

# 점소성론을 적용한 구조물의 충격응답 해석

## Responses of Structure to Impulsive Loading with Application of Viscoplasticity

김 상 환\*  
Kim, Sang-Hwan

### 요 약

점소성이론을 이용하여 충격하중을 받는 구조물의 거동을 하중시간에 따라 조사하였다. 점소성이론은 재료의 소성특성과 시간변화특성을 타나내는 Rheology 이론을 동시에 고려한 이론이다. 점소성 구성방정식을 구한 후, 이를 이차원 유한요소해석프로그램에 심어서 평면응력, 평면 변형률, 축대칭 구조물의 동적 거동을 해석할 수 있도록 기존프로그램을 수정·개발하였다. Perzyna에 의한 점소성 구성방정식은 유한요소해석에서 Explicit 적분법을 사용해야 하는데 반하여, 본 연구에서 구한 구성방정식은 Implicit 적분법을 적용할 수 있도록 Algorithm을 개발하였다. 다양한 하중시간을 갖는 충격하중을 선택한 구조물에 가해 해석한 결과, 하중시간이 길수록 변형이 증가하여 점소성 거동을 하며, 높은 고유진동수 성분이 점소성거동으로 거의 소멸된다는 결론을 얻었다.

### Abstract

The dynamic responses of structure under impulsive loading have been investigated according to its duration, based on the theory of viscoplasticity which can appropriately represent the effects of plasticity and rheology simultaneously. The viscoplastic model has been implemented into the two-dimensional finite element system to solve plane stress, plane strain or axi-symmetric problems, and the implicit integration scheme, of which solutions are unconditionally stable for relatively large time step length, has been developed to simulate visoplastic straining with deriving the explicit relationship between stress and strain at a material point level. After simulation, one carefully concludes that the duration as well as magnitude of impulsive loading plays an important role in design of structures.

### 1. 서 론

충격하중이 고려되는 구조물 설계시, 충격하중

에 의한 구조물의 응답거동을 사전에 예측할 필요가 있다. 충격하중이란 하중시간이 짧고 크기는 유한한 하중을 뜻한다. 그러나 충격하중에 의한

\* 한국전력기술(주) 전력기술개발연구소 부장

이 논문에 대한 토론을 1996년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1996년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

구조물의 응답거동을 살펴볼 때, 하중의 크기뿐만 아니라 하중의 작용시간도 구조물의 응답거동에 매우 큰 영향을 미친다. 충격하중시간이 길어짐에 따라 구조물의 변형이 증가되어 탄성영역을 벗어나기 때문에 비선형 해석방법인 소성 혹은 점소성 이론을 근거로 그 거동을 해석하고 있다<sup>[1,2]</sup>.

일반적으로 구조물 설계시, 그 거동이 탄성영역 내에 있다는 가정하에 Hooke법칙으로 하중응답을 계산하고 있지만, 철골, 콘크리트, 지반 등의 구조물을 탄성론으로 해석하여 안정성을 검토하는데는 제한을 갖고 있다. 그러므로 실제적인 문제에 직면한 설계기술자들은 재료의 비탄성거동과 이의 수학적인 수식에 깊은 관심을 갖고 이에 대하여 연구개발하고 있다. 이에 따라 본 연구에서는 충격하중을 받는 구조물의 응답거동을 점소성 이론으로 해석하여 그 영향을 조사하는데 목적을 두었다. 점소성 이론은 구조물의 변형에 시간 변화와 소성의 영향을 동시에 고려할 수 있는 이론이다.

구조재료의 기계적 성질을 규명하는데, 소성이론과 Rheology가 이용되고 있다. 두 이론은 개별적인 목적에서 개발되어서 독립적으로 구조물의 기동양상을 서술하기에는 어려운 점을 많이 갖고 있다. Rheology는 재료의 시간변화량의 영향에 중점을 두어서 소성변형을 고려하지 않았으며, 소성론은 말 그대로 시간변화보다는 소성변형에 치중한 이론이다. 따라서 두 영향을 동시에 고려할 수 있도록 개발된 이론이 점소성론이다.

재료의 특성 중 점성으로 응력과 변형률 시간변화 특성을 표현하고, 소성으로는 하중 혹은 응력 이력에 대한 특성을 적절히 표현하도록 Perzyna가 개발한 이론이 점소성론이다<sup>[3]</sup>.

구조물의 기하학적 형상이 복잡하고 다양한 하중이 작용할 경우, 구조물의 응답거동은 유한요소법으로 해석하는 것이 일반적이다. 평면응력, 평면변형률, 축대칭 문제들을 해석하려면 2차원 고체요소로 이상화시키고, 탄성/점소성 구성방정식을 유한요소해석 프로그램에 반영하여 충격하중 작용시간에 대한 구조물의 응답거동을 해석하므로 충격하중시간의 영향을 고려할 수 있다.

구조물의 비선형 동적 거동을 지배하는 평형방

정식을 직접 수치적분할 때는 이식을 다른 형태로 바꾸지 않고 시간의 흐름에 따라 각 단계를 밟아가면서 적분하여 구조물의 응답거동을 계산한다. 유한요소해석에서 쓰이는 직접적분법에는 Explicit 적분법과 Implicit 적분법이 있다<sup>[4]</sup>. Explicit 적분법은 현시간의 평형방정식을 만족시켜 다음 시간의 해를 구하는 반면, Implicit 적분법은 다음 시간에 대한 평형방정식을 만족시켜 그 때의 해를 구하는 방법이다. 이에 따라 Explicit 적분법은 Explicit 구성방정식이 요구되지 않으나, 구조물을 해석하는 계산시간이 Implicit 적분법보다 긴 단점을 갖는다. 그 반면, Implicit 적분법은 Explicit 구성방정식이 요구되나, 미소적분시간 길이에 무관하게 안정된 해를 얻을 수 있다는 장점을 갖고 있어서 구조물을 해석하는데 계산시간이 짧으므로 경제적인 구조해석방법이다.

탄성/점소성 이론을 이용하여 충격하중을 받는 구조물의 응답거동을 해석하여 하중시간에 따른 영향을 고찰하는 것이 본 연구의 목적이다. 점소성 이론에 적용된 항복조건은 Drucker-Prager 항복함수이고, 경화매개변수는 Bilinear 응력-변형률 곡선으로부터 얻었다.

여러 하중시간에 대한 구조물의 동적 거동을 개발한 프로그램으로 계산한 후에, 이들의 시간이력을 FFT(Fast Fourier Transform)로 주파수분석하여 충격하중시간에 의한 구조물의 거동을 또한 조사·고찰하였다.

## 2. 탄성/ 점소성 이론

점소성 변형은 탄성영역내에서는 발생하지 않고 항복면을 통과하면서 소성변형과 유사하게 일어난다. 점소성 변형이 점탄성변형과 기본적으로 다르게 발생한다는 사실을 주지하고 점소성 이론을 전개하겠다.

응력경로(Stress path)가 항복면을 통과하면, 구조물은 점소성 변형하는데, 이때 변형률의 시간 변화량은 탄성과 점소성 변형률속도의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \quad (1)$$

여기서  $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ 는 탄성변형률속도 tensor,  $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ 는 점소성 변형률속도 tensor,  $(\cdot)$ 는 시간에 대한 편미분, 즉 속도 혹은 시간변화량을 뜻한다. 탄성변형률 tensor는 재하중(unloading)과 재하중(reloading)에 관계없이 Hooke 법칙에 따른다.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{S_{ij}}{2G} + \frac{1-2\nu}{E} \sigma_m \delta_{ij} \quad (2)$$

여기서  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}$ 는 Deviatoric 응력 tensor,  $\sigma_m = \sigma_{ii}/3$ 은 수압응력, 그리고  $G, E, \nu$ 는 각각 전단 탄성계수, 탄성계수, 포아슨비이다.

### 2.1 점소성 변형률속도

점소성 변형률속도의 함수식은 다음 같이 표현된다.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \phi(\sigma_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}^{vp}, \chi) \quad (3)$$

여기서  $\chi$ 는 경화매개변수이다. 소성론에서 Potential 개념을 적용한 것과 같이 Perzyna는 식 (3)에 Potential 개념을 적용하여 점소성 변형률속도를 다음과 같이 유도하였다.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \gamma \langle \Phi(Y) \rangle \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4)$$

여기서  $Y$ 는 항복조건을 표현하는 항복함수,  $\gamma$ 는 유동매개변수로 재료의 점성에 반비례하며, 기호  $\langle \Phi(Y) \rangle$ 는 다음과 같이 정의하였다.

$$\langle \Phi(Y) \rangle = \begin{cases} 0, & Y \leq 0 \\ \Phi(Y), & Y > 0 \end{cases} \quad (5)$$

$Q$ 는 소성 Potential과 비슷한 특성을 가지므로 점소성 Potential이라 설명할 수 있다. 연합유동법칙(associated flow rule)을 적용하면 항복함수는 점소성 Potential 뿐만 아니라 항복면에 대한 함수로도 쓰인다.

식 (4)을 행렬로 다시 쓰면,

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \Gamma \sigma \quad (6)$$

항복함수가 응력의 함수이므로 점소성 구조물에

서 변형률 시간변화량은 식 (1)과 (6)으로부터 다음과 같은 식을 얻는다<sup>[5]</sup>.

$$\dot{\epsilon} = [D^e]^{-1} \dot{\sigma} + \Gamma \sigma \quad (7)$$

식 (7)은 점탄성 이론의 Maxwell 재료와 유사한 응력-변형률 관계를 갖는다. 즉, 변형률을 응력 자체와 응력속도의 함수로 주어진다. 이 식으로부터 해를 구하려면 초기조건에 영향을 받는 Euler 적분법을 적용하여야 하므로 유한요소해석에서 Explicit 적분법의 사용이 불가피하다.

### 2.2 구성방정식

식 (7)을 구성방정식으로 이용하여 구조물을 유한요소해석한다면, Explicit 적분법이 쓰여지기 때문에 구조물의 비선형 거동은 초기조건에 영향을 받아 해의 안정성에 문제를 야기시킬 수도 있다.

이와 같은 문제를 해결하고자 응력-변형률 관계식을 재확립시켰다. 시간  $t_n$ 에서 점소성 변형률의 증분은  $t_n$ 과  $t_{n+1}$ 에서 점소성 변형률속도를 이용하여 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$\Delta \epsilon_n^{vp} = [(1-\alpha) \dot{\epsilon}_n^{vp} + \alpha \dot{\epsilon}_{n+1}^{vp}] \Delta t_n ; 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (8)$$

여기서  $\alpha$ 는 적분의 정확도와 안정성에 영향을 주는 매개변수이다.  $\alpha=0$ 이면, 이는 explicit,  $0 < \alpha < 1$ 이면 explicit/implicit, 그리고  $\alpha=1$ 이면, implicit 근사가 된다.

Taylor 급수 첫 항까지만 이용하여  $t_{n+1}$ 의 점소성 변형률속도를 구하면,

$$\dot{\epsilon}_{n+1}^{vp} \simeq \dot{\epsilon}_n^{vp} + \left( \frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \sigma} \right)_n \Delta \sigma_n \quad (9)$$

식 (9)를 (8)에 대입하여 점소성 변형률 증분의 근사치를 구하면,

$$\Delta \epsilon_n^{vp} = [\dot{\epsilon}_n^{vp} + \alpha H_n \Delta \sigma_n] \Delta t_n ; 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (10)$$

여기서

$$H_n = \left( \frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \sigma} \right)_n$$

따라서 미소증분에 기초를 둔 점소성 재료의 응력-변형을 관계를 어려움 없이 구할 수 있다. 응력증분( $\Delta\sigma$ )을 탄성변형을 증분( $\Delta\varepsilon^e$ )과 탄성행렬( $D^e$ )로 구하면

$$\Delta\sigma = D^{ev} \Delta\varepsilon^e \quad (11)$$

여기서

$$\Delta\varepsilon^e = \Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^{vp} \quad (12)$$

식 (10)과 (12)를 식 (11)에 대입하여 다음과 같은 응력-변형을 관계식을 얻는다.

$$\Delta\sigma = D^{ev} (\Delta\varepsilon - \dot{\varepsilon}^{vp} \Delta t) \quad (13)$$

여기서

$$D^{ev} = ([D^e]^{-1} + \alpha H \Delta t)^{-1} \quad (14)$$

식 (14)에서 응력증분은 점소성 강성행렬( $D^{ev}$ )로 계산할 수 있고, 이 강성행렬은 시간에 따름을 쉽게 알 수 있다. 그리고, 유한요소해석시 식 (13)에 있는  $\dot{\varepsilon}^{vp} \Delta t$ 항을 의사하중으로 취한다면, 점소성 구조물의 응답거동을 Implicit 적분법으로 계산할 수 있다.<sup>[5]</sup>

### 3. 유한요소해석

시간영향을 고려한 구성방정식으로부터 구한 평형방정식을 적분하는데 Explicit 혹은 Implicit 적분법을 모두 사용할 수 있어서 문제형태에 따라 가능한 적분법을 선택할 수 있다. Implicit 적분법이 Explicit 적분법보다 미소적분시간당( $\Delta t$ ) 계산 시간은 길고 Explicit 구성방정식과 보다 큰 계산 저장용량이 요구되나, 비교적 큰 미소적분시간을 사용할지라도 안정된 해를 얻을 수 있는 장점을 갖고 있다.

그래서 두 방법의 단점을 보완하고자 implicit / explicit 방법을 혼합하여 사용하고 있다. Implicit 방법을 비교적 강도가 큰 재료에, Explicit는 강도가 비교적 작은 재료에 적용하는 것이 바람직하다.

### 3.1 운동방정식의 유도

가상 일의 원리(Principle of Virtual Work)를 이용하면, 한 요소의 동적 평형방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_V \delta\varepsilon \sigma dV - \int_V \delta d(f - \rho \ddot{c}d - \dot{c}d) dV - \int_A \delta d T dA = 0 \quad (15)$$

여기서

- $\delta u$ =가상변위 벡터
- $\delta\varepsilon$ =가상변형률 벡터
- $\sigma$ =응력 벡터
- $T$ =경계면에 작용하는 하중 벡터
- $\rho$ =질량 밀도
- $c$ =감쇠 계수
- $(\dot{\cdot})$ =시간 변화량 혹은 속도

직교좌표 2차원 문제에서 응력과 변형률 벡터들은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{xy} \ \sigma_{zx}] \quad (16)$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ \varepsilon_{xy} \ \varepsilon_{zx}] \quad (17)$$

Tensor로 표현된 기하학적 선형변형률-변위 관계는

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (18)$$

여기서  $u_i$ 는  $i$ 방향의 변위 성분이다. 이 변위 성분들을 절점 변위 벡터  $u$ 로 나타내면

$$d = Nu \quad (19)$$

여기서  $N$ 은 형상함수로 구성된 행렬이다. 식 (19)와 (18)을 이용하면 변형률 벡터  $\varepsilon$ 를 절점 변위 벡터  $u$ 로 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon = Bu \quad (20)$$

여기서  $B$ 는  $N$ 를 식 (18)에 맞게 미분하여 정의되나, 실제 값은 문제와 요소의 형태에 따라 형상함수  $N$ 이 결정된다는 것은 널리 알려진 사실이다.

식 (19)와 (20)을 식 (15)에 대입한 결과가 가상 변위  $\delta u$ 에 대해 성립한다면, 시간  $t_{n+1}$ 에서 다음

과 같은 운동방정식을 얻는다.

$$\int_V B\sigma dV - \int_V N^T(f - \rho N\ddot{u} - cN\dot{u})dV - \int_A N^T T dA = 0 \quad (21)$$

비선형 해석에서 응력은  $t_n$ 에서 응력( $\sigma_n$ )과 응력증분( $\Delta\sigma$ )의 합이므로

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n + \Delta\sigma \quad (22)$$

증분을 기초로 한 응력-변형률 관계식 (13)을 위식에 대입하면

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n + D^{ev}(\Delta\epsilon - \dot{\epsilon}^{vp} \Delta t) \quad (23)$$

그리고, 이 식을 식 (21)의 첫 항에 대입하면

$$\int_V B^T \sigma_n dV + \int_V B^T D^{ev} B \Delta u dV - \int_V B^T D^{ev} \dot{\epsilon}^{vp} \Delta t dV \quad (24)$$

식 (21)의 간편성을 위하여 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} M &= \int_V N^T \rho N dV \\ C &= \int_V N^T c N dV \\ K &= \int_V B D^{ev} B dV \\ F &= \int_V N^T f dV + \int_S N^T T dA \end{aligned} \quad (25)$$

이 식들을 식 (21)에 대입하면, 한 요소에 대한 운동방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + K\Delta u = R \quad (26)$$

여기서

$$R = F - \int_V B^T \sigma_n dV + \int_V B^T D^{ev} \dot{\epsilon}^{vp} \Delta t dV \quad (27)$$

그리고 K는 초기변위의 영향이 포함되지 않은 접선강성행렬이다. R은 외력, 물체력(body force), 표면하중 그리고 의사하중 등을 포함하는 하중벡터이다. Perzyna에 의한 구성방정식이 Euler 미분

방정식이기 때문에 유한요소해석에서 Implicit 적분법을 적용하기 어렵다. 그러나, 본 연구에서 식 (13)과 같은 Explicit 구성방정식의 유도로 구조물의 점소성 거동을 Implicit 적분법으로 해석할 수 있기 때문에 의사하중을 고려하여야 하였다.

### 3.2 수치계산 Algorithm

Implicit/explicit Algorithm을 구성하는데 Newmark 적분법에서 예측-수정(predictor-corrector)식을 서술한 후에 비선형 동적 천이문제를 지배하는 Semi-discretized 계를 적분하도록 하였고, 초기조건은 정적 탄성해를 사용하였다<sup>[7]</sup>.

$t_{n+1}$ 에서 유한요소에 대한 운동방정식은 식 (26)과 비슷한 형태이다.

$$M\ddot{u}_{n+1} + C_{n+1} \dot{u}_{n+1} + K_{n+1} \Delta u_n = R_{n+1} \quad (28)$$

식 (28)을 정적 문제와 같은 식으로 만들어 변위, 하중 혹은 에너지 수렴조건을 만족할 때까지 반복적으로 계산하여 시간  $t_{n+1}$ 의 해를 얻기 위한 Algorithm은 다음과 같다.

I. 반복계산  $i=0$ 으로 한다.

II. 해를 예측한다(Predictor phase)

$$\begin{aligned} u_{n+1}^{(0)} &= \hat{u}_{n+1} = u_n + \dot{u}_n \Delta t + \frac{1-2\beta}{2} \ddot{u}_n \Delta t^2 \\ \dot{u}_{n+1}^{(0)} &= \hat{\dot{u}}_{n+1} = \dot{u}_n + (1-\zeta) \ddot{u}_n \Delta t \\ \ddot{u}_{n+1}^{(0)} &= \frac{u_{n+1}^{(0)} - \hat{u}_{n+1}}{\beta \Delta t^2} = 0 \end{aligned}$$

여기서  $\beta$ 와  $\zeta$ 는 Newmark 상수들이고, ( )는 예측치를 가리킨다.

III. 하중계산

$$\psi_{n+1}^{(i)} = R_{n+1}^{(i)} - M \ddot{u}_{n+1}^{(i)} - C_{n+1} \dot{u}_{n+1}^{(i)}$$

IV. 필요하면 유효정적 강성행렬을 구하고, 필요치 않으면 앞에서 사용한 유효강성행렬을 그대로 사용한다.

$$\begin{aligned} K_{n+1}^* &= \frac{M}{\beta \Delta t^2} + \zeta \frac{C_{N+1}}{\beta \Delta t} + K_{N+1} \\ K_{n+1} &= \int_V B_{n+1}^T D_{n+1}^{ev} B_{n+1} dV \\ D^{ev} &= ([D^e]^{-1} + \alpha H_{n+1} \Delta t_n)^{-1} \end{aligned}$$

V. 다음 식의 해( $\Delta u$ )를 구한다.

$$K_{n+1}^* \Delta u^{(i)} = \psi^{(i)}_{n+1}$$

VI. 구한 해를 수정(Corrector Phase)

$$u_{n+1}^{(i+1)} = u_{n+1}^{(i)} + \Delta u^{(i)}$$

$$\ddot{u}_{n+1}^{(i+1)} = \frac{u_{n+1}^{(i+1)} - \hat{u}_{n+1}}{\beta \Delta t^2}$$

$$\dot{u}_{n+1}^{(i+1)} = \hat{u}_{n+1} + \zeta \Delta t \ddot{u}_{n+1}^{(i+1)}$$

VII. 응력증분, 점소성 변형률 시간변화량과 의 사하중 계산

$$\dot{\epsilon}_{n+1}^{vp} = \gamma \langle \Phi \rangle a_{n+1}$$

$$\Delta \sigma^{(i+1)} = D_{n+1}^{ev} [B_{n+1} \Delta u^{(i)}]$$

$$\sigma_{n+1}^{(i+1)} = \sigma_{n+1}^{(i)} + \Delta \sigma^{(i)}$$

$$p_{n+1} = \int_V B_{n+1}^T D_{n+1}^{ev} \dot{\epsilon}_{n+1}^{vp} \Delta t dV$$

VIII.  $\Delta U$  혹은  $\psi$ 가 평형방정식을 만족시키지 못 하면  $i=i+1$ 로 하여 III으로 돌아간다.

IX. 변위, 속도, 가속도들을 계산한 후, 다음 시간의 해를 구한다.

$$u_{n+1} = u_{n+1}^{(i+1)}$$

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_{n+1}^{(i+1)}$$

$$\ddot{u}_{n+1} = \ddot{u}_{n+1}^{(i+1)}$$

4. 수치해석 및 고찰

점소성 수학적 모형을 2차원 유한요소해석 프로그램에 반영하였다. 예제로 충격하중을 받는 보를 선택하였다. 한 단은 고정된 반면에, 다른 단은 동일 재질로 부가질량을 첨가시켰으며 수직변위는 허용한 반면 수평 및 회전변위는 구속시켰다. 이 구조모형의 거동은 건물의 거동과 유사하다고 널리 알려졌다. 한편 충격하중은 Fig. 1에서와 같이 부가질량 윗면에서 중립축에 수직으로 작용케 하였다. 구조모형의 요소는 24개, 절점수 205개로 구성되었으며, 보의 휨거동이 적절하게 산출되도록 중립축상에 있는 절점(3, 7, 11, 15, 19)은 수직방

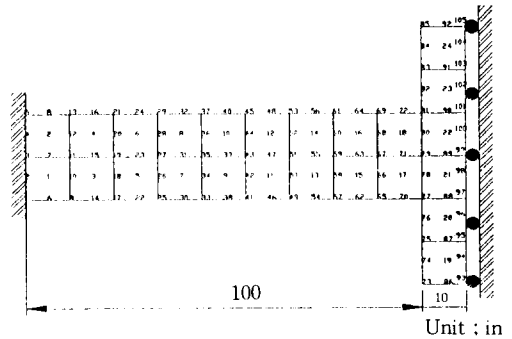


Fig. 1 Finite element model for structure

향 변위만 갖도록 하였다.

응력 이력체적과 시간의 영향을 적절히 고려할 수 있는 점소성 이론을 적용하므로 충격하중 작용 시간에 따른 보의 거동을 살펴볼 수 있다. 여기서 충격하중의 크기는 동일하나, 충격시간을 변화시키면서 해석하므로 작용시간의 영향을 더욱 세심히 관찰하였다. 그리고 구조모형의 재료의 특성들은 표 1에 나열하였다.

Drucker-Prager 항복함수와 Implicit 적분법을 이용하여 수치해석하였다. Courant 조건을 만족시키도록 미소적분시간( $\Delta t$ )을 정했다. 이 조건은 해의 안정성을 확신시켜 줄뿐만 아니라 충격하중에 의한 파의 전달을 살펴볼 수 있다. 최소요소 내에서 탄성파가 왕복하는데 걸리는 시간이  $4.8 \times 10^{-5}$ sec. 이어서 미소적분시간  $\Delta t$ 를  $1.0 \times 10^{-5}$ sec. 로 선택하였다.

충격하중시간  $10\Delta t, 25\Delta t, 40\Delta t, 60\Delta t, 80\Delta t, 90\Delta t, 100\Delta t, 150\Delta t$  등에 대해 응답을 계산하여, 절점 99에서 수직변위를 Fig. 2에서 나타내었다. 예측한대로 절점 99에서 변위는 충격하중시간에

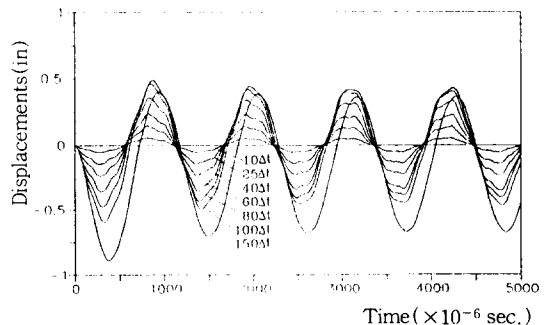


Fig. 2 Time response curves at the node 99

따라 증가하였다. 구조물에서 점소성 변형이 일어나기 시작하는 충격하중시간  $60\Delta t$ 이어서 이 시간보다 작을 때에는 응답이 탄성거동이었다.  $60\Delta t$ 에서 요소번호 22에서 점소성 변형이 발생하였는데, 이는 응력파의 전달영향이라 설명할 수 있다. 그러나, 하중시간이  $60\Delta t$ 보다 큰 경우에는 정적하중시 응력의 최대점인 고정단 요소번호 1과 2에서 다른 요소보다 큰 점소성 변형이 발생하였다.

Fig. 2에서 절점 99의 응답거동을 살펴보면, 충격하중시간이 증가할수록 응답곡선의 거칠기가 감소되는 반면에 진폭은 증가하였다. 이는 충격하중시간이 작아서 변위가 적을 때, 탄성파의 영향이 크게 미친다고 설명할 수 있다. 그리고 충격하중시간이 길어지면, 점소성 변형이 증가하여 변위곡선이 점점 매끄러워졌음을 알 수 있다.

표 1. 수치해석에서 사용한 재료의 특성

Young's Modulus	$E=10.5 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$
Poisson's Ratio	$\nu=0.3$
Density	$\rho=2.45 \times 10 \text{ lb-sec}^2/\text{in}^4$
Yield Strength	$\sigma_y=0.024 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$
Hardening Parameter	$H'=0.2143 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$
Fluidity Parameter	$\gamma=100.0$
Distributed Impulsive Load	$f=10000.0 \text{ lb/in}$
Material Model	Drucker-Prager Yield Criteria

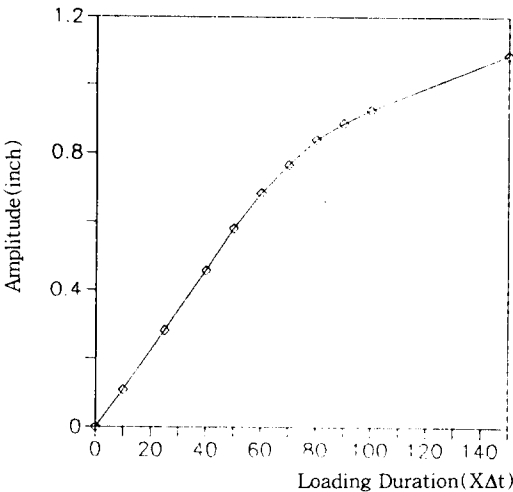


Fig. 3 Amplitudes for loading durations

절점 99의 평균진폭을 하중시간에 따라 나타내었다. 예측한 바와 마찬가지로, 진동진폭은 하중시간이 증가함에 따라 증가함을 Fig. 3에서 알 수 있다. 하중시간이  $60\Delta t$ 보다 작은 탄성거동응답에서는 진동진폭이 하중시간에 거의 정비례로 증가하고,  $60\Delta t$ 보다 큰 탄성/점소성 거동응답에서는 그 증가율이 점점 감소하는데 이는 점소성 변형률의 증가로 에너지가 흡수되기 때문이라 사료된다.

실험을 통하여 구조물의 고유진동수들을 구하려면, 충격하중을 가한 구조물의 거동응답을 스펙트럼분석 혹은 FFT(Fast Fourier Transform)을 이용하여 수치적으로 얻는다. 이에 따라 절점 99

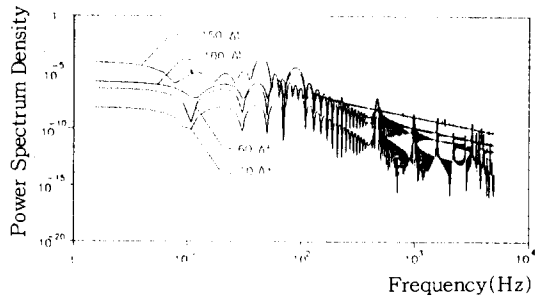


Fig. 4 Power spectrum density curves

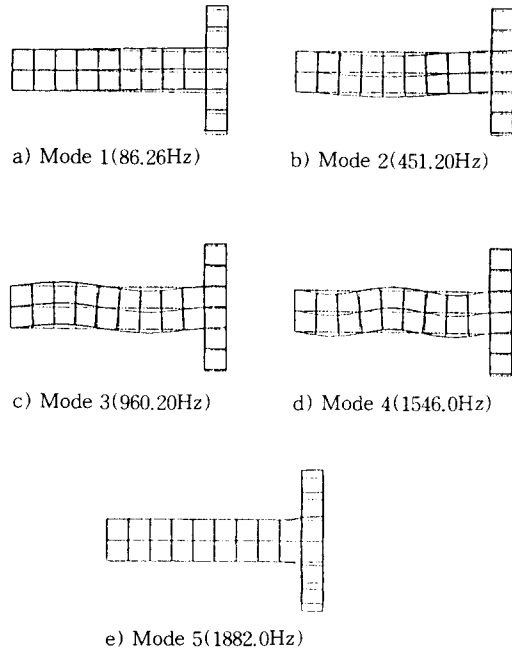


Fig. 5 ADINA results of eigenvalue analysis

의 변위응답을 FFT로 얻은 주파수응답은 Fig. 4와 같다. 그리고, 유한요소해석 프로그램인 ADINA로 고유치해석하여 얻은 고유모우드는 Fig. 5에 나타내었고, 고유진동수는 FFT에 의한 결과와 동시에 표 2에 나열하였다. 두 방법으로부터 얻은 고유진동수들을 비교한 결과, FFT에 의한 고유진동수가 ADINA의 고유진동수보다 약간 크지만 오차는 공학적으로 무시할 수 있다고 사료된다. 구조물의 고유진동수를 실험으로 측정하려면, 주요 모우드가 고르게 기여하는 점에서 구조물의 충격응답거동을 측정하는 것이 바람직하다.

표 2. 구조물의 고유진동수(Hz)

모 우 드	FFT	ADINA
1	90.03	86.26
2	468.50	451.20
3	987.80	960.20
4	1579.00	1546.00
5	2197.00	1882.00

Fig. 4에서 탄성거동인 경우, 즉 하중시간이  $60\Delta t$  이하면, 각 모우드의 기여도가 감쇠없이 일정하지만, 탄성/점소성 거동할 때는 일차 모우드를 제외한 모우드들이 하중시간의 증가에 따라 감소한다. 그러므로, 점소성 변형률이 증가할수록 감쇠력이 증가하여 Fig. 2에서 변위곡선이 하중시간이 증가함에 따라 정현곡선에 가까워졌다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 재료의 시간변화 특성과 하중이력을 적절히 고려할 수 있는 점소성 이론을 선택하여 유한요소해석 프로그램을 개발하여 충격하중시간에 따른 구조물의 거동을 수치해석하였다.

수치해석에서 변위응답이 탄성거동일 때는 하중시간에 비례하여 증가하고, 탄성/점소성 거동일 때는 진폭의 증가율이 점소성에 의한 감쇠작용으로 둔화되었다. 따라서 충격하중을 받는 구조물을 설계할 때, 충격하중의 크기뿐만 아니라 충격하중시간도 고려되어야 한다고 사료된다. 그리고 점소성 변형이 감쇠를 일으키므로 점소성 변형이 클수록 응력파에 대한 영향과 큰 고유진동수의 기여도가 감소됨을 알 수 있다.

### 참 고 문 헌

- [1] Hill, R., *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford, Clarendon, 1950.
- [2] Buyukosturk, O., and Conner, J. J., "Nonlinear Response of Reinforced Concrete Structure Under Impulsive Loading," *Nuclear Engineering and Desing*, Vol.50, 1978, pp.83-92.
- [3] Perzyna, P., "Fundamental Problems in Viscoplasticity," *Advances in Applied Mechanics*, Vol.9, 1966, pp.243-377.
- [4] Bathe, K. J., *The Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, New Jersey, 1982.
- [5] Meyer, C., and Delgado-Saavedra, H., "Modeling large Inelastic Cyclic Responses of Concrete," *Proceeding US-Japan Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structure*, ASCE, 1986, pp.465-485.
- [6] Kim, S. H., "Viscoplastic Behaviors of Structure under Impulsive Loading," SMiRT 12, B02/4, Stuttgart, Germany, 1993.
- [7] Owen, D. R. J., and Hinton, E., *Finite Elements in Plasticity*, Pineridge Press, Swansea, U. K, 1980.

(접수일자 : 1994. 11. 28)