

신뢰도에 근거한 말뚝의 지지력 평가

Reliability-Based Pile Bearing Capacity Evaluation

이 인 모*1

Lee, In - Mo

조 국 환*2

Cho, Guk - Hwan

이 정 학*3

Lee, Jeong - Hark

Abstract

The purpose of this study is to propose safety factors of pile bearing capacity based on the reliability analysis. Each prediction method involves various degrees of uncertainties. To account for these uncertainties in a systematic way, the ratios of the measured bearing capacity from pile load tests to the predicted bearing capacity are represented in the form of a probability density function. The safety factor for each design method is obtained so that the probability of pile foundation failure is less than 10^{-3} . The Bayesian theorem is applied in a way that the distribution using static formulae is assumed to be the A-prior and the distribution using dynamic formulae or wave equation-based methods is assumed to be the likelihood, and these two are combined to obtain the posterior which has the reduced uncertainty. The results of this study show that static formulae of the pile bearing capacity using the S.P.T. N-value as well as dynamic formulae are highly unreliable and have to have the safety factor more than 7.4 ; the wave equation analysis using PDA(Pile Driving Analyzer) system the most reliable with the safety factor close to 2.7. The safety factor could be reduced certain amount by adoption the Bayes' methodology in pile design.

요 지

본 연구의 목적은 신뢰도해석에 근거한 말뚝의 여러가지 지지력 예측방법들의 안전율을 제시 하는데 있다. 각 지지력 결정방법들은 여러가지 불확실성을 포함하고 있으며, 이러한 오차를 고

*1 정회원, 고려대학교 토목환경공학과 부교수

*2 동부건설(주) 사원

*3 정회원, 고려대학교 부설 생산기술연구소 선임연구원

려하기 위해 말뚝재하시험에 의해 측정된 지지력과 예측된 지지력과의 비를 분포함수로 표현할 수 있다. 이 분포함수를 이용하여 파괴확률이 10^{-3} 이하가 될 수 있는 말뚝지지력의 안전율을 산정할 수 있다. Bayes' 이론의 적용은 정역학적 지지력 공식을 Prior Distribution으로 가정하고 동역학적 지지력 공식 및 WEAP, PDA를 이용해 산정된 지지력의 분포를 Likelihood Distribution으로 가정하여 적용함으로써 많은 불확실성을 줄일 수 있게 된다. 본 연구결과에서 보면 동역학적 지지력 공식의 안전율은 대략 7.4 정도로 S.P.T.를 이용해 산정된 지지력과 함께 불확실성이 크며, 과도방정식을 이용한 지지력 결정방법인 PDA에 의해 산정된 지지력의 안전율은 약 2.7 정도로 가장 신뢰도가 높음을 알 수 있다. 또한 Bayes' 이론을 적용하여 본 결과 안전율을 줄일 수 있었으며 말뚝의 지지력 산정시 이의 응용은 최적설계의 관점에서 많은 도움을 줄 수 있을 것이다.

1. 서 론

산업이 발달함에 따라 건설의 가속화가 이루어지고, 건설되는 구조물이 점차 대형화와 고층화되면서 이를 지탱하기 위한 하부 구조물(기초)의 안전성에 대한 문제가 점차 대두되고 있다. 현재 우리나라에서는 하부 구조물의 안정을 도모하기 위한 여러가지 방법중 말뚝 기초의 사용이 점차 증가하고 있는 추세이다. 말뚝 기초의 지지력 결정 방법에는 재하시험에 의한 방법으로부터, 정역학적, 동역학적 및 과도방정식에 의한 방법 등 다양한 방법들이 사용되고 있다. 이러한 지지력 결정 방법중 재하시험에 의한 방법은 현재까지 가장 정확히 말뚝의 지지력을 결정할 수 있는 방법이나, 시간과 비용이 많이 소요되는 관계로 시공되는 모든 말뚝에 대하여 재하시험을 실시하기란 사실상 불가능하다고 할 수 있다. 따라서 말뚝의 지지력을 정확히 예측하기 위한 많은 노력이 경주되어 왔으나, 각 방법들에 의해 결정된 지지력은 결정 방법상에 많은 불확실한 요소들이 포함되어 있는 관계로 안전율 개념을 사용하여 허용하중을 산정하고 있다. 그러나 현재 우리나라에서는 이러한 방법으로 결정된 지지력의 신뢰도에 대한 검증없이 외국에서 관행적으로 사용되어 온 안전율을 그대로 적용하여 설계하중을 결정하거나, 설계하중에 대한 안정성 검토 및 항타제어가 이루어짐으로 인해 지지력

부족뿐만 아니라, 지지력을 과소평가하는 등의 심각한 문제가 유발되고 있는 실정이다.

말뚝의 지지력을 예측하는 방법들에 의해 결정된 지지력은 재하시험에 의해 측정된 지지력과 비교하여 볼 때, 여러 가지 불확실한 요소들로 인해 일정한 값이 아닌 다양한 분포를 나타내게 된다. 따라서 재하시험으로 측정된 지지력과 각 지지력 예측 방법에 의해 예측된 지지력과의 비는 분포함수로 가정할 수 있게 된다. 이들 분포함수를 이용하여 확률이론을 통한 신뢰도 해석을 실시하면, 설계하중에 대하여 신뢰도에 따른 안전율을 산정할 수 있다.

본 연구에서는 그림 1의 흐름도에서 보는 바와 같이, 항타말뚝의 지지력 예측 방법들에 관한 신뢰도 해석을 수행하고, 설계하중에 대해 신뢰도 99.90%를 갖는 안전율을 제시하고자 한다. 확률이론의 하나인 Bayes' 이론을 이용하여, 두가지 지지력 예측 방법을 조합한 경우에 대한 안전율도 제시하고자 한다.

2. 말뚝의 지지력 결정 방법에 대한 고찰

2.1 표준관입시험을 이용한 말뚝의 지지력 결정 방법

우리 나라의 표준관입시험 결과를 이용한 말뚝의 지지력 산정에는 식 (1), (2), (3)과 같은 Meyerhof의 공식이 주로 사용되고 있다.⁹⁾

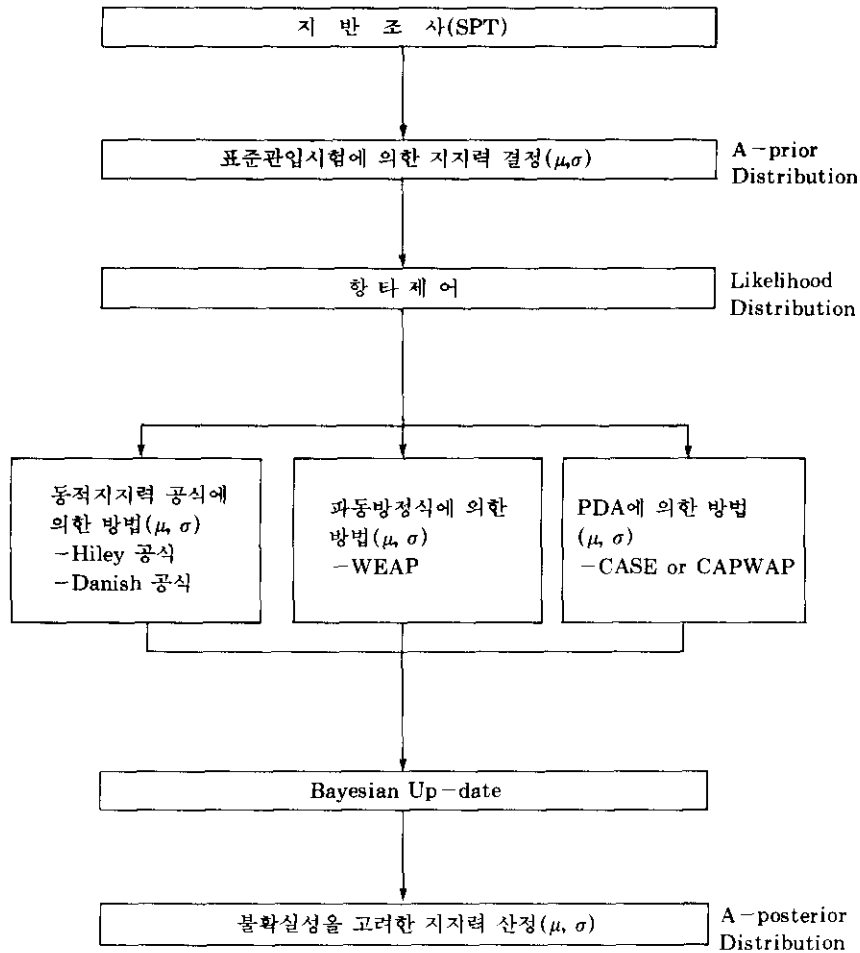


그림 1. 말뚝 설계 흐름도

$$Q_u = Q_b + Q_f \quad (1)$$

$$Q_b = 40 \cdot N_p \cdot A_p \quad (2)$$

$$Q_f = \frac{1}{5} \cdot \bar{N} \cdot A_1 \quad (3)$$

여기서, Q_u = 극한지지력 (ton)
 Q_b = 선단지지력 (ton)
 Q_f = 주변마찰력 (ton)
 N_p = 선단부 N값
 A_p = 말뚝 선단부 단면적 (m²)

\bar{N} = 말뚝 주변 N값의 평균

A_1 = 말뚝 주변부 면적 (m²)

이명환 등에 의하면 풍화화강토 지반에서 실시한 SPLT시험 결과로부터 식 (2)와 (3)의 선단지지력과 주변마찰력은 각각 상한치 및 하한치에 해당하는 값을 산정하는 것으로 발표한 바 있다¹⁾. 따라서 식 (4)와 식 (5), (6), (7)과 같은 수정식을 적용할 것을 제안하였다.

$$Q_b = 30N_p \cdot A_p \quad (4)$$

$$f_s = \sigma'_v \cdot K \cdot \tan \delta \text{ (kg/cm}^2\text{)} \quad (5)$$

여기서, σ'_v : 유효연직응력(kg/cm²)

K: 횡방향토압계수

δ : 말뚝과 흙의 마찰각

식 (5)의 $K \tan \delta$ 값은 풍화화강토 지반의 경우, 외국의 사질토 지반에서 측정된 값보다 크게 나타나며, 따라서 다음 식 (6)을 이용하여 산정할 것을 제안하였다.

$$K \tan \delta = \frac{1}{100} [2.983 \left(\frac{N}{\sigma'_v} \right) - 3.462] \quad (6)$$

여기서, $\bar{\sigma}'_v$: 평균 유효연직응력(kg/cm²)

따라서, 주변마찰력은 식 (7)을 이용하여 구할 수 있다.

$$Q_t = f_s \cdot A_1 \quad (7)$$

여기서, A_1 : 말뚝 주변부 면적(cm²)

2.2 동역학적 공식에 의한 지지력 결정 방법

동역학적 지지력 공식을 이용하여 지지력을 결정하는 방법들은 여러사람들에 의하여 제시되었는데 이들 방법중 신뢰도가 높은 것으로 제안된 공식은 Hiley, Gates, Danish, Janbu 공식 등을 들 수 있다. 본 연구에서는 이들 공식 중 우리나라에서 가장 빈번하게 사용하는 Hiley 공식을 대상으로 하였다.

2.3 WEAP(Wave Equation Analysis of Pile Driving)에 의한 지지력 결정 방법

WEAP은 현재 실무에서 가장 많이 사용하는 컴퓨터 프로그램으로, 파동방정식을 수치해석적인 방법에 의해 해석함으로써 말뚝의 지지력 및 항타응력을 산정하는 프로그램이다.

항타시 말뚝에 적용되는 파동방정식은 식

(8)과 같다.

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \left(\frac{E}{\rho} \right) \left(\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \right) \pm R \quad (8)$$

여기서

D: 요소의 축방향 변위

E: 강봉의 탄성계수

ρ : 강봉의 밀도

t: 시간

R: 흙의 저항력

식 (8)의 해는 초기 조건과 경계조건을 이용하여 구할 수 있으나, 이는 상당히 복잡한 과정을 통하여야만 하므로 정해를 얻기에는 많은 어려움이 있다. 따라서 수치해석적인 방법을 이용하여 방정식을 해석하는 프로그램이 GRL- WEAP이다¹³⁾.

2.4 PDA(Pile Driving Analyzer)를 이용한 지지력 산정 방법

PDA를 이용한 말뚝의 지지력 산정법은 말뚝에 부착된 Strain Transducer와 Accelerometer를 이용하여 측정된 말뚝의 변형률과 가속도를 이용하여 말뚝의 지지력을 산정하는 방법으로 이 방법에는 CASE방법과 CAPWAP 방법이 있다.

2.4.1 CASE 방법

CASE 방법은 PDA를 통하여 측정된 힘과 가속도, 경험적인 Case Damping 상수를 아래에 유도된 식 (9)에 적용하여 말뚝의 지지력을 산정하는 방법이다.

CASE 방법에서 항타시 흙의 저항력 R은 다음 식 (9)와 같이 유도된다¹²⁾.

$$R(t^*) = \frac{1}{2} [F_m(t^*) + F_m(t^* + \frac{2L}{C})] +$$

$$\frac{MC}{2L} [V_m(t^*) - V_m(t^* + \frac{2L}{C})] \quad (9)$$

여기서, R : 말뚝의 저항력

F_m : 측정된 힘

L : 말뚝의 길이

C : 말뚝에서의 파의 속도 = $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

t* : 측정 시간

V_m : 측정된 속도

M : 말뚝의 질량

ρ : 말뚝의 밀도

저항력 R은 정적 저항력 S와 관입속도에 따른 동적 저항력 D로 구성되므로, 정적 저항력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S = R - D \quad (10)$$

또한 동적 저항력 D는 말뚝 선단부에서의 속도와 비례한다고 가정하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D = J_c \cdot Z \cdot V_{top} \quad (11)$$

여기서, J_c : CASE Damping 상수

Z : 말뚝의 임피던스

$$= \frac{MC}{L}$$

V_{top} : 말뚝 선단에서의 속도

정적 저항력 S는 식 (12)로 구할 수 있다.

$$S = R - J_c \cdot [2F(t^*) - R] \quad (12)$$

Case방법을 이용하여 지지력을 산정하려면 식 (12)에서와 같이 흙의 정수인 J_c값을 경험적인 값으로 가정을 하여야 하는 문제 등으로 인해 실제 말뚝의 지지력을 산정하는데 있어서

차이를 유발하게 된다. 이에 이러한 가정 요소를 줄일 수 있는 방법으로 개발된 것이 CAPWAP(CASE Pile Wave Analysis Program)방법이다.

2.4.2 CAPWAP(CASE Pile Wave Analysis Program)방법

이 방법은 CASE 방법처럼 말뚝 두부에서 측정된 힘-시간, 속도-시간 관계를 이용하여 말뚝의 지지력을 구하는 Program이다. 이 방법은 CASE 방법과 같이 흙의 Damping 값을 경험적으로 가정하는 것이 아니라, 측정된 파와 계산을 통하여 산정된 파를 비교하여, 이들 두파가 서로 일치할 때까지 흙의 정수를 변화시켜 가면서 반복 계산을 수행하며, 두 파형이 어느 정도 일치되었을 때의 저항력을 말뚝의 저항력으로 산정한다. CAPWAP 방법에 의하여 산정된 지지력은 CASE 방법에 비하여 비교적 정확한 지지력을 산정할 수는 있으나, 이 또한 불확실성을 피할수 없으며, 실제의 지지력과는 차이를 유발하게 된다.

PDA를 이용한 말뚝의 지지력을 산정 방법에는 오차를 유발할 수 있는 다음과 같은 요인들을 포함하고 있다.

- 항타 에너지가 흙의 저항력을 극복하기에 불충분한 경우
- 응력파의 파장이 말뚝의 길이에 비해 길어 다음 항타가 이루어지기까지의 시간 동안 저항력이 충분히 발휘되지 못한 경우
- 선단부의 Quake가 커서 t*+2L/c 시간에 지지력이 완전히 발휘되지 못한 경우
- Set-up 이나 Relaxation에 따라 저항력이 변화되는 경우

3. 신뢰도 해석의 기본 이론

3.1 확률론의 기본 이론

기술자가 관심을 가지는 많은 현상이나 과정은 정도의 차이는 있으나, 우연성을 포함하며

*

실제적인 결과는 예측하기 힘들다. 다시 말하면 항상 측정치나 관측치의 범위가 있으며, 사건이 발생할 수 있는 확률은 이 범위 안에서 일어날 가능성이 이 범위 밖에서 일어날 확률보다 크게 된다. 이러한 실험적 자료의 특징은 공학에 있어서 Histogram이나 Frequency Diagram으로 나타낼 수 있으며, 이를 이론적으로 확률밀도함수(Probability Density Function)로 표현할 수 있다. 이러한 확률밀도함수에는 정규분포(Gaussian 분포), 대수정규분포(Log-normal 분포) 등 여러 가지 형태의 분포함수가 있으나, 본 연구에서는 확률밀도함수의 적용에 대수정규분포만을 사용하였다.

대수정규분포는 통계자료 X의 자연대수 lnX가 정규분포를 가질 때, 이를 대수정규분포라 하고, 식 (13)과 같은 함수식으로 나타낼 수 있다³⁾.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi x}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right)^2\right] \quad (13)$$

여기서,

λ : 통계자료 X에 자연대수를 취한 lnX의 평

$$\text{균} = \ln\mu - \frac{1}{2}\xi^2$$

ξ : 통계자료 X에 자연대수를 취한 lnX의 표

$$\text{준편차} = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2}\right)}$$

이러한 대수정규분포는 말뚝의 지지력 예측 방법들의 확률밀도함수로 사용되었으며, 이 분포함수를 이용하여 다음과 같은 방법으로 신뢰도 해석을 수행할 수 있게 된다.

식 (13)과 같은 분포함수 f(x)에서 $X \leq a$ 일 때, 확률 $P(\infty < X \leq a)$ 은 식 (14)와 같다.

$$P(\infty < X \leq a) = \int_{-\infty}^a \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi x}} \exp$$

$$\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right)^2\right] dx \quad (14)$$

따라서, 식 (14)의 확률 $P(-\infty < X \leq a)$ 에 해석하고자 하는 신뢰도에 해당하는 확률을 적용하게 되면, 이 신뢰도를 만족하는 안전율을 산정할 수 있게 된다.

3.2 Bayes' 정리를 이용한 극한지지력 평가

Bayes' 정리란 어느 한 사상의 확률을 새로운 정보에 입각하여 결정하는 과정에 관한 법칙으로, 새로운 정보에 나타난 결과가 발생할 것을 조건으로 하는 일종의 조건부 확률에 관한 공식으로 표현된다. 이러한 Bayes' 정리는 분포함수를 갖는 사상의 확률에 대하여 다음과 같이 적용시킬 수 있다.

$f(\theta)$ 가 Prior Distribution이고, $L(\theta)$ 가 Likelihood Distribution인 경우 Posterior Distribution은 다음 식 (15)와 같이 구할 수 있다.

$$f''(\theta) = \frac{L(\theta)f'(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} L(\theta)f'(\theta)d\theta} \quad (15)$$

여기서 Posterior Distribution의 분포는 Prior Distribution과 Likelihood Function의 분포에 따라 결정된다. Prior Distribution과 Likelihood Function이 대수정규분포를 갖는 경우 Posterior Distribution도 대수정규분포를 갖으며, Posterior Distribution의 평균과 표준편차는 식 (16), (17)을 이용하여 구할 수 있다.

$$\lambda'' = \frac{\lambda' \cdot \xi^2 + \lambda \cdot \xi'^2}{\xi^2 + \xi'^2} \quad (16)$$

여기서,

λ'' : Posterior Distribution의 평균(대수정규분포)

λ : Likelihood Distribution의 평균(대수정규분포)

λ' : Prior Distribution의 평균(대수정규분포)

ξ'' : Posterior Distribution의 표준편차(대수정규분포)

ξ : Likelihood Distribution의 표준편차(대수정규분포)

ξ' : Prior Distribution의 표준편차(대수정규분포)

$$\xi'' = \sqrt{\frac{\xi'^2 \cdot \xi^2}{\xi'^2 + \xi^2}} \quad (17)$$

식(17)에 의해 구해진 대수정규분포의 표준편차는 항상 Prior Distribution이나 Likelihood Distribution에 비하여 작은 값을 가지며, 식 (16)에 의해 구해진 평균은 Prior Distribution과 Likelihood Distribution의 사이의 값을 갖게된다. 따라서 Bayes' 이론을 적용하여 얻은 새로운 분포함수인 Posterior Distribution을 이용하여 신뢰도 해석을 실시하면, 하나의 분포함수만을 이용한 경우에 비하여 보다 작은 안전율로도 신뢰도를 만족할 수 있는 결과를 얻을 수 있게 된다.

4. 신뢰도를 고려한 안전율

말뚝의 허용 지지력을 산정하기 위해서 안전율의 개념이 일반적으로 적용되어 오고 있다. 이렇게 안전율을 적용하여 산정된 지지력은 설계하중에 대하여 어느정도의 신뢰도를 확보하게 된다. Meyerhof⁽⁹⁾가 제안한 각종 토질구조물에 적용되는 안전율 및 파괴확률은 그 중요성에 따라 여러 값들이 제안되었으며, 대략 파괴확률 $P_f = 10^{-3} \sim 10^{-4}$ 사이가 적당한 것으로 추천한 것에 근거하여, 10^{-3} 을 본 연구에서 확보하여야 되는 파괴확률의 기준으로 설정하였다. 말뚝재하시험을 실시하면 여러가지 지지력 산정법간의 비를 얻을 수 있으며, 이로부터 재하시험과 지지력 산정법간의 비에 대한 평균 및 표준편차를 산정할 수 있다. 또한 지지력 예

측방법들에 의하여 산정된 지지력과 재하시험에 의하여 측정된 지지력간의 비에 대한 분포를 분포함수로 가정하여 확률론적 이론에 적용하면 신뢰도에 따른 안전율을 산정할 수 있게 된다.

4.1 표준관입시험을 이용한 말뚝 지지력공식의 신뢰도

표준관입시험을 이용한 말뚝 지지력공식의 실측값과 예측값의 관계는 식 (18)로 나타낼 수 있다.

$$Q_s = K \cdot Q_M \quad (18)$$

여기서,

Q_s : 재하시험에 의한 지지력

Q_M : 표준관입시험을 이용한 말뚝 지지력공식에 의한 지지력

K : 예측공식의 오차

표준관입시험을 이용한 말뚝의 지지력공식은 여러 가지 요인에 의하여 실측값과의 차이를 유발하게 된다. 따라서 식(18)의 K 값은 식(19)와 같이 각각의 변수로 구성되는 식으로 나타낼 수 있다.

$$K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdots K_n \quad (19)$$

여기서,

K_1 : model 오차

K_2 : N 치의 측정오차

K_3 : SPT 실험위치와 말뚝 관입위치의 차이에서 오는 오차

$K_4 \cdots K_n$: 기타의 오차

함수 K 의 평균과 표준편차를 산정하기 위하여 사용한 실측자료는 우리나라 지반에 대해 실시한 12개의 SPLT 실험결과와 고려기초에

서 실시한 10개의 재하시험결과를 이용하여 분석하였다. 그림 2는 Meyerhof 지지력공식에 의해 산정된 지지력과 이명환 등¹¹⁾이 제안한 수정공식에 의해 산정된 지지력을 재하시험결과와 비교한 것을 나타낸다. 그림 2를 보면 Meyerhof 지지력공식의 경우 특정한 분포 양상을 나타내는 것으로 보기는 어려우며, 이는 공식 자체의 오차뿐만 아니라 시험자료의 부족으로 인한 결과라고 판단된다. 반면 수정공식의 경우 대략적인 대수정규분포의 모양을 나타내고 있으며, 따라서 본 연구에서는 표준관입시험을 이용한 지지력 산정법들의 분포를 대수정규분포로 가정하였다.

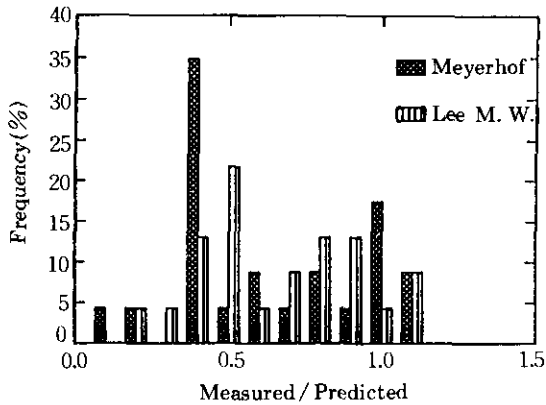


그림 2. 표준관입시험을 이용한 지지력공식의 실측값/예측값의 분포

또한 Kay⁷⁾에 의하면 지반의 공간적 변화에 의하여, 말뚝재하시험 자체가 가지고 있는 오차는 대수정규분포상에서 표준편차 0.12의 값을 가지며, 이는 식 (20)에서와 같이 고려할 수 있다.

$$\delta_s' = \sqrt{(\delta_s^2 + \delta_{iq}^2)} \quad (20)$$

여기서, δ (변동계수) = 표준편차 / 평균

δ_s' : 표준관입시험을 이용해 산정된 지지력에 지반의 공간적 변화에 의해 말뚝재하시험 자체가 가지고 있는 오차를 합한 대

수정규분포상의 변동계수

δ_s : 표준관입시험을 이용해 산정된 지지력의 재하시험에 대한 비의 대수정규분포상의 변동계수

δ_{iq} : 지반의 공간적 변화에 의해 말뚝재하시험 자체가 가지고 있는 대수정규분포상의 변동계수

이를 표준관입시험을 이용하여 산정된 지지력과 재하시험에 의해 산정된 지지력의 비를 분포함수로 나타내면 그림 3과 같다.

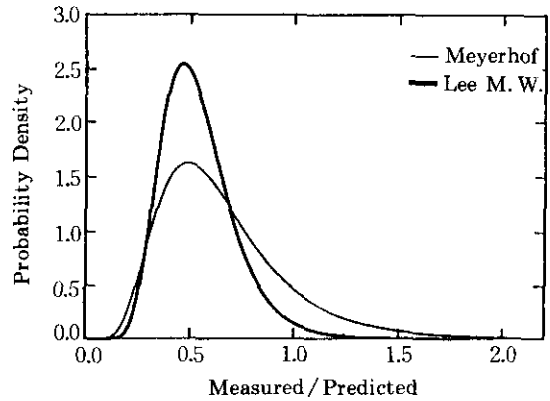


그림 3. 표준관입시험을 이용한 지지력공식의 실측값/예측값의 분포곡선

이 분포함수를 이용하여 일반적인 설계기준으로 적용되는 파괴확률 10^{-3} 즉 99.90%의 신뢰도를 가질 때 표준관입시험을 이용한 말뚝의 지지력공식의 안전율(F.S)의 산정 결과는 표 1과 같다.

표 1. 표준관입시험을 이용한 말뚝의 지지력공식에 대한 안전율 (단일말뚝의 경우, 신뢰도 99.90%)

	Meyerhof 지지력공식	이명환등의 수정공식
안전율	7.401	5.928

또한 신뢰도의 선정 기준에 따라 산정되는 안전율의 변화는 그림 4와 같다. 이 그림에서 보듯이 신뢰도 기준이 10^{-2} 에서 10^{-6} 까지 변화

함에 따라 안전율은 대략 5-16정도의 범위에서 선형적으로 변하며, 본 연구에서는 파괴확률을 10^{-3} 으로 설정하였으나, 구조물의 중요도에 따른 파괴확률이 다른 경우에는 이를 적절히 가정함으로써 안전율을 산정할 수 있을 것으로 생각된다.

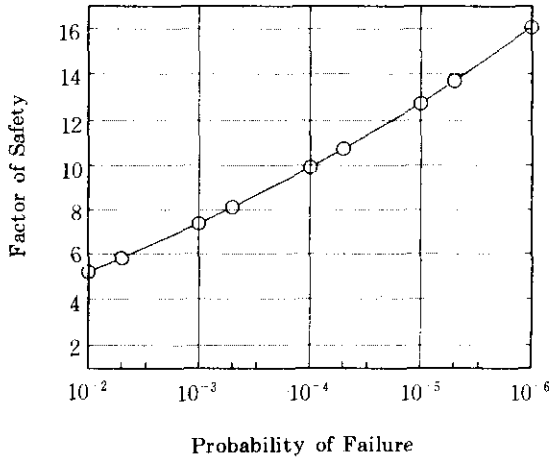
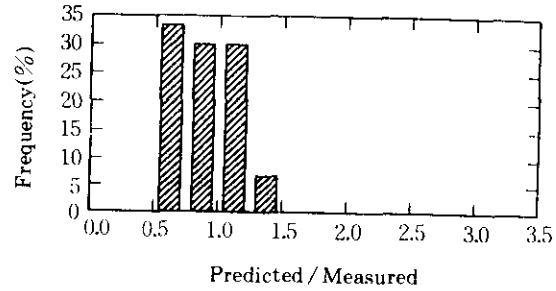


그림 4. 신뢰도에 따른 안전율의 변화

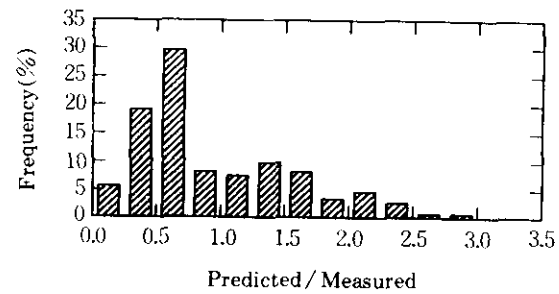
4.2 동적 지지력공식의 신뢰도를 고려한 안전율

본 연구에서는 그간의 많은 연구에 의해 신뢰도가 높다고 발표되고 가장 많이 사용되는 Hiley 공식에 대한 신뢰도 해석을 실시하였으며, 이를 통해 현장에서 간단한 측정만으로 항타제어를 할 수 있도록 신뢰도에 따른 안전율을 제시하였다.

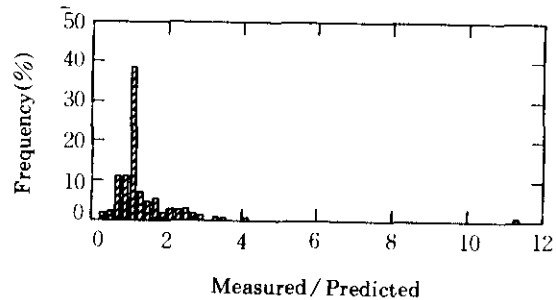
동적 지지력 공식의 신뢰도 해석을 위해서는 항타기록과 함께 재하시험 결과가 필요하다. 그러나 현재 국내에서는 이러한 자료의 축적이 어려워지지 않은 관계로 인하여, 외국에서 연구 발표된 자료를 이용하였으며 그 결과는 다음과 같다. 동적 지지력공식에 대하여 발표된 그림 5의 3개의 연구 결과는 각기 상이한 결과



(a) Chellis⁽⁵⁾



(b) Ramey & Johnson⁽¹¹⁾



(c) Olson & Flaate⁽¹⁰⁾

그림 5. Hiley 공식의 예측값/실측값의 분포

를 나타내고 있으며, 이는 다음과 같은 방법으로 종합할 수 있다. 평균은 식(21)과 같은 방법으로 종합할 수 있으며,

$$\mu = \frac{\mu_1 n_1 + \mu_2 n_2 + \mu_3 n_3}{n_1 + n_2 + n_3} \quad (21)$$

여기서 μ : 평균

n : 표본수
표준편차는 식(22)에 의하여 구할 수 있다.

$$\sigma = \frac{[n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + n_3\sigma_3^2 + n_1(\mu_1 - \mu)^2 + n_2(\mu_2 - \mu)^2 + n_3(\mu_3 - \mu)^2]}{n_1 + n_2 + n_3} \quad (22)$$

여기서 σ : 표준편차

동적 지지력공식의 예측값과 재하시험에 의해 측정된 값과의 관계는 식 (23)으로 나타낼 수 있다.

$$Q_S = L \cdot Q_D \quad (23)$$

여기서,

Q_S : 재하시험에 의해 측정된 극한지지력

$L : L = L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot L_4 \cdot L_5 \cdots L_n$

L_1 : 모델 오차

L_2 : 햄머효율의 불확실성에서 오는 오차

L_3 : 쿠션의 반발계수의 불확실성에서 오는 오차

L_4 : 최종항타관입량의 측정 오차

L_5 : 램의 항타높이의 불확실성에서 오는 오차

$L_6 \sim L_n$: 기타의 오차

여러 사람들에 의해 발표된 동적 지지력공식

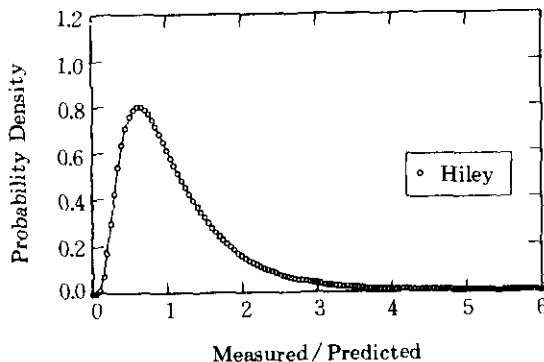


그림 6. 동적 지지력공식의 실측값/예측값에 대한 분포곡선

의 실측값/예측값의 분포를 보면 대략적으로 대수정규분포의 형태를 띄고 있으며, 이에 따라 동적 지지력공식의 실측값/예측값의 분포는 대수정규분포로 가정할 수 있다. 여기에 지반의 공간적 변화에 의하여 말뚝재하시험 자체가 가지고 있는 오차를 포함하여, 동적 지지력공식의 분포곡선을 나타내면 그림 6과 같다.

그림 6의 분포곡선을 이용하여, 일반적 설계기준으로 적용하는 파괴확률 10^{-3} 즉, 신뢰도 99.90%에 대한 안전율을 구하여 보면 다음과 같은 안전율을 얻을 수 있다.

표 2. 동적 지지력공식의 신뢰도에 따른 안전율(신뢰도 99.90%)

동적지지력공식	안전율
Hiley 공식	8.022

동적 지지력 공식의 신뢰도 해석 결과 신뢰도 99.90%를 만족시킬 수 있는 안전율은 전반적으로 아주 큼을 알 수 있다.

4.3 파동방정식에 의한 지지력 산정의 안전율

4.3.1 WEAP(Wave Equation Analysis of Pile Driving)의 신뢰도

WEAP은 파동방정식을 수치해석적인 방법을 이용하여 말뚝의 지지력 및 항타응력을 산정할 수 있는 컴퓨터 프로그램이다. WEAP을 이용한 말뚝의 지지력 해석은 동적 지지력공식에서는 포함하기 어려운 여러 가지 장비의 조합이나, 햄머의 항타에너지의 모델링 등 복잡한 과정을 포함함으로써 인해, 동적 지지력공식보다 높은 신뢰도를 갖는 것으로 알려져 있다. WEAP에 의해 산정된 지지력과 재하시험에 의해 측정된 지지력과의 관계는 식 (24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_S = N \cdot Q_W \quad (24)$$

여기서, $N = N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdots N_n$

Q_w : WEAP에 의해 산정된 지지력

식 (24)의 함수 N 은 여러 가지 변수들의 곱으로 나타나는 모델함수로써 다음과 같은 항으로 구성된다.

N_1 : 햄머효율에 의한 오차

N_2 : 향타 오차

N_3 : 최종향타관입량 (set) 측정 오차

$N_4 \cdots N_n$: 모델 오차, 흙의 정수에 관한 오차 등을 포함한 기타의 오차

WEAP에 의해 산정된 지지력과 재하시험에 의해 측정된 지지력과의 비는 Cheek에 의해 발표된 12개의 자료와 고려기초에서 실시한 4개의 재하시험결과를 이용하였으며 그 결과는 그림 7과 같다⁴⁾.

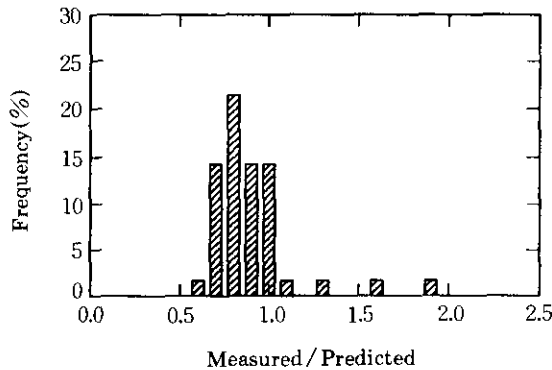


그림 7. WEAP의 실측값/예측값 분포

WEAP에 의한 예측값과 재하시험에 의해 실측된 지지력 간의 비에 대한 분포를 대수정규분포로 가정하고, 공간적 변화에 따른 말뚝 재하시험 자체가 가지고 있는 오차를 포함한 분포곡선을 구해 보면 그림 8과 같다.

그림 8의 분포곡선을 이용하면 설계하중에 대한 신뢰도 99.90%를 만족하는 안전율을 산정할 수 있으며 그 결과는 다음과 같다.

• 신뢰도에 따른 WEAP의 안전율 (신뢰도 99.90%) : 2.949

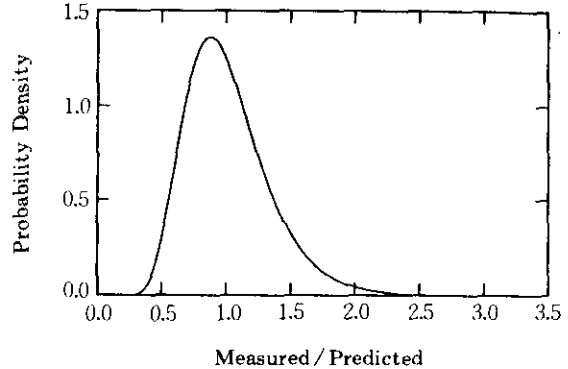


그림 8. WEAP에 의한 실측값/예측값 분포곡선

4.3.2 PDA를 이용한 지지력 산정의 신뢰도

PDA를 이용한 지지력의 산정방법은 파동방정식에 의한 해석방법중 WEAP에 의한 방법에 비해 많은 불확실성을 제거할 수 있음으로써, 보다 신뢰도가 높은 지지력을 산정할 수 있게 된다.

CASE 또는 CAPWAP에 의해 산정된 지지력과 재하시험과의 비는 Goble 등⁶⁾과 Rausche 등¹²⁾에 의해 발표된 109개의 결과를 이용하여 산정하였으며, 그 결과는 그림 9에서 보는 바와 같다.

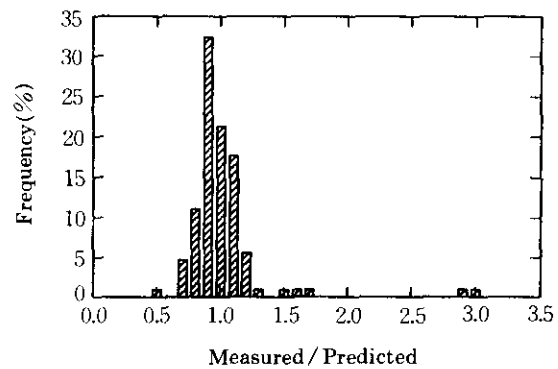


그림 9. PDA를 이용한 지지력 산정의 실측값/예측값 분포

그림 9의 분포는 대략적으로 대수정규분포를 띄고 있으며, 이에 지반의 공간적 변화에 의해 말뚝재하시험 자체가 가지고 있는 오차를

포함하여 PDA를 이용해 산정된 지지력의 실험값/예측값의 분포를 대수정규분포함수로 나타내면 그림 10과 같다.

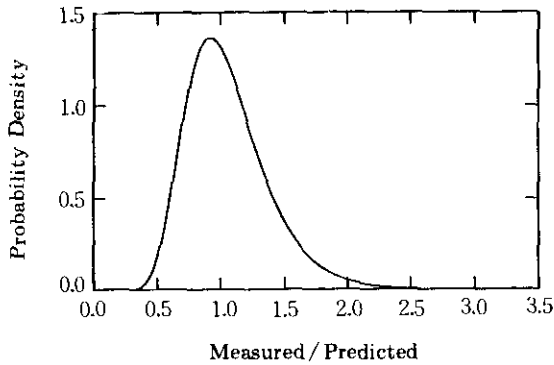


그림 10. PDA를 이용한 지지력 산정의 분포 곡선

이 분포함수를 이용하여 PDA를 이용한 지지력 산정의 설계하중에 대한 신뢰도 99.90%를 갖기 위한 안전율을 산정하면 다음과 같다.

- 신뢰도에 따른 안전율(신뢰도 99.90%) : 2.701

PDA를 이용해 산정된 지지력이 설계하중에 대하여 신뢰도 99.90%를 만족하기 위해서는 위의 결과에서 보는 바와 같은 안전율을 만족하여야만 필요로 하는 신뢰도를 얻을 수 있을 것이다.

4.4 Bayes' 이론의 적용

본 연구에서는 1장의 그림 1의 흐름도에서 보듯이 Prior Distribution을 Meyerhof 지지력 공식 및 이명환 등의 수정공식에 의해 산정된 지지력으로 가정하였으며, Likelihood Distribution을 동적 지지력공식 및 파동방정식에 의해 산정된 지지력으로 가정한 바 있다. 이 두 Prior Distribution과 Likelihood Distribution을 Bayes' 이론에 적용하면 Posterior Distribution을 얻을 수 있으며, 이들의 분포

곡선으로부터 지지력 산정 및 신뢰도 해석을 실시하면 신뢰도 99.90%를 만족하는 새로운 안전율을 얻을 수 있게 된다. Bayes' 이론을 적용하여 산정된 안전율의 결과는 표 3에서 보는 바와 같다.

표 3. Bayes' 이론에 따른 안전율

a) Meyerhof 지지력공식을 A-Prior Distribution 가정한 경우

A-Prior Distribution	Meyerhof 지지력공식		
Likelihood Distribution	Hiley 공식	WEAP	PDA
안전율	4.777	2.736	2.636

b) 이명환 등의 수정공식을 A-Prior Distribution 가정한 경우

A-Prior Distribution	이명환 등의 수정 공식		
Likelihood Distribution	Hiley 공식	WEAP	PDA
안전율	4.111	2.750	2.600

5. 결 론

본 연구에서는 말뚝재하시험에 의해 측정된 지지력과 여러 가지 공식에 의하여 산정된 말뚝의 극한지지력과의 비를 이용하여, 불확실성을 고려한 확률론적 신뢰도 해석을 수행하였다. 신뢰도 해석 결과로 정적재하시험 결과에 대해 신뢰도 99.90%를 갖는 말뚝의 극한지지력에 대한 안전율을 제시하였으며, 특히 현장에서 항타제어의 방법으로 사용하고 있는 동적 지지력공식에 대한 안전율을 새로이 제공함으로써 더욱 신뢰도 높은 항타제어가 가능하도록 하였다.

- 1) 각 지지력 산정 방법들에 대한 신뢰도에 따른 안전율을 비교하여 보면 다음과 같다. Hiley 지지력 공식은 8.0의 안전율을, SPT에 의한 방법으로 Meyerhof 지지력 공식의 경우 7.4, 이명환의 수정공식의 경

우 5.6, 파동방정식을 이용한 지지력 결정에서는 WEAP에 의한 경우 3.0, PDA를 이용한 경우 2.7의 안전율을 가져야만 정적재하시험 결과에 대하여 99.90%의 신뢰도를 만족함을 알 수 있다. 이상의 결과에서 보듯이 말뚝의 지지력 결정방법들간의 신뢰도는 PDA, WEAP, 이명환 등의 수정공식, Meyerhof 공식, Hiley 공식의 순으로 그 결정방법들의 신뢰도가 높음을 알 수 있었다.

2) 신뢰도 해석에 있어서 확률론적 이론의 하나인 Bayes'이론을 적용하였으며, 이의 적용에 있어서 표준관입시험을 이용한 지지력 산정법을 A-Prior Distribution으로, 동적 지지력 공식 및 파동방정식을 이용한 지지력 산정법을 Likelihood Distribution으로 가정하여 신뢰도를 산정하면, 하나의 공식만을 이용한 경우에 비하여 상당히 낮은 안전율을 적용하여도 재하시험결과에 대한 신뢰도 99.90%를 만족하는 지지력을 얻을 수 있음을 알 수 있었으며, 이의 적절한 응용은 최적설계의 관점에서 많은 경제적 효과가 있을 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. 이명환, 윤성진, 김대영, 이상현(1991), "풍화잔류토 지반에 항타된 말뚝의 주변마찰 특성", 대한토목학회 학술발표 개요집, pp. 641-645
2. 이명환, 윤성진(1992), "말뚝의 설계하중 결정방법에 대한 비교", 한국지반공학회 춘계학술 논문집, pp. 76-91
3. Ang, A. H-S. and Tang, W.H.,(1984), Probability Concepts in Engineering Planning and Design, John Wiley & Sons, Inc.
4. Cheek, J. R.,(1979), "Analytical Methods to

- Predict Pile Capacities", Behavior of Deep Foundations, ASTM STP 670, pp. 199-208
5. Chellis, R.D.,(1961), Pile Foundation, McGraw-Hill Book Co. Inc., pp. 704
6. Goble, G. G., Rausche, F., Likins, G. E., and Miner, R.,(1985), "The Performance of Pile Driving Systems", Main Report, Vol. 4, Prepared for the U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, Washington, D.C., pp. 11
7. Kay, J. N.,(1976), "Safety Factor Evaluation for Single Pile in Sand", Journal of Geotechnical Engineering Div., ASCE, Vol 102, No. GT10, pp. 1093-1108
8. Meyerhof, G. G.,(1984), "Safety Factor and Limit States Analysis in Geotechnical Engineering," Canadian Geotech Journal, Vol. 27, pp. 1-7
9. Meyerhof, G.G.,(1956), "Penetration Test and Bearing Capacity of Cohesionless Soils", Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Div., ASCE, Vol. 82, SM 1, pp. 1-19
10. Olsen, R. E. and Flaate, K. S.,(1967), "Pile - Driving Formulas for Piles in Sand", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Div., ASCE, Vol. 93, No., SM6, Proc. Paper 5604, Nov., pp. 279-296
11. Ramey, G. E and Johnson, R. E.,(1979), "Relative Accuracy and Modification of Some Dynamic Pile Capacity Prediction Equations", Ground Engineering Vol. 12, September, pp. 47-52.
12. Rausche, F., Likins, G.E., Goble, G.G.,(1980), "Dynamic Determination of Pile Capacity", Journal of Geotechnical Engineering Div., ASCE, Vol. 111, No. 3, pp. 367-383
13. Smith, E.E.L.,(1960), "Pile Driving Analysis by the Wave Equation", Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Div., ASCE, Vol 86, SM 4, pp. 35-61

(접수일자 1994. 7. 25)