

충격하중이 작용하는 평판의 동적 응력 해석

Dynamic Stress Analysis on Impact Load in 2-Dimensional Plate

황 갑 운*
Hwang, Gab-Woon
조 규 종*
Cho, Kyu-Zong

.....

요 약

본 논문에서는 최근 관심이 증대되고 있는 충격하중에 의해 시간의 흐름에 따라 형성되는 구조물의 응력분포 양상을 유한요소 해석적으로 고찰하기 위하여 동적 응력 해석 프로그램을 개발하였다.

유한요소 해석에 의하면, 종방향 응력파는 충격하중이 작용하는 방향과 동일한 방향으로 진행하며, 응력파 선단의 속도와 모양은 이론해석에 의한 결과와 같음을 알 수 있다. 또한 종파의 진행방향에 45° 방향으로 전단파가 발생하여 진행함을 알 수 있으며, 전단파의 속도는 종파의 1/2이 되고, 종파보다 전단파의 강도가 큼을 알 수 있다.

Abstract

Structural stress under shock or impact load is varied with the lapse of time and the structural stress is called stress wave. Propagating longitudinal stress wave is studied in a 2-dimensional plate. A finite element program for elastic stress wave propagation is developed in order to investigate the shape of stress field at time increment. The longitudinal stress wave is generated by unit step function. According to the finite element analysis results, the longitudinal stress wave propagates to the similar direction of impact load and the front of stress wave propagates with the same speed as analytic solution and the shape of stress field is similar to that of analytic solution. The shear wave is occurred after the longitudinal stress wave and declined at an angle of 45 degrees compared with longitudinal stress wave and the speed of shear wave is about a half of the longitudinal stress wave. The intensity of shear wave is larger than that of longitudinal stress wave.

.....

* 전남대학교 공과대학 특별연구원
** 전남대학교 공과대학 기계공학과 교수

이 논문에 대한 토론을 1995년 9월 30일까지 본 학회에 보내 주시면 1996년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

최근 폭발 또는 충격하중을 받는 구조물의 응력 분포에 관한 연구가 구조물의 설계 및 충격현상에 이용되고 있다. 이러한 충격, 지진 또는 폭발 등 시간에 따라 급격히 변화하는 하중이 구조물에 작용하면, 구조물의 매질을 통해 하중이 전달되게 되며, 구조물의 충격 저항(impact resistance)은 충격 지점으로 부터 충격 에너지가 전파될 수 있는 능력에 의존하고, 충격하중을 받는 부재의 거동은 정하중을 받는 부재의 거동과 다르게 된다.

이러한 충격현상에 관한 연구는 지진현상에 대한 보다 정확한 정보를 얻고, 핵폭발의 예상 및 탐지에 대한 정보를 얻기 위해 매우 활성화된 분야였으며, 1940년대 초반에 이르러 충격하중의 전파 효과를 공학적으로 응용하기 위한 관심을 갖기 시작하여, 처음 이론으로 성립한 것으로는 Kolsky를 들 수 있다.¹⁾ 그 후 동탄성이론은 Scoch와 Miklowitz에 의해 논의되기 시작하였으며^{2,3)}, 1970년대 초 1차원 문제에 대한 동탄성이론에 대한 연구가 본격적으로 행해지면서 탄성체내에서의 충격하중의 전파에 관한 해석적인 방법이 개발되기 시작했다.⁴⁾

한편 1980년대 부터 유한요소법에 의한 구조물의 동적해석이 시작되었으나 구조물의 고유진동수 및 모드 해석을 하는데 주로 사용되어 왔으며⁵⁻⁹⁾, 고체 내부에 전파되는 충격하중의 전파에 대한 유한요소 해석은 거의 없는 실정이다. 또한 충격하중에 의해 재료 내부에 발생하는 응력장의 분포를 가시화하는 일반적인 방법으로는 광탄성법을 들 수 있다. 그러나 충격하중이 전파되는 속도가 매질에 따라 수 Km/sec에 달하기 때문에 시간의 흐름에 따른 응력장의 변화를 실험적으로 가시화하는 것은 어려움이 뒤따른다.

따라서 본 논문에서는 해석적인 방법으로 유한요소법을 이용하여 충격하중이 작용하는 2차원 평판에 시간의 흐름에 따라 형성되는 응력장의 크기 및 응력장의 변화 양상을 고찰함을 주 목적으로 하고 있다.

2. 지배방정식

탄성체에 충격하중을 가하면 탄성응력파가 발생하고, 이 응력파는 매질에 의해 면내에서 응력파가 전파되는 방향으로 팽창되는 파와 면내에서 전파되는 방향에 수직으로 비틀리는 파에 의한 입자의 변위로 운동방정식을 표현할 수 있다. 직각좌표계의 좌표축 방향의 길이가 δx , δy 이고, 두께 T 가 일정한 미소평면에 작용하는 각각의 축에 대한 힘의 평형으로부터, 외부에서 물체에 작용하는 하중이 탄성한도를 넘지않는다고 하면, 변형율은 외부에서 작용하는 하중에 비례하게 되고 탄성매질에서 운동방정식은 미소평면에 작용하는 하중에 의해 각 면에서 x -방향으로 작용하는 응력성분의 변화는

$$\begin{aligned} & (\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \delta x) \delta y T - \sigma_{xx} \delta y T + (\sigma_{xy} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} \delta y) \delta x T \\ & - \sigma_{xy} \delta x T + (\sigma_{xz} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} T) \delta x \delta y - \sigma_{xz} \delta x \delta y \quad (1) \\ & = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \delta x \delta y T \end{aligned}$$

로 된다. 임의 점의 x, y 방향 변위 성분을 u, v 로 하고 밀도를 ρ 로 하며 체적력(body force)을 무시하고, Newton의 제2법칙을 적용하면 윗식의 값은 $[(\rho \delta x \delta y T) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}]$ 과 같기 때문에 각 방향의 힘의 평형을 고려한 식(2)와 같은 운동방정식(equation of motion)이 얻어진다. 응력파의 지배방정식으로 표현되는 다음 식(2)는 질량에 의한 관성력과 매질의 내부에 발생하는 내력의 평형식으로 구성된다¹⁰⁻¹¹⁾.

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \alpha \quad (2)$$

이 운동방정식은 어떠한 탄성 매질에 대해서도 성립하는 식으로서, 등방 탄성체인 매질에서 응력-변형을 관계는 다음과 같다.

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \lambda u_{m,m} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (3)$$

여기서 λ, μ 는 Lamé의 정수이다.

따라서 충격하중이 x-y축으로 구성된 2차원 평판에 충격하중이 작용한다고 하면, 지배방정식은 다음식과 같이 된다.

$$c^2\left(\frac{\partial^2\alpha}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\alpha}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial^2\alpha}{\partial t^2} \quad (4)$$

식(4)의 이론해는

$$\alpha(x,y,t) = \frac{1}{2}[f(lx+my+ct) + f(lx+my-ct)] \cos\theta = l, \sin\theta = m \quad (5)$$

로 되고, 위의 식은 충격하중이 매질의 특성에 의해 결정되는 속도 c를 가지고 관성과 탄성에 의해 전파됨을 의미하며, 변위 α 가 시간의 변화에 따른 x, y의 함수임을 의미한다. 임의의 시간 t에 대한 함수가 $\alpha = f(lx+my-ct)$ 이면 충격하중에 의해 생성되는 응력장이 충격하중이 작용하는 방향과 같은 방향으로 ct만큼 진행함을 의미하며, 같은 의미로 $\alpha = f(lx+my+ct)$ 이면 응력장은 충격하중이 작용하는 방향과 반대의 방향으로 ct만큼 진행함을 의미한다. 또한 법선방향여현의 성분은 $l = \cos\theta$, $m = \sin\theta$ 가 되므로 응력파의 진행방향은 응력과 선단이 응력과 선단의 법선방향으로 평행 이동함을 알 수 있다. 또한 응력파가 xy 평면상에서 매질이 서로 다른 두 물체 사이의 경계면에 부딪치면 응력파는 반사와 다른 매질로의 굴절 및 투과가 일어난다. 이때 매질의 경계면에서 응력파의 접선방향과 법선방향 응력 및 변형은 같다.

3. 유한요소 수식화

3.1 유한요소 수식화

식(4)의 지배방정식으로 표현되는 평면내에서 충격하중의 전파는 시간과 밀접한 현상으로써, 등방성이고 균질인 매질에 외부에서 가한 하중 f를 고려한 구성방정식은 다음식과 같다.

$$\frac{\partial^2\alpha}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\alpha}{\partial y^2} - f - k_{tt} \ddot{\alpha} = 0 \quad (6)$$

위 식을 유한요소 수식화하기 위하여 x-y 평면내 요소의 자유도가 n이고, 각각의 요소에 대한 함수 값 α 의 형상함수 N_i 가 공간 좌표값만의 함수이며,

함수 α 를 시간의 함수라 하면, 좌표값과 시간에 따른 각각의 요소에 대한 함수 α 는 식(7)과 같다.

$$\alpha^{(e)}(x, y, t) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y) \alpha_i(t) \quad (7)$$

국소 좌표계(local coordinate)를 $\xi-\eta$ 로 하고, 1개의 요소에 4개의 절점을 갖는 형상함수가 선형인 사각형요소로 각각의 요소에 대한 행렬식을 구성하면 다음과 같다. 요소의 x방향 변위 u는

$$u(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 u_i N_i(\xi, \eta) \quad (8a)$$

이고, 요소의 y방향 변위 v는

$$v(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 v_i N_i(\xi, \eta) \quad (8b)$$

가 된다.

위 식(6)과 같은 시간 의존형 문제를 유한요소법에 의해 수치해석적으로 수식화하기 위하여 Galerkin 방법으로 유한요소 수식화하면¹²⁻¹⁴⁾ 다음과 같다.

$$[K_{tt}]^{(e)} \{\ddot{\alpha}\}^{(e)} + [K]^{(e)} \{\alpha\}^{(e)} + [K_{S_2}]^{(e)} \{\alpha\}^{(e)} + \{R_t(t)\}^{(e)} = \{0\} \quad (9)$$

여기서 $k_{ttij} = \int_{\Omega^{(e)}} k_{tt} N_i N_j d\Omega^{(e)}$

k_{tt} : coefficient which is determined by stress wave speed

$$k_{ij} = \int_{\Omega^{(e)}} \left(k_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega^{(e)}$$

k_x, k_y : stress wave diffusion coefficient w.r.t. x, y direction

$$k_{S_{2ij}} = \int_{S_2} h N_i N_j dS_2$$

h : coefficient which is determined by stress wave reflection or transmission at the boundary

$$R_{ii} = \int_{\Omega^{(e)}} f N_i d\Omega^{(e)} + \int_{S_2^{(e)}} q_i dS_2^{(e)}$$

임의의 시간 t 에 대한 평형조건을 만족한다고 하면, 식(9)는 다음 식(10)과 같이 쓸 수 있다.

$$[K_{tt}]\{\ddot{\alpha}\}_t + [K]\{\alpha\}_t = \{F\}_t \quad (10)$$

여기서 $[K_{tt}]$ 는 질량행렬이고, $[K]$ 는 강성행렬이며, $\{F\}$ 는 하중벡터이다.

시간에 대한 미분형으로 주어진 식(10)을 Newmark- β 방법¹⁵⁻¹⁷⁾을 이용하여 시간에 대해 연속인 식으로 표현하면, 다음과 같은 형태의 유한요소 수식을 얻을 수 있다.

$$[K^*]\{\alpha\}_{t+\Delta t} = \{F^*\}_{t+\Delta t} \quad (11)$$

$$\text{여기서 } [K^*] = [K] + \frac{4}{\Delta t^2} [K_{tt}]$$

$$\begin{aligned} \{F^*\}_{t+\Delta t} = & \{F(t+\Delta t)\} + [K_{tt}]\left(-\frac{4}{\Delta t^2}\{\alpha\}_t \right. \\ & \left. + \frac{4}{\Delta t}\{\dot{\alpha}\}_t + \{\ddot{\alpha}\}_t\right) \end{aligned}$$

3.2 유한요소 해석 방법

이상과 같이 유한요소 수식화된 식으로부터 유한요소 해석을 하기 위하여 1개의 요소에 4개의 절점을 갖고 형상함수가 선형인 사각형 C^0 -linear isoparametric 요소를 사용하여 각각의 요소에 대한 행렬식을 구성한 후, 요소에 대한 행렬식을 전체 해석 영역에 대해 조합하여 다음과 같은 계산 과정을 단계적으로 수행하면 시간의 흐름에 따른 식(6)의 해를 구할 수 있다.

① 요소의 관성행렬과 강성행렬 $[K_{tt}]$, $[K]$ 를 구한다.

② 초기의 $\{\alpha\}_0$ 와 $\{\ddot{\alpha}\}_0$ 값을 정한다.

③ 미소 시간 증분 Δt 와 변수 β 와 γ 를 선정한다.

④ 유효 강성행렬 $[K^*]$ 를 구한다.

⑤ 경계조건을 고려하여 $[K^*]$ 를 수정한다.

⑥ 매 시간 증분에 따른 유효 하중 벡터 $\{F^*\}_{t+\Delta t}$ 를 구한다.

⑦ 경계조건을 고려하여 유효 하중 벡터 $\{F^*\}_{t+\Delta t}$ 를 수정한다.

⑧ 임의의 시간 $t+\Delta t$ 에서 변위 $\{\alpha\}_{t+\Delta t}$ 를 구한다.

⑨ 임의의 시간 $t+\Delta t$ 에서 속도 $\{\dot{\alpha}\}_{t+\Delta t}$ 와 가속도 $\{\ddot{\alpha}\}_{t+\Delta t}$ 를 구한다.

이상과 같이 얻어진 $\{\alpha\}_{t+\Delta t}$ 값으로부터 $\{\ddot{\alpha}\}_{t+\Delta t}$ 와 $\{\dot{\alpha}\}_{t+\Delta t}$ 를 얻을 수 있고, 이 값을 다음 시간간격(time step)의 초기값으로 이용하여 미소 시간증분에 대해 반복적으로 계산하면 전체 시간에 대한 해를 구할 수 있다.

3.3 경계조건

해석대상으로 Table 1과 같은 기하학적 형상과 기계적 성질을 갖는 2차원 평판을 선정하였으며, 평판은 단위 부피당 질량이 일정하고 두께가 1cm인 균질, 등방성 재질로 하였다.

Table 1. The geometrical shape and material properties of plate

Width (cm)	Length (cm)	Young's modulus(E) (Pa)	Density (Kg/m ³)	Poisson's ratio	Stress wave Speed (m/sec)
20.0	20.0	6.2×10 ¹⁰	2300	0.24	5200

Table 1과 같은 기하학적 형상을 가진 2차원 평판을 절점의 수 3721개, 요소의 수는 3600개를 가진 정사각형 요소로 분할하여 시간의 흐름에 따른 충격하중의 전과 양상을 고찰하였으며, 해석방법으로는 Fig. 1과 같이 평판의 한쪽 끝단 전체를 고정하고 반대쪽 면의 중앙에 충격하중을 미소 시간(1 μ sec) 동안 계단함수(step function)의 형태로 1Kg의 집중하중을 가하였다. 또한 초기조건을 $\{\alpha\}_0$, $\{\dot{\alpha}\}_0$ 와 $\{\ddot{\alpha}\}_0$ 를 0으로 하였으며, 경계조건으로 판의 x좌표값이 0인 한쪽 끝단 전체를 고정하여 응력파가 100% 반사되는 것으로 하였다. 경계조건에 의해 100% 반사되는 경계면에서 응력파는 경계면을 통하여 응력파가 입사된 각도와 같은 반사각을 가지고 반사되고, 100% 투과되는 경계면에서는 경계면을 통하여 응력파가 소멸된다. 유한요소 해석에 사용한 미소시간 증분(Δt)은 Newmark- β 법에 의해 해석의 신뢰성이 검증된 임계값(Δt_{cr})인 2 μ sec로 하였다.

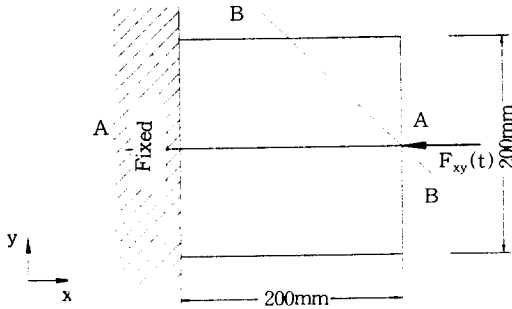


Fig. 1 Schematic diagram of solution domain for 2-dimensional plate

4. 결과 및 고찰

식(3)의 2차원 응력파의 이론해석으로 부터 응력파 선단이 법선방향으로 평행이동함을 알 수 있고, 응력파의 속도(c)는 하중에 관계없이 다음식과 같이 탄성계수와 밀도만의 함수이므로, Table 1과 같이 주어진 매질에 대한 응력파의 속도는

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} = 5200 \text{ m/sec}$$

로 되며, 충격하중에 의해 응력파는 c의 속도로 응력파 선단의 법선 방향으로 평행이동하는 형태로 전파됨을 알 수 있다.

충격하중 $F_{xy}(t)$ 를 가하고 시간증분 간격을 $2\mu\text{sec}$ 로 하여, 시간의 변화에 따라 평판에 전파되는 응력파의 전파 양상에 대한 유한요소 해석을 수행한 결과는 Fig. 2와 같다.

경계조건으로 고정단에서 응력파는 경계면을 통하여 응력파가 입사된 각도와 같은 반사각을 가지고 반사되고, 그 외의 다른 경계면에서 응력파는 경계면을 통하여 소멸되며 평판이 무한히 큰 것으로 가정하여 유한요소 해석을 수행하여 본 결과 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다. 시간이 $22\mu\text{sec}$ 경과한 후 응력파가 투과되는 경계면에 도달한 응력파는 경계면을 통하여 소멸되고, 시간이 $38\mu\text{sec}$ 경과한 후에는 응력파가 고정단에 도달하여 입사각과 같은 반사각을 가지고 반사되어 나오는 현상을 볼 수 있다. 이때 입사되는 응력파와 반사되는 응력파가 서로 맞부딪치는 부분은 응력파

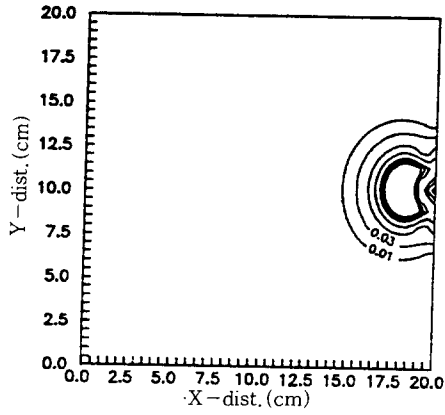
의 중첩으로 인하여 응력값이 증가하는 현상을 볼 수 있다.

위의 결과는 유한요소 해석에 의한 응력과 전파 양상이 이론해석 결과와 같은 응력과 전파 속도 c를 가지고 응력과 선단에 대해 법선방향으로 평행이동함을 보이고 있으며, 각 시간증분에 대해 응력과 선단이 하중점으로 부터 거의 같은 반경을 가지고 전파하고 있음을 보이고 있다. 이때 시간의 흐름에 따른 응력파의 전파 양상을 고찰하여 보면, 종파(longitudinal wave)는 c의 속도로 전파됨을 알 수 있으며, 종파 속도의 1/2에 해당되는 전단파(shear wave)가 충격하중 작용방향에 45° 방향으로 발생하여 전파함을 알 수 있다. 또한 전단파가 발생한 후 임의의 시간 간격에서 전단파의 강도가 종파에 비해 크게 나타남을 알 수 있다. 또한 응력파 전파에 의한 응력 집중 부위가 정하중이 작용하는 경우와는 달리 시간에 따라 이동함을 알 수 있다.

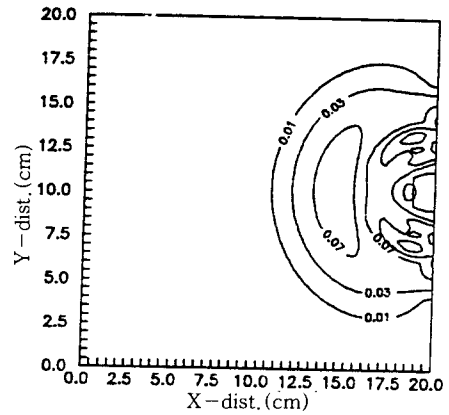
Fig. 3은 임의의 시간에 단면 A-A에 발생하는 등가응력(equivalent stress) 값을 보인 것이다. Fig. 3과 같이 단면 A-A를 통하여 전파되는 종파에 의해 2차원 평판에 발생하는 등가응력은 응력파가 진행함에 따라 감소하는 현상을 보이고 있다.

Fig. 4는 임의의 시간에 단면 B-B에 발생하는 전단파(shear wave)의 등가응력 값을 보인 것이다. Fig. 4의 결과로부터 거리가 20cm인 충격하중의 작용점으로부터 0의 위치로 전파되는 응력파의 선단은 종파에 해당하는 등가응력값이고, 응력파 선단과 하중작용점의 중간위치에 전단파의 등가응력값이 나타나고 있다. 따라서 단면 B-B를 통하여 전파되는 종파 속도의 1/2에 해당되는 전단파가 발생한 후 임의의 시간에서 전단파의 강도가 종파에 비해 크게 나타남을 알 수 있다. 또한 응력파 전파에 의한 응력 집중 부위가 정하중이 작용하는 경우와는 달리 시간에 따라 이동함을 알 수 있다.

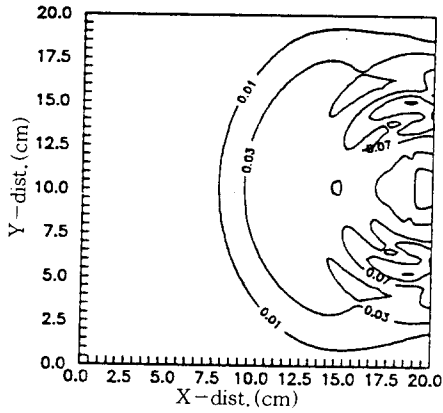
또한 2차원 평면에 전파되는 임의의 두면적 S_1, S_2 에 대한 응력파 선단에서의 응력파 강도(stress wave intensity)는 에너지 보존의 법칙과 Poynting의 정리¹⁸⁾로부터



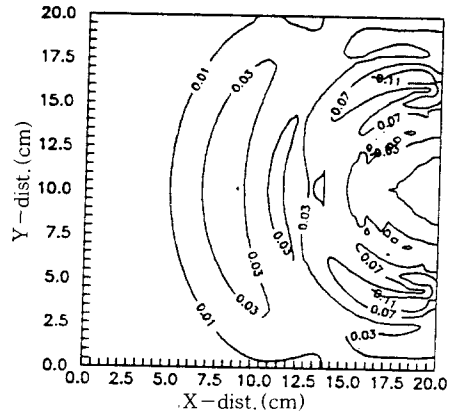
(a) time = 8 μ sec



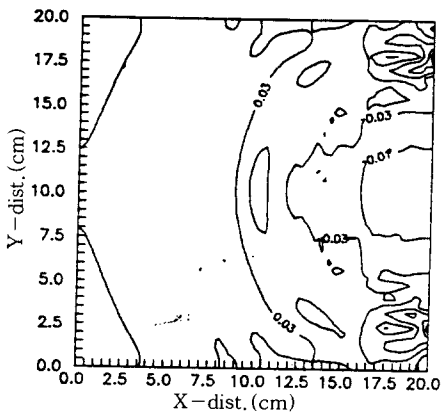
(b) time = 16 μ sec



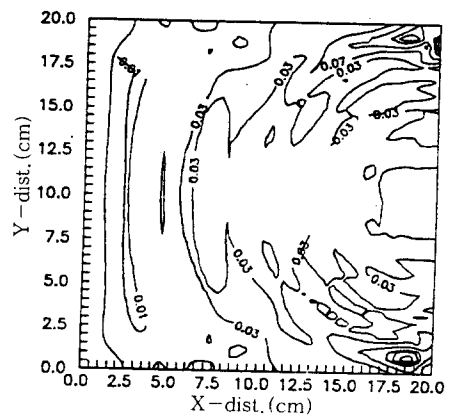
(c) time = 22 μ sec



(d) time = 28 μ sec



(e) time = 38 μ sec



(f) time = 44 μ sec

Fig. 2 Results of stress wave propagation for 2-dimensional plate at time step

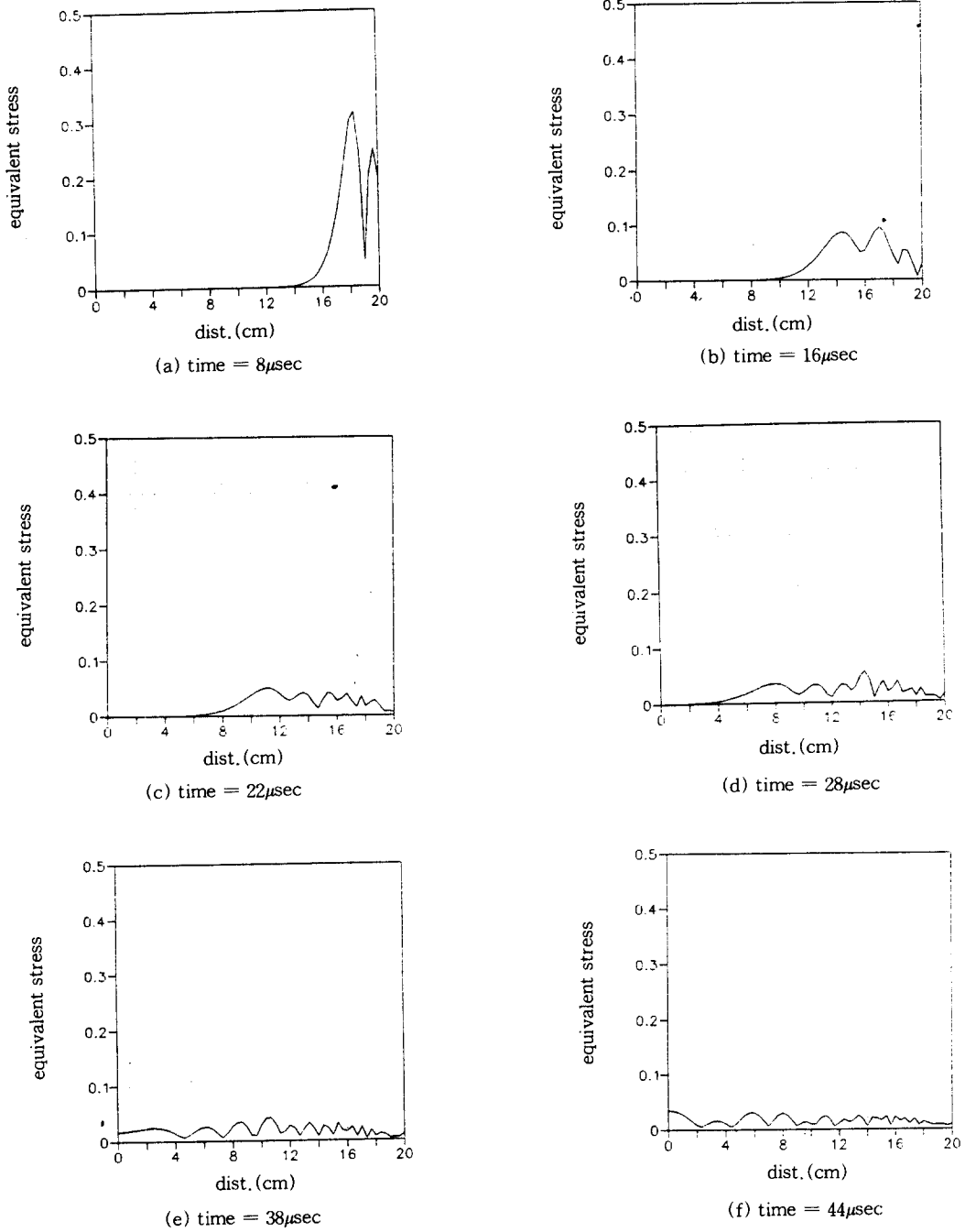


Fig. 3 Intensity of equivalent stress for longitudinal stress wave propagation at line A-A

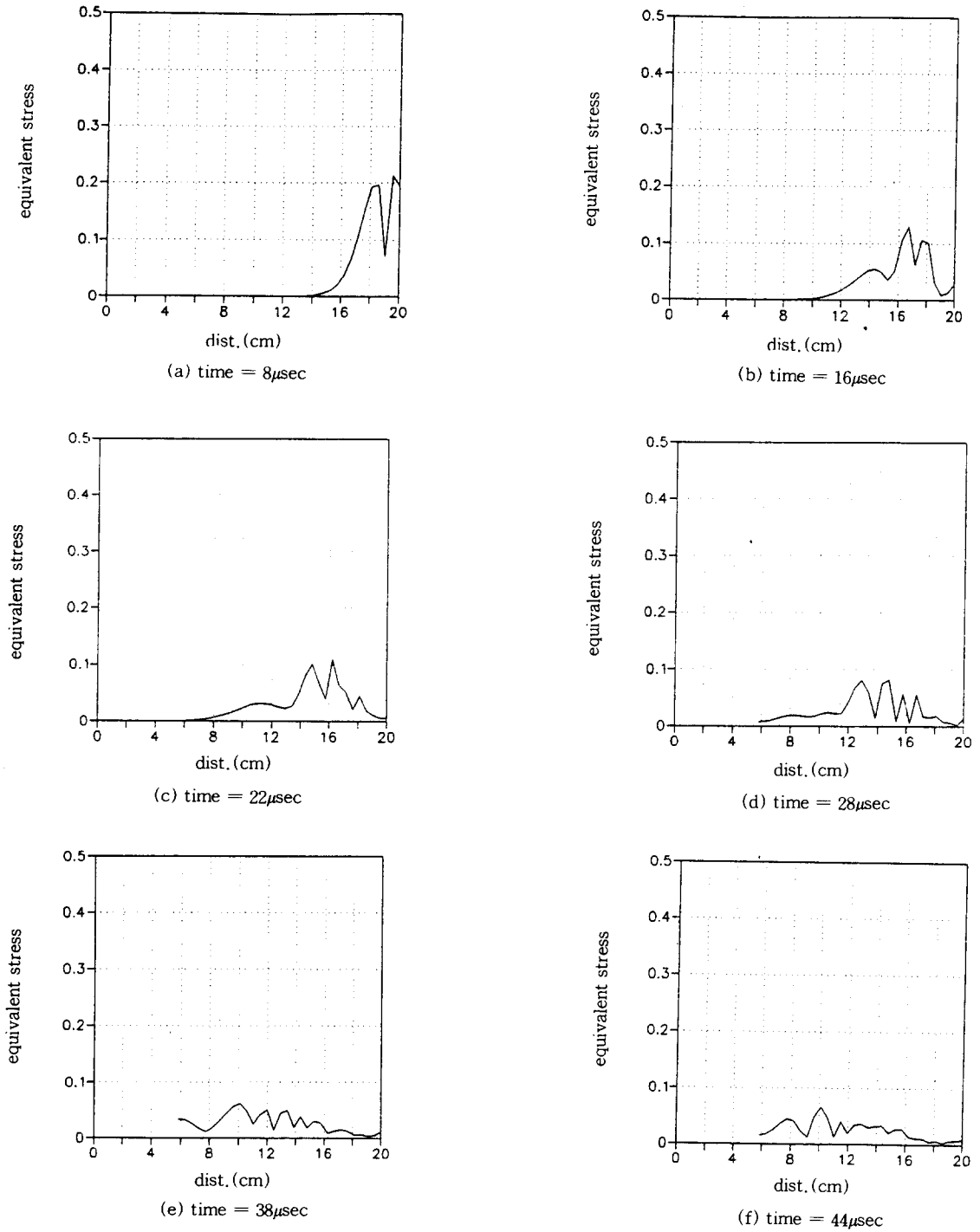


Fig. 4 Intensity of equivalent stress for shear wave propagation at line B-B

$$\iint_{S_1} I_1 \cdot ndS_1 = \iint_{S_2} I_2 \cdot ndS_2 \quad (13)$$

가 된다. 2차원 평면의 경우 응력파가 전파된 면적이 시간에 따라 달라지므로 응력파 강도는 응력파가 전파된 면적에 반비례하게 된다. Fig. 5는 식 (13)에 의해 시간의 흐름에 따른 이론해석에 의한 응력파 강도의 감소값과 유한요소 해석에 의한 응력파 강도의 감소값을 계산한 결과이다. 이상의 계산 결과로부터 이론해석과 유한요소 해석에 의한 응력파 강도의 감소값의 오차는 4.37%로서 유한요소 해석의 신뢰성을 얻을 수 있었다.

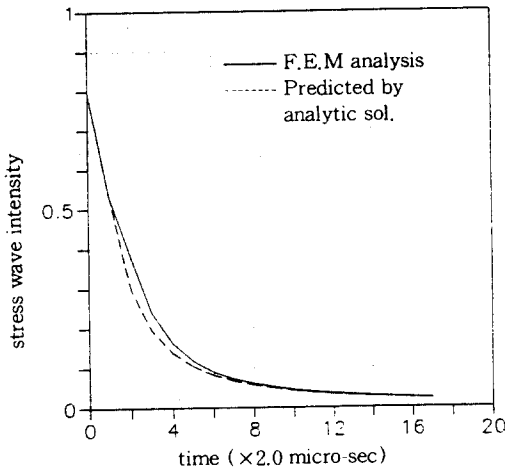


Fig. 5 Theoretical and analytical stress wave intensity with respect to time

위의 결과로부터 유한요소법에 의해 2차원 평판에 대한 응력파 전파 해석을 수행할 경우, 시간 증분을 시간증분의 임계값(Δt_{cr})으로 하여 유한요소 해석을 수행한 응력파의 전파 형태가 이론해석 결과와 매우 잘 일치함을 알 수 있으며, 유한요소 해석의 신뢰성 및 정확도를 가질 수 있음을 알 수 있다.

또한 응력파의 전파 형태는 종파의 선단이 충격 하중이 작용하는 점으로부터 법선방향으로 동심원의 형태로 진행함을 알 수 있으며 응력파 선단의 응력파 강도값은 응력파가 전파된 면적이 클수록 작아지는 현상을 보이고 있다.

5. 결 론

충격하중에 의해 발생하는 응력파가 2차원 평판에 전파되는 양상을 고찰하고자 유한요소 프로그램을 개발하였으며, 그 정확도와 신뢰성에 대해 고찰하고, 시간의 흐름에 따라 형성되는 응력장의 크기 및 응력파의 강도를 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

유한요소 해석에 의한 시간의 흐름에 따른 응력파의 전파 속도 및 형태가 이론해석에 의한 결과와 같음을 알 수 있으며, 유한요소 해석 결과로부터 응력파는 충격하중이 작용하는 방향과 같은 방향으로 종파가 진행되고 종파의 진행 방향에 약 45° 방향으로 전단파(shear wave)가 발생하여 진행함을 알 수 있고, 전단파의 속도는 종파의 1/2이 되며 종파의 강도보다 크음을 알 수 있다.

또한 응력파 전파 형태는 종파의 선단이 충격하중이 작용하는 점으로부터 법선 방향으로 동심원의 형태로 진행함을 알 수 있으며, 응력파 선단의 응력값은 응력파가 전파된 면적이 클수록 작아짐을 알 수 있고, 응력파 전파에 의한 응력 집중 부위가 시간에 따라 이동함을 알 수 있다.

이상과 같은 충격파 해석을 위한 유한요소 프로그램은 구조물의 응력파 전파 양상을 고찰하고, 예측하여 신뢰성 및 안전성을 고찰할 수 있게 할 것이며, 또한 균열을 가진 구조물의 파괴역학적 현상을 고찰하는데 응용할 수 있으리라 판단된다.

참 고 문 헌

1. H. Kolsky, "Stress Waves in Solids," New York, Dover Publications, Inc., 1963.
2. A. Scoch, "Schallreflection, Schallbrechung und Schallbeugung," *Ergebnisse der Exakten Naturwissenschaften*, Vol.23, Berlin, Springer-Verlag, 1950.
3. J. Miklowitz, "Elastic Wave Propagation," *Applied Mechanics Surveys*, Spartan Books, 1966.
4. Sh. U. Galiev, "Unsteady Waves in Bounded Media," *Int. J. of Impact Engineering*, Vol.11, No.3, 1991, pp.277~288.

5. T.E. Simkins, "Finite Elements for Initial Value Problems in Dynamics," *AIAA J.* Vol.19, 1981, pp.1357~1362.
6. R. Riff and M. Brauch, "Time Finite Element Discretization of Hamilton's Law of Varying Action," *AIAA J.* Vol.22, 1984, pp.1310~1338.
7. M. Borri, G.L. Ghiringhelli, M. Lanz, P. Mantegazza and T. Merlini, "Dynamic Response of Mechanical Systems by a Weak Hamiltonian Formulation," *Computational Structure*, Vol. 20, 1985, pp.495~508.
8. Z. Kaczkowski, "The Method of Finite Space-Time Elements in Dynamics of Structures," *J. of Tech. Physics*, Vol.18, 1982, pp. 467~474.
9. J.M. Pitarresi and G.D. Manolis, "The Temporal Finite Element Method in Structural Dynamics," *An Int. J. of Computers & Structures*, 1990, pp.647~655.
10. Daley, P.F., and Hron, F., "Reflection and Transmission Coefficients for Transversely Isotropic Media," *Bull., Soc. am.*, 67, 1977, pp.661~675.
11. Schoenberg, M., "Reflection of Elastic Waves Periodically Stratified media with Interfacial slip," *Geophysical Prospecting*, 31, 1983, pp. 265~292.
12. J.N. Reddy, "An Introduction to the Finite Element Methods," McGraw-Hill Book Company, 1984, pp.299~307.
13. N. Kikuchi, "Finite Element Methods in Mechanics," Cambridge University Press, 1985, p.297.
14. W.B. Bickford, "A First Course in the Finite Element Method," Richard D. Irwin, Inc., 1990, pp.406~470.
15. N.M. Newmark, "A Method of Computation for Structural Dynamics," *J. Eng. Mech. Div. ASCE*, Vol.85, No.EM3, 1959, pp.67~94.
16. R.W. Clough, "Numerical Integration of the Equation of Motion," Univ. of Alabama Press, Huntsville, Ala., 1973.
17. J.N. Reddy, "Finite Element Modeling of Structural Vibration: A Review of Recent Advances," *Shock Vib. Dig.*, Vol.11, No.1, 1979, pp.25~39.
18. J.A. Stratton, "Electromagnetic Theory," McGraw-Hill, New York, 1941, pp.131~133.

(접수일자 : 1994. 10. 18)