

얇은 타원포물곡면셸의 동적 불안정 현상의 규명을 위한 비선형 동적 응답의 스펙트럼 분석

Spectral Analysis of Nonlinear Dynamic Response for Dynamic Instability of Shallow Elliptic Paraboloidal Shells

김 승 덕*
Kim, Seung-Deog

요 약

세계적으로 대공간 구조물의 건설은 점점 늘어나고 있으며, 이러한 증가 추세와 함께 붕괴 사고 또한 점차 늘어나고 있다. 보다 안전하고 경제적인 구조물의 구축을 위해서는 사고 및 붕괴의 원인이 정확히 규명되어야 한다. 따라서 이러한 규명을 위하여 대공간 구조물의 붕괴 메커니즘의 정확한 규명이 필요하며, 많은 연구자들에 의한 연구가 보고되고 있다. Step 하중 하에서의 동적 파괴 메커니즘은 비교적 많은 연구가 진행되어 왔으나, 주기성을 가진 동적 외력에 의한 파괴 메커니즘에 관한 연구는 거의 없는 실정이며, Step 하중하에서의 메커니즘과는 매우 다르리라 예상된다.

본 연구는 주기성을 가진 동적 외력에 의한 얇은 EP 셸(Elliptic Paraboloidal Shell)의 동적 불안정 현상을 Fourier 스펙트럼을 이용하여 분석한다. 즉 1 자유도의 얇은 EP 셸의 동적 좌굴 현상과 파라메트릭 공진 현상과의 상호 작용을 파악하기 위하여 비선형 응답의 연속 스펙트럼(runing spectrum)을 이용한다. 연구 결과, 동적 불안정 현상은 외력의 성질에 따라 크게 다른 메커니즘을 나타내는 것을 알 수 있었다.

Abstract

The dynamic instability for snapping phenomena has been studied by many researchers. There is few paper which deal with the dynamic buckling under the load with periodic characteristics, and the behavior under periodic excitation is expected the different behavior against step excitation.

In this study, the dynamic direct snapping of shallow elliptic paraboloidal shells is investigated under not only step excitation but also sinusoidal and seismic excitations, applied in the up-and-down direction. The dynamic nonlinear responses are obtained by the numerical integration of the geometrically nonlinear equations of motion, and examined by the Fourier spectral analysis in order to get the frequency-dependent characteristics of the dynamic instability for various load levels.

The results show that the dynamic instability phenomenon carried out from stable to unstable region reveals considerably different mechanism depending on the characteristics of excitations.

* 성균관대학교 과학기술연구소 특별연구원

이 논문에 대한 토론을 1995년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1996년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

동적 불안정 및 동적 좌굴 문제는 여러 분야에서 다양한 연구자들에 의해 연구되어 왔다. 1933년 Koning & Taub¹⁾에 의해, 단순 지지된 기둥이 축 방향의 스텝 하중(step load)을 받을 경우, 초기 부정에 의한 응답 거동을 조사한 논문을 시작으로 많은 연구가 진행되었다.

동적 불안정 문제는 파라메트릭 공진(parametric resonance), 비보존적 탄성계에서의 불안정(instability of elastic systems subjected to nonconservative forces), 동적 좌굴(dynamic buckling) 등으로 대별된다.

파라메트릭 공진 현상의 특징은, 일반적인 공진 현상이 입력 주파수와 구조물의 고유 진동수가 일치하였을 경우에 일어나는 현상인데 반해, 주공진 진동수의 2배, 3배, ...의 진동수 또는 주공진 진동수보다 작은 진동수를 가지는 공진 현상이다.²⁾ 파라메트릭 공진 현상으로는, Euler 기둥에 축방향의 주기 하중을 작용시켰을 경우에 축방향 입력 주파수와 횡방향의 고유 진동수와의 連成(coupling)으로 인하여 횡 방향 진도의 진폭이 급격히 증가하여 동적 불안정 현상을 나타내는 것을 대표적인 예로 들 수 있다. 또 면내 방향의 주기 하중을 받는 플레이트에서의 면외 방향의 진동 발생, 대칭 모드의 주기 하중을 받는 얇은 아치에서의 비대칭 모드의 진동 발생, 등분포 주기 하중을 받는 얇은 원통 셸에서의 비대칭모드에 의한 진동 발생 등이 있다.

비보존적 탄성계의 불안정 현상은, 변동 축방향 하중이 작용하는 탄성계의 안정 문제(follower-force problem), 회전 속도가 제어되는 탄성 차축의 안정 문제(whirling problem of rotating shaft), 유체-고체의 상호 작용에 의한 안정 문제(fluid-solid interaction problem) 등으로 크게 나눌 수 있다.³⁾ 또 불안정 메커니즘에 따라 분류하면 발산(divergence)과 플러터(flutter)로 대별된다.⁴⁾ 플러터형의 불안정 현상은 동적 해석만으로 해석되어 지나, 발산형 불안정 현상은 고전적인 방법, 포텐셜 에너지법, 동적 해석법 등으로 해석되어 진다.

동적 좌굴 현상은, 충격 하중(impact force)을 받는 탄성체가 어떤 임계 하중 레벨에서 진폭이 발산하는 현상이다. 즉 2개 이상의 정적 평형점을 가진 구조물이 어떤 하중 레벨에서 평형 궤도상의 평형점이 불안정 평형점 부근에 접근하면서 다른 평형점으로 이동한다. 이러한 현상은 Hoff & Bruce⁵⁾에 의해 핀으로 지지된 아치의 동적 좌굴 해석에 관한 논문을 시작으로 많은 연구자에 의해 연구되어 왔다. 특히 Budiansky & Roth⁶⁾는 얇은 구형 셸이 스텝 하중을 받았을 경우의 축대칭 변형에 의한 동적 응답 거동에 관한 논문에서, 동적 좌굴의 판정에 관한 기준을 제안했다. 즉 미소한 하중 레벨의 증가에 대하여 급격한 변위 응답의 증가를 나타내는 현상을 임계 조건으로 하였다.

본 연구는 얇은 EP 셸(Elliptic Paraboloidal Shell)의 동적 불안정 현상을 Fourier 스펙트럼을 이용하여 분석한다. 즉 1 자유도의 얇은 EP 셸의 동적 좌굴 현상과 파라메트릭 공진 현상과의 상호 작용을 파악하기 위하여 비선형 응답의 연속 스펙트럼(running spectrum)을 이용한다. 해석 방법으로는, 기하학적 비선형을 고려한 얇은 셸의 기본 방정식을 유도하고, Galerkin법을 이용하여 이산계 비선형 운동 방정식을 구한다. Newmark- β 법에 의한 수치 적분을 이용하여 비선형 운동 방정식의 변위 응답을 구하고, 얻어진 비선형 변위 응답으로 FFT(Fast Fourier Transform)에 의한 연속 스펙트럼을 구해 탁월 진동수 성분을 분석한다.

2. 셸의 1 자유도 비선형 운동 방정식

그림 1과 같은 얇은 셸(shallow shell)을 유한 변형 이론에 따라 비선형 기본 방정식을 구하면 식 (1), (2)와 같다.

평형 조건식 :

$$\begin{aligned}
 DV^4 w - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \\
 - \frac{1}{R_y} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{1}{R_x} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - p_x(t) = 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

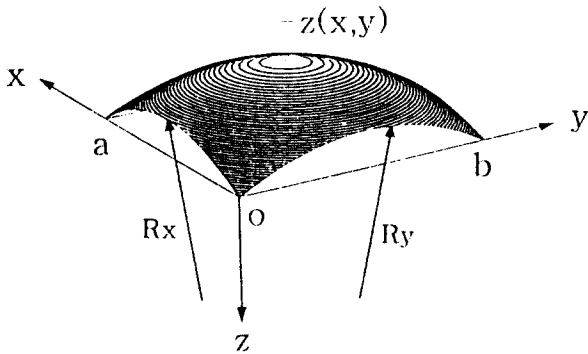


그림 1. 해석 모델

적합 조건식 :

$$\frac{1}{Eh} \nabla^4 F + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + \frac{1}{R_y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{R_x} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

식 (1)은 면의 방향의 평형 조건식을, 식 (2)는 면내 방향의 적합 조건식을 나타내며, 식 중의 w 는 z 방향 변위, F 는 Airy 응력함수, D 는 휨강성, ρ 는 밀도, h 는 두께, p_z 는 단위면적당 z 방향 분포력, E 는 탄성계수이다.

무차원량으로 식 (3)의 파라미터를 도입한다.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{a}, & \eta &= \frac{y}{a}, & \tau &= \sqrt{\frac{E}{\rho h R_x}} t, \\ w^* &= \frac{w}{h}, & F^* &= \frac{F}{Eh^3}, & \lambda &= \frac{R_x}{R_y}, \\ c &= \frac{a}{b}, & d &= \frac{h}{R_x}, & e &= \frac{a}{R_x} \end{aligned} \quad (3. a-i)$$

식 (3)의 무차원량을 이용하면, 식 (1), (2)는 다음의 식 (4), (5)와 같이 된다.

평형 조건식 :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right)^2 w^* \\ &- \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 F^*}{\partial \eta^2} + 2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 F^*}{\partial \eta \partial \xi} - \frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 F^*}{\partial \xi^2} \\ &- \frac{e^2}{d} \left(\lambda \frac{\partial^2 F^*}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 F^*}{\partial \eta^2} \right) + \frac{e^4}{d^3} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \tau^2} \end{aligned}$$

$$-\frac{e^4}{Ed^4} p_z \left(\sqrt{\frac{\rho h R_x}{E}} \tau \right) = 0 \quad (4)$$

적합 조건식 :

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right)^2 F^* + \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} - \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2 \\ &+ \frac{e^2}{d} \left(\lambda \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

무차원화된 비선형 기본 방정식을 Galerkin법에 의해 이산화한다.

단순지지 경계 조건을 만족시키는 변위 w^* 를 식 (6)과 같은 Fourier 급수로 정의한다.

$$w^* = \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n D_{mn}(\tau) \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta \quad (6)$$

응력 함수 F^* 는 특수해 F_p^* , 제차해 F_h^* 의 합으로 다음 식 (7)과 같이 정의한다.

$$F^* = F_p^* + F_h^* \quad (7.a)$$

여기서,

$$\begin{aligned} F_h^* &= \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n \sum_{k=1}^k \sum_{l=1}^l \left\{ (I_1 D_{mn} + I_2 D_{mn} D_{kl}) \frac{\xi^2}{2} \right. \\ &\quad \left. + (J_1 D_{mn} + J_2 D_{mn} D_{kl}) \frac{\eta^2}{2} \right\} \end{aligned} \quad (7.b)$$

F_p^* 는 식 (5)의 적합 조건식으로부터 구해지며, F_h^* 는 면내 방향의 경계 조건으로부터 구해진다. 본 연구에서는 면내 방향의 경계 조건을 다음의 식 (8), (9)와 같이 근사적으로 만족시키며, 이들을 각각 Case-A(또는 비구속 모델), Case-B(또는 구속 모델)이라 한다.

□ CASE-A : 비구속 모델

$$\begin{aligned} x=0, a \text{에서} & \int_0^b N_x dy = 0, & \int_0^b v dy &= 0 \\ y=0, b \text{에서} & \int_0^a N_y dx = 0, & \int_0^a u dx &= 0 \end{aligned} \quad (8.a-d)$$

□ CASE-B : 구속 모델

$$x=0, a \text{에서} \int_0^b u dy = 0, \quad \int_0^b v dy = 0$$

$$y=0, b \text{에서 } \int_0^a u dx=0, \quad \int_0^a v dx=0 \quad (9.a-d)$$

식 (8), (9)의 경계 조건을 이용하면 F_n 의 I_1, I_2, J_1, J_2 는 다음의 식 (10), (11)과 같이 구해진다.

□ CASE-A : 비구속 모델

$$I_1=I_2=J_1=J_2=0 \quad (10)$$

□ CASE-B : 구속 모델

$$I_2=\frac{e^2}{8(1-v^2)}(v\alpha_m^2+\beta_n^2) \quad (11.a)$$

$$J_2=\frac{e^2}{8(1-v^2)}(\alpha_m^2+v\beta_n^2) \quad (11.b)$$

$m \neq$ 홀수 and $n \neq$ 홀수인 경우 :

$$I_1=\frac{4c}{(1-v^2)d\alpha_m\beta_n} \left\{ \frac{(\lambda\alpha_m^2+\beta_n^2)(1-v^2)\alpha_m^2}{(\alpha_m^2+\beta_n^2)^2} - (\lambda+v) \right\} \quad (11.c)$$

$$J_1=\frac{4c}{(1-v^2)d\alpha_m\beta_n} \left\{ \frac{(\lambda\alpha_m^2+\beta_n^2)(1-v^2)\beta_n^2}{(\alpha_m^2+\beta_n^2)^2} - (1+\lambda v) \right\} \quad (11.d)$$

$m \neq$ 홀수 or $n \neq$ 홀수인 경우 :

$$I_1=0 \quad (11.e)$$

$$J_1=0 \quad (11.f)$$

여기서,

$$\alpha_m=\frac{m\pi}{e} \quad (11.g)$$

$$\beta_n=\frac{n\pi}{e} \quad (11.h)$$

식 (6), (7)을 식 (4)의 평형 조건식에 대입하고, Galerkin법을 적용하여 이산화된 비선형 운동 방정식을 구한 후, 1 자유도만을 선택하면 식 (12), (13), (14), (15)와 같이 된다.

$$D_{mn}+C_1D_{mn}+C_2D_{mn}^2+C_3D_{mn}^3=P_{pq} \quad (12)$$

$$C_1=\frac{d^3}{12(1-v^2)}(\alpha_m^2+\beta_n^2)^2+d\frac{(\lambda\alpha_m^2+\beta_n^2)^2}{(\alpha_m^2+\beta_n^2)^2} - \frac{16cd^2}{e^4}\frac{1}{\alpha_m\beta_n}(\lambda I_1+J_1) \quad (13)$$

$m \neq$ 홀수 and $n \neq$ 홀수인 경우 :

$$C_2=-\frac{2cd^2}{3e^2}\frac{1}{\alpha_m\beta_n}\left\{\alpha_m^2+\lambda\beta_n^2+16\alpha_m^2\beta_n^2\frac{(\lambda\alpha_m^2+\beta_n^2)}{(\alpha_m^2+\beta_n^2)^2}\right\} - \frac{16cd^2}{e^4}\frac{1}{\alpha_m\beta_n}(\lambda I_2+J_2)+\frac{d^3}{e^2}(\alpha_m^2J_1+\beta_n^2I_1) \quad (14.a)$$

$m \neq$ 홀수 or $n \neq$ 홀수인 경우 :

$$C_2=0 \quad C_3=\frac{d^3}{16}(\alpha_m^4+\beta_n^4)+\frac{d^3}{e^2}(\alpha_m^2J_2+\beta_n^2I_2) \quad (15)$$

식 (12)의 외력항 P_{pq} 는, P_{11} 에 식 (16)의 입력 지진동 A_g 를 대입하고, 나머지 $P_{ij}(i \neq j, j \neq 1)$ 는 0으로 한다.¹⁰⁾

$$A_g=-cA_{cr}\bar{A}_g=-\frac{2d}{\sqrt{3(1-v^2)}}\bar{A}_g \quad (16)$$

여기서 동적 고전 좌굴 하중 cA_{cr} 은 식 (17)과 같다.

$$cA_{cr}=\frac{2d}{\sqrt{3(1-v^2)}} \quad (17)$$

본 연구에서는 \bar{A}_g 로 하중 레벨을 대표한다.

3. 동적 응답 및 연속 스펙트럼 해석

얇은 EP 셀의 동적 좌굴 거동을 파악하기 위하여 1자유도 비선형 운동 방정식의 동적 응답과 연속 스펙트럼 해석을 한다.

해석 모델로는, 경계 조건은 4변 구속 모델 ($u=0, v=0$)로, $\lambda=1, C=1$ 인 정사각형의 투영면을 가지는 EP 셀로 한다. 또 $d=0.001, e=0.3$ 인 형상을 가지는 얇은 셀이며, 이때 셀의 형상 파라미터 λs 는 약 8.66이 된다. 하중 조건은 고전 좌굴 하중으로 무차원화된 파수 1인 Sine 함수 모드의 분포 하중으로 하며, 변위 모드는 하중 모드와 일치하는 1 자유도만을 선택하였다. 즉 식 (6)에서

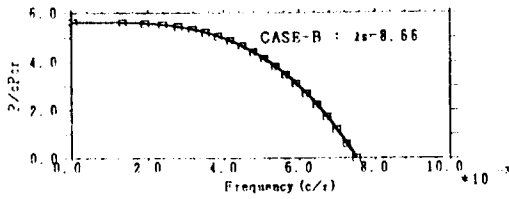
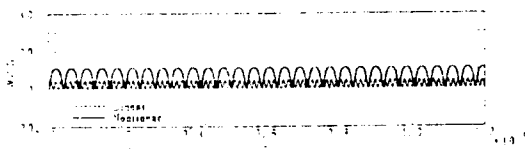
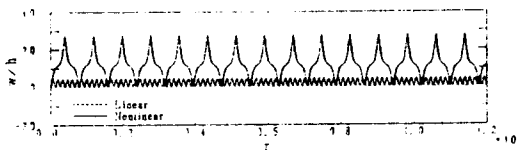


그림 2. 비선형 고유진동수

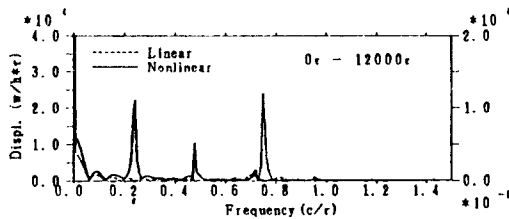


(a) Pre-Buckling Level : 4.58

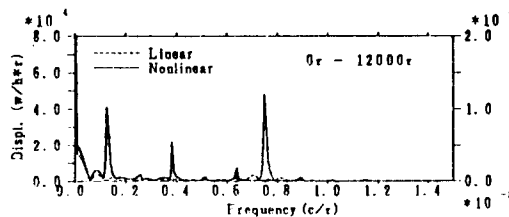


(b) Post-Buckling Level : 4.59

그림 3. Step하중에 의한 변위응답곡선



(a) Pre-Buckling Level : 4.58



(b) Post-Buckling Level : 4.59

그림 4. Step하중에 의한 변위응답스펙트럼

의 $m=1, n=1$ 인 변위 모드이며, 따라서 최대칭 변형에 의한 스냅 좌굴 현상(direct snapping)을 발생시키는 모델이다. 경계 조건은 면내 방향의 변위를 구속시킨 CASE-B인 경우를 선택한다.

식 (12)의 비선형 운동 방정식을 이용하여 하중 변화에 따른 고유 진동수의 변화를 나타내면 그림 2에서와 같다. 이때 고유치 해석은 Householder-QR법을 이용하였다. 고유 진동수가 0에 접근하는 하중 레벨이 정적 비선형 해석에서의 $P-\delta$ 곡선의 극한점, 즉 정적 스냅좌굴(snap-through)을 일으키는 임계 하중값이 된다.

본 해석에서는 동적 좌굴이 발생하기 전·후의 하중 레벨에서 Newmark- β 법($\beta=1/4$), 즉 평균 가속도법을 이용하여, 비선형 운동 방정식을 수렴 계산에 의한 비선형 변위 응답 곡선을 구한다. 이때 시작폭은 선형 해석에서의 1차 고유 주기의 $1/100$ 배로 한다. 얻어진 비선형 변위 응답 곡선은 FFT(Fast Fourier Transform) 해석을 이용하여 연속 스펙트럼을 구하는데 사용되어진다.

3.1 Step 하중

무한 계속 시간을 가지는 Step 하중이 작용하였을 경우의 좌굴전 하중 레벨인 4.58과 좌굴후 하중 레벨인 4.59에서의 변위 응답 곡선을 그림 3에, 변위 응답의 Fourier 스펙트럼 해석 결과를 그림 4에 나타낸다. 점선은 선형 해석의 결과이며, 실선은 비선형 해석의 결과이다. 선형 해석의 결과에서는, 진폭의 변화는 하중 레벨과 선형적인 비례 관계를 나타내고 있지만, 응답 진동수의 변화는 하중 레벨과는 관계없이 일정하다. 그러나 비선형 해석에서는 진폭 및 진동수가 하중 레벨의 미소한 변화에 대하여 크게 변화함을 알 수 있다.

비선형 해석에서의 이러한 변화를 보다 명확히 파악하기 위해, 하중 레벨의 변화에 따라 변위 응답 스펙트럼의 변화를 나타낸 연속 스펙트럼 해석 결과를 구하면 그림 5에서와 같다. 그림 5의 높이 방향 축은 무차원화된 Fourier 진폭을, 가로방향 축은 진동수를, 세로방향 축은 하중 레벨의 변화를 각각 나타낸다. 동적 좌굴이 발생하기 전의 하중 레벨에서는 하중 레벨의 증가와 함께 응답 진동수의 주성분이 낮아지는 softening 현상을 나타

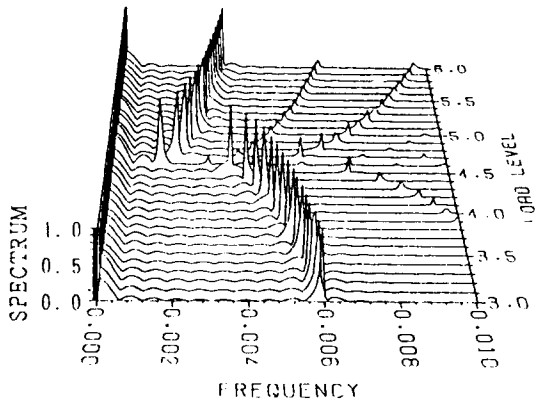


그림 5. Step하중에 의한 연속스펙트럼

내며, 좌굴 후 하중 레벨에서는 반대로 hardening 현상을 나타내고 있다. 이는 그림 2에 나타나는 비선형성 고려로 인한 고유 진동수의 변화와 잘 대응된다. 또 동적 좌굴이 발생하는 응답진동수를 ω α 로 하면, 좌굴 직후의 응답 진동수는 약 $0.5\omega_{cr}$ 로 됨을 알 수 있고, 하중 레벨의 증가와 함께 좌굴 전에는 응답 진동수의 부성분이 주성분에 점차 접근한다. 또 응답 진동수의 부성분들은 주성분의 변화에서와 같이 좌굴 전에는 Softening 현상을, 좌굴 후에는 hardening 현상을 나타내며, 주성분보다 빠르게 변화한다.

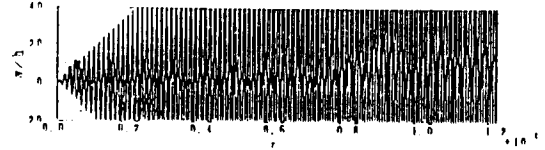
3.2 Sine파 하중

Sine파 하중으로 $A_g(\tau) = -c A_{cr} \bar{A}_g \sin \alpha \omega_0 \tau$ 를 이용한다. 여기서 ω_0 는 해석 대상모델의 1차 고유 각 진동수이고, α 는 Sine파 자체가 나타내는 진동수와 해석모델의 고유 진동수와의 관계를 나타내는 파라미터이며, $\alpha=1$ 인 경우는 입력파의 진동수가 해석 모델의 1차 고유 진동수와 일치한 경우이다. $\alpha=1$ 인 경우의 좌굴전 하중 레벨인 1.50과 좌굴후 하중 레벨인 1.51에서의 변위 응답 곡선을 그림 6에, 변위 응답의 Fourier 스펙트럼 해석 결과를 그림 7에 나타낸다.

$\alpha=1$ 인 경우의 결과이므로 선형 해석 결과에서는 공진 현상에 의한 발산을 나타내고 있지만, 비선형 해석에서는 비선형 효과로 인해 공진 현상은 나타나지 않는다. 또 동적 좌굴이 발생하면서 변

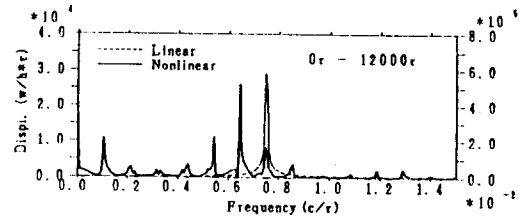


(a) Pre-Buckling Level : 1.50

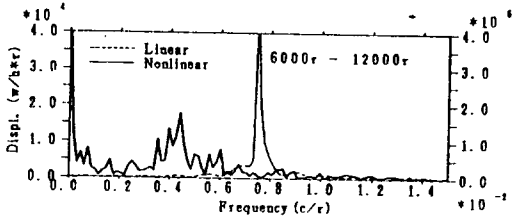
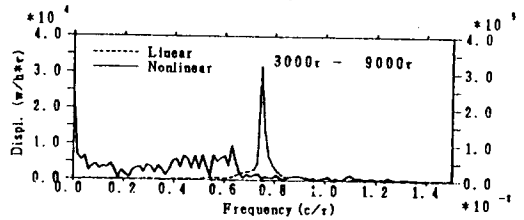
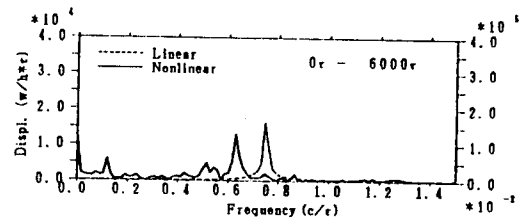


(b) Post-Buckling Level : 1.51

그림 6. Sine파하중에 의한 변위응답곡선



(a) Pre-Buckling Level : 1.50



(b) Post-Buckling Level : 1.51

그림 7. Sine파하중에 의한 변위응답스펙트럼

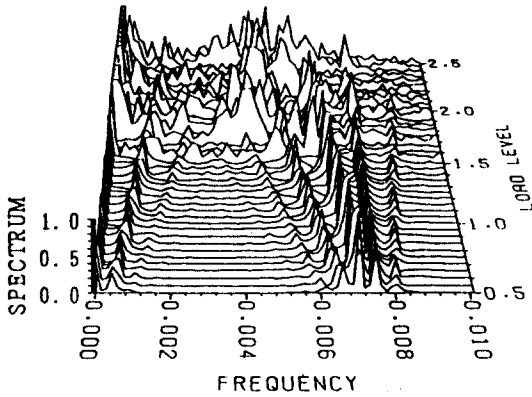


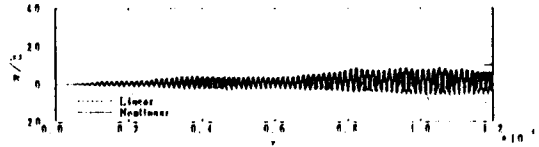
그림 8. Sine파하중에 의한 연속스펙트럼

위 응답 곡선의 포락 곡선이 안정 거동에서 불안정 거동으로의 변하는 것을 알 수 있다.

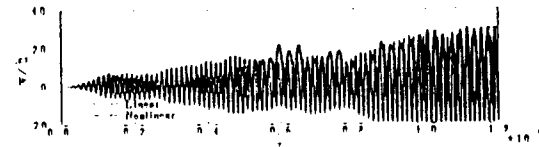
하중 레벨의 변화에 따라 변위 응답 스펙트럼의 변화를 나타낸 연속 스펙트럼 해석 결과를 구하면 그림 8에서와 같다. 여기서 높이방향 축은 무차원화된 Fourier 진폭을, 가로방향 축은 진동수를, 세로방향 축은 하중레벨의 변화를 각각 나타낸다. 동적 좌굴이 발생하기 전의 하중 레벨에서는 하중 레벨의 증가와 함께 응답 진동수의 주성분으로부터 부성분들이 이탈해 가는 형상을 보여 주고 있다. 또 포락 곡선에 대응하는 진동수 성분, 즉 그림 8의 좌측 하단으로부터 파생하는 성분들은 하중 레벨의 증가와 함께 포락 곡선의 주기가 점차 짧아짐을 나타낸다. 특히 포락 곡선에 대응하는 진동수의 주성분으로부터 파생되는 부성분들이 주 응답 진동수의 주성분의 1/6이 되는 하중 레벨에서 동적 불안정 현상이 발생함을 알 수 있다. 동적 불안정이 발생한 후의 하중 레벨에서는 다양한 진동수 성분이 복잡하게 연성하여 불안정한 진동을 나타내고 있다.

3.3 지진파 하중

지진파 하중으로는 1987년 12월 17일에 東京大學 生産技術研究所 千葉實驗所에서 관측된 매그니튜드(Magnitude) 6.7, 최대 가속도 133.68gal 인 상하 방향의 지진동을 이용한다.¹⁰⁾ 입력 지진동의 시간축을 변화시켜 입력파의 탁월 진동수와 구조물의 고유 진동수와의 비율을 나타내는 파라메

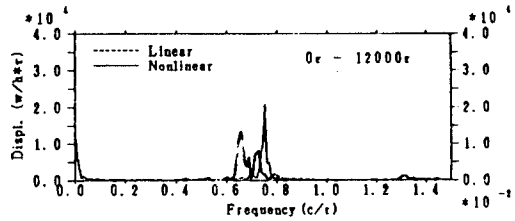


(a) Pre-Buckling Level : 0.38

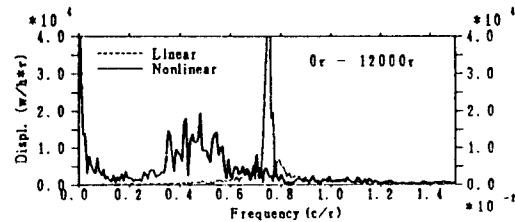


(b) Post-Buckling Level : 1.50

그림 9. 지진파하중에 의한 변위응답곡선



(a) Pre-Buckling Level : 0.38



(b) Post-Buckling Level : 1.50

그림 10. 지진파하중에 의한 변위응답스펙트럼

타 β 를 도입하며, $\beta=1$ 인 경우는 입력파의 탁월 진동수가 해석 모델의 1차 고유 진동수와 일치한 경우이다. 본 연구에서는 $\beta=1$ 인 경우를 채택한다.

좌굴전 하중 레벨인 0.38과 좌굴후 하중 레벨인 1.50에서의 변위 응답 곡선을 그림 9에, 변위 응답의 Fourier 스펙트럼 해석 결과를 그림 10에 나타낸다. $\beta=1$ 인 경우의 결과임에도 불구하고 $\alpha=1$ 인 Sine파 하중을 가력하였을 경우에 나타나는 선형 해석 결과의 공진 현상 및 비선형 해석 결과의 포락 곡선과 같은 현상은 명확하게 나타나지 않고

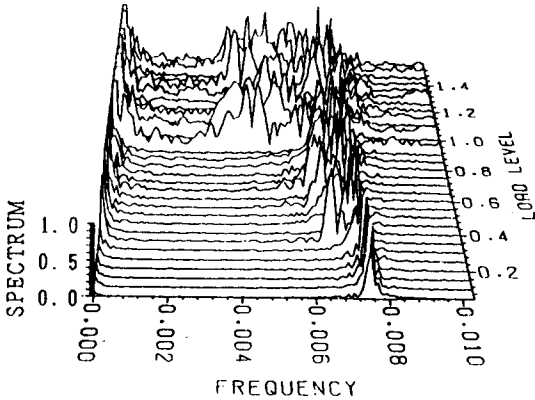


그림 11. 지진파하중에 의한 연속스펙트럼

있으며, 입력지진동에 포함되어 있는 다양한 진동수 성분으로 인하여 불규칙한 진동을 나타내고 있다.

하중 레벨의 변화에 따라 변위 응답 스펙트럼의 변화를 나타내는 연속 스펙트럼 해석 결과를 구하면 그림 11에서와 같다. 여기서 높이방향 축은 무차원화된 Fourier 진폭을, 가로방향 축은 진동수를, 세로방향 축은 하중레벨의 변화를 각각 나타낸다. Sine파 하중일 경우는 포락 곡선에 대응하는 진동수의 성분들이 꽤 명확히 나타났으나 여기서는 그렇지 않다. 따라서 포락 곡선과 같은 현상도 나타나지 않는다.

4. 결 론

본 연구에서는 1 자유도를 가진 얇은 EP 셸 (Elliptic Paraboloidal Shell)의 동적 불안정 현상을 규명하기 위해, 기학적 비선형을 고려한 운동 방정식의 비선형 응답을 Fourier 스펙트럼을 이용하여 분석하였다. 외력으로는 고진 좌굴 하중으로 무차원화된 파수 1인 Sine 함수 모드의 분포 하중으로 하며, 변위 모드는 하중 모드와 일치하는 1 자유도만을 선택하였다. 따라서 축대칭 변형에 의한 스냅 좌굴 현상(direct snapping)을 발생시키는 모델을 채택하였으며, 다음과 같은 결과를 얻었다.

1) Step 하중인 경우의 비선형 응답 스펙트럼

은, 동적 좌굴이 발생하기 전 하중 레벨에서는 하중 레벨의 증가와 함께 응답 진동수가 낮게 되는 softening 현상을, 그 후에는 응답 진동수가 증가하는 hardening 현상을 나타낸다. 또 동적 불안정의 발생과 함께 응답 진동수가 1/2로 낮아진다.

2) Sine파 하중인 경우, 동적 좌굴 발생전에는 하중 레벨의 증가와 함께 응답 진동수의 주성분으로부터 부성분들이 파생되고, 주성분으로부터 점차 이탈해 간다. 또 0의 진동수로부터는 포락 곡선에 대응하는 주성분과 부성분들이 발생되고 동적 불안정의 발생은 각 부성분들 간의 간격이 응답 진동수의 주성분의 1/6이 되는 하중 레벨이다.

3) 지진파 하중인 경우, Sine파 하중인 경우와 유사한 양상을 나타내지만, 포락 곡선은 나타나지 않는다.

참 고 문 헌

1. Koning, C., and Taub, J., "Impact buckling of thin bars in the elastic range hinged at both ends," *Luftfahrtforschung*, 10, 2, 1993, pp.55-64 (translated as NACA TM 748 in 1934).
2. Bolotin, V. V., "彈性系の動的安定," 近藤誠治・中田和夫 共譯, コロナ社, 東京, 1972.
3. Herrmann, G., "Stability of equilibrium of elastic systems subjected to nonconservative forces," *Appl. Mech. Rev.*, 20, 2, Feb. 1967, pp.103-108.
4. Herrmann, G., and Bungay, R. W., "On the stability of elastic systems subjected to nonconservative forces," *J. Appl. Mech.*, 31, 3, 1964, pp.435-440.
5. Hoff, N. J., and Bruce, V. G., "Dynamic analysis of the buckling of laterally loaded flat arches," *Q. Math. Phys.*, 32, 1954, pp. 276-288.
6. Budiansky, B., and Roth, R. S., "Axisymmetric dynamic buckling of clamped shallow spherical shells," *Collected Papers on Instability of Shells Structures*, NASA TND-1510, Washington, D. C., 1962, pp.597-606.
7. 金勝徳, 田波徹行, 半谷裕彦, "上下動を受ける偏平 E.P. シェルの動的軸對稱座屈," 構造工學に

- おける數値解析法シンポジウム論文集, 第14券, 1990. 7., pp.263-268.
8. Kim, S. D., Tanami, T., and Hangai, Y., "Direct snapping behaviors of shallow E. P. shells," *Proceedings of the Third Summer Colloquium on Shell and Spatial Structures*, Taegu, 1990. 8., pp.431-440.
9. 金勝德, 田波徹行, 半谷裕彦, "上下動を受ける偏平 E.P. シェルの動座屈: 1自由度系の場合," 日本建築學會大會學術講演梗概集, 1990. 10., pp. 1243-1244.
10. 김승덕, "기하학적 비선형을 고려한 얇은 타원포물곡면 쉘의 동적 불안정 현상," 대한건축학회 논문집, 10, 6, 1994, pp.121-132.

(접수일자 : 1995. 9. 29)