

結合係數形 等價回路에 의한 변압기의 特性解析

(Analysis of Characteristics in Transformer
by using Coupling Coefficient Type Equivalent Circuit)

李洸植* · 金周弘**

(Kwang-Jeek Lee · Ju-Hong Kim)

요 약

본 논문은 결합계수 K 를 1로取扱한 변압기의 종래 해석에 비하여 결합계수가 1보다 작은 실제 변압기의 해석을 결합계수형 등가회로를 사용하여 보다 정확하고 현실에 적합함을 나타낸 것이다. 결합계수가 작은 漏洩변압기에 대해서는 그 해석이 一貫성이 있고, 실측과 일치한 해석결과를 얻었다. 이것은 부하 측에서 본 변압기의 특성이 누설 자속에 의한 인덕턴스 $(1-K^2)L_2$ 를 가진 테브난 전원으로 표시되어져 부하에 따른 출력전압의 변화와 과도적 진동현상 등이 누설 인덕턴스 $(1-K^2)L_2$ 에 의해 정확히 해석되므로 그 실용성이 큰 방식임을 확인하였다.

Abstract

In the analysis of characteristic behaviors of a real transformer with coupling coefficient K is less than 1, this paper presents the more accurate and practical profits than the traditional analysis of the transformer treated as $K \sim 1$. This results from the use of the coupling coefficient type equivalent circuit of the transformer which includes K as positive parameter.

Furthermore, a leakage transformer is analyzed in a unified method and the results of analysis are consistent with the practical measurements of the transformer. By using the above equivalent circuit, the characteristics referred to the load side are expressed as Thevenin voltage source and the leakage inductor $(1-K^2)L_2$. Therefore, these analysis about the output voltage and the damping factor in the transient state which are affected by the leakage inductor are confirmed to be an effective method.

1. 서 론

자계가 매개로 작용하는 전자기기에서 변압기, 전동기, 발전기 등의 에너지 전달은 코일간의 자

*正會員 : 서울 産業大學校 媒體工學科 教授

**正會員 : 東國大學校 電子工學科 名譽教授

接受日字 : 1995年 4月 15日

속 쇄교에 의한 결합으로 결정된다.^{1,2)} 따라서 자속의 결합도를 나타내는 결합계수는 機器의 동작원리와 성능에 큰 영향을 갖고 있으며, 이러한 기기들의 정확한 설계와 동작특성을 나타내는 데 필수적인 요소가 되고 있다. 이 결합계수는 변압기의 특성을 보다 정확히 산출하고, 동작특성을 명확히 나타내는 요소이므로 결합계수를 요소로 한 변압기의 등가회로에 관하여 記述한 바 있다.³⁾

변압기의 특성을 검토하기 위하여 주로 L형 또는 T형 등가회로를 사용하여 그 동작특성을 해석 하였으며^{4, 5)}, 테브난 등가회로를 사용한 경우에도 결합계수 K를 양성함수로 취급하지 않았다.⁶⁾

본 논문에서는 변압기의 결합계수형 등가회로를 기본 이론으로 취하였다. 이 결합계수형 등가회로의 특징은 테브난 전원 등가회로와 일치하고, 테브난 전압과 그 임피던스에 해당하는 값들이 변압기의 결합계수 K를 양성함수로 포함하고 있으므로, 테브난 전압과 그 임피던스에 해당하는 값들이 변압기의 결합계수 K를 양성함수로 포함하고 있으므로, 변압기 부하 임피던스 변화에도 불구하고 회로 해석이 용이하다는 것이다. 또한 변압기의 결합계수 변화에 기인하는 동작특성에 대하여 일관성 있는 해석이 가능하다. 따라서, 본 논문에서는 변압기의 공진 주파수와 과도 현상시의 감쇄 각주파수, 그리고 감쇄 각주파수의 진동주기 등에 결합계수 K가 미치는 영향을 해석하였다.

2. 결합계수와 변압기의 동작 특성

2.1 누설 인덕턴스와 결합계수

그림 1은 일반변압기의 등가회로이며 결합계수 K는 대부분 1에 가까운 값으로 취급한다. 그러나 실제로 $K < 1$ 이므로 그림 2에서 漏洩 자속에 의하여 발생한 인덕턴스를 변압기의 2차측으로 환산하여 표시한 $(1-K^2)L_2$ 는 결합계수형 등가회로에서 제시한 것이다.²⁾

그림 2는 부하 측에서 본, 즉 변압기의 2차측에서 본 결합계수형 등가회로이며, 이때 변압기

는 테브난 전원으로 표시할 수 있다. 변압기의 권선 비는 $n=N_1/N_2$ 로 취급 하였으며, 전압 및 전류의 관계식은

$$V_2 = \frac{KV_1}{n}$$

$$I_2 = nKI_1 \tag{1}$$

으로 주어진다. 여기서, V_2 는 변압기 2차측 개방시의 단자전압이고, I_2 는 2차측의 전류이며 코일의 손실 저항은 계산을 간략히 하기 위하여 무시하였다.

그리고 그림 2의 결합계수형 등가회로에서 자속의 漏洩에 의하여 발생한 인덕턴스 L_L 은

$$L_L = (1-K^2)L_2 \tag{2}$$

로 주어진다. 여기서, 變壓器의 결합계수 K의 測定値는 1, 2차측 전압 V_1, V_2 의 측정에 의하여

$$K = \frac{nV_2}{V_1}$$

으로 산출된 것을 측정치로 가정하였다. 그리고 變壓器의 여자전류 I_0 를 측정하여 1, 2차측의 자기인덕턴스를 L_1 과 L_2 를 표시하면

$$L_1 = \frac{V_1}{j\omega I_0}$$

$$L_2 = \frac{L_1}{n^2} \tag{3}$$

과 같이 算出된다. 따라서 $K < 1$ 일 경우에는 변압기에 누설 인덕턴스가 존재하게 되므로 식 (2)에 식 (3)을 대입하면 결합계수형 등가회로의 인덕턴

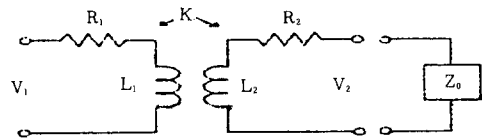


그림 1. 變壓器의 等價回路
Fig. 1. Equivalent circuit of transformer

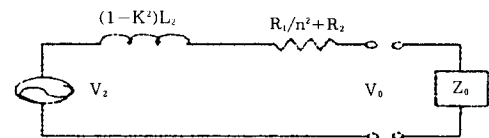


그림 2. 부하측에서 본 變壓器의 결합계수형 등가회로
Fig. 2. The coupling coefficient equivalent circuit of transformer referred to its load-side

스 L_l 은

$$L_l = (1-K^2) \frac{V_1}{j\omega I_e n^2} \quad (4)$$

와 같이 1차측으로 환산된다.

일반적으로 변압기의 1차측 자기 인덕턴스 L_l 은 負荷 임피던스 Z_0 에 比하여

$$j\omega L_l \gg n^2 Z_0 \quad (5)$$

이므로 식 (4)로 표시된 누설 인덕턴스 L_l 은 결합계수 K 의 작은 變化에도 큰 變化치를 갖게 된다.

그림 3은 식 (2)에서 결합계수 K 의 變化에 따른 인덕턴스의 비(L_l/L_2)를 시뮬레이션한 것이다.

2.2 등가회로에 의한 漏洩 變壓器의 負荷 特性

그림 2와 같이 부하측에서 본 變壓器는 테브난 電源으로 표시되므로 負荷 임피던스 Z_0 의 電壓과 電流를 V_0 와 I_0 라 하면, 이때 테브난 전원의 전압 V_2 는

$$V_2 = I_0(j\omega L_l + Z_0) \quad (6)$$

이다. 이때 부하전압 V_0 는 Z_0 에 공급되는 실제전압으로 變壓器 出力 電壓이다.

식 (6)에 식 (1), 식 (4)를 대입하고, 이를 부하전압 V_0 (변압기 출력전압)에 관하여 정리하면

$$V_0 = \frac{V_2}{[1 + j\omega(1-K^2)L_2/Z_0]}$$

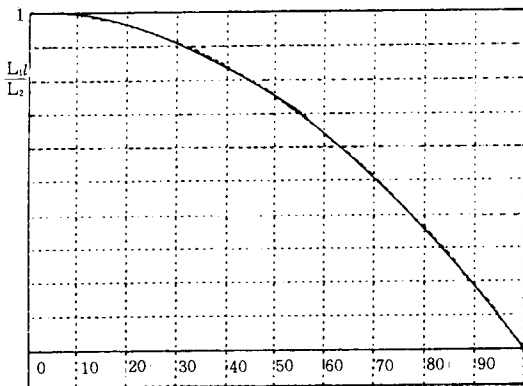


그림 3. 결합계수에 대한 누설 인덕턴스의 變化
Fig. 3. The values of leakage inductance depending on the coupling coefficient.

$$= \frac{KV_1}{n[1 + (1-K^2) \frac{V_1}{n^2 I_e Z_0}]} \quad (7)$$

로 表示된다. 위의 식 (7)에서 결합계수 K 가 1일 때 변압기의 출력전압 V_0 는 권선비 n 에 反比例하는 변압기의 1차측 전압 V_1 으로 주어짐을 알 수 있다.

2.3 변압기의 출력특성

그림 2에서 누설 인덕턴스 L_l 의 리액턴스를 X_l 로 표시하면

$$X_l = \omega(1-K^2)L_2$$

이고, 부하 임피던스가 $Z_0 = R_0 + jX_0$ 로 표시된다면 변압기 출력전압 특성은 식 (8)과 같다.

$$V_0 = \frac{(R_0 + jX_0)V_2}{R_0 + j(X_0 + X_l)} = \frac{V_2}{(1 + \frac{X_0 X_l}{R_0^2 + X_0^2}) + j \frac{R_0 X_l}{R_0^2 + X_0^2}} \quad (8)$$

또한 변압기의 입력 측에서 본 역율은

$$\theta = \cos^{-1} \frac{R_0}{\sqrt{R_0^2 + (X_0 + X_l)^2}} \quad (9)$$

로 표시된다.

식(8)에서 결합계수 $K=1$ 인 이상 변압기는, 누설 리액턴스 X_l 가 0이 되므로 $V_2=V_0$ 가 된다. 그러나 실제 변압기는 $K<1$ 이어서 누설 리액턴스 X_l 가 작용하므로 식 (8), 식 (9)는 변압기의 출력 전압 특성을 보다 정확하게 나타내고 있다.

그리고 부하 Z_0 에 대한 변압기의 출력전압 특성을 例示하면 다음과 같다.

가) $Z_0=R_0$ 인 경우

식 (8)에서 부하전압 V_0 는

$$V_0 = \frac{V_2}{1 + j\omega(1-K^2)L_2/R_0} \quad (10)$$

이 되고, 식 (10)의 시뮬레이션은 그림 4와 같다.

이때 변압기의 입력 측에서 본 역율은

$$\cos\theta_1 = \frac{R_0}{\sqrt{R_0^2 + [\omega(1-K^2)L_2]^2}} \quad (11)$$

이 된다.

변압기의 정격부하가 R_0 인 경우에 변압기 출력 전압비의 변화는 인덕턴스 $L_1 = (1-K^2)L_2$ 에 의해 결정되며 이를 그림 4에 실선으로 표시하였고, "○" 표시는 실측치이며 이론치와 일치함을 확인하였다.

나) $Z_0 = R_0 - \frac{1}{j\omega C_0}$ 인 경우

그림 2에서 누설 인덕턴스 L_1 이 부하에 직렬로 연결되어 R, L, C 직렬회로가 되고, 부하전압 V_0 는 식 (8)과 같은 형식으로 표시되므로

$$V_0 = \frac{R_0 - \frac{1}{j\omega C_0}}{R_0 + j[\omega(1-K^2)L_2 - \frac{1}{\omega C_0}]} \quad (12)$$

가 성립한다. 또한 이 때 변압기의 입력측에서 본 역률은 식 (9)에서

$$\cos\theta = \frac{R_0}{\sqrt{R_0^2 + [\omega(1-K^2)L_2 + 1/\omega C_0]^2}} \quad (13)$$

이 된다. 식 (12)에서 공진주파수 ω_0 는 식 (14)와 같이 결합계수 K의 함수가 된다. 공진시에 등가회로의 리액턴스는 0이지만, 출력전압은 $V_0 \gg V_2$ 의 관계가 있다. 또한 결합계수 K가 1인 경우에 변압기의 입력측에서 본 역률은 1이 된다.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(1-K^2)L_2 C_0}} \quad (14)$$

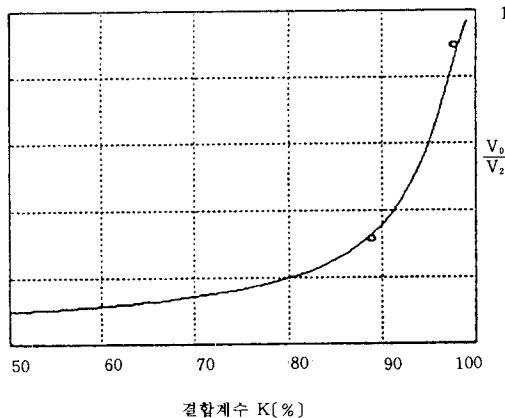


그림 4. 정격부하시 출력전압비
Fig. 4. Output voltage ratio for rated load

3. $Z_0 = R_0$ 일 때 변압기 1차측의 과도현상

자동차 엔진의 점화용 변압기는 누설변압기이며, 1차측의 점화부하는 저항으로 취급되므로 1차측에서 일어난 공진현상의 해석은 다음과 같다.

그림 5는 변압기의 임피던스를 일차 측으로 환산한 결합계수형 등가회로이며, 스위치 SW는 분배기에 해당된다. 스위치가 a점에 있을 때 캐패시턴스 C에 V_1 전압으로 충전한 후 스위치를 b점으로 연결하였을 때 발생하는 과도현상을 해석하기로 한다.

이때 회로에 흐르는 電流 i 와 코일의 단자전압 V_L 은⁷⁾

$$i = -\frac{V_1}{\omega_n L \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t \quad (15a)$$

$$V_L = \frac{V_1 e^{-\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t - \phi) \quad (15b)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

로 표시되며, 단 $L = (1-K^2)L_1$ 으로 취급하였다.

여기서 ζ 는 감쇄상수, ω_n 는 자연주파수이며, 그 값은 각각

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{(1-K^2)L_1}} \quad (16a)$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{(1-K^2)L_1 C}} \quad (16b)$$

단 $R = n^2(R_2 + R_0) + R_1$

이다. 그러나 실제의 角周波數 즉 감쇄 각주파수 ω_d 는

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad (17)$$

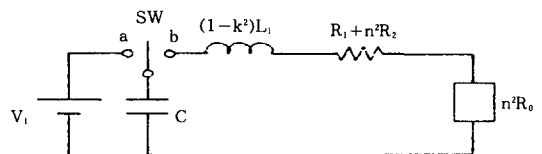


그림 5. 1차측으로 환산한 變壓器의 結合係數形 等가회로

Fig. 5. The coupling coefficient equivalent circuit of transformer referred to its primary-side

로 표시된다. 이 과도현상에 관한 특성은 3가지 경우로 나누어 설명하면 다음과 같다.

가) 부하를 개방 할 경우($R_0 = \infty$)

변압기 2차측을 개방 한다면 변압기 2차 측 임피던스가 1차 측에 환산되지 않으므로 등가회로는 일차측의 코일저항 R_1 과 1차측 인덕턴스 L_1 만 존재한다.

나) 부하를 단락 할 경우($R_0 = 0$)

변압기의 2차 측을 단락 할 때는 그림 5의 등가회로에서 실질적인 부하저항 R_0 는 0이 되지만 2차측 코일의 인덕턴스 L_2 및 코일의 저항 R_2 는 1차측으로 환산된다. 그리고 코일의 저항은 $R_1 \approx n^2 R_2$ 의 관계가 성립하므로 근사적으로 $R_1 + n^2 R_2 \approx 2R_1$ 이 된다.

다) 2차에 저항 R_0 가 있는 경우

이 때는 그림 5의 전체저항이 식 (16)에서와 같이 $R = n^2(R_2 + R_0) + R_1$ 로 표시되지만, $R_0 \gg R_2$ 이고 또 $\omega L_1 \gg R_0$ 의 관계가 있으므로 $n^2 R_2 + R_1$ 을 0으로 취급하면 등가회로의 전체저항 R 은 近似的으로

$$R = n^2 R_0 \quad (18)$$

이 되고, 등가회로는 인덕턴스 $(1-K^2)L_1$ 과 저항 $n^2 R_0$ 로 구성된다.

그림 6은 앞의 3가지 경우에 관한 각각의 등가회로이다.

그림 6으로 표시되는 등가회로에서 각각의 고유진동주기 T_n 은 식 (19)와 같다.

$$\begin{aligned} T_{na} &= 2\pi\sqrt{CL_1} \\ T_{nb} &= 2\pi\sqrt{CL_1(1-K^2)} \\ T_{nc} &= T_{nb} \end{aligned} \quad (19)$$

단, T_{na} : 부하 개방($R_0 = \infty$)

T_{nb} : 부하 단락($R_0 = 0$)시의 고유진동주기

T_{nc} : 부하 R_0 시의 고유진동주기

식 (19)에서 고유진동주기 T_n 는 $T_{na} > T_{nb} = T_{nc}$ 의 관계가 있으며, T_{na} 및 T_{nb} 의 관계로 부터 결합계수 K 가

$$K = \sqrt{1 - \left(\frac{T_{nb}}{T_{na}}\right)^2} \quad (20)$$

으로 算出된다.

여기서 감쇄 각주파수 $\omega_d = 2\pi/T_d$ 와 식 (16b)를 식 (17)에 대입하고 감쇄 각주파수의 진동주기 T_d 로 표시하면

$$T_d = \frac{2\pi\sqrt{CL_1(1-K^2)}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (21)$$

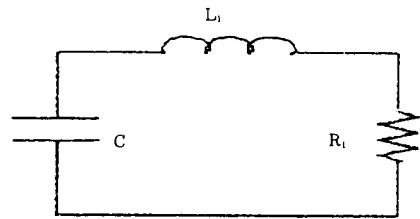
이 된다. 이 때 1주기간 振幅 감쇄율 α 는

$$\alpha = \frac{e^{-\omega_d t_2}}{e^{-\omega_d t_1}} \quad (22)$$

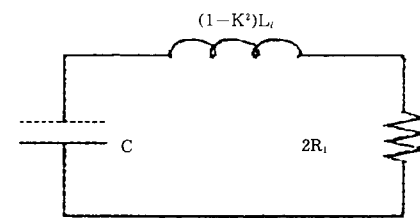
로 표시된다. 식 (22) 양변에 로그를 취하여 정리하면 $t_2 - t_1$ 은 감쇄 각주파수의 진동주기는 T_d 로 표시되고, 식 (17)을 이용하여 $\zeta \ll 1$ 일때 감쇄상수 ζ 에 관하여 정리하면

$$\zeta \approx \frac{\ln \alpha}{2\pi} \quad (23)$$

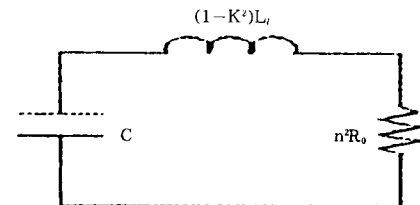
이 된다. 감쇄율 α 의 測定에 의하여 식 (23)으로



가) 부하 개방시



나) 부하 단락시



다) 2차에 저항 R_0 가 있는 경우

그림 6. 부하조건에 따른 변압기의 등가회로
Fig. 6. The equivalent circuit of transformer depending on load condition

부터 ζ 가 算出된다.

그림 6의 각각에 해당되는 감쇄 상수 ζ 를 회로 정수로 표시하면, 식 (24a)~식 (24c)와 같이 표시된다.

$$\zeta_a = \frac{R_1}{2} \sqrt{\frac{C}{L_1}} \quad (24a)$$

$$\zeta_b = R_1 \sqrt{\frac{C}{L_1(1-K^2)}} \quad (24b)$$

$$\zeta_c = n^2 R_c \sqrt{\frac{C}{L_1(1-K^2)}} \quad (24c)$$

단, ζ_a : 부하 개방시의 감쇄 상수

ζ_b : 부하 단락시의 감쇄 상수

ζ_c : 부하 R_0 시의 감쇄 상수

이 때 $\zeta_b < \zeta_c$ 이고, $\zeta_a \ll \zeta_b$ 가 성립하므로, 3가지 부하시 감쇄 상수의 특성을 식 (22)로 표시된 진동 주기 T_d 와 함께 검토하면

a) ζ_a 의 경우는 週期 T_d 가 길고, 감쇄가 적은 진동이 일어난다.

b) ζ_b 는 K 가 커지면 그 값이 增大하고 주기 T_d 가 감소하여 진동이 잘 일어나지 않는다.

c) 특히 ζ_c 는 $n^2 R_c \gg R_1$ 이고, K 가 커지면 그 값이 增大하므로 振動현상이 없어짐을 알 수 있다.

부하가 개방시의 감쇄 상수 ζ_a 와 부하 단락시의 감쇄 상수 ζ_b 와의 관계는

$$\frac{\zeta_b}{\zeta_a} = \frac{2}{\sqrt{1-K^2}} \quad (25)$$

로 표시되고, $K=1$ 일 때 $\zeta_b \ll \zeta_a$ 가 되며, $K=0$ 일 때는 $\zeta_b = 2\zeta_a$ 관계를 나타낸다. 그림 7에는 결합계수

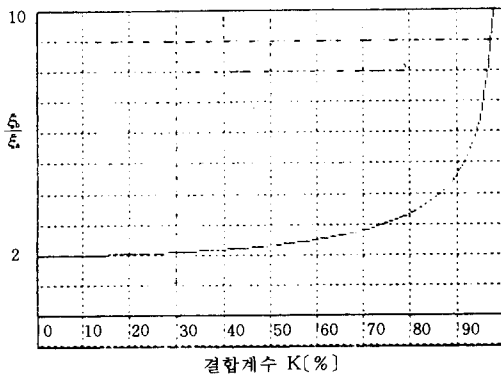


그림 7. 결합계수와 ζ_b/ζ_a 의 관계
Fig. 7. The ratio of coupling coefficient K and ζ_b/ζ_a .

의 변화에 따른 감쇄 정수비의 변화를 표시하였다.

4. 결 론

결합계수형 등가회로를 사용하여 변압기를 해석하고 부하에 대한 변압기의 특성을 해석하여 종래의 이상변압기의 해석과 그 특성을 비교하면 다음과 같다.

1) 부하측에서 본 변압기는 결합계수 K 에 따라 내부 임피던스가 누설 인덕턴스 $L_1 = (1-K^2)L_2$ 로 표시되는 테브난 전원과 같은 특성을 갖고 있음을 이론 및 실측치 제시에 의하여 확인하였다.

2) 등가회로의 누설 인덕턴스가 부하 회로에 첨가되어 부하의 공진주파수에 결합계수가 큰 영향을 맞는다.

3) 입력 스위치의 on, off시의 과도현상에도 결합계수가 큰 작용을 하고 있다.

4) 변압기의 정밀한 설계 및 해석은 결합계수형 등가회로가 결합계수 K 를 1로 취급한 종래의 변압기 해석방법보다 실용성이 크다는 것을 확인하였다.

위와 같이 부하에 미치는 변압기의 특성은 결합계수가 크게 영향 주고 있음을 설명하였으며, 또한 이 결합계수형 등가회로가 변압기를 포함한 전자회로를 가진 전동기나 발전기 등 전기기기의 특성해석과 정밀한 설계 공식에 적용될 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- 1) 김주홍외 3인, "코일간의 결합계수 측정법의 제안" 조명·전기설비학회지, Vol.8, No.2, pp.63~68, 1994.
- 2) S. J. Chapman, Electric machinery fundamentals, McGraw-Hill, pp.62~65, 1985.
- 3) 김주홍외 2명, "결합계수 K 에 의한 누설변압기의 등가회로", 조명·전기설비학회지, Vol.6, No.3, pp.50~56, 1992.
- 4) Hirofumi Nakano, Hirofumi Akagi, Isao Takahashi, and akira Nabae, "A New Equivalent Circuit of Induction Motor Based on the Total Linkage Flux of the Secondary Windings" Electrical Engineering in Japan, Vol. 103, No.2, pp.68~73, 1983.

- 5) Kazushi Kodama, Yoshiyuki Ishihara, Toshiyuki Todaka, Mitsuru Kanamori, Yoshiro Kagami, "Analysis of Characteristics in Leakage Transformer Type Ballast by using Equivalent Circuits" J. Illum. Engng. Inst. Jpn. Vol.69, No.2, pp.53~58, 1985.
- 6) Tadashi Fukao, Hiromitsu Hirayama, "Variable Leak-

age Transformer and Analysis of Characteristics" Electrical Engineering in Japan, Vol. 103, No.2, pp.106~114, 1983.

- 7) 박상희외 1명, 제어시스템, 탑출판사, pp.286~296, 1983.

◇ 著 者 紹 介 ◇



이 광 직(李光植)

1949年 2月 ·11日生. 1971年 東國大 工大 電子工學科 卒. 1980年 延世大 産業大學院 電子工學科 卒. 1992년 東國大 大學院 電子工學科 卒 · 工博. 현재 서울 産業大學校 媒體工學科 副教授.



김 주 홍(金周弘)

1929年 1月 5日生. 1952年 서울大 工大 電氣工學科 卒. 1981年 전북大 大學院 卒 · 工博. 1994年 東國大 電子工學科 教授. 현재 東國大 電子工學科 名譽教授.