한국통계학회논문집 제2권 2호
1995년 12월 pp. 395-403

다수의 부품으로 구성된 직렬형 시스템의 부분적 고정충격 수명검사에 관한 최적계획

박 희 창[1)]

요 약

본 논문에서는 서로 독립인 다수의 부품으로 구성된 직렬형 시스템의 부분적 고정충격 수명검사에 관한 최적 검사계획에 관하여 고찰하였다. 시스템을 구성하고 있는 부품의 수명이 서로 독립인 지수분포를 따르는 것으로 가정하여 각 부품의 고장률과 가속인자의 최우추정량을 구하였다. 또한 각 부품의 고장률과 가속인자에 관한 최우추정량의 일반화 점근분산의 합과 각 부품의 가속인자에 관한 최우추정량의 점근분산의 합을 구하여 이를 최소가 되게 하는 최적 표본할당비율을 구하였다.

1. 서론

일반적으로 정상조건(사용조건)에서 수명이 긴 시스템의 수명검사는 검사기간이 현실적으로 받아 들일 수 없을 만큼 장시간을 요구할 뿐만 아니라 많은 경비가 소요된다. 이러한 경우 시스템의 수명검사를 위해 가속수명검사(accelerated life testing ; ALT) 또는 부분적 가속수명검사(partially accelerated life testing ; PALT)를 하게 된다. ALT에서는 가속조건에서만 검사를 수행하게 되는 반면에 PALT에서는 정상조건과 가속조건 모두에서 검사를 수행하게 된다. 특정한 하나의 가속조건에서만 검사를 수행하여 정상조건에서의 고장률을 외삽법에 의해 추정하고자 하는 경우에는 ALT 보다 PALT가 더 바람직하다. 그러나 이러한 경우에는 가속조건에서의 고장률과 정상조건에서의 고장률의 비인 가속인자(acceleration factor)의 값을 알아야 한다. PALT에서는 일정한 고장률을 갖는 시스템인 경우에 정상조건에서의 고장률과 가속인자(acceleration factor)를 최우추정법에 의해 추정하게 된다.

ALT가 고정충격 수명검사(constant-stress life testing ; CSLT)와 단계충격 수명검사(step-stress life testing ; SSLT)로 구분되는 것과 마찬가지로 PALT도 부분적 고정충격 수명검사(partially constant-stress life testing ; PCLT)와 부분적 단계충격 수명검사(partially step-stress life testing ; PSLT)로 나누어진다. PSLT는 적당한 시간간격을 두고 정상조건에서 시작하여 단계적으로 조건을 변화시켜 가면서 시스템의 수명을 검사하는 것이고, PCLT는 각 검사가 진행되는 동안에는 조건을 변화시키지 않으면서 시스템 수명을 정상조건 또는 가속조건에서만 검사하는 것이다. 이 때 조건을 변화시키는 것을 충격을 가한 것으로 간주한다.

ALT의 발전과정을 돌이켜 보면 전반적으로 CSLT가 SSLT보다 많이 사용되어 왔다. CSLT는 공학분야(Glaser(1984), Kitagawa 등(1984), Fettel 등(1980)) 및 독성학과 의학분야(Armitage와 Doll(1961), Hartley와 Sielken(1977))에서 주로 그 사용의 예를 구체적으로 볼 수 있다. 이러한 수

1) (641-773) 경남 창원시 사림동 9번지 창원대학교 통계학과

요에 따라 Mann, Schafer와 Singpurwalla(1974)가 CSLT에 관한 전반적인 개념을 정리하였고, Nelson(1970, 1980), Nelson과 Hahn(1972, 1973), Nelson과 Kielpinski(1975, 1976), Nelson과 Meeker(1978), 그리고 Bhattacharyya와 Soejoeti(1981) 등이 많은 연구결과를 내어 놓았다. 여러 개의 부품으로 구성된 시스템의 CSLT에 관한 연구는 Klein과 Basu(1980, 1982)에 의하여 각 부품의 수명분포가 와이블 분포로 서로 독립이며 부품들이 직렬로 시스템을 구성하는 경우에 대하여 수행되었다. 반면에 시스템의 수명 또는 신뢰도 등을 추론하기 위하여 행하여지는 단순 SSLT에 관한 연구결과 또는 실제 적용사례는 Nelson(1980), Miller와 Nelson, 이석훈(1989), 이석훈 등(1992), Bai 등(1989, 1991) 그리고 박희창 등(1991, 1992)의 연구에서 나타난다. 이들의 연구는 모형의 개발 및 추론에 관한 연구와 단순 SSLT에서의 최적 검사계획에 관한 연구의 두 분야로 나누어진다.

한편 PALT에 관해서는 많은 연구가 수행되지 않았는데, DeGroot와 Goel(1979)이 수명분포를 지수분포로 가정하여 PALT를 베이즈적(Bayesian)인 입장에서 접근하여 관심있는 모수의 추정과 최적 실험계획을 얻는 과정을 제안하였다. 최근에는 Bai와 Chung(1992)이 수명분포를 지수분포로 가정하여 절단된 자료가 있는 경우에 대하여 정상조건에서의 가속인자와 고장률에 대한 최우추정량을 구하고, 최적계획에 관한 결과를 발표하였다. 또한 Bai 등(1993)은 수명분포가 대수정규분포인 시스템을 PALT에 투입할 경우에 최적 실험계획을 얻는 과정을 제안하였다.

이와 같은 배경을 가지고 발전하고 있는 ALT에 대해 본 연구에서는 서로 독립인 다수의 부품으로 구성된 직렬형 시스템의 PCLT에 관한 최적 검사계획문제를 고찰하고자 한다. 제 2절에서는 본 연구에서 사용하고자 하는 기호와 기본가정, 그리고 검사 및 관찰과정을 기술하여 PCLT 모형에 관한 문제를 논의하고, 제 3절에서는 PCLT의 최적설계를 제안하는 과정을 고찰한 후, 그 결과를 근거로 하여 제 4절에서는 예제를 통하여 이에 대한 사전추정량의 영향과 최적계획에 관한 문제를 토의하고자 한다.

2. PCLT 모형

2.1 기호의 정의

연구의 관심이 되는 PCLT의 검사계획과 관찰과정은 다음과 같은 기호로 표현된다.

n : 검사에 투입되는 시스템의 총수

n_{ui} : 정상조건에서 부품 i에 의해 고장난 시스템의 수(i=1, 2, ..., k)

n_{uc} : 정상조건에서 고장나지 않은 시스템의 수

n_{ai} : 가속조건에서 부품 i에 의해 고장난 시스템의 수

n_{ac} : 가속조건에서 고장나지 않은 시스템의 수

τ : 최종 검사시간

t_{uij} : 정상조건에서 부품 i에 의해 고장난 시스템 중 j번째 시스템의 수명 (j=1, 2, ..., n_{ui})

t_{aim} : 가속조건에서 부품 i에 의해 고장난 시스템 중 m번째 시스템의 수명

(m=1, 2, ..., n_{ai})

π : 가속조건검사에 투입되는 표본할당비율

$\bar{\pi}$: 정상조건검사에 투입되는 표본할당비율 ($\bar{\pi}=1-\pi$)

λ_i : 정상조건에서 부품 i의 고장률

β_i : 부품 i의 가속인자 ($\beta_i>1$)

2.2 기본 가정

PCLT의 최적계획을 위해 다음과 같이 가정한다.

[가정 1] 검사에 투입되는 각 시스템의 수명 및 시스템을 구성하고 있는 각 부품의 수명은 서로 독립이다.

[가정 2] 정상조건에서 검사에 투입되는 시스템을 구성하고 있는 부품 i의 수명은 고장률이 λ_i인 지수분포를 따른다. 즉,

$$f_i(t) = \lambda_i \exp[-\lambda_i t]$$

이다. 여기서 i=1, 2, ..., k이다.

[가정 3] 가속조건에서 검사에 투입되는 시스템을 구성하고 있는 부품 i의 수명은 고장률이 $\beta_i\lambda_i$인 지수분포를 따른다. 즉,

$$g_i(t) = \beta_i\lambda_i \exp[-\beta_i\lambda_i t]$$

이다.

[가정 4] 각 검사가 진행되는 동안에는 조건을 변화시키지 않는다.

2.3 검사 및 관찰 과정

1. 검사에 투입되는 시스템 중에서 임의의 $n\bar{\pi}$개의 시스템은 정상조건검사에 투입하고, 나머지 $n\pi$개의 시스템은 가속조건검사에 투입한다.

2. 각 검사에 투입된 시스템은 최종검사시점인 τ까지 작동하도록 하여 각 조건에서 고장난 시스템의 수와 고장날 때까지의 시간, 그리고 고장나지 않은 시스템의 수를 관찰치로 받아들인다. 여기서 고장날 때까지의 시간 t뿐만 아니라 고장난 시스템의 수를 나타내는 n_{ui}와 n_{ai}, 그리고 고장나지 않은 시스템의 수인 n_{uc}와 n_{ac}도 확률변수가 된다.

2.4 수리적 모형

검사 및 관찰과정으로부터 얻어지는 자료 t_{uij}, t_{aim}, n_{ui}, n_{ai}, n_{uc}, 그리고 n_{ac}로부터 대수우도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\log L = & \sum_{i=1}^{k}[(n_{ui}+n_{ai})\log\lambda_i+n_{ai}\log\beta_i]-\lambda.\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_{ui}}t_{uij} \\ & -(\beta\lambda).\sum_{i=1}^{k}\sum_{m=1}^{n_{ai}}t_{aim}-[n_{uc}\lambda.+n_{ac}(\beta\lambda).]\tau\end{aligned} \tag{2.1}$$

여기서 $\lambda. = \sum_{i=1}^{k}\lambda_i$ 이고, $(\beta\lambda). = \sum_{i=1}^{k}\beta_i\lambda_i$ 이다.

식(2.1)을 λ_i와 β_i 각각에 대해 편미분하여 영으로 놓고 우도방정식을 풀면 다음과 같은 최우추정량을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\widehat{\lambda_i} &= \frac{n_{ui}}{n_{uc}\tau+\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_{ui}}t_{uij}} \\ \widehat{\beta_i} &= \frac{n_{ai}}{n_{ui}}\frac{n_{uc}\tau+\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_{ui}}t_{uij}}{n_{ac}\tau+\sum_{i=1}^{k}\sum_{m=1}^{n_{ai}}t_{aim}}\end{aligned} \tag{2.2}$$

3. 최적화 과정

이 절에서는 PCLT에서의 최적 표본할당비율을 결정하는 문제에 관하여 논의하고자 한다. 일반적으로 PCLT에서 표본할당을 위한 최적화 기준으로는 최우추정량 $\hat{\beta}$와 $\hat{\lambda}$의 일반화 점근분산, $\hat{\beta}$의 점근분산, 그리고 $\hat{\lambda}$ 의 점근분산이 고려된다. 이러한 분산은 정보행렬(information matrix)로부터 얻어지는데, 이를 위해 먼저 β_i와 λ_i에 관한 대수우도함수의 2차 편도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\log L}{\partial\beta_i^2} &= -\frac{n_{ai}}{\beta_i^2} \\ \frac{\partial^2\log L}{\partial\lambda_i^2} &= -\frac{n_{ui}+n_{ai}}{\lambda_i^2} \\ \frac{\partial^2\log L}{\partial\beta_i\partial\lambda_i} &= -\sum_{i=1}^{k}\sum_{m=1}^{n_{ai}}t_{aim}-n_{ac}\tau\end{aligned} \tag{3.1}$$

식(3.1)로부터 각 부품의 가속인자와 고장률에 대한 정보행렬을 구하면 다음과 같다.

$$I_i(\beta_i,\lambda_i)=n\begin{pmatrix} \dfrac{\pi P_{ai}}{\beta_i^2} & \dfrac{\pi P_{ai}}{\beta_i\lambda_i} \\ \dfrac{\pi P_{ai}}{\beta_i\lambda_i} & \dfrac{\bar{\pi}P_{ui}+\pi P_{ai}}{\lambda_i^2} \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

여기서 $P_{ui}=\dfrac{\lambda_i}{\lambda_.}(1-\exp[-\lambda_.\tau])$이고, $P_{ai}=\dfrac{\beta_i\lambda_i}{(\beta\lambda)_.}(1-\exp[-(\beta\lambda)_.\tau])$이다.

이제 식(3.2)로부터 표본할당을 위한 최적화 기준인 $\widehat{\beta_i}$와 $\widehat{\lambda_i}$의 일반화 점근분산의 합인 V_g, $\widehat{\beta_i}$의 점근분산의 합인 V_β, 그리고 $\widehat{\lambda_i}$의 점근분산의 합인 V_λ는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} V_g &= \sum_{i=1}^{k} GeAsVar(\widehat{\beta_i},\widehat{\lambda_i}) = \frac{1}{n^2\pi\bar{\pi}}\sum_{i=1}^{k}\frac{(\beta_i\lambda_i)^2}{P_{ui}P_{ai}} \\ V_\beta &= \sum_{i=1}^{k} AsVar(\widehat{\beta_i}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\beta_i^2\left(\frac{1}{\pi P_{ai}}+\frac{1}{\bar{\pi}P_{ui}}\right) \\ V_\lambda &= \sum_{i=1}^{k} AsVar(\widehat{\lambda_i}) = \frac{1}{n\bar{\pi}}\sum_{i=1}^{k}\frac{\lambda_i^2}{P_{ui}} \end{aligned} \tag{3.3}$$

세 가지 기준 중에서 V_λ와 V_g는 각각 0.0과 0.5의 단순해(trivial solution)를 최적값으로 갖는다. 한편 V_β를 최소가 되게 하는 최적 표본할당비율 π_β를 구하기 위해서는 V_β를 π에 관하여 미분한 후 영으로 놓고 방정식을 풀면 다음과 같은 두 개의 해가 얻어진다.

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{-a_1-\sqrt{a_1a_0}}{a_0-a_1} \\ \pi_2 &= \frac{-a_1+\sqrt{a_1a_0}}{a_0-a_1} \end{aligned} \tag{3.4}$$

여기서 $a_1=\sum_{i=1}^{k}\dfrac{\beta_i^2}{P_{ai}}$이고, $a_0=\sum_{i=1}^{k}\dfrac{\beta_i^2}{P_{ui}}$이다. 그런데 π는 표본할당비율이기 때문에 양의 값이어야 한다. 따라서 π_2를 최적 표본할당비율 π_β로 선정하고, 이를 다시 기술하면 다음과 같다.

$$\pi_\beta=\frac{1}{1+\sqrt{R}} \tag{3.5}$$

여기서 $R=\dfrac{a_0}{a_1}$이다.

4. 예제 및 고찰

이 절에서는 가속인자의 값의 변화에 따른 최적 표본할당 문제에 관한 토의와 사전추정량을 잘못 선정함으로써 발생하는 영향을 검토하고자 한다. 먼저 가속인자의 변화에 따른 최적 표본할당 문제를 고려해 보자. <표 1>은 부품이 3개로 구성된 30개의 시스템에서 각 부품의 고장률을 모두 0.01로 하고, 총 검사시간인 τ를 10으로 하여 각 부품의 가속인자의 값을 여러 가지로 변화시켰을 때 $\widehat{\beta_i}$의 점근분산의 합인 V_β를 최소로 하는 최적 표본할당비율 π_β를 계산한 것이다. 이 표에서 보는 바와 같이 각 부품의 가속인자의 값이 클수록 π_β값이 작아지며, 두 부품의 가속인자의 값에 비해 어느 하나의 값이 상당히 크거나 작으면 π_β값이 작아진다. 예를 들어 각 부품의 가속인자의 값이 모두 5인 경우가 모두 3인 경우보다 π_β값이 더 작으며, 각 부품의 가속인자의 값이 모두 3인 경우가 모두 1인 경우보다 π_β값이 더 작다. 각 부품의 가속인자의 값이 모두 5인 경우의 π_β값보다 두 부품의 가속인자의 값이 5이고 다른 하나의 가속인자의 값이 1인 경우의 π_β값이 더 작다. 또한 하나의 부품의 가속인자의 값이 5이고 다른 두 부품의 가속인자의 값이 1인 경우에도 각 부품의 가속인자의 값이 모두 5인 경우의 π_β값보다 더 작아짐을 알 수 있다. 따라서 가속조건검사에서 어떤 충격이 하나의 부품의 수명에는 거의 영향을 미치지 않고, 이를 제외한 다른 부품의 수명에는 매우 강하게 거의 동일한 영향을 미치는 경우가 가속조건검사에 투입되는 표본할당비율이 가장 작아진다.

<표 1> 가속인자의 변화에 따른 최적 표본할당비율

가속인자의 조합			π_β	V_β
1	5	5	0.3566	47.537
1	1	5	0.3582	25.289
5	5	5	0.3661	72.020
1	3	5	0.3673	33.731
3	5	5	0.3684	57.062
3	3	5	0.3760	42.667
3	3	3	0.3979	28.736
1	3	3	0.3995	20.329
1	1	3	0.4140	12.358
1	1	1	0.5000	4.630

다음에는 사전추정량의 영향을 검토하고자 한다. 부품이 3개로 구성된 30개의 시스템에서 부품의 고장률을 각각 0.01, 0.012, 0.015로 하고, 부품의 가속인자를 각각 3.5, 4.5, 5.2로 하였으며, 총 검사시간인 τ를 10으로 하여 $\widehat{\beta_i}$의 점근분산의 합인 V_β를 최적 설계기준으로 하여 이를 최소가 되게 하는 최적 표본할당비율을 구하였다. 이 때 $\widehat{\beta_i}$의 점근분산의 합인 V_β를 최소로 하는 최적

표본할당비율 π_β는 0.385이고, V_β의 값은 49.66이 된다. 그리고 최적 표본할당비율 π_β를 결정하기 위해서는 각 부품의 고장률 λ_i와 가속인자 β_i에 대한 사전추정량을 사용하게 되는데, 이러한 사전추정량은 검사를 수행하는 검사자가 가지고 있는 경험적인 값 또는 유사한 제품에 대한 정보로부터 얻을 수 있다. 이러한 경우 사전추정량을 잘못 선택함으로서 발생하는 영향을 검토해 본 결과 <표 2>와 같다. 이 표에서 나타난 바와 같이 사전추정량의 영향이 있는 것을 알 수 있다. 예를 들어 a_1= 0.689이고 a_0= 20.804으로 잘못 추정되었을 경우 분산의 증가비율은 1.40862로 나타났다. 여기서 λ_i의 값이 커질수록 a_0와 a_1의 값은 감소하고, β_i의 값이 커질수록 a_0와 a_1의 값은 증가한다. 또한 분산의 증가는 a_0보다 a_1에 의해 더 큰 영향을 받는 것으로 나타났다. 따라서 최적 표본할당비율을 결정하기 위해서는 사전추정량의 선정에 주의할 필요가 있다.

<표 2> 사전추정량에 대한 영향

a_1 \ a_0	14.804	16.804	18.804	20.804	22.804
0.039	3.42860	3.61604	3.79268	3.96024	4.11999
0.139	2.09035	2.18798	2.28020	2.36781	2.45144
0.689	1.29419	1.33404	1.37212	1.40862	1.44371
2.539	1.04071	1.05446	1.06843	1.08245	1.09641
3.489	1.01522	1.02387	1.03322	1.04299	1.05301
7.349	1.00339	1.00075	1.00000	1.00060	1.00220
8.789	1.01038	1.00503	1.00190	1.00036	1.00001
10.839	1.02351	1.01493	1.00896	1.00490	1.00227
12.989	1.03923	1.02779	1.01932	1.01305	1.00842
14.689	1.05230	1.03887	1.02867	1.02085	1.01485

5. 결론

PCLT는 ALT 중에서도 정상조건과 특정한 하나의 가속조건에서만 검사를 수행하여 정상조건에서의 고장률을 외삽법에 의해 추정하고자 하는 경우에 이용되는 검사방법이다.

본 연구에서는 독립적인 다수의 부품으로 구성된 직렬형 시스템의 PCLT에 관한 최적 설계문제를 고찰하였다. 각 시스템의 수명 및 시스템을 구성하고 있는 각 부품의 수명은 서로 독립이며, 각 조건에서 검사에 투입되는 시스템을 구성하고 있는 부품의 수명은 지수분포를 따르는 것으로 가정하였다. 또한 각 검사가 진행되는 동안에는 조건을 변화시키지 않는 것으로 가정하였다. 이러한 가정하에서 각 부품의 고장률과 가속인자의 최우추정량을 구하였다. 또한 각 부품의 고장률과 가속인자에 관한 최우추정량의 일반화 점근분산의 합과 각 부품의 가속인자에 관한 최우추정량의 점근분산의 합을 구하여 이를 최소가 되게 하는 최적 표본할당비율을 제안하였다. 본 연구에서 제시한 검사방법의 설계는 사전추정량을 필요로 한다. 따라서 사전추정량의 영향을 검토하는 문제를

고려하였다. 뿐만 아니라 가속인자의 변화에 따른 최적 표본할당비율을 결정하는 문제에 관해서도 고찰하였다.

향후 연구과제로는 본 연구의 결과를 바탕으로 시스템을 구성하고 있는 부품의 수명이 와이블 분포 또는 대수정규분포 등을 따르는 경우와 다수의 부품이 병렬적으로 연결되어 있는 시스템의 PCLT 및 PSLT에 관한 연구가 기대된다.

참고문헌

[1] 박희창, 이석훈 (1992). 종속적인 병렬형 시스템의 최적 검사계획, 「충남과학 연구지」, 제19권 2호, 10-15.

[2] 박희창, 임대혁, 최만석, 이석훈 (1991). 이변량 시스템의 단계적 충격검사를 위한 최적 실험계획, 「충남과학연구지」, 제 18권 2호, 24-37.

[3] 이석훈 (1989). 계단식 충격 생명검사에 관한 연구, 「응용통계연구」, 제2권 2호, 61-78.

[4] 이석훈, 박희창, 박래현 (1992). 두 개의 부품으로 구성된 시스템의 단계적 충격생명 검사에 관한 연구, 「응용통계연구」, 제5권 2호, 193-208.

[5] Armitage, P. and Doll, R. (1961). Stochastic Models for Carcinogens, *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability,* 19-38.

[6] Bai, D.S. and Chun, Y.R. (1991). Optimum Simple Step Stress Accelerated Life Tests with Competing Causes of Failure, *IEEE Transactions on Reliability,* Vol. 40, No. 5, 622-627.

[7] Bai, D.S., Kim, M.S., and Lee, S.H. (1989). Optimum Simple Step Stress Accelerated Life Tests with Censoring, *IEEE Transactions on Reliability,* Vol. 38, 528-532.

[8] Bai, D.S. and Chung, S.W. (1992). Optimal Design of Partially Accelerated Life Tests for Exponential Distribution under Type Ⅰ Censoring, *IEEE transactions on Reliability,* Vol. 41, No. 3, 400-406.

[9] Bai, D.S. and Chung, S.W., and Chun, Y.R. (1993). Optimal Design of Partially Accelerated Life Tests for Lognormal Distribution under Type Ⅰ Censoring, *Reliability Engineering and System Safety,* Vol. 40, 85-92.

[10] Bhattacharyya, G.K. and Soejoeti, Z. (1981). On the Performance of Least Squares Estimator in Type-Ⅱ Censored Aaccelerated Life Tests, *IAPQR Transactions - Jour. Ind. Assoc. for Productivity, Quality and Reliability,* Vol. 6, No. 1, 39-55.

[11] DeGroot, M.H. and Goel, P.K. (1979). Bayesian Estimation and Optimal Designs partially Accelerated Life Testing, *Naval Research Logistics Quarterly,* Vol. 26, 223-235.

[12] Fedorov, V.V. (1972). *Theory of D-Optimal Experiments,* Academic Press, New york.

[13] Fettel, B.E., Johnston, D.R. and Morris, P.E. (1980). Accelerated Life Testing of Prothetic Heart Valves, *Medical Instrumentation,* Vol. 14, 161-164.

[14] Glaser, R.E.(1984). Estimation for a Weibull Accelerated Life Testing Model, *Naval Research Logistics Quarterly,* Vol. 31, 559-570.

[15] Hartley, H.O. and Sielken, R.L. (1977). Estimation of Safe Dose in Carcinogenic

Experiments, *Biometrics,* Vol. 33, 1-30.

[16] Kitagawa, K., Toriama, K., and Kanuma, Y. (1984). Reliability of Liquid Crystal Display, *IEEE Transactions on Reliability,* R-33, 3, 213-218.

[17] Klein, J.P. and Basu, A.P. (1980). Accelerated Life Tests under Competing Weibull Causes of Failure, *Communications in Statistics - Theory and Methods,* Vol. 10, 2073-2100.

[18] Klein, J.P. and Basu, A.P. (1982). Accelerated Life Tests under Competing Weibull Causes of Failure, *Communications in Statistics - Theory and Methods,* Vol. 11, 2271-2286.

[19] Mann, N.R., Schafer, R.E., and Singpurwalla, N.D. (1974). *Methods for Statistical Analysis of Reliability and Life Data,* John Wiley & Sons, New York.

[20] Nelson, W.B. (1970). Statistical Methods for Accelerated Life Test Data-The Inverse Power Law Model, *General Electric Research & Development TIS Report 71-C-001.*

[21] Nelson, W. (1980). Accelerated Life Testing - Step Stress Models and Data Analysis, *IEEE Transactions on Reliability,* Vol. 29, 103-108.

[22] Nelson, W. and Hahn, G.J. (1972). Linear Estimation of a Regression Relationship from Censored Data - Part 1. Simple Methods and their Application, *Technometrics,Vol.* 14, 247-267.

[23] Nelson, W. and Hahn, G.J. (1973). Linear Estimation of a Regression Relationship from Censored Data - Part 2. Best Linear Unbiased Estimation and Theory, *Technometrics,* Vol. 15, 133-150.

[24] Nelson, W.B. and Kielpinski, T.J. (1975). Optimum Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Life Distributions, *IEEE Transactions on Reliability,* R-24, 310-320.

[25] Nelson, W.B. and Kielpinski, T.J. (1976). Theory for Optimum Censored Accelerated Tests for Normal and Lognormal Life Distributions, *Technometrics,* Vol. 18, 105-114.

[26] Nelson, W.B. and Meeker, W.Q. (1978). Theory for Optimum Accelerated Censored Life Tests for Weibull and Extreme Value Distributions, *Technometrics,* Vol. 20, 171-177.