응용통계연구 제 8권 2호
1995년 9월 pp. 87-97.

2 x 2 요인계획법의 F 검정과 순위 F 검정에 따른 제1종 오류와 검정력 분석에 대한 의태 연구

최 영 훈[1)]

요 약

2 x 2 요인계획법에서 주효과가 전혀 존재하지 않거나 단지 하나만이 존재하는 경우의 교호작용을 위한 일반적인 F 검정과 순위변환을 이용한 F 검정(FR 검정)의 제1종 오류율과 검정력은 전반적으로 비슷한 수준이나 정규분포보다는 지수분포하에서의 FR 검정의 검정력이 상당히 높은 수준임을 알수 있다. 반면에 주효과들이 모두 존재하는 경우의 FR 검정의 제1종 오류율은 F 검정에 비하여 효과의 크기가 증가할수록 감소하고 주효과의 구성방법에도 영향을 받으며, 검정력은 효과의 크기와 표본의 크기를 크게할수록 증가하되 FR 검정의 검정력은 F 검정에 비하여 낮은 수준이며 주효과의 구성방법 및 모집단의 분포형태에 따라 민감하게 변화함을 알수 있다.

1. 서 론

순위변환(rank transformation)은 일련의 관측된 원자료를 가장 작은값부터 가장 큰값까지 순위(rank)로 대체한 후 일반적인 모수적 검정(usual parametric test)을 적용하는 과정으로 정의되며, 이 기법은 계산상의 간단하고 편리한 장점과 응용상에 있어서 특별한 전제조건을 필요로 하지 않는 등의 이점을 가지고 있다.

따라서 본 연구의 주된 관심사는 교호작용(interaction) 검정을 위한 모수적 ANOVA F 통계량과 순위변환된 ANOVA FR 통계량 사이의 제1종 오류를 이용한 로버스트성(robustness)과 검정력(power)을 시뮬레이션을 이용하여 비교분석해 보고자 함이다. 이를 위하여 우선 순위변환을 이용한 주요 시뮬레이션 연구실태를 개략적으로 살펴보면 4 x 3 요인계획법의 교호작용 검정을 위하여 $\sigma^2 = 1$ 인 정규모집단에서 추출한 확률표본을 오차항으로 가정한 후 Iman (1974)은 효과의 크기가 0.5 이고 표본의 크기가 5 인 상당히 제한된 경우만을 고려하였으며, Blair, Sawilowsky and Higgins(1989)는 효과의 크기와 표본의 크기가 변화하는 상황을 고려한 바에 따른 포괄적인 결과를 각각 유도하였다. 이외에도 Pavur and Nath(1986)는 2 x 2 요인계획법의 주효과 검정에 따른 검정력을 분석 관찰하였다.

반면에 비록 Thompson(1991)은 단순히 이요인계획법의 교호작용 검정을 위한 순위변환된 FR 통계량은 단지 하나의 주효과가 존재할 경우에 있어서 카이제곱으로 근사함을 밝히고 있지만, 본 연구의 목적은 주효과가 전혀 존재하지 않거나 단지 하나만이 존재하는 경우 뿐만 아니라 모두 존재할때의 F 검정과 FR 검정간의 제1종 오류 및 검정력의 구체적인 차이 정도와 원인 및 문제점을 살펴보고자 하며 이를 위해 가장 기본적이고 중요하면서 특별한 모형인 2 x 2

---

1) (447-791) 경기도 오산시 양산동 411번지, 한신대학교 통계학과.

요인계획법을 이용하고자 한다. 동시에 Blair, Sawilowsky and Higgins(1989)의 결과가 2 x 2 요인계획법에도 적용되는지를 보다 다양한 경우에 의한 시뮬레이션을 통하여 분석하고자 하며, 차후 여러 다른 실험계획 모형에 따른 순위변환의 적절성과 유효성 연구에 대한 초석을 구체적으로 마련하고자 한다. 더우기 최근의 Fabian(1991), Akritas(1994), Choi(1994)의 이론적 연구논문들은 교호작용 개념의 복잡성과 논란의 여지에 대하여 언급하고 있으며 아울러 정의 및 해석의 다양화의 필요성을 제시해주고 있음을 주목할 필요가 있다. 앞서 언급한 바와 같이 본 연구대상의 모집단 모형으로 이원배치법중 다음과 같은 2 x 2 균형고정효과 선형모형을 선정하였으며, 보다 효율적인 결론을 위하여 위에서 살펴본 연구논문과는 다른 주효과의 구성방법과 추가적인 지수분포 가정하에서는 순위변환을 통한 교호작용 검정이 어떠한 결론을 유도할수 있는지를 아울러 살펴보고자 한다.

$$X_{ijk} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + e_{ijk}$$
$$\text{단}\ i, j = 1, 2,\ k = 1, 2, \ldots, n$$

이때 μ는 총평균을 나타내며 0과 같다. 추론의 대상이 아닌 미지의 모수인 장애모수 (nuisance parameter) a_i는 A 인자의 i번째 수준의 주효과를 나타내며, b_j는 B 인자의 j번째 수준의 주효과를, $(ab)_{ij}$는 A 인자의 i번째 수준과 B 인자의 j번째 수준의 교호작용 효과를, 오차항 e_{ijk}는 표준정규모집단 N(0,1) 과 지수모집단 EXP(1) 으로부터 추출된 독립인 관측치를 나타낸다. 여기서 오차항을 생성하는 정규모집단의 분산의 크기 σ^2 혹은 지수모집단의 모수 λ의 크기를 주효과 및 교호작용 효과등의 효과의 크기보다 상대적으로 상당히 크게 가정한다면 효과의 크기 변화에 따른 F 검정 과 FR 검정간의 제1종 오류 및 검정력의 차이 정도가 작아져서 검정 통계량간의 차이가 발생하는 원인과 문제점을 파악하기가 어려워진다. 이러한 이유로 우리는 $\sigma^2 = 1$ 인 정규모집단과 $\lambda = 1$ 인 지수모집단으로부터의 오차항을 고려하였으며 효과의 크기는 이러한 모수값을 중심으로 변화시키고자 한다. 한편 교호작용 효과를 검정하기 위한 귀무가설 $H_0: (ab)_{ij} = 0,\ i, j = 1, 2$ 에 대하여 F 와 FR 은 각각 모수적 ANOVA 검정 통계량과 원자료의 순위에 바탕을 둔 F 검정 통계량으로 정의된다.

시뮬레이션 과정은 먼저 표준정규변량 및 모수 $\lambda = 1$ 인 지수변량을 생성시킨후, 주어진 효과를 발생시키기 위하여 각각의 효과크기에 상응하는 상수를 가산한다. 다음에 교호작용 검정을 위한 모수적 ANOVA F 통계량을 계산한다. 그리고 0.05 와 0.01 의 유의수준하에서의 기각값을 이용하여, 실제로 시뮬레이션하에서 기각되는 비율을 각각 계산한다. 또한 같은 방법으로 순위로 변환된 ANOVA FR 통계량을 계산한 후, 위의 과정을 반복하여 수행한다. 효과의 크기를 변화시키기 위하여 이용된 상수 c는 0.25 부터 1.50 까지 0.25 씩 증가하였으며, 처리조합당 표본의 크기 $n = 2, 4, 10, 30, 50$ 을 고려하였다. 한편 이와같은 매 상황의 실험마다 1000 번의 반복을 행하였으며, 유사정규난수 및 유사지수난수를 발생시키기 위하여 각각 C 언어의 rand() 함수를 이용한 Box-Muller(1958) 및 역변환[Marsaglia(1961)] 알고리즘을 사용하였다.

2. 제1종 오류 분석

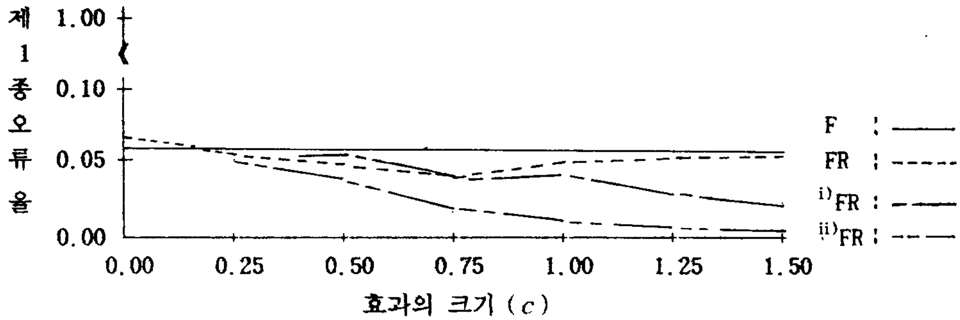
이 절에서는 제1종 오류를 이용한 로버스트성 분석을 위하여 세가지의 다른 상황을 고려하였다. 다시 말하여 교호작용 검정을 위한 제1종 오류율이 다음 조건하에서 검토되었다: (1) 주효과가 전혀 존재하지 않는 경우; 모든 주효과 크기가 0 일때, (2) 단지 하나의 주효과만이 존재하는 경우; 예를들어 $a_1 = c$, $a_2 = -c$ 으로 A 효과만이 존재하고 다른 주효과는 0 일때, (3) 두개의 주효과가 모두 존재하되 주효과들간의 효과크기가 다르게 구성되어 있는 경우; 즉 $a_1 = 1.6\,c, a_2 = -1.6\,c, b_1 = 0.4\,c, b_2 = -0.4\,c$ 일 경우와 $a_1 = 1.2\,c, a_2 = -1.2\,c, b_1 = 0.8\,c$, $b_2 = -0.8\,c$ 일 경우이다. 이때 위의 세가지 경우 모두 교호작용 효과는 $(ab)_{ij} = 0$ 으로 간주된다.

시뮬레이션 결과를 검토해 보면 아래의 <그림 2.1>, <그림 2.2>, <그림 2.3> 및 <그림 2.4>는 정규모집단과 지수모집단으로부터 각각 표본크기 $n=2$ 및 $n=10$ 일때 유의수준 $\alpha=0.05$ 하에서의 제1종 오류율을 종합적으로 요약한 도표로서 이는 앞 절에서 언급한 시뮬레이션 전체과정에 의한 전반적인 연구결과를 일목요연하게 정리하여 준다. 그림의 구성은 "c" 라고 표시된 효과의 크기, "α" 라는 명목상의 유의수준, "n" 이라는 표본의 크기 및 위에서 가정한 세가지 조건하에서의 교호작용 검정을 위한 두 통계량 F 와 FR 의 제1종 오류율을 나타내주고 있다.

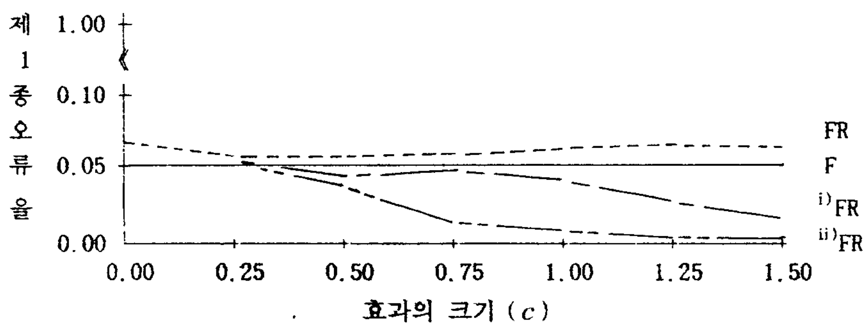
<그림 2.1>, <그림 2.2>, <그림 2.3> 및 <그림 2.4>에서 알수 있는 바와 같이 첫번째의 모든 효과가 존재하지 않는 경우 $(c=0)$ 와 두번째의 단지 하나의 주효과만이 존재하는 경우의 F 검정과 FR 검정의 제1종 오류율은 전반적으로 거의 모든 조건하에서 유의수준과 비슷하거나 크게 벗어나지 않는 비율을 보여주고 있으며 따라서 우리는 F 검정과 FR 검정은 로버스트하다고 말할수 있다. 여기서 모집단의 정규성 또는 지수분포와 같은 가정의 이탈에 대하여 검정의 유의성에 변동이 거의 없을때 이 검정법은 로버스트하다고 정의한다. 게다가 한가지 주목해야 할 점은 F 검정에 따른 제1종 오류율은 주효과의 수와 효과의 크기에 상관없이 동일하며 단지 표본의 크기에 영향을 받는다는 사실이다.

이와는 달리 세번째의 주효과들이 모두 존재하는 경우의 FR 검정의 제1종 오류율은 주효과 구성형태에 따라 상당히 영향을 받는다고 말할수 있다. 즉 주효과들간의 크기 차이가 작을수록 FR 검정의 제1종 오류율은 감소함을 알수 있다. 또한 효과의 크기가 증가할수록 FR 검정의 제1종 오류율은 감소하며 주어진 유의수준으로부터 이탈함을 알수 있으므로 우리는 이때의 FR 검정은 로버스트하지 않다고 말할수 있다. 한편 이와는 대조적으로 F 검정의 제1종 오류율은 주효과 구성방법에 상관없이 주효과가 존재하지 않거나 하나의 주효과만이 존재하는 경우의 결과와 같으며 이와 같은 결과는 주로 2 x 2 요인계획법 모형의 특성에 기인한다고 할수 있다.

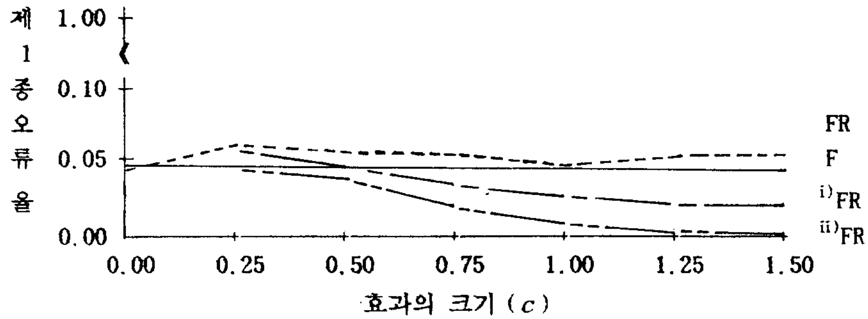
특히 모집단간의 결과 차이를 비교하여 보면 모집단이 <그림 2.1> 및 <그림 2.3>의 정규분포나 <그림 2.2> 및 <그림 2.4>의 지수분포를 따르거나 간에 거의 모든 상황에 걸쳐 다소간의 차이는 있지만 전반적으로 F 검정 및 FR 검정의 제1종 오류율이 비슷함을 알수 있다.



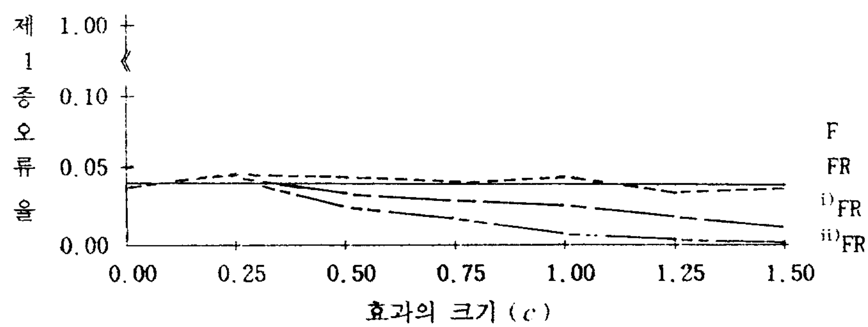
〈그림 2.1〉 유의수준 $\alpha = 0.05$, $n = 2$ 일때의 정규분포하에서의 교호작용 검정에 따른 검정통계량 F 및 FR 의 제1종 오류



〈그림 2.2〉 유의수준 $\alpha = 0.05$, $n = 2$ 일때의 지수분포하에서의 교호작용 검정에 따른 검정통계량 F 및 FR 의 제1종 오류



<그림 2.3> 유의수준 $\alpha = 0.05$, $n = 10$ 일때의 정규분포하에서의 교호작용 검정에 따른 검정통계량 F 및 FR 의 제1종 오류



<그림 2.4> 유의수준 $\alpha = 0.05$, $n = 10$ 일때의 지수분포하에서의 교호작용 검정에 따른 검정통계량 F 및 FR 의 제1종 오류

주) FR : $a_1 = c$, $a_2 = -c$,

i)FR : $a_1 = 1.6c$, $a_2 = -1.6c$; $b_1 = 0.4c$, $b_2 = -0.4c$,

ii)FR : $a_1 = 1.2c$, $a_2 = -1.2c$; $b_1 = 0.8c$, $b_2 = -0.8c$ 인 경우.

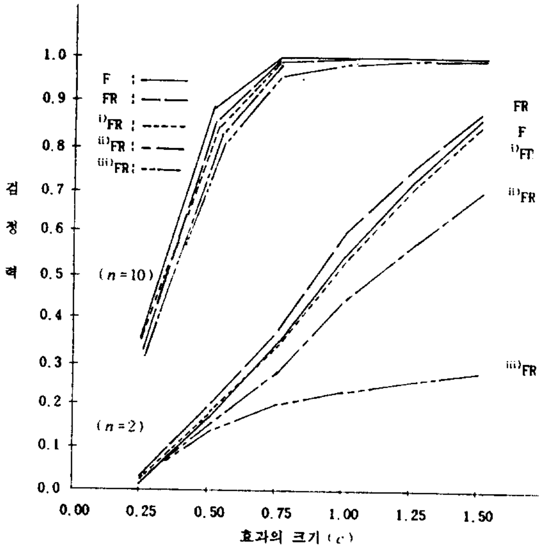
3. 검정력 분석

다음으로 검정력 분석을 위하여 제1종 오류 분석에서와 마찬가지로 (1) 주효과가 전혀 존재하지 않는 경우 (2) 단지 하나의 주효과만이 존재하는 경우 (3) 두개의 주효과가 모두 존재하는 경우의 세가지 다른 상황을 고려하도록 하자. 모든 경우에 있어서 검정력 분석을 위한 AB 교호작용 효과는 $(ab)_{11}=(ab)_{22}=c$, $(ab)_{12}=(ab)_{21}=-c$ 으로 구성되며, 주효과의 구성방법과 크기는 제1종 오류 분석에서 이용된 것과 동일하다. 아래의 <그림 3.1> 및 <그림 3.2>는 정규모집단과 지수모집단으로부터 표본크기 $n=2$ 및 $n=10$ 인 경우를 발췌하여 도표화한 것으로 시뮬레이션 결과를 함축적으로 잘 나타내주고 있다.

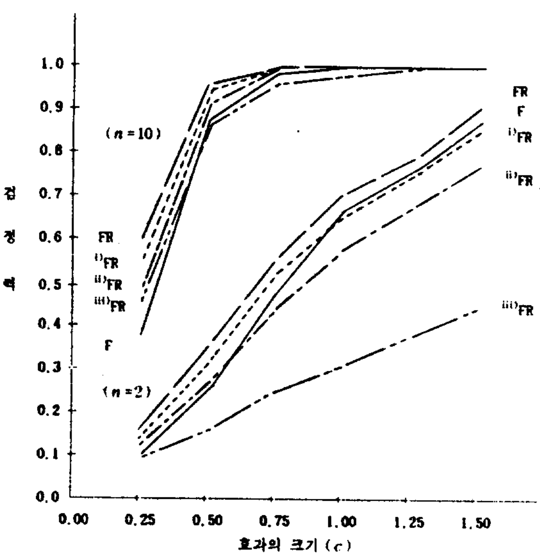
<그림 3.1>은 주효과가 전혀 존재하지 않을때 정규분포하에서의 FR 검정의 검정력은 전반적으로 F 검정의 검정력과 비슷한 수준임을 보여주고 있다. 반면에 <그림 3.2>는 주효과가 전혀 존재하지 않을때 지수분포하에서의 FR 검정의 검정력은 F 검정의 검정력보다 상당히 높은 수준임을 알수 있으며, 특히 효과의 크기가 작고 표본의 크기가 동시에 클때에는 FR 검정의 검정력이 F 검정의 검정력보다 월등하게 높음을 주목할 필요가 있다. 한편 효과의 크기와 표본의 크기를 증가시킬수록 F 검정과 FR 검정의 검정력은 현저하게 증가함을 쉽게 발견할수 있을 것이다.

또한 <그림 3.1> 및 <그림 3.2>로부터 단지 하나의 주효과만이 존재하거나 주효과들이 모두 존재하는 경우에 있어서의 FR 검정의 검정력은 주효과의 수와 구성방법에 따라 변화하고 있음을 알수 있다. 즉 단지 하나의 주효과만이 존재하는 경우에는 주효과가 전혀 존재하지 않을때보다는 다소 못 미치지만 모집단의 분포형태와 상관없이 F 검정의 검정력과 상당히 비슷한 수준임을 보여주고 있으며, 특히 지수분포하에서 효과의 크기가 작을때는 FR 검정의 검정력이 F 검정의 검정력보다 꽤 높음을 알수 있다. 그러나 주효과의 수가 증가하여 주효과가 모두 존재할때 두 주효과들간의 크기 차이가 작을수록 FR 검정의 검정력은 F 검정의 검정력보다 감소한다. 이와같은 현상은 효과의 크기가 크고 동시에 표본의 크기가 작을때 큰 격차를 보여준다. 아울러 일반적으로 주효과가 전혀 존재하지 않을때와 마찬가지로 효과의 크기나 표본의 크기를 증가시킬수록 F 검정 및 FR 검정의 검정력은 증가함을 보여주고 있다. 한편 제1종 오류 분석 결과에서처럼 F 검정의 검정력은 주효과의 수나 구성방법에 상관없이 주효과가 전혀 존재하지 않을때와 같다는 사실에 유념하도록 하자. 이는 F 검정의 검정력은 주효과의 수와 구성방법에 영향을 받지않고 효과의 크기와 표본의 크기 및 모집단 분포형태에 따라 변화한다고 말할수 있다.

특히 <그림 3.1> 및 <그림 3.2>의 전반적인 결과를 비교하여 보면 모집단이 정규분포보다는 지수분포를 따를때 모든 상황에 걸쳐 F 검정보다는 상대적으로 FR 검정의 검정력이 뛰어남을 알수 있다.



〈그림 3.1〉 유의수준 α = 0.05 일때의 정규분포하에서의 교호작용 검정에 따른 검정 통계량 F 및 FR 의 추정 검정력



〈그림 3.2〉 유의수준 α = 0.05 일때의 지수분포하에서의 교호작용 검정에 따른 검정 통계량 F 및 FR 의 추정 검정력

주) FR : $(ab)_{11} = (ab)_{22} = c$, $(ab)_{12} = (ab)_{21} = -c$,

i)FR : $a_1 = c$, $a_2 = -c$; $(ab)_{11} = (ab)_{22} = c$, $(ab)_{12} = (ab)_{21} = -c$,

ii)FR : $a_1 = 1.6c$, $a_2 = -1.6c$; $b_1 = 0.4c$, $b_2 = -0.4c$;
$(ab)_{11} = (ab)_{22} = c$, $(ab)_{12} = (ab)_{21} = -c$,

iii)FR : $a_1 = 1.2c$, $a_2 = -1.2c$; $b_1 = 0.8c$, $b_2 = -0.8c$;
$(ab)_{11} = (ab)_{22} = c$, $(ab)_{12} = (ab)_{21} = -c$ 인 경우.

4. 이론적 배경

이제까지 살펴본 시뮬레이션 결과를 이해하기 위하여 2 x 2 요인계획법의 이론적 근거를 간단히 검토하고자 한다. 이를 위하여 먼저 독립인 확률변수 X_{ijk}의 누적분포함수를 F_{ij}이라고 정의하고 $\overline{F}_{i.}=(\Sigma^{J}_{j'=1}F_{ij'})/J$, $\overline{F}_{.j}=(\Sigma^{I}_{i'=1}F_{i'j})/I$, $\overline{F}_{..}=(\Sigma^{I}_{i'=1}\Sigma^{J}_{j'=1}F_{i'j'})/IJ$ 이라 하자.

정리 1 만일 독립변수 X_{ijk}의 평균이 가법모형 $E(X_{ijk})=\mu+a_i+b_j+(ab)_{ij}$, 단 $i=1,\ldots,I$, $j=1,\ldots,J$, $\Sigma^{I}_{i=1}a_i=0$, $\Sigma^{J}_{j=1}b_j=0$, $\Sigma^{I}_{i=1}(ab)_{ij}=0$, $\Sigma^{J}_{j=1}(ab)_{ij}=0$, 에 의하여 주어진다면, 모든 i와 j에 대하여 $F_{ij}-\overline{F}_{i.}-\overline{F}_{.j}+\overline{F}_{..}=0$의 식은 모든 i와 j에 대하여 $(ab)_{ij}=0$을 의미한다. 게다가 이 식은 모든 쌍의 (i, j)와 (i', j')에 대하여 $F_{ij}-F_{ij'}-F_{i'j}+F_{i'j'}=0$ 의 식과 동일하다.

증명.

$$
\begin{aligned}
E(X_{ijk}) &= \int x\, dF_{ij} \\
&= \int x\, d(\overline{F}_{i.}+\overline{F}_{.j}-\overline{F}_{..}) \\
&= \int x\, d\Big(\frac{1}{J}\sum_{j'=1}^{J}F_{ij'}\Big) + \int x\, d\Big(\frac{1}{I}\sum_{i'=1}^{I}F_{i'j}\Big) - \int x\, d\Big(\frac{1}{IJ}\sum_{i'=1}^{I}\sum_{j'=1}^{J}F_{i'j'}\Big) \\
&= \frac{1}{J}\sum_{j'=1}^{J}E(X_{ij'k}) + \frac{1}{I}\sum_{i'=1}^{I}E(X_{i'jk}) - \frac{1}{IJ}\sum_{i'=1}^{I}\sum_{j'=1}^{J}E(X_{i'j'k}) \\
&= \frac{1}{J}\sum_{j'=1}^{J}[\mu+a_i+b_{j'}+(ab)_{ij'}] + \frac{1}{I}\sum_{i'=1}^{I}[\mu+a_{i'}+b_j+(ab)_{i'j}] \\
&\qquad - \frac{1}{IJ}\sum_{i'=1}^{I}\sum_{j'=1}^{J}[\mu+a_{i'}+b_{j'}+(ab)_{i'j'}] \\
&= \Big(\mu+a_i+\frac{1}{J}\sum_{j'=1}^{J}b_{j'}+\frac{1}{J}\sum_{j'=1}^{J}(ab)_{ij'}\Big) + \Big(\mu+\frac{1}{I}\sum_{i'=1}^{I}a_{i'}+b_j+\frac{1}{I}\sum_{i'=1}^{I}(ab)_{i'j}\Big) \\
&\qquad - \Big(\mu+\frac{1}{I}\sum_{i'=1}^{I}a_{i'}+\frac{1}{J}\sum_{j'=1}^{J}b_{j'}+\frac{1}{IJ}\sum_{i'=1}^{I}\sum_{j'=1}^{J}(ab)_{i'j'}\Big) \\
&= \mu+a_i+b_j
\end{aligned}
$$

따라서 $(ab)_{ij}=0$라고 말할수 있다. 한편 $F_{ij}-\overline{F}_{i.}-\overline{F}_{.j}+\overline{F}_{..}=0$는 $F_{ij}=\overline{F}_{i.}+\overline{F}_{.j}-\overline{F}_{..}$ 을 의미하므로 $F_{ij}-F_{ij'}-F_{i'j}+F_{i'j'}=(\overline{F}_{i.}+\overline{F}_{.j}-\overline{F}_{..})-(\overline{F}_{i.}+\overline{F}_{.j'}-\overline{F}_{..})-(\overline{F}_{i'.}+\overline{F}_{.j}-\overline{F}_{..})+(\overline{F}_{i'.}+\overline{F}_{.j'}-\overline{F}_{..})=0$ 와 동일하다고 말할수가 있다.

정리 1의 결과로부터 얻은 모든 i, j, i', j' 에 대한 $F_{ij}-F_{ij'}-F_{i'j}+F_{i'j'}=0$ 의 식은 모든 i, j, i', j' 에 대하여 $F_{ij}=F_{ij'}$ 이거나 $F_{ij}=F_{i'j}$ 이어야 함을 의미한다. 즉 주효과가 전혀 존재하지 않거나 단지 하나의 주효과만이 존재할때 교호작용 효과의 검정이 유효함을 나타내주고 있다. 이와 같은 이론적 결과는 앞서 살펴본 시뮬레이션 결과와도 일치하는 것으로 요약될 수가 있다.

5. 결 론

2 x 2 요인계획법에서 주효과가 존재하지 않거나 하나의 주효과만이 존재하는 경우의 교호작용을 위한 F 검정과 순위변환을 이용한 FR 검정은 로버스트하다고 말할수 있다. 그러나 주효과들이 모두 존재하는 경우의 FR 검정의 제1종 오류율은 주로 주효과의 크기 및 구성형태에 따라 영향을 받으며, 효과의 크기가 증가할수록 감소하므로 FR 검정은 상대적으로 로버스트하지 않다고 말할수 있다.

한편 일반적으로 효과의 크기와 표본의 크기를 증가시킬수록 F 검정과 FR 검정의 검정력은 빠른 속도로 증가하며, 특히 FR 검정의 검정력은 주효과의 수 및 구성방법, 모집단의 분포형태에 따라 민감하게 변화함을 알수 있다. 즉 FR 검정의 검정력은 F 검정에 비하여 주효과가 전혀 존재하지 않거나 단지 하나만이 존재하는 경우에는 대체로 뛰어나며, 주효과가 모두 존재할 경우에는 주효과들간의 효과크기의 차가 작을수록 감소하는 경향이 있다고 할수 있다. 또한 모집단이 정규분포보다는 지수분포를 따를때 F 검정보다는 상대적으로 FR 검정의 검정력이 상당히 뛰어남을 알수 있다.

참 고 문 헌

[1] Akritas, M.G. and Arnold, S.F. (1994). Fully Nonparametric Hypotheses for Factorial Designs, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 89, 336-343.

[2] Blair, R.C., Sawilowsky, S.S. and Higgins, J.J. (1989). An Investigation of the Type I Error and Power Properties of the Rank Transform Procedure in Factorial ANOVA, *Journal of Educational Statistics*, Vol. 14, 255-267.

[3] Box, G.E.P. and Muller, M.E. (1958). A Note on the Generation of Random Normal Deviates, *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 29, 610-611.

[4] Choi, Y.H. (1994). Rank Transform F Statistic in a 2 x 2 Factorial Design, *Journal of the Korean Statistical Society*, Vol. 23, 103-114.

[5] Fabian, V. (1991). On the Problem of Interactions in the Analysis of Variance, *Journal*

of the American Statistical Association, Vol. 86, 362-374.

[6] Iman, R.L. (1974). A Power Study of a Rank Transform for the Two-Way Classification Model When Interaction May Be Present, *The Canadian Journal of Statistics*, Vol. 2, 227-239.

[7] Marsaglia, G. (1961). Generating Exponential Random Variables, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 32, 899-902.

[8] Pavur, R. and Nath, R. (1986). Parametric Versus Rank Transform Procedures in the Two-Way Factorial Experiment: A Comparative Study, *Journal of Statistical Computation Simulation*, Vol. 23, 231-240.

[9] Thompson, G.L. (1991). A Note on the Rank Transform for Interactions, *Biometrika*, Vol. 78, No. 3, 697-701.

Simulation Analysis of Type I Error and Power for F Test and Rank Transformed F Test in 2 x 2 Factorial ANOVA

Young Hun Choi [2]

Abstract

When there is no main effects or only one main effect in a 2 x 2 factorial design, Type I error rates and power for the rank transformed F test(FR test) for interaction are nearly equal to those of the classical F test. However the power of FR test is quite superior under the exponential distribution rather than the normal distribution. Meanwhile when both main effects are in the model, Type I error rates of FR test, compared with those of F test, decrease as the effect size increases and are dependent on the fashion in which main effects are constructed. In addition, the power of FR test increases as the effect size and the sample size increase and is highly dependent on the manner in which main effects are constructed and the type of population distribution.

2) Department of Statistics, Hanshin University, Osan, 447-791, KOREA.