

# 자동차의 Crashworthiness 해석을 위한 Pinball Contact-Impact

이 상 호\*

## 1. 서 론

Crashworthiness 해석이나 다른 공학적인 문제들의 해석에 있어서 충격(impact)이나 접촉(contact)현상은 빈번하게 다루어지는 주제이나 접촉충격(contact-impact)은 일반적인 해석방법으로는 다루기가 어려운 문제이다. 특히 심한 대변형을 야기시키는 비선형동적해석 문제에 있어서는 시간의 경과에 따라 접촉면의 부위가 바뀌는 경우가 빈번하게 발생한다.

접촉충격 현상은 서로 다른 구조들 사이에서 발생할 수도 있고, buckling 모드에 의한 셀구조의 붕괴와 같이 동일한 구조내의 서로 다른 부분들이 접촉함으로써 발생할 수도 있다. 자동차의 전면충돌에 의한 frontal crash시에 전면의 차체가 심하게 찌그러지면서 내부의 엔진, 라디에이터, 기타 기계부속품들에 접촉되어 추가변형을 일으키는 현상, 구조물이 buckling에 의해 대변형을 야기시켜 서로 떨어져 있던 부재들이 맞닿으며 접촉변형을 일으키는 현상, 고정된 구조물에 고속으로 움직이는 물체가 날아와 부딪쳐서 그 구조물의 내부 구조에까지 접촉에 의한 영향을 미치는 현상 등이 대표적인 접촉충격 문제들이다. 특히 3번째 문제는 미사일 등의 공격에 의해 주요군사시설물이 어떤 영향을 받는지를 판단하는 중요한 군사과학기술분야의 항목이다(물론 이 경우는 접촉충격과 함

께 관통(penetration)과 폭발(explosion, blast) 현상도 같이 고려하여야 한다).

이와 같이 접촉충격은 여러 공학분야에서 접할 수 있는 문제이나 그 해석시에는 물리적으로 정확한 해를 얻기위해 구조계의 부분들이 서로 중복(overlap)되거나 관입(penetration)되지 않도록 하여야 하며, 시간에 따라 변하는 접촉부분을 정확히 판별하고, 접촉면에서의 충격량이 정확히 전달될 수 있는 효과적인 알고리즘의 개발이 필요하다.

본고에서는 물체 상호간에 접촉충격이 발생할 때의 지배방정식을 살펴보고 접촉충격 문제를 효과적으로 해석할 수 있는 pinball contact-impact 알고리즘을 소개한다. 또한 간단하고 대표적인 접촉충격 문제의 해석결과를 통해 본 알고리즘의 실용성을 검증하고 자동차의 crashworthiness 해석을 위해 자동차의 frontal crash simulation에 적용한다.

## 2. 접촉충격의 지배방정식

접촉충격 현상의 이해를 위해 충돌하여 접촉하는 두 물체  $\Omega^A$ 와  $\Omega^B$ 를 생각해보자. 공간(Eulerian) 좌표를  $x_i$ 로 표시한다면 속도  $v_i$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$v_i = \dot{x}_i \tag{1}$$

\* 연세대학교 토목공학과 조교수

여기서 상첨자  $\cdot$ 는 시간미분(material time derivatives)을 의미한다. 응력상태는 Cauchy(Physical) stress  $\sigma_{ij}$ 로 나타낼 수 있으며 변형측정을 위해서는 velocity strain(rate-of-deformation, stretching tensor)  $\dot{\epsilon}_{ij}$ 을 사용한다. 움직이는 두 물체는 다음과 같은 운동방정식, 운동학관계, 구성방정식에 의해 지배를 받는다.

$$\sigma_{ij,j} + b_i = \rho \dot{v}_i \quad \text{in } \Omega^A \cup \Omega^B := \Omega \quad (2)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}) := v_{(i,j)} \quad \text{in } \Omega^A \cup \Omega^B \quad (3)$$

$$\sigma^v_{ij} = S_{ij}(\epsilon_{kl}, \sigma_{kl}, \dots) \quad \text{in } \Omega^A \cup \Omega^B \quad (4)$$

여기서  $\rho$ 는 밀도,  $b_i$ 는 물체력이다. 종속변수  $v_i$ 와  $\sigma_{ij}$ 에 대한 초기조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_i(0) = v_i^0 \quad \text{in } \Omega^A \cup \Omega^B \quad (5a)$$

$$\sigma_{ij}(0) = \sigma_{ij}^0 \quad \text{in } \Omega^A \cup \Omega^B \quad (5b)$$

두 물체간의 관입을 허용하지 않을 경우 impenetrability 조건은 다음과 같다.

$$\Omega^A \cap \Omega^B = 0 \quad (6)$$

어느 순간의 접촉면을  $\Gamma_c$ 로 나타낸다면 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_i = \dot{v}_i \quad \text{on } \Gamma_{v_i^A} \cup \Gamma_{v_i^B} := \Gamma_{v_i} \quad \text{for } i=1 \text{ to } 3 \quad (7a)$$

$$\sigma_{ij} n_j = \tau_i \quad \text{on } \Gamma_{\tau_i^A} \cup \Gamma_{\tau_i^B} := \Gamma_{\tau_i} \quad \text{for } i=1 \text{ to } 3 \quad (7b)$$

$$\dot{g} = v_i^A n_i^A + v_i^B n_i^B \leq 0 \quad \text{on } \Gamma_c \quad (8)$$

$$\lambda = -\tau_n^A = -\tau_n^B \geq 0 \quad \text{on } \Gamma_c \quad (9)$$

여기서

$$\tau_n^A = \sigma_{ij}^A n_i^A n_j^A \quad (10a)$$

$$\Gamma^A = \Gamma_c \cup \Gamma_{\tau_i^A} \cup \Gamma_{v_i^A} \quad (10b)$$

$$\Gamma_c \cap \Gamma_{\tau_i^A} \cap \Gamma_{v_i^A} = 0 \quad (10c)$$

물체 B에 대해서도 윗식과 같은 관계가 성립한다.

### 3. PINBALL CONTACT-IMPACT 알고리즘

일반적인 접촉과 자체접촉(self-contact) 문제를 다룰 수 있는 방법은 Hallquist 등(1985)과 Benson과 Hallquist(1987)에 의해 제안되었다. 이 방법을 single surface slideline 또는 single surface contact algorithm이라 한다. Benson-Hallquist 알고리즘에서는 상호관입(interpenetration)의 가능성이 있는 서로 근접해 있는 절점들과 요소의 표면의 위치를 계산·비교함으로써 절점이 다른 요소의 내부로 관입되는지의 여부를 조사하였으며 만약 관입현상이 탐지되면 해당 절점에 penalty force를 작용시켜 관입을 억제하였다. 이 알고리즘은 그후 Zhong과 Oldenburg(1988)에 의해 Lagrange multiplier와 augmented Lagrangian 형태를 사용하는 방식으로 개선되었다.(다른 관련 연구들은 Johnson 등(1986), Nilsson 등(1989) 참조)

그러나 이러한 알고리즘들은 다음과 같은 단점들을 지니고 있다.

1. 접촉위치를 결정하기 위해서는 iteration에 의한 반복계산을 필요로 하므로 수퍼컴퓨터 사용시 계산속도의 향상을 위한 vectorization이 어렵다.

2. 이 알고리즘은 절점과 요소사이의 접촉만을 판별할 수 있을 뿐 요소면들끼리의 접촉이나 한 요소의 모서리와 다른 요소면 사이의 접촉등을 탐지할 수 없다.

3. 허상관입(spurious penetration)을 방지하기 위해 접촉이 발생할 가능성이 있는 요소들에 대한 정보를 사전에 규정해 주어야 하므로 결과를 예측할 수 없는 복잡한 접촉충격 문제에 있어서는 모든 접촉을 정확히 일체화 시키기 위해 수 차례의 시행착오적 모의해석을 거쳐야 한다.

4. 셸요소와 고체요소 사이의 접촉 문제에 직접 적용할 수가 없다.

이러한 단점들을 개선하고 보다 빠르고 효과적으로 접촉충격 문제를 다루기 위해 Belytschko와 Neal(1991)은 pinball 알고리즘을 개발하였다. 이 알고리즘에서는 각 요소 내부에 pinball 또는 sphere를 위치시켜 pinball들이 서로 중첩되는 지

를 조사하여 상호관입을 억제하였다. 이 방법은 단지 상호 pinball간의 반경의 합만을 이용하여 pinball들(즉 요소들) 사이의 거리를 비교할 수 있으므로 접촉현상을 손쉽게 다룰 수 있다. Pinball 상호간의 중첩 또는 관입억제는 먼저 pinball들이 관입된 거리를 계산하고, 크기가 같고 방향이 반대인 힘들을 관입거리에 비례하여 pinball의 중심 방향으로 작용시킨 후, 다시 이 힘들을 pinball이 위치한 요소의 절점으로 전달시켜 외력으로 처리함으로써 해결하였다. 그림 1은 접촉충격 계산을 위한 pinball 알고리즘의 예를 보여준다.

Pinball 알고리즘은 매우 간단하고 어떤 접촉형태이건 상관없이 동일한 방법으로 적용할 수 있으며 vectorization이 용이하고 접촉충격 해석의 계산시간을 줄일 수 있는 장점이 있다. 필자의 경험에 의하면 Zhong(1988)에 의해 보고된 사각형 box beam의 붕괴문제 해석에 소요되는 계산시간(CPU)은 CRAY Y-MP 사용시 약 16분으로 Zhong의 계산시간 64분 보다 약 4배 가량 빠른 속도를 보였으며, 접촉현상을 판정하는 pinball 알고

리즘에 소요된 시간은 전체 CPU 시간의 15%에 불과하였다. Belytschko와 Lin(1987)이 사용한 충격-관통(impact-penetration) 알고리즘과 비교해 보았을 때도 pinball 알고리즘이 vectorization이 가능한 컴퓨터에서는 약 5배, scalar compiler machine(보통 PC나 workstation)에서는 약 1.25배 빠른 것으로 밝혀졌다.

Pinball 알고리즘은 초기에는 요소의 침식이 허용되는 고체간의 고속충돌에 의한 관통문제를 다루기 위하여 vectorization이 가능한 접촉충격 알고리즘을 개발하기 위해 제안되었다. 그러나 점차 이 알고리즘은 쉘요소의 표면과 표면의 접촉, 쉘요소의 표면과 고체요소의 접촉, 요소의 모서리와 표면의 접촉 등 서로 다른 요소의 종류와 접촉상태에 상관없이 접촉충격 문제를 동일한 방법에 의해 처리할 수 있고 기존의 방법들에 비해 접촉현상의 판별을 위한 선행 입력자료가 필요치 않는다는 점에서 일반적인 접촉충격 해석 및 자동차의 crashworthiness 해석을 위한 효과적이고 유용한 도구로 자리잡게 되었다.

Pinball 알고리즘에서 사용하는 요소가 정사각형이나 정육면체에 가까운 형상이 아닌 경우에는 요소의 중앙에 1개의 pinball 만을 위치시킬 경우 요소간의 접촉 또는 관입현상을 과대산정할 가능성이 크다. 실제로 요소의 크기에 비해 두께가 아주 얇은 쉘구조의 접촉충격을 다룰 경우 해석 결과는 그리 만족스럽지 못하였다. 이 경우에는 요소 전체를 감싸고 있는 main pinball을 작은 크기의 subpinball들로 분할하고 이 subpinball들을 이용하여 접촉충격을 다룸으로써 해석의 정도를 높일 수 있다. 이러한 방법을 splitting pinball method라 한다. Main pinball을 subpinball로 분할하는 작업은 main pinball이 중첩되어 있다는 판정 결과에 따라 필요한 요소에서만 선택적으로 원하는 크기까지 분할할 수 있으며 subpinball의 최소 크기는 쉘요소의 경우 두께 크기로 제한할 수 있다.

Splitting pinball method를 사용할 경우 계산시간은 다소 증가하게 된다. 필자의 경험에 의하면 한 요소내에 4~64개의 subpinball들을 사용할 경우 접촉충격 계산에 소요되는 시간은 약

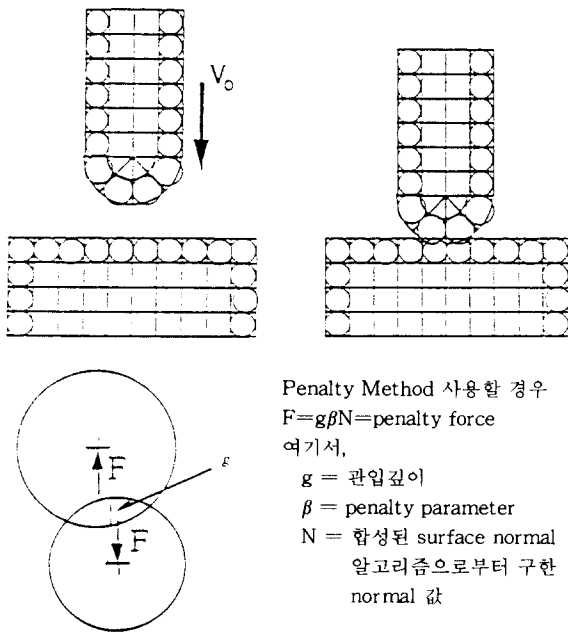


그림 1. 접촉충격 계산을 위한 Pinball 알고리즘

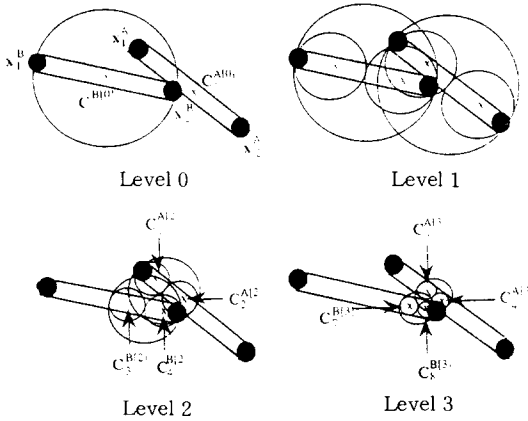


그림 2. 보요소에서의 Splitting Pinball Method

35~100% 정도 증가하였다. 그럼에도 불구하고 이 방법은 기존의 방법들에 비해 여전히 빠른 계산속도를 유지하며 다양한 형태의 접촉문제를 보다 정확히 계산할 수 있다는 장점이 있다. 그림 2와 3은 splitting pinball method의 사용 예와 요소내의 pinball 배치상태를 보여준다.

접촉충격 해석을 위한 pinball 알고리즘의 계산과정과 explicit법을 사용한 비선형동적해석의 과정은 다음과 같다.

[1] Pinball contact-impact 알고리즘에 의한 계산과정

1. Active contact domain에서 모든 pinball들의 반경과 요소 중심점을 계산한다.
2. 모든 main pinball들의 현재위치를 계산한다.
3. 수치적분을 위해 모든 main pinball들의 cell 번호를 정한다.
4. 상호관입 가능성이 있는 모든 pinball 쌍들의 명단을 작성한다.
5. 명단의 pinball 쌍들에 대해 접촉여부를 조사하고 관입깊이  $g$ 를 계산한다.
6. 만약 관입깊이  $g$ 가 0보다 크면, main pinball을 maximum level의 subpinball로 분할하고 정확한 관입깊이  $g'$ 을 계산하여 pinball force를 결정한다.
7. 요소내부의 모든 subpinball force들을 합하

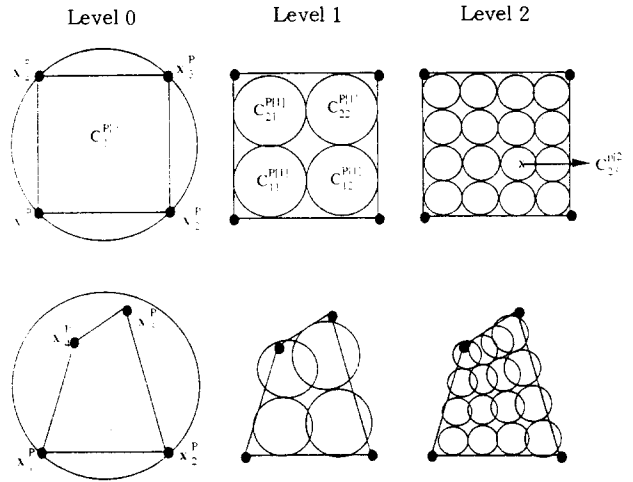


그림 3. Splitting Pinball Method 사용할 때 요소내의 pinball들의 배치상태

여 해당요소에 작용시킨다.

여기서 3, 4번은 매 해석시간단계마다 반복할 필요가 없다.

[2] Pinball contact-impact 알고리즘을 사용하는 explicit법의 해석과정은 다음과 같다.

1. 초기조건을 설정한다.
2. 외력을 계산한다.
3. 내부 절점력 계산을 위해 요소별 Do Loop를 시행한다.
  - a. 요소의 velocity strain을 계산한다.
  - b. 요소의 응력을 계산한다.
  - c. 요소 응력에 의한 요소 절점력을 계산한다.
  - d. 요소 절점력을 합하여 전체의 내부 절점력을 계산한다.
4. 접촉력을 slide line algorithm을 써서 계산하고 이것을 외력에 더해준다.
5. 운동방정식으로 부터 절점 가속도를 계산한다.
6. 경계조건을 작용시킨다.
7. 절점 가속도로 부터 절점 속도와 변위를 구한다.
8. 2번으로 돌아가 다음 스텝의 계산을 수행한다.

#### 4. 수치예제

3장에서 설명한 pinball contact-impact 알고리즘의 효율성 및 실용성을 검증하기 위하여 서로 다른 구조계의 접촉충격 문제와 자동차의 crashworthiness 해석 문제를 다루어 보았다.

첫번째 예제는 일정한 속도를 지닌 속이 빈 두 개의 원통형 구조물이 서로 직각 방향을 유지하며 충돌하는 문제이다. 그림 4는 두 구조물이 충돌하면서부터 6 msec의 시간이 경과할 때까지의 변형 상태를 나타내고 있다. 접촉부분의 요소들에서는 최대 64개의 subpinball들이 사용되어 셀요소의 표면 대 표면의 접촉이 매끄럽게 이루어지도록 하였다. 본문에서 언급하지는 않았으나 대변형 발생 시 해의 정확도를 향상시키기 위해 h-adaptive method(수치해의 에러가 크게 발생하는 부분에서 자동으로 요소를 잘게 나누어 주는 기법)를 병행하여 사용하였다. 해석결과는 실제 상태의 거동과 잘 일치함을 알 수 있었다. 그 외에도 여러가지 대표적인 형태의 접촉충격 문제들을 통하여 본 알고리즘의 효율성 및 실용성을 점검하였으나 지면 관계상 예제들의 제시는 생략하기로 한다.

두번째 예제는 벽면에 충돌하는 자동차 앞부분의 crashworthiness 해석 문제이다. 그림 5는 자동차 앞부분을 모형화한 유한요소 모델과 벽면 충돌 후 40 msec이 경과한 후의 변형상태를 보여준다. 자동차 앞부분의 모형화에는 총 12,234개의 사각형 셀요소가 사용되었다.

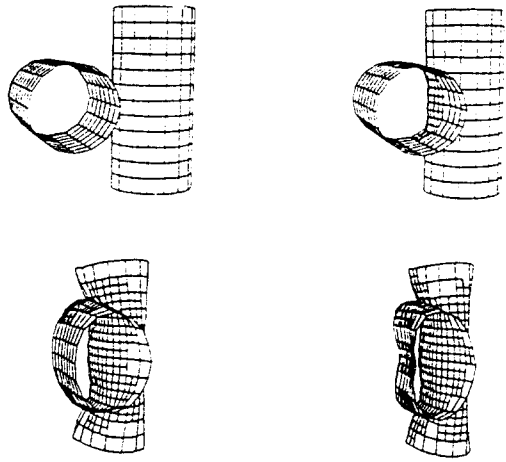


그림 4. 속이 빈 원통형 구조물들의 충돌해석

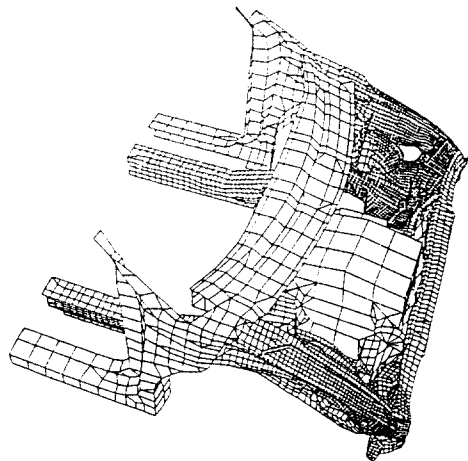
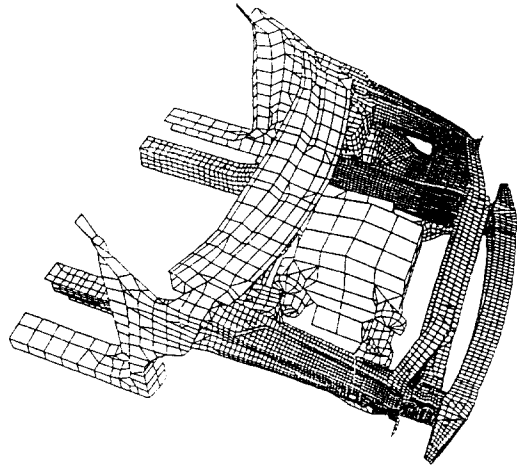


그림 5. 자동차 앞부분의 crashworthiness 해석

#### 5. 결 론

공학분야에서 흔히 접하게 되는 접촉충격 문제들의 해석을 위해 접촉충격의 지배방정식과 효율적인 해석 방법인 pinball contact-impact 알고리즘에 대해 기술하였다. 예제로 보여준 충돌하는 두 구조계의 접촉충격 해석과 자동차의 crashworthiness 해석 결과들은 전술한 알고리즘이 매우 효율적임을 입증하고 있다.

자동차의 crashworthiness 해석과 같이 해석대상모델이 크고 복잡한 경우에는 짧은 경과시간 동안의 거동 변화를 파악하고자 하더라도 엄청난 계

산시간이 소요된다. 따라서 효율적인 crashworthiness 해석을 위해서는 전술한 접촉충격 알고리즘외에도, 논의의 대상이라 본문에서 소개하지는 않았으나, 강력한 요소(one-point integration element), 효과적인 비선형 동적해석 알고리즘, 해의 정확도를 높일 수 있는 adaptive method, 효율적인 시간적분을 위한 mixed time integration method(subcycling)와 explicit method 등을 복합적으로 혼합하여 사용하여야 한다.

### 참 고 문 헌

- [1] Belytschko, T., and Lin, J. I., A Three Dimensional Impact-penetration Algorithm with Erosion, *Computers and Structures*, Vol.25, 1987, pp.95-104.
- [2] Belytschko, T., and Neal, M. O., "Contact-Impact by the pinball algorithm with penalty and Lagrangian methods," *Internat. J. Numer. Meths. Engrg.*, Vol.31, 1991, pp.547-572.
- [3] Benson, D. J., and Hallquist, J. O., *A Single Surface Contact Algorithm for Postbuckling Analysis of Shell Structures*, Report to the University of California at san Diego, CA, 1987.
- [4] Hallquist, J. O., Goudreau, G. L., and Benson, D. J., "Sliding Interface with Contact-Impact in Large Scale Lagrangian Computation," *Comp. Meths. Appl. Mech Engrg.*, Vol. 51, 1985, pp.107-137.
- [5] Johnson, G. R., Stryk, R. A. and Dodd, J. G., "Dynamic Lagrangian Computations for Solids with Variable Model Connectivity for Severe Distortion," *Internat. J. Numer. Meths. Engrg.*, Vol.23, 1986, pp.509-522.
- [6] Nilsson L., Zhong Z. H., and Oldenburg M., "Analysis of Shell Structures Subjected to Contact-Impact," *Analytical and Computational methods for shells*, Edited by Noor A. K., Belytschko T., and Simo J., ASME, New York, 1989.
- [7] Zhong Z. H., *A Contact Searching Algorithm for General 3-D Contact-Impact Problems*, Dissertation No. 178, Linkoping Institute of Technology, 1988.
- [8] Zhong, Z. H. and, Oldenburg M., *Contact-Impact Problems without Friction*, Dissertation No. 178, Linkoping Institute of Technology, 1989.