼지모델을 설정하는 새로운 방법을 제안한다.

II. Takagi-Sugeno 퍼지모델

본 논문에서는 Takagi와 Sugeno 퍼지모델에 근거한 새로운 퍼지모델링 방법을 제안한다. 1985년에 Takagi와 Sugeno에 의해 제안된 퍼지모델은 다음의 식으로 표현되는 비선형 모델이다.

L^i : 만일 x_1 가 A_1^i 이고 x_2 가 A_2^i , ..., x_m 가 A_m^i 이면

$$y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m \text{ 이다.} \quad (2-1)$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n w^i y^i}{\sum_{i=1}^n w^i}, \quad (2-2)$$

여기서 $w^i = \prod_{j=1}^m A_j^i(x_j^0)$, L^i ($i=1, 2, \dots, n$)는 i 번째 함의(implication)이고 x_i ($i=1, 2, \dots, m$)은 입력변수, 그리고 y^i 는 i 번째 함의로부터의 출력, a_j^i 는 후건부 변수, $A_1^i, A_2^i, \dots, A_m^i$ 는 퍼지변수이다.

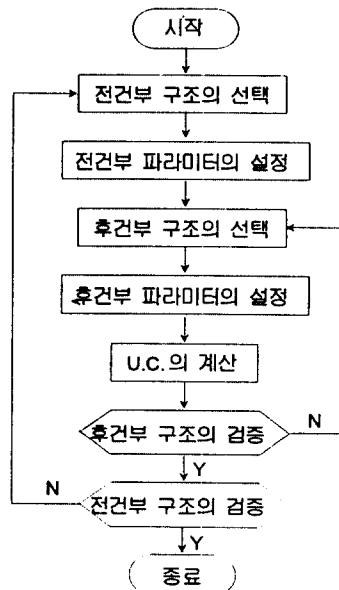


그림 2-1 퍼지모델의 설정 과정

식(2-1)과 식(2-2)에 보인 바와 같이 퍼지모델은 비선형 입출력 관계를 분할된 입력공간에 대하여 부분선형 방정식으로 표현하는 것이다. 이 입출력 데이터를 이용한 퍼지모델의 설정(Identification)은 '구조 설정'과 '변수 설정'으로 나누어진다. 구조 설정은 전건부 구조 설정과 후건부 구조 설정으로 구성되며 변수 설정은 전건부 변수 설정과 후건부 변수 설정으로 구성된다. 여기서 후건부 변수는 선형 방정식의 계수이다. 퍼지모델을 설정하는 반복적인 과정은 다음과 같다.

그림 2-1에서 알 수 있는 바와 같이 Takagi-Sugeno 모델에서는 상대적으로 중요한 후건부 변수 설정을 전건부에 의존함으로써 전체 알고리즘의 효율성이 떨어진다. 따라서, 본 논문에서는 이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 후건부를 먼저 설정하고 다음에 전건부를 설정하는 퍼지모델의 새로운 설정 방법을 제시한다.

III. 퍼지모델의 새로운 설정 (Identification)

식(2-1), (2-2)에서 보인 바와 같이 출력은 전건부 변수 w_i 와 후건부 변수 a'_i 에 의해 결정된다. 출력은 전건부 변수보다 후건부 변수에 의해 많은 영향을 받으므로 후건부에 앞서 전건부를 결정하는 알고리즘은 효율성이 떨어진다. 그러므로 본 논문에서는 먼저 후건부를 설정하고 그 후에 전건부를 설정한다. 후건부 변수들은 2차원 평면 데이터로부터 일련의 선형 방정식들을 구하는 휴변환(Hough Transformation)과 클러스터링 방법에 의해 설정되는데 이 방법은 선형성과 연속성을 동시에 고려할 수 있으며 선형 방정식들의 초기치 설정의 어려움을 해결할 수 있는 장점이 있다. 또한 퍼지모델의 변수들을 미세조정하기 위해 경사 하강법(Gradient Descent Algorithm)을 제안한다. 마지막으로 후건부 구조와 선형 방정식에 포함된 데이터에 따라 전건부 구조와 전건부 변수가 결정된다.

(1) 휴변환[8][10]

주어진 시스템을 부분선형 방정식으로 표현하기 위해서는 입력공간을 분할하고, 분할된 입력공간에 대하여 각각의 퍼지룰을 형성하여야 한다. 단일 입출력(SISO) 시스템의 경우, 시스템의 입력과 출력이 2차원 평면상의 한 점 (x_i, y_i) 으로 사상(mapping)될 수 있으므로, 사상된 입출력 데이터를 휴변환을 이용하여 직선 성분을 추출하고 퍼지모델의 변수를 설정한다. 그림 3-1에 나타난 바와 같이 평면상의 한 점 (x_i, y_i) 를 지나는 직선은 변수 a, b 에 대하여 방정식 $y_i = ax_i + b$ 를 만족한다.

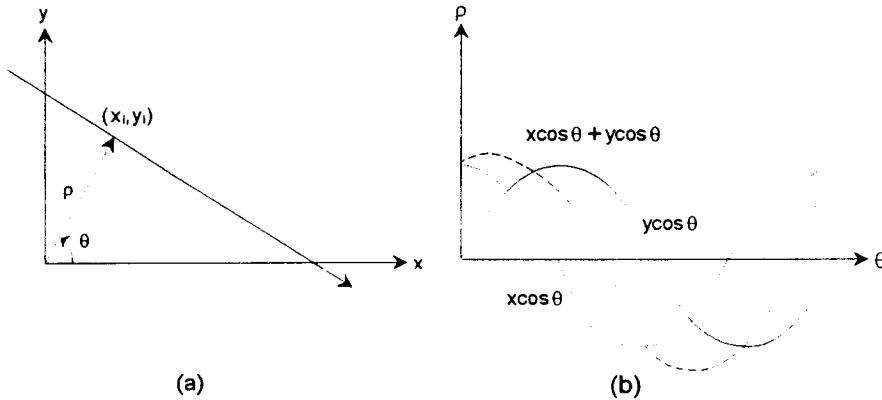


그림 3-1 휴변환 (a) 카테시안 x-y 좌표계 (b) (ρ, θ) 파라미터 평면

이 방정식을 $b = -x_i a + y_i$ 로 하여 변수 공간인 ab 평면으로 변환하면 고정된 점 (x_i, y_i) 에 대하여 직선을 얻는다. 다른 점인 (x_j, y_j) 도 또한 변수 공간에서 한 직선으로 표현되며 이 선은 $b = -x_j a + y_j$ 와 (a', b') 에서 교차한

다. 여기서 a' 은 xy 평면에서 두점 $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$ 를 지나는 직선의 기울기이며 b' 는 절편이다. 실제로 이 직선에 포함된 모든 점들은 휴변환에 의해 (a', b') 로 사상된다. 점 (x_i, y_i) 를 모든 i 에 대하여 휴변환한 결과를 ab 평면을 분할한 셀(cell)에 누적시켜 누적된 값에 의해 직선 성분을 추출할 수 있다. 누적셀(Accumulator Cell)들을 계산할 때, 선이 수직 위치에 가까워짐에 따라 기울기와 절편이 무한대로 수렴하는 계산상의 어려움이 있기 때문에 실제로는 식 $y_i = ax_i + b$ 대신 $x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$ 를 사용하여 $\rho\theta$ 평면에서 누적셀들을 형성한다. 휴변환은 보통 2차원 데이터(특히 영상)에 대해 사용되지만 $g(x, c) = 0$ 형태를 갖는 어떤 함수에도 적용이 가능하므로 다입력 다출력 시스템의 경우에도 사용할 수 있다.

(2) 후건부 설정

휴변환의 결과는 $\rho\theta$ 평면의 셀들에 누적되고, 상대적으로 높은 값을 갖는 셀들이 퍼지모델의 부분 선형식의 고려대상으로서 선택된다. 즉, $\rho\theta$ 평면상의 누적셀중 국부적인 최대점(local maximum)들이 셀들이 고려대상 셀로 선택된다. 이 극점들중 근접해 있는 점들은 각각 비슷한 기울기와 절편의 선들을 나타내고, 이는 비슷한 부분의 퍼지률이 많이 발생함을 의미하므로 불합리한 모델링 결과를 보일 수 있다. 그러므로, 고려대상 셀중 인접한 셀은 클러스터링 방법에 의해 합하여진다. 주어진 데이터에서 퍼지률의 개수를 몇 개 생성해야 할 것인가를 미리 알 수 없으므로 클러스터링 방법중 구성 항목들의 수를 모르는 경우에 쓰이는 패턴 샘플으로부터 확률 밀도를 구성하는 방법을 사용한다. 적응 샘플 구성은 일반적으로 사용되는 방법중 하나이다. 전체 과정은 다음과 같다.

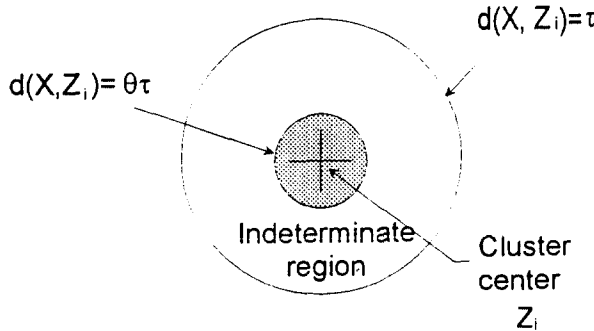


그림 3-2 거리 척도에 근거한 클러스터링

단계 1. 첫샘플 X_1 을 첫번째 클러스터로 할당한다.

$Z_1 = X_1$, 여기서 Z_1 은 처음 클러스터의 중심이다.

단계 2. 다음 샘플을 취하고, 존재하는 모든 클러스터와의 거리를 계산한다.

가) 만일 거리 $d_i(X, Z_i) \leq \theta\tau$, $0 \leq \theta \leq 1$ 이면 Z_i 에 X 를 대입한다.

여기서 τ 는 특정 클러스터에 대한 소속 경계이며 그 값은 설계자에 의해 적절하게 설정된다.

나) 만일 $d_i(X, Z_i) > \tau$ 이면 Z_i 에 X 를 할당하지 않는다.

다) 만일 X 가 Z_i 에 대해 중간 지역 ($\theta\tau < d_i(X, Z_i) < \tau$)에 해당하면 X 에 대해 아무것도 결정되지 않는다.

단계 3.

가) 매번 새로운 X 가 Z_i 에 할당되고 다음 식들에 대해 $Z_i(t+1)$ 과 $C(t+1)$ 을 계산한다.

$$Z_i(t+1) = \frac{1}{t+1} [tZ_i(t) + X]$$

$$C(t+1) = \frac{1}{t+1} [tC(t) + (X - Z_i(t+1))^2]$$

여기서 t 는 이미 Z_i 에 할당된 패턴 샘플의 수이고 X 는 $t+1$ 번째 샘플이다.

$Z_i(t)$ 와 분산 $C(t)$ 은 이미 t 샘플들로부터 계산된다.

나) 만일 $d_i(X, Z_i) > \tau, \forall i$ 이면 새로운 클러스터 Z_i 를 형성한다.

단계 4. 모든 패턴 샘플들이 할당될 때까지 단계 2와 단계 3을 반복한다. 모든 X 가 순서대로 지나가면 약간의 X 가 재할당될 것이다. 이는 평균과 분산이 Z_i 에 할당된 각 X 와 함께 조정되기 때문이다.

단계 5. 학습이 완전하다고 생각된 후, 즉 샘플들이 속하는 클러스터가 더이상 변화하지 않고, 어느 클러스터에도 속하지 않는 샘플들이 계속 일정할 경우, 중간 지역을 없애고($\theta=1$) 클러스터링하면 중간지역의 샘플들은 최소거리규칙에 따라 가장 가까운 클러스터에 할당된다.

(3) 전건부 설정

후건부 설정을 클러스터링한 후 클러스터들의 중심과 분산은 퍼지모델의 전건부 변수를 형성하는데 사용된다. 본 논문에서, 모든 소속 함수들은 다음과 같이 표현되는 가우시안 함수이다.

$$A_i(Z_i, S_i, X) = \exp[-((X - Z_i)/S_i)^2] \quad (3-1)$$

여기서 Z_i 는 i 번째 클러스터의 중심이고 S_i 는 클러스터의 표준편차이다.

(4) 경사 하강알고리즘 (Gradient Descent Algorithm)에 의한 미세조정

정리 3-1과 정리 3-2에 퍼지모델의 변수들을 미세조정하는데 사용하기 위한 알고리즘을 보이고 있다. 정리 1은 전건부에 대한 미세조정 알고리즘이고 정리 2는 후건부에 대한 미세조정 알고리즘이다.

정리 3-1

퍼지모델은 식(3-2)에 의하여 표현되고 식(3-3)은 추론 방정식이다.

L^i : 만일 x_1 가 $A_1^i(p_{11}^i, p_{12}^i)$ 이고 x_2 가 $A_2^i(p_{21}^i, p_{22}^i), \dots, x_m$ 가 $A_m^i(p_{m1}^i, p_{m2}^i)$ 이면,

$$y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m \quad (3-2)$$

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^n w^i y^i}{\sum_{i=1}^n w^i} \quad \text{여기서} \quad w^i = \prod_{j=1}^m A_j^i(x_j^0) \quad (3-3)$$

여기서 p_{jk}^i 는 i 번째 규칙에서 j 번째 전건부의 언어변수를 구성하는 k 번째 변수이다. 이 때, 퍼지모델의 전건부 파라미터는 다음과 같은 학습 방법에 의해 미세조정될 수 있다.

$$\Delta p_{jk}^i = \gamma (y_{des} - y^*) (y - y^*) \frac{1}{\sum_{i=1}^n w^i} \frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i} \quad (3-4)$$

여기서 γ 는 학습율을 나타내고 y_{des} 는 원하는 출력이며 y^* 는 퍼지모델에서 얻어진 출력을 나타낸다.

(증명)

주어진 샘플 데이터 (X, y_{des}) 에서 y_{des} 와 y^* 사이의 차를 오차 e 로 정의한다.

$$e = y_{des} - y^* = y_{des} - \frac{\sum_{i=1}^m w^i y^i}{\sum_{i=1}^m w^i} \quad (3-5)$$

전건부 파라미터는 제곱 오차 e^2 를 줄이기 위해 미세조정되어야 한다. 그러므로, 전건부 파라미터의 변경은 다음 과정에 의해 유도된다.

$$\begin{aligned} \Delta p_{jk}^i &= -\gamma \frac{\partial}{\partial p_{jk}^i} \left(\frac{e^2}{2} \right) = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial p_{jk}^i} \\ &= \gamma (y_{des} - y^*) \frac{\frac{\partial e}{\partial p_{jk}^i} \left(\sum_{i=1}^m w^i y^i \right) \times \sum_{i=1}^m w^i - \sum_{i=1}^m w^i y^i \times \frac{\partial}{\partial p_{jk}^i} \left(\sum_{i=1}^m w^i \right)}{\left(\sum_{i=1}^m w^i \right)^2} \\ &= \gamma (y_{des} - y^*) \frac{\frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i} y^i \times \sum_{i=1}^m w^i - \sum_{i=1}^m w^i y^i \times \frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i}}{\left(\sum_{i=1}^m w^i \right)^2} \\ &= \gamma (y_{des} - y^*) \frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i} \left(\frac{y^i}{\sum_{i=1}^m w^i} - \frac{\sum_{i=1}^m w^i y^i}{\sum_{i=1}^m w^i} \frac{1}{\sum_{i=1}^m w^i} \right) \\ &= \gamma (y_{des} - y^*) \frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i} \frac{1}{\sum_{i=1}^m w^i} (y^i - y^*) \\ &= \gamma (y_{des} - y^*) (y^i - y^*) \frac{1}{\sum_{i=1}^m w^i} \frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i} \end{aligned} \quad (3-6)$$

<증명끝>

정리 3-2

후건부 파라미터는 다음의 학습 방법에 의해 조정될 수 있다.

$$\Delta a_i^j = \gamma (y_{des} - y^*) \frac{1}{\sum_{i=1}^m w^i} w^i x_j \quad (3-7)$$

여기서 γ 는 학습율, y_{des} 는 원하는 출력이고 y^* 는 퍼지모델에서 얻어진 출력이다.

(증명)

후건부 파라미터는 경사하강 알고리즘을 이용하여 전건부와 같이 제곱 오차 e^2 를 줄이도록 조정되어야 한다. 경사하강법에 의해,

$$\begin{aligned} \Delta a_i^j &= -\gamma \frac{\partial}{\partial a_i^j} \left(\frac{e^2}{2} \right) = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial a_i^j} \\ &= \gamma (y_{des} - y^*) \frac{1}{\sum_{l=1}^m w^l} w^l x_j \end{aligned} \tag{3-8}$$

〈증명끝〉

IV. 실험 및 결과 고찰

본 논문에서 제안된 방법의 유효성을 보이기 위해 그림 4-1에 보이고 있는 단일 입출력 데이터를 이용하여 시뮬레이션을 행하였다. 그림 4-2에 휴변환과 클러스터링에 의해 얻어진 퍼지모델의 선형 방정식을 보이고 있다. 그림 4-3에서 알 수 있듯이 원래의 시스템과 퍼지모델링된 시스템과의 사이에는 어느 정도의 오차가 존재한다. 이러한 오차를 줄이기 위하여 본 논문에서 제안한 경사하강법을 이용하여 시스템 변수들의 미세조정을 행하였다. 그림 4-4에 미세조정 과정 동안 오차가 줄어들고 전건부와 후건부 변수들이 결정되는 과정을 보이고 있다. 경사하강법에 의해 미세조정된 후의 퍼지모델의 입출력 관계를 그림 4-5에 보이고 있다. 그림 4-5에 보이고 있는 것처럼 원래 시스템의 입출력 특성과 퍼지모델의 입출력 특성과는 오차가 거의 존재하지 않음을 알 수 있다. 이상의 시뮬레이션 결과에서 보인 바와 같이 제안된 방법은 비교적 간단한 방법으로 주어진 입출력 데이터로부터 시스템의 비선형 퍼지모델을 잘 묘사하고 있음을 알 수 있다.

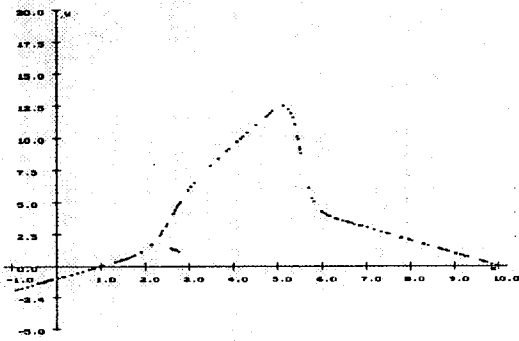


그림 4-1 주어진 시스템의 입출력 데이터

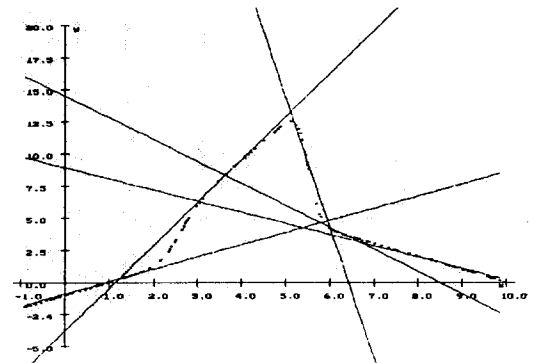


그림 4-2 휴변환과 클러스터링에 의해 얻어진 선형 방정식

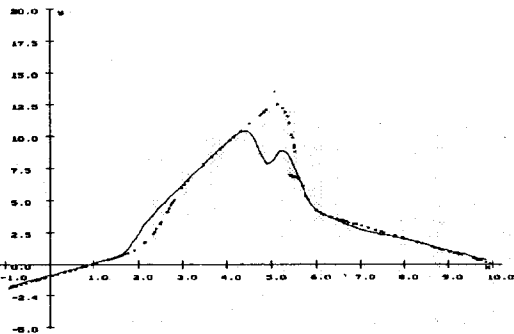


그림 4-3 미세조정 전의 퍼지모델링 결과

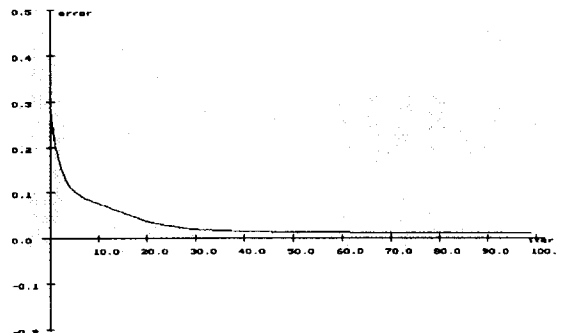


그림 4-4 학습 과정 동안의 오차 변화

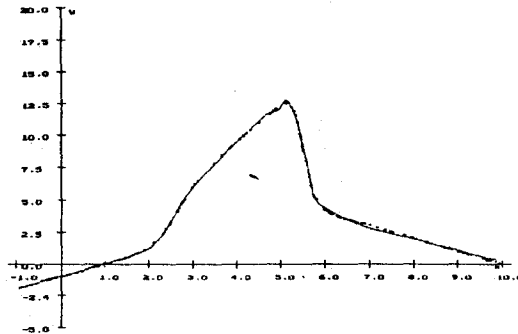


그림 4-5 미세조정 후의 퍼지모델링 결과

V. 결 론

본 논문에서는 퍼지모델의 새로운 설정 방법을 제시하고 시뮬레이션을 통해 그 타당성을 검증하였다. 기존의 퍼지모델들은 선형 시스템 이론에서 사용되던 선형모델에 비해 우수한 시스템 묘사력을 갖고 있음에도 불구하고 그 변수 설정이 복잡하여 널리 사용되지 못하는 단점이 있었다. 이 같은 문제점을 해결하기 위해 본 논문에서는 기존의 퍼지모델과 같은 시스템 묘사력을 가지며 쉽게 변수를 설정할 수 있는 새로운 방법을 제안하였다. 제안된 방법에서는 선형 방정식의 초기값 설정이 불필요하므로 후건부 변수의 설정이 용이하며 입출력 데이터의 선형성과 연속성을 동시에 고려하여 효율적으로 선형 방정식을 구할 수 있다. 본 논문에서는 단일 입출력 시스템에 대한 시뮬레이션을 통해 제안된 방법의 타당성을 보였다. 앞으로 좀 더 복잡한 다입력 다출력 시스템에 대한 연구가 기대된다.

참 고 문 헌

1. T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control," IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics, Vol.SMC-15, No.1, pp.116-132, 1985.
2. M. Sugeno and K. Tanaka, "Successive Identification of a Fuzzy Model and Its Applications to Prediction of a Complex System," Fuzzy Sets and Systems, Vol.42, pp.315-334, 1991.
3. M. Sugeno and G. T. Kang, "Structure Identification of Fuzzy Model," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 28, pp.15-33, 1988.
4. M. Sugeno and T. Yasukawa, "A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modeling," IEEE Transaction on Fuzzy Systems, Vol.1, No.1, pp.7-31, Feb. 1993.
5. J. C. Bezdek, "Editorial Fuzzy Models-What Are They, and Why?," IEEE Transaction on Fuzzy Systems, Vol.1, No.1, pp.1-6, Feb. 1993.
6. J. C. Bezdek et al., "Detection and Characterization of Cluster Substructure I. Linear Structure : Fuzzy C-Lines," SIAM J. Appl. Math., Vol.40, No.2, pp.339-357, 1981.
7. J. C. Bezdek et al., "Detection and Characterization of Cluster Substructure II. Fuzzy C-Varieties and Convex Combinations Thereof," SIAM J. Appl. Math., Vol.40, No.2, pp.358-372, 1981.
8. D. H. Ballard, "Generating the Hough Transform to Detect Arbitrary Shapes," Pattern Recognition, Vol.13, No.2, pp.111-122, 1981.
9. K. Jajuga, "Linear Fuzzy Regression," Fuzzy Sets and Systems, Vol.20, pp.343-353, 1986.

10. Rafael C. Gonzalez and Paul Wintz, "Digital Image Processing," Addison Wesley Publishing Company, Second Edition, 1987.
11. Sing-Tze Bow, "Pattern Recognition and Image Preprocessing," Dekker, 1992.
12. 박민용, 최항식 역, 퍼지 제어 시스템, 대영사.