응용통계연구 제 8권 2호
1995년 9월 pp. 77-86.

두 회귀직선의 평행성에 대한 로버스트 검정

남 호 수[1], 송 문 섭[2], 신 봉 섭[3]

요 약

본 논문에서는 두 회귀직선의 평행성에 대한 로버스트 검정법을 제안하고, 모의실험과 예를 통하여 기존의 방법들과 유의수준의 안정성 및 검정력의 측면에서 비교하였다. 제안된 검정법은 Song et al. (1994b)에 의하여 제안된 최소절사제곱 추정량을 초기치로 하는 일단계 GM-추정량에 기초를 두고 있다. 이 추정량은 최대붕괴점과 유계영향함수를 갖는 것으로 알려져 있다.

1. 서 론

다음과 같은 두 직선회귀 모형을 생각해 보자.

$$y_{ij} = \alpha_i + \beta_i x_{ij} + \epsilon_{ij}, \qquad i=1,2\ ;\ \ j=1,2,\cdots,n_i,$$

여기서 x_{ij}는 계획점으로 상수이고 α_i는 장애모수, β_i는 회귀모수(기울기)이며 ϵ_{ij}는 오차항으로 서로 독립이고 0에 대하여 대칭인 동일한 분포를 따르는 확률변수이다. 본 논문에서 검정하고자 하는 가설은 "두 직선의 기울기가 같은가?" 즉, $H_0 : \beta_1 = \beta_2$ 이며 이와 같은 가설의 검정을 평행성 검정(test for parallelism)이라고 부른다.

오차항이 정규분포를 따른다는 가정하에서는 최소제곱추정량에 기초한 t-검정이 최적인 검정법이 된다. 그러나 오차항의 분포가 정규성을 크게 벗어나거나 지렛대점(leverage point)이 있는 경우에 t-검정은 유의수준의 제어가 불안정할 뿐만 아니라 검정력도 심각하게 떨어지게 된다.

이러한 t-검정의 단점을 고려하여 Hollander (1970)는 분포무관인 검정법을 제안하였는데, 이 방법은 두 회귀직선에서의 관측값의 개수가 모두 짝수로서 같을 때($n_1 = n_2 = 2n$) 서로 다른 관측값의 쌍으로부터 n개의 독립적인 기울기 추정량을 얻고 이들에 윌콕슨 부호순위 검정을 적용하는 것이다. 그러나 Hollander 검정은 검정력이 심각하게 떨어지는 단점이 있다.

한편, Potthoff (1974)는 각 직선에서 ${}_{n_1}C_2$개와 ${}_{n_2}C_2$개의 기울기 추정량을 만들고, 여기에 Mann-Whitney 형태의 통계량을 적용시키는 검정법을 제안하였다. 이는 자료로부터의 정보를 충분히 이용한다는 장점을 갖고 있는 반면에 통계량의 분산이 모집단의 분포에 의존하게 되어

---

1) (151-742) 서울특별시 관악구 신림동 산 56-1, 서울대학교 자연과학대학 부설 통계연구소.
2) (151-742) 서울특별시 관악구 신림동 산 56-1, 서울대학교 계산통계학과.
3) (430-714) 경기도 안양시 만안구 안양5동, 안양대학교 통계학과.

분포무관 검정법이 되지 못한다. 따라서 Potthoff는 분산의 상한으로 표준화시킨 통계량을 사용하였고 결과적으로 매우 보수적인 검정법이 되었다. 이에 대한 모의실험 결과는 Song et al. (1994a)에 잘 나타나 있다.

Makatou and He (1994)에 의하면 로버스트 검정법의 목표는

- 귀무가설로부터의 작은 이탈에 대하여 검정의 수준이 안정적이고 (robustness of validity)
- 특정한 대립가설의 근방에서 좋은 검정력을 유지해야함 (robustness of efficiency).

으로 규정하고 있는데, 이러한 측면에서 볼 때 Hollander 검정이나 Potthoff 검정은 모두 문제점을 안고 있다고 볼 수 있겠다.

본 논문에서는 평행성 검정에 있어서 로버스트한 방법을 제안하고자 한다. 즉, Song et al. (1994b)은 회귀모수의 추정에서 50%의 최대붕괴점과 유계영향함수를 갖는 GM(Generalized M)-추정량을 제안하였으며, 본 논문에서는 이들 GM-추정량을 이용한 검정법을 제안한다. 모의실험을 통하여 t-검정 및 Hollander 검정과 비교한 결과 검정의 수준과 검정력 모두에서 매우 바람직한 결과를 얻었다.

2. 제안된 검정법

2.1. 회귀모수의 로버스트 추정량

이 절에서는 일반 중회귀모형에서 회귀모수의 로버스트 추정량을 살펴보기 위하여 다음과 같은 중회귀 모형을 생각해 보자.

$$y_i = \boldsymbol{x}_i{}^t\beta + \varepsilon_i\ , \quad i = 1, \cdots, n\ ,$$

여기서 $\boldsymbol{x}_i$는 $p\times 1$ 확률벡터로서 $\{(\boldsymbol{x}_i, y_i) : i=1,\cdots,n\}$는 서로 독립이고 동일한 분포 $F(\boldsymbol{x}, y)$를 따른다. ε_i는 $\boldsymbol{x}_i$와 서로 독립이고 0에 대하여 대칭이며 $Var(\varepsilon_i)=\sigma^2$이다. 또한 β는 미지의 $p\times 1$ 모수벡터이다.

위의 모형에 대한 GM-추정량은 다음과 같은 p개의 연립방정식의 해로 정의된다.

$$\sum_{i=1}^{n} \eta\big(\boldsymbol{x}_i,\ r_i(\beta)\big)\boldsymbol{x}_i = \mathbf{0}\ , \tag{1}$$

여기서 $r_i(\beta)=y_i - \boldsymbol{x}_i{}^t\beta$이다. 최대붕괴점과 유계영향함수를 갖는 GM-추정량으로 대표적인 것은 Simpson et al. (1992)에 의하여 제안된 Mallows-형태와 Coakley and Hettmansperger (1993)에 의하여 제안된 Schweppe-형태가 있으며, 이들은 다음과 같다.

$$\text{Mallows}-\text{형태}:\ \eta(\boldsymbol{x}_i, r_i) = w(\boldsymbol{x}_i)\psi\left(\frac{r_i}{\sigma}\right)$$

$$\text{Schweppe}-\text{형태}:\ \eta(\boldsymbol{x}_i, r_i) = w(\boldsymbol{x}_i)\psi\left(\frac{r_i}{\sigma w(\boldsymbol{x}_i)}\right).$$

이 두 추정량의 문제점은 지렛대점에 대해서는 무조건 1보다 작은 가중치를 주는데 있다. 즉, 지렛대점의 영향을 적게 또는 거의 받지 않도록 하는 것이다. 초기적합이 잘 되었을 때, 초기적합으로 부터 나온 잔차가 아주 작은 점이 지렛대점일 경우 이 점은 모형에 기여도가 높은 점이라 할 수 있다. 그럼에도 불구하고 이런 점에 대하여 가중치를 작게 주는 것은 모형에 충실한 자료의 정보를 잃어버림을 의미한다고 볼 수 있다. 물론 Schweppe-형태에서는 이러한 점을 고려하여 ψ-함수 안에서 개선을 시도하고 있지만 근본적으로 가중치를 변화시킨 것은 아니다.

Song et al. (1994b)에 의하여 제안된 추정량은 위에서 언급한 두 방법의 단점을 보완하기 위하여 계획점 뿐만 아니라 초기적합으로부터 얻어진 잔차를 고려하여 다음과 같은 가중함수에 의하여 가중치를 계산하였다.

$$\begin{aligned} w_i &= w(\boldsymbol{x}_i,\ r_i(\beta)) \\ &= \min\left(1,\ \frac{a \cdot \sigma v(\boldsymbol{x}_i)}{|r_i(\beta)|}\right), \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 a는 적절한 조율상수이고 $v(\boldsymbol{x}_i)$는 지렛대점을 판단하는데 기준이 되는 측도로서 다음과 같다.

$$v(\boldsymbol{x}_i) = \min\left[\ 1,\ \left(\frac{b}{(\boldsymbol{z}_i - \boldsymbol{m}_z)^t C_z^{-1} (\boldsymbol{z}_i - \boldsymbol{m}_z)}\right)^{1/2}\ \right], \tag{3}$$

다만, $\boldsymbol{z}_i$는 절편을 제외한 계획점으로서 $\boldsymbol{x}_i{}^t = (1,\ \boldsymbol{z}_i{}^t)$으로 정의되고, $\boldsymbol{m}_z$와 C_z는 $\boldsymbol{z}$의 분포의 중심벡터와 공분산행렬의 추정량으로 최대붕괴점을 갖는 최소부피타원체(Minimum Volume Ellipsoid) 추정량이며, $b = \chi^2_{p-1,\,0.95}$이다. (Simpson et al., 1992)

이러한 가중함수의 동기는 좋은 지렛대점(good leverage point)의 영향은 감소시킬 필요가 없다는데 있다. 앞에서 정의한 가중함수를 이용하여 η-함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\eta(\boldsymbol{x}, r(\beta)) = w(\boldsymbol{x}, r(\beta))\,\psi\!\left(\frac{r(\beta)}{\sigma w(\boldsymbol{x}, r(\beta))}\right),$$

여기서 ψ는 M-추정량의 ψ-함수이다. 위의 η-함수를 식 (1)에 적용한 다음, 초기추정량 $\hat{\beta}_0$에 대하여 Taylor 급수전개의 1차항근사를 사용하면 1단계 GM-추정량을 얻을 수 있다. 따라서 $\eta'(\boldsymbol{x}, r(\beta))$를 $\eta(\boldsymbol{x}, r(\beta))$의 $r(\beta)/\sigma$에 대한 미분이라하면 $\hat{\beta}_0$에 기초한 1단계 GM-추정량은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= \hat{\beta}_0 + \hat{\sigma}_0 \left(\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x}_i\, \eta'(\boldsymbol{x}_i, r_i(\hat{\beta}_0))\boldsymbol{x}_i^t\right)^{-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} \hat{w}_i\, \psi\!\left(\frac{r_i(\hat{\beta}_0)}{\hat{\sigma}_0\, \hat{w}_i}\right)\boldsymbol{x}_i\right) \\ &= \hat{\beta}_0 + \hat{\sigma}_0\, (X^t \hat{A} X)^{-1} X^t \hat{W} \Psi, \end{aligned}$$

다만, $\hat{\beta}_0$는 최소절사제곱(least trimmed squares) 추정량과 같은 최대붕괴점을 갖는 초기값이

고, $\hat{\sigma}_0 = 1.4826\ MAD\{r_i(\hat{\beta}_0)\}$이며, MAD는 Median Absolute Deviation을 의미한다. 또한, X는 $\boldsymbol{x}_i^t$들을 행으로 하는 $n\times p$ 행렬이고, $\hat{A}=diag(\eta'(\boldsymbol{x}_i, r_i(\hat{\beta}_0)))$, $\hat{W}=diag(\hat{w}_i)$, Ψ는 ψ_i들로 구성된 $n\times 1$ 행렬이다. 여기서 $\hat{w}_i$은 식 (2)에서 $r_i(\beta)$와 σ 대신에 $r_i(\hat{\beta}_0)$와 $\hat{\sigma}_0$를 각각 대입해서 얻어질 수 있다.

한편, Bickel (1975)과 Coakley and Hettmansperger (1993)에 따르면 적절한 조건하에서 다음이 성립함을 보일 수 있다.

$$\sqrt{n}(\hat{\beta}-\beta) \xrightarrow{d} N(\mathbf{0},\ \sigma^2\boldsymbol{\Sigma}),$$

여기서 $\boldsymbol{\Sigma} = D^{-1}ED^{-1}$ 이고 D와 E는 아래와 같다.

$$D = \int \eta'(\boldsymbol{x},\ r(\beta))\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^t dF(\boldsymbol{x},\ y),$$

$$E = \int \psi^2\left(\frac{r(\beta)}{\sigma w(\boldsymbol{x}, r(\beta))}\right) w^2(\boldsymbol{x}, r(\beta))\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}' dF(\boldsymbol{x}, y).$$

또한, 회귀모수에 대한 추론을 위해서는 다음과 같은 방법으로 $Var(\hat{\beta})$를 추정할 수 있다.

$$n\widehat{Var}(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}_0^{\,2}\ \hat{D}^{-1}\ \hat{E}\ \hat{D}^{-1},$$

여기서 $\hat{D}$와 $\hat{E}$는 다음과 같다.

$$\hat{D} = \frac{1}{n}X^t diag\Big(\eta'(\boldsymbol{x}_i, r_i(\hat{\beta}_0))\Big)X, \quad \hat{E} = \frac{1}{n}X^t diag\left(\psi^2\Big(\frac{r_i(\hat{\beta}_0)}{\hat{\sigma}_0\ \hat{w}_i}\Big)\ \hat{w}_i^{\,2}\right)X.$$

2.2 평행성검정을 위한 검정통계량

이 절에서는 두 회귀직선의 평행성에 대한 가설 $H_0:\ \beta_1=\beta_2$를 검정하기 위하여 2.1절에서 기술한 GM-추정량의 점근 정규성을 이용하려고 한다. 즉 $\hat{\beta}_1$와 $\hat{\beta}_2$를 각각 β_1과 β_2의 GM-추정량이라 할 때 $\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_1$의 점근정규성을 이용하여 다음과 같은 통계량을 생각할 수 있다.

$$Z = \frac{\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2}{\sqrt{\widehat{Var}(\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2)}}.$$

Z통계량의 분모에 있는 분산은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\widehat{Var}(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_1) = \hat{\sigma}_{01}^{\,2}(\hat{\Sigma}_1)_{22}/n_1 + \hat{\sigma}_{02}^{\,2}(\hat{\Sigma}_2)_{22}/n_2,$$

여기서 $\hat{\sigma}_{01}\hat{\Sigma}_1/n_1$와 $\hat{\sigma}_{02}\hat{\Sigma}_2/n_2$는 각각 직선1과 직선2로부터 구한 회귀모수의 추정량의 점근 공분산행렬의 추정치들이다. 또한, $(\hat{\Sigma}_i)_{22}$는 $(\hat{\Sigma}_i)$의 (2, 2) 요소이다.

한편, 식 (3)의 $v(\boldsymbol{x}_i)$는 지렛대점을 판단하는데 기준이 되는 측도이다. 그러나 평행성 검정에서는 $\boldsymbol{x}_i$가 벡터가 아니므로 $v(x_i)$를 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다. (Naranjo and Hettmansperger, 1994)

$$v(x_i) = \min\left[\ 1,\ \left(\frac{b}{(x_i - m_x)\ C_x^{\ -1}(x_i - m_x)}\right)^{1/2}\ \right],$$

여기서 $m_x = med\{x_i\}$이고 $C_x = (1.4826\, MAD\{x_i\})^2$, $b = \chi^2_{1,0.95}$이다.

Z통계량은 충분히 큰 n_1, n_2에 대하여 표준정규분포로 근사될 수 있고, 이를 이용하여 근사검정을 할 수 있으며, 따라서 제안된 검정법은 점근분포무관 (asymptotic distribution-free) 검정법이 된다.

3. 소표본 모의실험

이 절에서는 제안된 검정법의 특성을 기존의 검정법들과 비교하기 위하여 소표본에서 모의실험한 결과에 대하여 기술하고자 한다. Song et al. (1994a)에 의하면 Potthoff 검정은 너무 보수적이기 때문에 비교대상에서 제외하고, t-검정과 Hollander 검정을 비교의 대상으로 하겠다. 또한 Hollander 검정법은 계획점이 등간격일 때 검정력이 뛰어나므로 계획점을 다음과 같이 등간격으로 설정하였다.

$$x_{ij} = j\ ,\quad i = 1,\ 2;\ \ j = 1, 2, \cdots, 20 \quad (n_1 = n_2 = 20).$$

오차들의 분포로는 정규분포 (N(0, 1)), 이중지수분포 (DE(0, 1)) 그리고 오염정규분포 (CN(ε, σ))가 고려되었다. 오염정규분포의 분포함수는 다음과 같으며, ε은 오염의 정도를 나타낸다.

$$F(x) = (1-\varepsilon)\Phi(x) + \varepsilon\Phi\left(\frac{x}{\sigma}\right).$$

또한 대립가설 $H_1 : \beta_1 < \beta_2$ 을 설계하기 위하여 다음의 관계식을 이용하였다.

$$\beta_2 = \beta_1 + m\delta\ ,\quad (\ m = 0, 1, 2, 3\ )\ ,$$

여기서 δ는 분포에 따라 다른 상수(예를 들면 N(0,1)에서는 0.06)이며, m이 0이면 경험적 유의수준을 나타낸다.

각 분포에 따른 난수의 발생과 모든 계산은 SUN SPARC10 AXIL311에서 S-PLUS Ver. 3.1 (Release 1 for SUN SPARC)을 이용하였고, Hollander 검정에서는 지정된 명목수준에 맞추기 위하여 확률화검정(randomized test)을 하였다. 그 밖에 제안된 검정법에서 사용된 함수 및 값으로 $\psi(\cdot)$은 Huber 함수(조율상수 $= 1.5$)를, 그리고 가중함수에서 조율상수는 $a = 3.0$(Song et al., 1994b)로 하였다. 또한 초기추정치는 최대붕괴점(0.5)을 갖는 최소절사제곱 추정치를 이

<표 3. 1> 경험적 유의수준과 검정력 (반복수 =1000)

검정법		t-검정			Hollander 검정			제안된 검정		
분포	m \ α	.01	.05	.10	.01	.05	.10	.01	.05	.10
N(0, 1)	0	.011	.041	.098	.007	.037	.079*	.011	.052	.100
	1	.092	.258	.399	.061	.171	.302	.073	.220	.349
	2	.368	.664	.776	.196	.452	.635	.299	.547	.667
	3	.723	.914	.966	.441	.739	.787	.561	.796	.868
DE(0, 1)	0	.006	.044	.098	.008	.038	.093	.010	.046	.104
	1	.068	.198	.305	.041	.156	.261	.082	.200	.309
	2	.222	.438	.596	.132	.334	.504	.263	.470	.629
	3	.505	.737	.840	.301	.588	.737	.547	.763	.842
CN(.1, 5)	0	.010	.042	.098	.011	.045	.086	.015	.049	.103
	1	.047	.174	.304	.044	.138	.273	.091	.239	.354
	2	.188	.414	.544	.130	.329	.490	.302	.561	.702
	3	.423	.650	.740	.281	.539	.710	.594	.802	.890
CN(.1, 10)	0	.010	.065*	.116	.010	.049	.112	.010	.053	.098
	1	.032	.143	.241	.042	.151	.264	.099	.262	.386
	2	.105	.276	.403	.121	.269	.423	.369	.590	.705
	3	.205	.420	.537	.209	.430	.582	.668	.846	.906
CN(.2, 5)	0	.008	.058	.106	.004	.044	.102	.011	.050	.110
	1	.040	.134	.219	.030	.124	.207	.074	.214	.328
	2	.110	.283	.411	.095	.239	.401	.245	.484	.628
	3	.251	.516	.639	.177	.407	.576	.549	.756	.838

* 경험적 유의수준이 ±2 ×(표준편차)를 벗어나는 경우

용하였으며 이의 계산은 S-PLUS의 함수 lts.reg를 이용하여 계산하였다.

여러 분포에서 모의실험을 실시한 결과는 <표 3. 1>에 요약되어 있다. 표의 결과에 의하면 제안된 검정법은 고려된 모든 분포에서 안정된 유의수준을 보여주고 있다. 정규분포에서는 제안된 방법이 모수적 t-검정보다 검정력이 떨어지나 Hollander 검정보다는 우수하다. 또한 이중지수분포에서는 t-검정과 비슷하며 그 이외의 분포에서는 t-검정보다 훨씬 뛰어난 검정력을 갖고 있음을 알 수 있다. 그리고 제안된 검정법이 고려된 모든 분포에서 Hollander 검정보다 뛰어난 검정력을 갖고 있음을 알 수 있다.

4. 예 제

본 절에서는 계획점이 등간격이 아니고 다음과 같이 지렛대점이 있는 가상적인 자료(<표 4. 1>)에 대하여 세 검정법이 어떠한 결과를 가져오는지를 살펴 보기로 하겠다. <표 4. 1>과 <그림 4. 1>에서 보듯이 자료 1에는 2개의 지렛대점이 있으며 그 중 16번째 자료(25.0, 25.00)는 좋은 지렛대점(good leverage point)으로, 15번째 자료(24.0, 10.00)는 나쁜 지렛대점(bad leverage point)으로 보인다. 그리고 1번째(1.0, 8.45), 2번째(2.0, 5.50) 자료는 이상점(regression outlier)이라 할 수 있겠다.

한편 자료 2 (◇로 표시)에는 이상점도 지렛대점도 보이지 않는다. 자료 1 (●로 표시)에서 3개의 점을 제외하면 두 직선의 기울기가 다르다고 할 근거는 거의 없어 보인다. 다소 인위적이기는 하지만 이 자료에 대하여 평행성 검정을 해 보도록 하겠다.

<표 4. 1> 두 직선의 자료 ($n_1 = n_2 = 16$)

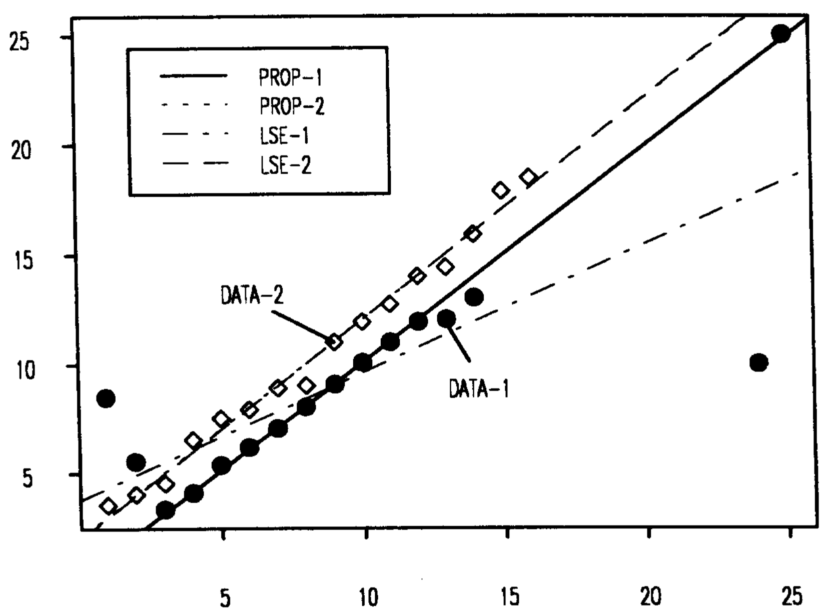
자료 1 (직선 1)	x	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
	y	8.45	5.50	3.30	4.05	5.35	6.15	7.00	8.00
	x	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	24.0	25.0
	y	9.08	10.05	11.00	11.90	12.00	13.00	10.00	25.00
자료 2 (직선 2)	x	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
	y	3.50	4.00	4.50	6.50	7.50	7.90	8.90	9.00
	x	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0
	y	11.00	11.90	12.70	14.00	14.40	15.90	17.90	18.50

자료 1에서 $v(x_i)$의 기준에 의하면 지렛대점이 2개 (15번째, 16번째) 있으며 이들에 대한 가중값은 각각 $v(x_{15}) = 0.7499$와 $v(x_{16}) = 0.7044$ 이다. 여기서 대립가설은 $H_1 : \beta_1 \neq \beta_2$ 이고 검정과정에서 구하여진 기울기 (β)의 추정치 및 각 검정에서의 p-값을 정리하면 다음의 <표 4. 2>와 같다.

<표 4. 2> 검정의 결과

검 정 법	t-검 정		Hollander 검정		제안된 검정	
추 정 치	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
직 선 1	3.7355	0.5848			0.2138	0.9836
직 선 2	1.9725	1.0039			2.0091	1.0006
p-값	0.0083		0.0234		0.6083	

<표 4. 2>에서 t-검정에서의 회귀모수 (α, β) 추정치는 최소제곱추정치이며, 이는 이상점 뿐만 아니라 나쁜 지렛대점에 크게 영향을 받기 때문에 이를 이용한 t-검정의 결과는 두 직선의 기울기가 전혀 같지 않다는 결론을 내리게 한다. 그러나 제안된 검정에서는 사용되는 기울기의 추정치가 이상점 또는 나쁜 지렛대점에 거의 영향을 받지 않기 때문에 검정의 결과는 다른 두 검정과 상이한 결정을 내리게 한다. 한편, Hollander 검정은 t-검정과 비교해 볼 때 이상점 또는 지렛대점에 다소 둔감한 편이지만 여전히 위의 자료에 대하여 기울기가 같다는 결정을 하는데 주저하게 한다.



<그림 4.1> 산점도와 적합된 직선

<그림 4. 1>에서 PROP-1과 LSE-1은 자료 1 (DATA-1)을 각각 제안된 GM-추정법과 최소제곱추정법에 의하여 적합시킨 직선을 나타내며, PROP-2와 LSE-2는 자료 2(DATA-2)에 대한 적합의 결과를 나타낸다.

일반적으로 평행성검정은 기울기의 추정치에 크게 의존하게 된다. <그림 4. 1>에서 LSE-1과 LSE-2의 기울기를 비교해 보면 차이가 있음을 쉽게 알 수 있다. 그러나 제안된 추정법에 의한 PROP-1과 PROP-2의 기울기는 거의 같음을 알 수 있다.

참 고 문 헌

[1] Bickel, P.J. (1975). One-Step Huber Estimates in the Linear Model, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 70, 428-434.

[2] Coakley, C.W. and Hettmansperger, T.P. (1993). A Bounded Influence, High Breakdown, Efficient Regression Estimator, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 88, 872-880.

[3] Hollander, M. (1970). A Distribution-Free Test for Parallelism, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 65, 387-394.

[4] Makatou, M. and He, X. (1994). Bounded Influence and High Breakdown Point Testing Procedures in Linear Models, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 89, 543-549.

[5] Naranjo, J.D. and Hettmansperger, T.P. (1994). Bounded Influence Rank Regression, *Journal of the Royal Statistical Society*, Ser. B, Vol. 56(1), 209-220.

[6] Potthoff, R.F. (1974). A Nonparametric Test of Whether Two Simple Regression Lines are Parallel, *The Annals of Statistics*, Vol. 2, 295-310.

[7] Simpson, D.G., Ruppert, D. and Carroll, R.J. (1992). On One-Step GM Estimates and Stability of Inferences in Linear Regression, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 87, 439-450.

[8] Song, M.S., Shin, B.S. and Nam, H.S. (1994a). A Robust Test for the Parallelism of Two Regression Lines, *Proceedings in the eighth Japan and Korea joint conference of statistics*, Japan, 95-100.

[9] Song, M.S., Park, C.S. and Nam, H.S. (1994b). A Generalized M-Estimator in Linear Regression, *The Korean Communications in Statistics*, Vol. 1, 27-32.

A Robust Test for the Parallelism of two Regression Lines

Ho Soo Nam[4], Moon Sup Song[5] and Bong Sup Shin[6]

Abstract

For the problem of testing the parallelism of two regression lines, a robust procedure is proposed and examined. The proposed test statistic is based on the one-step GM-estimators of slope parameters proposed by Song et al. (1994b). These GM-estimators used the Least Trimmed Squares estimates as an initial values so as to obtain high breakdown point. Through a small-sample Monte Carlo simulation the empirical levels and powers of the proposed test are compared with other tests under various error distributions.

4) Statistical Research Institute, College of Natural Science, Seoul National University, Kwanak-Ku, Seoul, 151-742, KOREA.

5) Department of Computer Science and Statistics, Seoul National University, Kwanak-Ku, Seoul, 151-742, KOREA.

6) Department of Statistics, Anyang University, Anyang-City, 430-714, KOREA.