

수압을 받는 원통형 쉘의 최적설계

Optimum Design of the Cylindrical Shell under External Pressure Loading

임 오 강*
Lim, O-Kaung
이 병 우**
Lee, Byung-Woo
전 완 수***
Jeon, Wan-Soo
정 현 기***
Jeong, Hyun-Gi

.....

요 약

수압을 받는 원통형 쉘의 몸체설계는 구조물에 외압이 작용할 때 발생하는 최대 응력과 변형 및 좌굴을 해석하여, 주어진 한계를 전달 수 있는 쉘의 두께를 구해야 한다. 중앙 평형부 몸체의 두께를 설계변수로 선정하여 형상 최적화법으로서 원통형 쉘의 치수를 설계하는 방법을 제안하였다. 민감도 해석은 직접 미분법을 사용하여 유도하였으며, 비선형 계획법으로 최대 응력과 변형 및 좌굴 제한식 등을 만족하는 최적설계를 수행하였다.

Abstract

The optimum design of the cylindrical shell under external pressure loading is considered. The design variable is a skin thickness of the unstiffened parallel middle body shell. Overall buckling strength and direct stress and displacements constraints are considered in the design problem. The optimum design is achieved with one of the standard nonlinear constrained optimization technique. A method for calculating the sensitivity coefficients is developed using the direct differentiation.

.....

1. 서 론

수중물수체는 요구 성능과 부품의 특징에 따라

크기나 무게가 결정된다. 일반적으로 형상을 결정할 때 운용 속도 및 항주거리, 추진부의 특성과 음성 또는 양성 부력량 등을 주요 설계변수로 택하

* 부산대학교 기계공학과 및 기계기술연구소 부교수
** 부산대학교 기계기술연구소 연구원
*** 국방과학연구소

이 논문에 대한 토론을 1995년 9월 30일까지 본 학회에 보내 주시면 1996년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

여 무게와 부피를 대수 방정식에 의하여 개념설계⁽¹⁾를 한다. 주요 사양이 결정된 후 유체해석, 구조해석, 시스템 운동해석으로 안정성과 조정성을 검토하여 주어진 사양이 만족하도록 반복적으로 설계한다.

수중체의 중량은 안정성 및 조정성과 연관있고, 한정된 공간내에 효율적으로 탑재될 수 있도록 최적화되어야 한다. 수중체는 몸체와 탑재물로 이루어지며, 몸체의 중량도 상기의 목적에 맞게 기본설계가 행해져야 한다. 수중물수체의 기본설계 중에서 중앙 평형부 몸체의 셀의 두께를 결정하는 최적설계가 필요하다.

본 연구는 주어진 작동환경하에서 원통형 셀에 대한 구조해석을 수행하여 변위나 응력 또는 좌굴 제한식들을 만족하는 최소 중량을 가진 셀의 두께를 구하는데 있다.

셀에 대한 이론 해석은 크게 몇 가지 접근법⁽²⁾이 있으나 특정한 경우에 한정되어 있고, 임의의 형상이나 하중상태, 경계조건 등에 대해서는 일반적인 이론이 설정되어 있지 않다. 그래서 본 연구에서는 수중물수체에 대한 유한요소 메쉬를 구성한 뒤 안쪽 반경에 위치한 절점 좌표를 설계변수로 선정하여 형상 최적 문제로서 접근하였다.

원통형 셀에 대한 최적설계는 보강원통과 복합재료에 대해서 이미 많은 연구가 수행^(3, 4, 5)된 바 있다. 기존에 발표된 연구들에서는 대부분 좌굴의 거동을 Donnell의 가정⁽⁶⁾을 바탕으로 한 이론식을 사용하였다. 최적화 알고리즘은 주로 SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Technique) 및 경사 투영(Gradient Projection)이 사용되었으며 알고리즘에 필요한 민감도 해석은 주로 유한 차분법을 이용하였다.

본 연구에서는 좌굴압력을 구할 때 초기 응력 행렬을 사용한 유한 요소법으로 좌굴압력을 구하고, 그 해를 상용해석 프로그램인 ANSYS 프로그램⁽⁷⁾과 비교·검토하였다.

또한 최적설계 문제를 풀 때 변위, 응력 등의 제한식의 설계변수에 대한 기울기가 필요하다. 본 연구에서는 직접 미분법을 사용하여 민감도 해석법을 유도하였고, 그 값을 유한 차분법과 비교·검토하였다.

최종적으로 유한 요소법, 민감도 해석법 및 최적설계 알고리즘을 통합하여 해를 구하였다. 최적설계 알고리즘에 방향탐색과 선택색에 따라서 여러 가지가 있다. 그 중 공학적인 적용의 측면에서 볼 때 기본법 중 반복이차 계획법이 우수하다. 본 해석에 사용된 최적화 알고리즘은 PLBA(Pshenichny-Lim-Belegundu-Arora) 알고리즘⁽⁸⁾으로 신속한 수렴성과 안정성을 갖고 있다.

수중물수체에 대한 최적설계를 수행한 결과 초기무게가 28.69 kg이었으나 4회 반복 후 26.65 kg으로 수렴하였다. 그래서 약 7%의 무게 감소를 나타내었고, 중앙 평형부 몸체의 두께는 6mm에서 5.5mm로 설계되었다.

2. 모델 설명 및 최적설계 정식화

2.1 설계변수 선정

원통형 셀은 판을 3차원 곡면으로 만곡시켜서 얻어지는 구조 요소이며, 비행체, 수중물수체나 압력용기 등에 많이 사용되고 있다.

본 수중체의 몸체는 보강재가 없는 원통형 셀로 구성되며, 제작 또는 구성품의 탑재의 이유로 전체 몸체가 몇 개의 section으로 나누어진다. 전체 몸체 중에서 중앙 평형부 몸체에 대한 형상이 Fig. 1에 나타나 있다.

원통형 셀을 판에 대한 Kirchhoff-Love의 가정을 바탕으로 하여 셀의 두께를 구하는 치수 최적설계 문제로 접근할 수 있으나, 아직도 셀 해석 자체가 정립되지 않고 있다. 유한요소법으로 절점의 좌표를 설계변수로 선정하여 최적의 형상을 구하는 연구는 Zienkiewicz와 Campbell⁽⁹⁾에 의해서 최초로 시도되었으며, 이와 관련하여 많은 연구가 진행되어 왔다. 그래서 본 연구에서는 중앙 평형부 몸체의 안쪽 반경에 해당하는 반경 방향의 절점의 좌표를 설계변수로 선정하여 형상 최적설계 문제로 접근하였다. 절점의 좌표를 설계변수로 택할 경우 수백 개의 변수가 선정되어 최적설계 문제의 규모가 상당히 커지게 된다. 그래서 설계변수를 그룹화하여 안쪽 방향의 반경값 하나만 설계변수로 선정하였다.

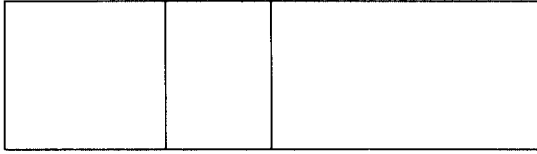


Fig. 1 Configuration of the parallel middle body shell

2.2 최적설계 문제 정식화

수중물수체가 주어진 작동환경하에서 변위와 응력 그리고 전체좌굴 제한식을 만족하는 최소 중량을 가진 원통형 셸의 설계는 다음의 비선형 계획법으로 수식화될 수 있다. 우선 최소화될 척도 값인 목적함수 φ_0 는 중앙 평형부 몸체의 중량이 다.

$$\varphi_0 = \sum_{i=1}^{NE} 2 \pi \bar{r} \rho A_i \tag{1}$$

식(1)에서 NE는 요소수이며, ρ 는 밀도이다.

구조물이 유한 요소법으로 구성되는 정적 평형 방정식을 만족하여야 하므로 수식화하면

$$[K] \{z\} = \{f\} \tag{2}$$

압력을 받는 원통에 발생하는 좌굴에 의한 셸의 안정성은 stress stiffness theory를 적용하였다. 좌굴해석의 지배방정식은 다음의 고유치 문제가 된다.

$$[K] \{u\} - \lambda [S] \{u\} = 0 \tag{3}$$

식(3)의 평형 좌굴해석은 2.4절에 자세히 설명하였다.

식(2)의 평형 방정식으로 구해지는 변위값은 다음의 제한식을 만족하여야 한다.

$$\frac{z_k}{z_{al}} - 1.0 \leq 0. (k=1, N) \tag{4}$$

여기서 N은 전체 자유도 값이며, 각각의 제한식은 정규화하였다.

응력에 대한 조건식은 요소 평균응력으로서 폰 마이세스 등가응력을 기준으로 설정하였다. 응력에 대한 제한식의 수는 전체 모델에서의 요소수이다.

$$\frac{\{\sigma_{eq}\}}{\sigma_{al}} - 1.0 \leq 0. (j=1, NE) \tag{5}$$

여기서 σ_{eq} 는 폰 마이세스 등가응력으로 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 6\tau_{rz}^2} \tag{6}$$

식(6)에서 σ_r 은 반경방향의 응력이고, σ_z 는 축방향의 응력 성분이고, σ_θ 는 원주방향 응력성분이며, τ_{rz} 는 전단응력이다.

식(3)의 고유치 해석에 의해 계산되는 좌굴압력이 압력값보다 적어야 안정하므로, 외압에 대한 전체좌굴 제한식은 다음과 같다.

$$\frac{p}{p_{cr}} - 1.0 \leq 0. \tag{7}$$

설계변수 즉 셸의 두께는 운용상 타당한 값을 가지도록 기하학적인 제한조건을 주었다.

$$b^L \leq b \leq b^U \tag{8}$$

여기서 b^L 은 설계변수의 하한값이며, b^U 는 상한값이다.

2.3 축대칭 요소의 강성행렬

셸에 대한 이론 해석은 크게 다음의 3가지 접근법⁽²⁾이 있다.

- 1) 평판 요소의 집합체로서 모델화하는 방법
- 2) 곡면 판요소를 사용하는 방법
- 3) 곡면 입체 요소를 사용하는 방법

처음 방법은 역학적으로 본질적인 결함이 있고, 두번째의 방법은 박판의 셸 이론에 기인한 곡면 판요소인데 굽힘 및 막 작용의 연성 표현이 가능하나 역시 몇 가지 결점이 있다. 또한 특정한 경우에 적용이 한정되어 있고 임의의 형상이나 하중상태, 경계조건 등에 대해서는 일반적인 이론이 설정되어 있지 않다. 그래서 세번째의 방법인 곡면

입체요소를 사용하여 접근하였다.

축대칭 회전체를 모델링할 때 사용되는 기본 요소는 삼각형 단면적을 가진 축대칭 삼절점 요소⁽¹⁰⁾가 사용될 수 있다. 축대칭 삼절점 요소에 대한 그림이 Fig. 2에 나타나 있다.

본 요소에 대한 강성 행렬은 반경방향과 축방향의 변위를 선형으로 가정한 후 다음에 의해서 구성된다.

$$[K_e] = \iint_A [B]^T [D][B] 2\pi r dr dz \quad (9)$$

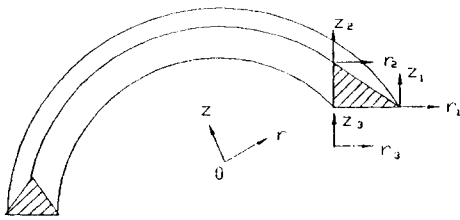


Fig. 2 Axisymmetric element with triangular cross-section

식(9)에서 영역에 대한 적분은 $[B]$ 행렬을 좌표 (\bar{r}, \bar{z}) 요소내의 도심점에서 수행하였다. $[B]$ 행렬은 변형률과 변위에 관계되는 행렬로서 다음과 같다.

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{z_{23}}{|D|} & 0 & \frac{z_{31}}{|D|} & 0 & \frac{z_{12}}{|D|} & 0 \\ 0 & \frac{r_{32}}{|D|} & 0 & \frac{r_{13}}{|D|} & 0 & \frac{r_{21}}{|D|} \\ \frac{r_{32}}{|D|} & \frac{r_{23}}{|D|} & \frac{r_{13}}{|D|} & \frac{r_{31}}{|D|} & \frac{r_{21}}{|D|} & \frac{r_{12}}{|D|} \\ \frac{1}{(3\bar{r})} & 0 & \frac{1}{(3\bar{r})} & 0 & \frac{1}{(3\bar{r})} & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} z_{23} &= z_2 - z_3, & z_{31} &= z_3 - z_1, & z_{12} &= z_1 - z_2 \\ z_{32} &= z_3 - z_2, & z_{13} &= z_1 - z_3, & z_{21} &= z_2 - z_1 \end{aligned} \quad (11)$$

식(9)에서 $[D]$ 행렬은 응력과 변형률에 관계되는 행렬로서 다음과 같다.

$$[D] = \begin{bmatrix} c_1 & c_1 \cdot c_2 & 0 & c_1 \cdot c_2 \\ c_1 \cdot c_2 & c_1 & 0 & c_1 \cdot c_2 \\ 0 & 0 & \frac{0.5 \cdot E}{(1+\nu)} & 0 \\ c_1 \cdot c_2 & c_1 \cdot c_2 & 0 & c_1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서

$$c_1 = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (13)$$

$$c_2 = \frac{\nu}{(1-\nu)} \quad (14)$$

2.4 좌굴해석

구조물에 대한 좌굴형식에는 전체좌굴과 국부좌굴의 두 가지를 생각할 수 있다. 전체좌굴은 구조물 전체가 보 또는 기둥 혹은 판의 거동에 가까운 형식으로 변형을 일으키는 경우를 의미한다. 국부좌굴은 구조물의 아주 작은 일부가 좌굴을 일으키는 경우를 말한다.

쉘의 좌굴에 관한 연구로서는 Koiter의 potential energy criteria를 사용하여 접근⁽⁶⁾한 방법과 유한요소법^(12,13)을 사용하여 안정성 문제를 접근한 방법 등의 많은 연구가 선행된 바 있다. 전자의 방법은 쉘의 안정성식에 경계조건에 맞는 좌굴모드를 가정하여 변분을 취하고 길이방향과 원주방향의 여러가지 wave number에 대해 최소의 좌굴하중을 구한다. 이 방법은 주로 단순한 형태의 쉘 좌굴해석에 적용된다.

본 구조물은 형상이 복잡하고 분기점(Bifurcation Point)에서의 최소고유치만이 안정성이 영향을 주므로 후자의 방법을 택하였다.

유한요소법을 사용한 좌굴해석에서 stiffening stress는 압축 또는 인장에 따라서 구조물을 강하게 또는 약하게 한다. stiffening stress는 때로는 geometrical stiffness, incremental stiffness matrix라고도 한다. 본 연구에서는 stress stiffness theory를 사용해서 선형 좌굴문제를 해석하였다. 식(3)의 고유치 문제의 해는 다음 식을 만족하여야 한다.

$$|K - \lambda S| = 0 \quad (15)$$

식(15)에서 λ 의 최소 고유치 값이 이상화된 구조물에 대한 좌굴하중(Load Factor or Buckling Load) 이라고 한다. 식(15)의 응력 강성행렬 S는 다음 식에 의해 구성된다.

$$S = \sum_{i=1}^{NE} 2\pi \bar{r} A_i [B_G]^T [\sigma] [B_G] \quad (16)$$

여기서

$$[B_G] = \begin{bmatrix} \frac{z_{23}}{|D|} & 0 & \frac{z_{31}}{|D|} & 0 & \frac{z_{12}}{|D|} & 0 \\ 0 & \frac{r_{32}}{|D|} & 0 & \frac{r_{13}}{|D|} & 0 & \frac{r_{21}}{|D|} \\ \frac{r_{32}}{|D|} & \frac{z_{23}}{|D|} & \frac{r_{13}}{|D|} & \frac{z_{31}}{|D|} & \frac{r_{21}}{|D|} & \frac{z_{12}}{|D|} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$[B_G]$ 행렬은 형상함수를 미분해서 얻어지며 응력행렬은 다음과 같다.

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_r & \tau_{rz} & 0 \\ \tau_{rz} & \sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\theta \end{bmatrix} \quad (18)$$

중앙 평행부 몸체의 중간에 있는 분리판의 국부 좌굴은 응력 제한식을 만족하도록 설정하였다.

식(15)의 특성 방정식에서 최소의 고유치와 고유벡터를 구하는데 사용된 방법은 Rayleigh-Ritz subspace iteration⁽¹⁴⁾을 사용하였다. 이 방법은 강성 행렬과 기하학적 강성행렬이 큰 띠풍을 가지는 대규모 고유치 문제를 푸는데 있어서 매우 효율적이다. 본 방법은 초기 모드 행렬을 가정해서 수렴 조건이 만족할 때까지 반복적으로 해를 구한다.

2.5 민감도 해석

기울기에 근거를 둔 최적설계 알고리즘을 사용할 때 목적함수와 제한식의 설계변수의 변화에 대한 기울기가 필요하다. 민감도 해석 방법에는 유

한 차분법, 이산화법, 연속법⁽¹⁴⁾ 등이 있다.

본 연구에서는 형상 최적설계에 대한 민감도 해석을 해석적인 방법으로 접근하였다. 즉, 직접 미분법을 사용하여 기울기 값을 유도하였다.

목적함수에 대한 기울기 값은 식(1)로부터 다음과 같이 구진다.

$$\frac{d\phi_0}{db} = \sum_{i=1}^{NE} 2\pi \rho \frac{\partial \bar{r}}{\partial b} A_i + \sum_{i=1}^{NE} 2\pi \bar{r} \rho \frac{\partial A_i}{\partial b} \quad (19)$$

식(2)의 정적 평형 방정식은 설계 변수와 상태 변수의 함수로 되어 있다. 우선 상태변수에 대한 설계변수의 미분치는 chain rule을 사용하여 미분하면 구해진다.

$$\frac{dz}{db} = K^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial b} - \frac{\partial [K]}{\partial b} \cdot \bar{z} \right) \quad (20)$$

식(20)에서 \bar{z} 는 미분하는 동안 고정됨을 의미한다. 또한 본 문제에서는 오른쪽 첫번째 항의 하중에 대한 미분은 영이 된다. 식(20)에서 상태변수의 민감도 값은 강성행렬의 역행렬을 구해야 하나, 역행렬을 구하는 것이 비효율적이므로 가우스 소거법으로 해를 구하였다.

식(20)의 오른쪽 괄호항을 하중의 미분계수 (Force Derivative)이며 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial [K]}{\partial b} &= 2\pi A \frac{\partial \bar{r}}{\partial b} [B]^T [D][B] \\ &+ 2\pi \bar{r} A [B]^T [D] \frac{\partial [B]}{\partial b} \\ &+ 2\pi \bar{r} A [B][D] \frac{\partial [B]^T}{\partial b} \\ &+ 2\pi \bar{r} \frac{\partial A}{\partial b} [B]^T [D][B] \end{aligned} \quad (21)$$

응력에 대한 민감도는 다음 식에 의하여 계산하였다.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial b} = [D][B] \frac{\partial z}{\partial b} + \frac{\partial [D][B]}{\partial b} \cdot z \quad (22)$$

좌굴하중에 대한 민감도는 식(3)의 고유치 문제를 설계변수에 대하여 미분하고 mode shape의 정

규화 조건을 이용하면 다음식에 의해 계산된다.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial b} = \frac{u^T \left(\frac{dK}{db} - \lambda \frac{dS}{db} \right) u}{u^T S u} \quad (23)$$

여기서

$$u^T S u = 1 \quad (24)$$

식(23에서 stress stiffness matrix의 미분은 다음에 의해서 구해진다.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{db} = & 2 \pi \bar{r} \frac{\partial A_i}{\partial b} [B_G]^T [\sigma] [B_G] \\ & + 2 \pi A_i \frac{\partial \bar{r}}{\partial b} [B_G]^T [\sigma] [B_G] \\ & + 2 \pi A_i \bar{r} [B_G]^T \frac{\partial [\sigma]}{\partial b} [B_G] \\ & + 2 \pi A_i \bar{r} [B_G]^T [\sigma] \frac{\partial [B_G]}{\partial b} \\ & + 2 \pi A_i \bar{r} [B_G] [\sigma] \frac{\partial [B_G]^T}{\partial b} \end{aligned} \quad (25)$$

2.6 PLBA 최적화 알고리즘

수중물수체의 쉘 두께를 결정하는 문제는 2.2절의 정식화를 바탕으로 해를 구하게 된다. 즉, 유한요소법으로 변위, 응력 및 좌굴하중을 구한후, 민감도 해석 과정과 최적설계 알고리즘을 통합하여 해를 구하였다.

해석 과정을 반복적으로 수행하여 수렴하는 값을 찾기 위해서는 효율적인 최적화 알고리즘이 사용되어야 한다. 최적화 알고리즘은 크게 기본법과 변형법으로 대별되며, 기본법 중 공학의 최적화문제 해석에서 우수한 성능을 보인 반복이차 계획법을 사용하였다. 반복 이차 계획법 중 방향탐색에서 근사 헤시안 정보를 이용하여 수렴속도를 높이고 활성화 제약조건식 기법을 혼합하여 만든 PLBA 최적화 알고리즘을 채택하였다.

3. 수중수체 최적설계 결과

본 절에서는 정식화를 바탕으로 수치해석한 결과에 대하여 언급하였다. 편의상 유한 요소법과 좌굴해석 및 최적설계 알고리즘을 통합한 프로그램

명을 TOPT(T-shell OPTimal design)라 칭한다.

본 수치해석은 HWS-S200K 워크 스테이션에서 Fortran 언어를 사용하여 수행되었다.

3.1 구조해석 결과 비교

TOPT에서 구조해석을 수행한 결과를 ANSYS와 비교·검토해 보았다. 설계 데이터는 외경과 내경을 각각 162mm, 156mm로 설정하였다. 쉘의 두께는 6mm이고, 허용응력 값은 184MPa로 주었다.

먼저 Fig. 4에 반경방향 변위값과 Fig. 5에 축방향 변위값을 비교하였다. Fig. 4와 Fig. 5에서 삼각형으로 표시한 것은 ANSYS에서 STIFF42번을 사용하여 동일 모델로서 해석한 결과이다. 전체 모델은 총 절점 232개와 요소 230개로 구성되어 있다. 절점들 중에서 끝자리가 1로 끝나는 절점을 추출하여 서로 비교하였다. 추출한 절점은 Fig. 3에 나타내었다.

추출한 절점 중 반경방향 변위에 대한 평균적인

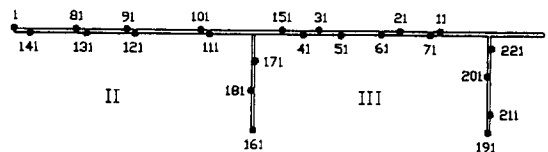


Fig. 3 Selected node for the comparison between TOPT and ANSYS

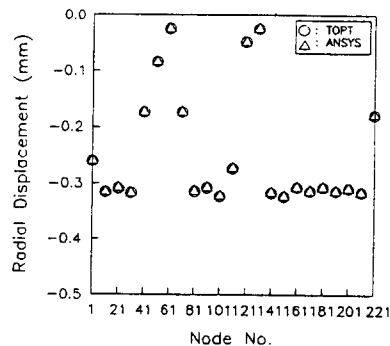


Fig. 4 Radial displacements comparison between TOPT and ANSYS

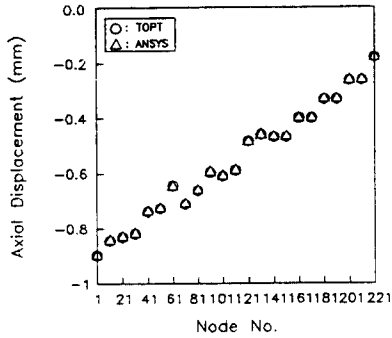


Fig. 5 Axial displacements comparison between TOPT and ANSYS

상대오차는 1.45%이었고, 축방향 변위에 대해서는 0.01%이었다. 그래서 TOPT 프로그램 수행할 때 변위 제한식 설정에 신뢰성을 가질 수 있다.

TOPT와 ANSYS에서 계산되는 등가응력을 추출하여 Fig. 6에 나타내었다. 등가응력은 전체 요소 23-개 중 끝자리가 10으로 끝나는 요소를 추출하여 비교하였다.

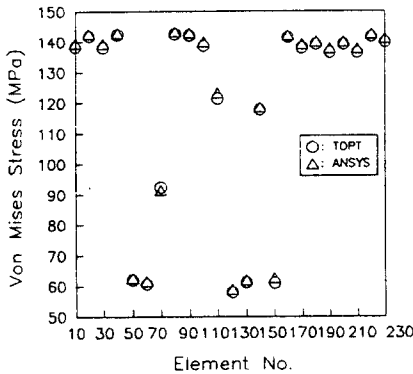


Fig. 6 Equivalent stress comparison between TOPT and ANSYS

추출한 요소의 등가응력에 대한 평균적인 상대 오차는 0.52%로 나타났다. 두 프로그램에서 계산되는 등가응력이 유사함을 알 수 있다. TOPT 응력제한식 설정에 있어서의 타당성이 확보되었다.

다음에는 stress stiffness theory를 사용해서 식(15)로 표현되는 고유치 문제의 최소 좌굴압력을 Rayleigh-Ritz subspace iteration으로 구한 결과를 언급하였다. 결과가 Table 1에 나타나 있다.

Table 1 Comparison of the Buckling Pressure

	Lowest Buckling Pressure (MPa)	Pressure (MPa)
TOPT	12.596	6.027
ANSYS	11.239	6.027

ANSYS에서 좌굴압력은 선형좌굴 해석으로 구하였다. ANSYS에서 해를 구하는데 사용된 방법은 full subspace extraction 이다. Table 1에서 임계 압력은 주어진 작동환경에 대한 값이다. 두 방법의 해석에서 상대오차가 12%로서 근접함을 알 수 있다. 이러한 오차는 TOPT와 ANSYS에서 subspace iteration을 수행시 초기 고유벡터의 가정이 서로 다르기에 기인한 것이다. 초기 설계 데이터로서 좌굴압력에서 변형된 그림이 Fig. 7에 나타나 있다.



Fig. 7 Buckling Mode Shape for the Initial Model

Fig. 7에서 변형 상태는 원래 모드값에 95배로 확대하여 나타내었다. 실제 크기로 볼 때 거의 변형되지 않았다 계산된 좌굴압력이 압력의 두배 정도이므로 안전하다고 평가할 수 있다.

3.2 민감도 해석 결과

본 절에서는 직접 미분법에 의해 개발된 해석적인 민감도 값을 유한 차분값과 비교하였다. 유한 차분법에 의한 민감도는 다음 식에 의하여 계산하였다.

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi(b+\Delta b) - \varphi(b)}{\Delta b} \quad (26)$$

식(26)에서 $\varphi(b)$ 는 초기 설계변수에 의해 계산됨을 의미하고 $\varphi(b+\Delta b)$ 는 설계변수에 변동량을 주어서 구한다. 이동 거리는 설계변수에 0.01% 변동량으로 값을 구하였다. 상태변수에 대한 설계변수의 민감도는 총 절점중에서 끝자리가 1로 끝나는 절점에서 반경방향의 값만 비교하였다. 비교한 것이 Table 2에 나타나 있다. Table 2에서 φ 는

Table 2 Sensitivity Calculation of Radial Displacement constraints

Node No.	φ	φ'	$\Delta\varphi$	$\frac{\varphi'}{\Delta\varphi} \times 100(\%)$
1	0.	.0000	.0000	---
11	-0.3156	.0586	.0599	97.83
21	-0.3085	.0590	.0592	99.66
31	-0.3167	.0569	.0583	97.60
41	-0.1733	.0283	.0284	99.65
51	-0.0837	.0047	.0038	123.68
61	-0.0242	.0007	.0009	77.78
71	-0.1729	.0287	.0291	98.63
81	-0.3143	.0600	.0602	99.67
91	-0.3075	.0593	.0596	99.50
101	-0.3225	.0585	.0598	97.83
111	-0.2732	.0498	.0514	96.89
121	-0.0479	.0016	.0018	88.89
131	-0.0245	.0007	.0009	77.78
141	-0.3164	.0598	.0600	99.67
151	-0.3234	.0585	.0599	97.66
161	-0.3066	.0575	.0576	99.83
171	-0.3134	.0562	.0575	97.74
181	-0.3069	.0575	.0577	99.65
191	-0.3137	.0562	.0575	97.74
201	-0.3088	.0576	.0578	99.65
211	-0.3156	.0563	.0577	97.57
221	-0.1782	.0273	.0255	107.00

Table 3 Sensitivity Calculation of Equivalent Stress Constraints

Element No.	φ	φ'	$\Delta\varphi$	$\frac{\varphi'}{\Delta\varphi} \times 100(\%)$
10	138.252	21.4554	24.1880	88.70
20	141.780	20.4542	23.9624	85.36
30	138.012	21.1349	24.0532	87.87
40	142.241	22.0633	24.6946	89.34
50	61.982	11.4575	19.4082	59.03
60	60.654	3.1745	2.1885	145.05
70	92.388	6.3234	10.6835	50.19
80	142.466	22.0451	24.6652	89.38
90	141.992	21.9919	24.6212	89.32
100	138.547	21.1325	23.7832	88.85
110	121.379	18.6011	20.3633	91.35
120	57.900	2.4250	1.9786	122.56
130	61.032	3.2950	2.2695	145.19
140	117.736	19.9519	18.6951	106.72
150	61.032	6.9688	8.0611	86.45
160	141.313	20.7166	23.9049	86.66
170	137.861	21.0833	23.7780	88.67
180	139.067	20.4133	23.5961	86.51
190	136.349	20.7882	23.5989	88.09
200	139.056	20.4058	23.5903	86.50
210	136.306	20.7869	23.5938	88.10
220	141.535	21.1407	24.1394	87.58
230	139.747	21.3260	24.2081	88.09

TOPT에서 초기 설계변수로서 계산된 변위값이며, φ' 는 직접 미분법에 의해 구한 민감도 값이고 $\Delta\varphi$ 는 차분법에 의해 계산된 민감도 값이다.

추출된 절점1은 경계조건이 처리된 지점이며서 민감도 값이 없다. Table 2에서 두 해석법의 상대 오차는 전반적으로 2~7%로 계산되었다. 절점 51번, 61번, 121번과 131번에서는 상대오차가 크게 나타났다. 그 절점들에서 계산된 변위값을 보면 다른 값보다 크기가 10배 정도 적다. 변위값이 적음으로 인해 활성화 제한식에 포함되지 않으므로 기울기 계산에 이들 조건식은 제외되므로 문제가 되지 않는다.

다음에는 등가응력에 대한 기울기 값을 비교하였다. φ 는 초기 설계변수로서 계산된 등가응력 값이다. φ' 와 $\Delta\varphi$ 는 각각 직접 미분법과 차분법에 의해서 계산된 값이다. 그에 대한 결과가 Table 3에 나타나 있다. Table 3서 전체 요소 230개 중에서 끝자리가 10으로 끝나는 요소를 추출해서 비교

하였다.

Table 3에서 응력의 민감도를 비교한 결과는 다음과 같다. 추출된 요소전체에 걸쳐서 대체로 6~15% 차이가 있다. 전체적인 경향은 증감의 방향과 크기가 유사하게 나타내고 있다. 그러나 50, 60, 70번 요소와 120, 130, 150번 요소들에서 두 방법의 차이가 있었다. 이 요소들은 중앙 평형부 몸체의 전후에 위치한 분리판에 있는 요소이다. 차이가 많이 나는 요소에서 등가응력값 φ 가 다른 요소의 값에 비해 반 값이다. 허용응력이 184 MPa 이므로 응력값이 적은 요소는 활성화 제한식에 포함되지 않기에 문제가 되지 않는다는 것이다.

Table 4는 식(23)에 의한 좌굴압력에 대한 민감도 해석 결과를 차분법에 의한 해석결과와 비교하였다. φ 는 좌굴제한식의 값이며, φ' 는 식(23)에 의해 계산된 민감도 값이고, $\Delta\varphi$ 는 차분법에 의한 해석결과이다.

Table 4 Sensitivity of the Global Buckling Constraint

Const.	ϕ	ϕ'	$\Delta\phi$	$\frac{\phi'}{\Delta\phi} \times 100(\%)$
Buckling	2.0882	1.131	1.168	96.83

Table 4의 결과로 볼 때 두가지 방법에 의한 민감도 해석결과가 잘 일치함을 알 수 있다.

3.3 최적설계 결과

수중몰수체에 대한 최적설계는 PLBA 최적화 알고리즘을 사용하여 구하였다. PLBA 알고리즘 중 벌칙 매개변수를 0.1, 최대 위반량을 0.001, 최적치의 정확도를 0.001, 선탐색의 정확도를 0.001로 택해서 수치결과를 얻었다.

설계변수는 쉘의 안쪽반경 156mm를 그룹화하여 선정하였다. 그래서 문제에 대한 설계변수의 수는 하나이고, 제한식의 수는 685개이다. 설계변수의 하한과 상한값은 각각 150mm, 161mm로 두고 문제를 풀었다. 허용변위값은 반경방향으로 3mm, 축방향으로는 5mm를 주었다. 허용응력은 184 MPa로서 항복응력에 안전계수 1.5로 주었다.

최적설계 수행 결과 초기 원통형 쉘의 무게가 28.69 kg에서 4번의 반복회 동안 26.65 kg으로 약 7% 감소 되었다. 반복회당 목적함수가 감소한 상태가 Fig. 8에 나타나있다.

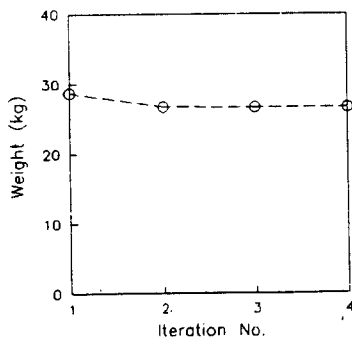


Fig. 8 Weight history of T-shell optimum design

설계변수인 반경은 156mm에서 156.47mm로 설계되었다. 그래서 초기 두께가 6mm에서 5.5mm로 감소하였다. 최적해에서 585, 683, 684, 685번의 제한식들의 활성화되었다. 제한식 585는 몸체

IV의 중앙에 위치한 요소에 대한 응력 제한식이 고, 683은 좌굴 제한식이다. 684와 685번의 제한식은 각각 설계변수의 상·하한에 대한 조건식이다. 4번의 반복회 동안 함수 계산은 97번 행하였고, 목적함수의 기울기 계산회수는 6번, 제한식의 기울기 계산은 6번 수행하였다. 계산에 소요된 시간은 4523.27초였다.

4. 결 론

수중몰수체는 특성상 기본설계에 있어서 한정된 공간내에 부품들이 효율적으로 탑재될 수 있도록 고려되어야 한다. 더불어 시스템의 안정성과 조정성 측면에서 전체 무게가 음성 부력이나 양성 부력에 맞도록 제어할 필요가 있다. 그래서 원통형 몸체에 대한 최적설계는 반드시 필요하다.

본 연구에서는 쉘의 두께를 설계변수로 선정하여 최적설계를 수행하였다. 전반적인 과정을 요약하면 다음과 같다. 축대칭 유한요소로서 프로그래밍하여 필요한 제한식을 설정하였으며, 전체좌굴에 대한 조건식은 stress stiffness 이론을 적용하여 최소의 고유치를 구하였다. 또한 직접 미분법으로서 해석적인 민감도법을 개발하여 최적설계를 수행하였다. 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) TOPT에서 계산되는 변위, 응력의 값이 ANSYS와 비교한 결과 상대오차가 1% 미만으로 유사하였다. 그래서 변위, 응력 등의 제한식 설정에 타당성을 확보할 수 있다.

2) TOPT에서 계산되는 좌굴압력 값은 12.596 MPa이고, ANSYS에서 선형좌굴 해석으로 계산된 값은 11.239 MPa로서 12%의 상대오차를 보였다.

3) 개발된 민감도 해석법과 유한 차분법에 의한 민감도 비교 결과는 변위에 대한 민감도는 2~7%, 응력에 대한 것은 6~15% 차이가 있었으나, 전반적인 경향은 유사하였다.

4) 원통형 쉘의 중앙 평형부 초기 무게가 28.69 kg이고, 최적설계된 무게가 26.65 kg으로서 약 7%의 무게감소 효과를 가져왔다. 초기 6mm의 쉘의 두께가 5.5mm로 최적설계 되었다.

기 호 설 명

φ_0	목적함수
\bar{r}	삼각형 도심의 반경 $\frac{(r_1+r_2+r_3)}{3}$
ρ	Weight density
b	설계변수 벡터
NE	총 요소 개수
A_i	요소당 면적 (mm ²)
[K]	경계조건이 처리된 전체 강성행렬
[B]	변형률-변위 관계 행렬
[D]	응력-변형률 관계 행렬
[S]	Stress Stiffness Matrix
{z}	미지 변위 벡터
{u}	Mode Shape
{f}	하중 벡터
z_{al}	허용 변위 (mm)
σ_{al}	허용 응력 (MPa)
σ_{eq}	폰 마이세스 등가응력
p	좌굴하중 (MPa)
p_{cr}	임계압력 (MPa)
E	종탄성 계수
v	프와송 비
D	자코비안 행렬식의 값
[B _G]	형상함수에 대한 변위의 구배 행렬
[σ]	초기 응력 행렬

參 考 文 獻

1. R. C. Brumfield, "Factors Influencing the Size and Weight of Underwater Vehicles," *ARS Journal*, pp.1152-1160, 1960.
2. 小松定夫, 離散化モデルの構造解析, 丸善社, 137-176, 1987.
3. S. S. Rao and E. S. Reddy, "Optimum Design

of Stiffened cylindrical Shells with Natural Frequency Constraints," *Computers & Structures*, Vol. 12, pp.211-219, 1980.

4. 이영신, 김대원, "보강 원통셸의 최적 구조설계에 관한 연구", 대한기계학회, 제13권, 제2호, pp. 205-212, 1989.
5. R. Qiu, "Weight Optimization of Stiffened Cylinders under Axial Compression," *Computers & Structures*, Vol. 21, pp.945-952, 1985.
6. D. O. Brush and B. O. Almroth, *Buckling of Bars, Plates and Shells*, McGraw-Hill, 1975.
7. P. C. Kohnke, *Engineering Analysis System Theoretical Manual*, Swanson Analysis Systems, INC., 1989.
8. Lim, O., K. and Arora, J., S., "An Active Set RQP Algorithm for Optimal Design," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.57, pp.51-65, 1986.
9. Y. Ding, "Shape Optimization of Structures: A Literature Survey," *Computers & Structures*, Vol. 24, No. 6, pp.985-1004, 1986.
10. R. D. Cook, D. S. Malkus and M. E. Plesha, *Concepts and Application of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, 1981.
11. R. H. Gallagher, R. A. Gellatly, J. Padlog and R. H. Mallett, "A Discrete Element Procedure for Thin-Shell Instability Analysis," *AIAA Journal*, Vol1. 5, No. 1, 1966.
12. D. R. Navaratna, T. H. H. Pian and E. A. Witmer, "Stability Analysis of Shells of Revolution by the Finite-Element Method," *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 2, pp.355-360, 1968.
13. K. J. Bathe and E. L. Wilson, *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, Prentice-Hall, 1976.
14. E. J. Haug, K. K. Choi and V. Komkov, *Design Sensitivity Analysis of Structural Ssystem*s, John Wiley & Sons, 1979.

(접수일자 : 1994. 3. 15)