

# 적층구조물내의 유체유발 탄성응력파의 전파해석 및 1 자유도계 모델링

이 준 근,\* 이 우 식\*\*

## An Analysis of the Wave Propagation of the Flow-Induced Elastic Stress Waves in the Layered Structure and It's 1 D.O.F. Modelling

Joonkeun Lee\* and Usik Lee\*\*

### ABSTRACT

Turbulent boundary layer pressure fluctuation exerted on the surface of a structure can give rise to a elastic stress wave on the surface of the structure. The stress wave, so called surface wave, will not only propagate along the surface of structure but also penetrate into the structure. To reduce the transmission of stress wave into the structure, the elastomer layer is usually attached on the surface of structure. The transfer function, which is defined herein as the ratio of stress waves at the surface and bottom of the elastomer layer, is derived by use of the cylindrical coordinates system. The elastodynamics of the elastomer layer subjected to the turbulent boundary layer pressure fluctuation is represented by the simplified one degree-of-freedom model for easy prediction of the stress wave transmission as well as efficient design of the elastomer layer.

**Key Words** : Turbulent Boundary Layer Pressure Fluctuation, Elastomer, Stress Waves, Layered Structures

### 1. 서론

해수(海水) 속을 순항하는 잠수함이나 어뢰의 동체 혹은 공기 중을 순항하는 비행기 동체 등과 같이 유체(또는 공기)와 직접 접촉하고 있는 대부분의 구조물은

높은 레이놀즈수에서 난류경계층 압력유동(turbulent boundary layer pressure)<sup>(1)</sup>을 받게 된다. 이 결과 구조물의 표면에서는 유체유발 진동에 의한 탄성응력파(elastic stress wave)가 발생하게 되고 이러한 탄성응력파는 구조물의 표면을 따라 전파하기도 하지만 구

\* 인하대학교 기계공학과

\*\* 정회원, 인하대학교 기계공학과

조물의 깊이 방향으로도 전파하게 된다. Ko<sup>(2, 3)</sup>는 1988년부터 Cocos<sup>(4)</sup>가 제시한 난류유동 모델을 바탕으로 깊이 방향으로 전파되는 탄성응력파를 파동역학을 이용하여 꾸준히 연구하였다. 그러나 그의 연구결과는 유체의 흐름과 구조물의 표면이 평행할 경우에 한하여 적용될 수 있으며, 만일 구조물의 표면과 유체의 흐름이 수직할 경우에는 그의 해석결과를 적용하기가 곤란하다. 난류경계층 압력유동에 의한 구조물 표면에서의 탄성응력파는 구조물 표면위의 유동속도가 일정속도 이상이 되면 필연적으로 발생하는 현상이다. 그러나 구조물의 깊이 방향으로 전파되는 탄성응력파는 적절한 감쇠재료의 선택이나 감쇠재료의 설계방법을 통해 제어가 가능하다. 이에 비해 Ko의 연구는 깊이 방향으로 전파되는 탄성응력파의 예측으로 한정하였다. 만일 대표적인 감쇠재료인 점탄성재료나 폴리우레탄과 같은 탄성중합체(elastomer)를 난류압력유동을 받는 구조물의 표면에 붙여준다면 깊이 방향으로 전파되는 탄성응력파는 어느정도 감소하겠지만 특정 주파수에서는 정재파(standing wave)의 발생으로 인하여 표면에서 발생한 탄성응력파보다도 오히려 증가할 수도 있을 것이다. 따라서 본 연구에서는 유체가 반경 방향으로 흘러나가는 경우 구조물의 표면에서 발생할 수 있는 난류압력유동에 의해 구조물의 깊이 방향으로 전파되는 탄성응력파의 정량적이고 정성적인 양을 엄밀히 예측하기 위하여 파동역학(wave mechanics) 관점에서 극좌표를 이용하여 구조물의 동탄성 해석을 하였다. 아울러 기초 구조물(base structure)의 내부로 전달되는 탄성응력파의 크기를 줄이기 위해 기초 구조물 위에 점탄성재료와 같은 탄성중합체를 접착하였을 때 수행하여야 하는 복잡한 동탄성 해석을 간단히 하기위해 간단한 1자유도계 모델을 개발하여 검토하였다.

## 2. 난류 경계층 압력유동 모델

난류유동은 일반적으로 예측이 불가능한 불규칙성의 특성을 갖기 때문에 수학적으로 정확히 표현하기가 불가능하며 따라서 통계적인 방법으로 근사적으로 표현하여야 한다. Cocos<sup>(4)</sup>는 통계적인 방법을 이용하여 난류유동이 전파되는 특성을 갖도록 파수(wave number)와 주파수의 함수로 표현하였으며 지금까지 개발된 다른 방법보다 타당성 있는 결과를 주는 것으로 알려져 있다. 난류경계층 압력유동의 파수-주파수 스펙트럼은

다음식과 같다.

$$P(k_x, k_y, \omega) = \frac{P(\omega)\alpha_1\alpha_2\left(\frac{\omega}{u_c}\right)^2}{\pi^2\left[\left(k_x - \frac{\omega}{u_c}\right)^2 + \left(\alpha_1\frac{\omega}{u_c}\right)^2\right]\left[k_y^2 + \left(\alpha_2\frac{\omega}{u_c}\right)^2\right]} \quad (1)$$

이때  $\alpha_1, \alpha_2$ 는 실험으로 결정되는 상수이다. 식(1)을 이용하면 Fig. 4에서처럼 특정 주파수와 난류유동의 파수에 대하여 난류유동의 정량적인 값을 예측할 수 있다.

## 3. 탄성중합체내의 응력파 해석

유체는 Fig. 1과 같이 구조물의 측면에 나란하게 흐를 수도 있고 Fig. 2와 같이 유체의 흐름이 구조물의 표면에 수직으로 입사해서 축대칭으로 흘러져 흐르는 경우로 구분할 수 있다. Ko[2, 3]는 구조물이 직각좌표계상에서 무한 평판이라는 가정하에서 난류압력유동의 깊이 방향으로 전파되는 정량적인 값을 계산하였다. 그러나 Fig. 2의 경우 Ko의 방법으로는 현실성 있는 결과를 제시하기가 곤란하다. 왜냐하면 유체가 반경 방향으로 흐르기 때문에 직각좌표계에서 이러한 운동을 표현한다는 것은 상당한 제약이 따르기 때문이다. 따라서, 본 연구에서는 극좌표계를 이용하여 탄성중합체 구조물의 응력파 해석을 수행하고자 한다.

3차원 탄성체내에서의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>(5)</sup>.

$$\mu\nabla^2 u + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) = \rho \ddot{u} \quad (2)$$

여기서  $\lambda$ 와  $\mu$ 는 Lamé 상수(5)이고  $\nabla^2$ 은 Laplacian operator로서 극좌표계에서는 다음과 같이 표현된다.

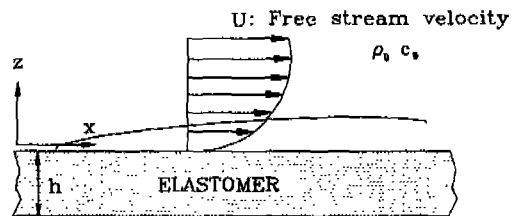


Fig. 1 Unidirectional turbulent flow on the elastomer layer

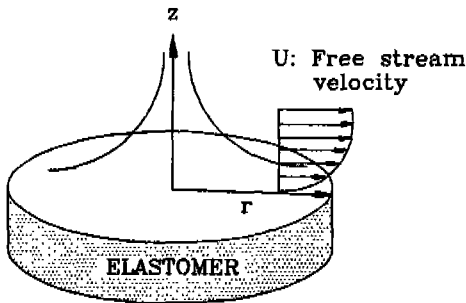


Fig. 2 Axisymmetric turbulent flow on the elastomer layer

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3)$$

식(2)의 해를 다음과 같이 Helmholtz 분해식으로 가정한다.

$$u = \nabla\phi + \nabla \times \varphi \quad (\nabla \cdot \varphi = 0) \quad (4)$$

식(4)를 식(2)에 대입하면 다음과 같은 파동방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu)\nabla^2\phi - \rho\ddot{\phi} &= 0 \\ \mu\nabla^2\varphi - \rho\ddot{\varphi} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

이때  $\phi$  와  $\varphi$  는 각각 압축파(compressive wave) 변위에 대한 포텐셜과 전단파(shear wave)의 변위벡터 포텐셜을 나타낸다(5). 식(5)의 파동방정식을 극좌표계로 표현하면 다음과 같이 4개의 파동방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla^2\phi &= \frac{1}{c_c^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} \\ \nabla^2\varphi_r - \frac{\varphi_r}{r^2} &= \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2\varphi_r}{\partial t^2} \\ \nabla^2\varphi_\theta - \frac{\varphi_\theta}{r^2} &= \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2\varphi_\theta}{\partial t^2} \\ \nabla^2\varphi_z &= \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2\varphi_z}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $c_c = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$  와  $c_s = \sqrt{\mu/\rho}$  는 각각 압축파동 위상속도(phase speed)와 전단파동 위상속도를 나타낸다. Fig. 2 에서 보는 것처럼 난류유동의 흐름은 반경방향으로 흘러가는 형태이므로 축대칭 점탄

성층의 깊이방향으로 정재파(standing wave)만 존재한다고 가정하면 파동해는 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi &= \Phi(z)H_0^{(1)}(k_r r)e^{-i\omega t} \\ \varphi_r &= \Psi_r(z)H_1^{(1)}(k_r r)e^{-i\omega t} \\ \varphi_\theta &= \Psi_\theta(z)H_1^{(1)}(k_r r)e^{-i\omega t} \\ \varphi_z &= \Psi_z(z)H_0^{(1)}(k_r r)e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $H_0^{(1)}$  와  $H_1^{(1)}$  은 각각 1종 Hankel 함수의 0차와 1차 함수이다. Hankel 함수간의 관계는

$$H_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} H_n(x) - H_{n-1}(x) \quad \text{를 만족한다(6).}$$

식(7)을 파동방정식(6)에 대입하고 Hankel 함수의 관계를 이용하면 다음의 상미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi}{dz^2} - (k_r^2 - k_c^2)\Phi &= 0 \\ \frac{d^2\Psi_r}{dz^2} - (k_r^2 - k_s^2)\Psi_r &= 0 \\ \frac{d^2\Psi_\theta}{dz^2} - (k_r^2 - k_s^2)\Psi_\theta &= 0 \\ \frac{d^2\Psi_z}{dz^2} - (k_r^2 - k_s^2)\Psi_z &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)의 상미분방정식을 풀게 되면 8개의 적분상수 ( $A_1, A_2, \dots, B_4$ )를 포함하는 다음과 같은 해를 얻는다.

$$\begin{aligned} \Phi &= A_1 \exp(z\sqrt{k_r^2 - k_c^2}) + B_1 \exp(-z\sqrt{k_r^2 - k_c^2}) \\ \Psi_r &= A_2 \exp(z\sqrt{k_r^2 - k_s^2}) + B_2 \exp(-z\sqrt{k_r^2 - k_s^2}) \\ \Psi_\theta &= A_3 \exp(z\sqrt{k_r^2 - k_s^2}) + B_3 \exp(-z\sqrt{k_r^2 - k_s^2}) \\ \Psi_z &= A_4 \exp(z\sqrt{k_r^2 - k_s^2}) + B_4 \exp(-z\sqrt{k_r^2 - k_s^2}) \end{aligned} \quad (9)$$

따라서, 임의의 위치에서의 변위는 Helmholtz의 분리식(4)를 재활용하여 다음의 식으로부터 구해진다.

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{\partial\phi}{\partial r} - \frac{\partial\varphi_\theta}{\partial z} \\ u_z &= \frac{\partial\phi}{\partial z} + \frac{\varphi_\theta}{r} + \frac{\partial\varphi_r}{\partial r} \end{aligned} \quad (10)$$

또한, 식(11)에서의 변위와 응력과의 관계를 이용하여 수직응력과 전단응력을 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\tau_{zz} = \lambda \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (11)$$

$$\tau_{rz} = \mu \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)$$

식(10)과 (11)은 8개의 적분상수인 미지수  $A_1, A_2, \dots, B_4$  를 포함하고 있으며, 이들 미지수는 다음의 경계조건을 이용하여 구해야 한다. 물리적인 경계조건은 탄성중합체의 표면 ( $z=0$ )에서 난류유동에 의한 유체압력과 탄성중합체의 바닥부위 ( $z=h$ )가 완전 고정되어 있다고 가정하면 다음의 경계조건식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} (\tau_{zz})_{z=0} - (\rho_o \omega^2 / \sqrt{k_r^2 - k_o^2})(u_z)_{z=0} &= -P \\ (\tau_{rz})_{z=0} &= 0 \\ u_r|_{z=h} &= 0 \\ u_z|_{z=h} &= 0 \\ u_o &= 0 \quad (\text{at any } z) \end{aligned} \quad (12)$$

따라서, 경계조건식(12)를 이용하면 8개의 미지수는 다음과 같은 행렬식에 의해 결정된다.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & a_{48} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & a_{58} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} & a_{78} \\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & a_{87} & a_{88} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \\ A_3 \\ B_3 \\ A_4 \\ B_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

식(13)에 나타나는 행렬요소  $a_{ij}$ 는 부록에 나타내었다. 식(13)로부터 구한 적분상수를 식(11)에 대입하면 점탄성층의 임의의 위치에서의 수직응력  $\tau_{zz}$ 을 구할 수 있다. 탄성중합체의 임의의 위치  $z$ 에서의 수직응력  $\tau_{zz}$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \tau_{zz} = \lambda & \left( [A_1 e^{\alpha z} + B_1 e^{-\alpha z}] H_o^{(1)PP} \right. \\ & - [A_3 \beta e^{\beta z} - B_3 \beta e^{-\beta z}] H_1^{(1)P} \\ & + \frac{1}{r} [A_1 e^{\alpha z} + B_1 e^{-\alpha z}] H_o^{(1)P} \\ & - \frac{1}{r} [A_3 \beta e^{\alpha z} + B_3 \beta e^{-\alpha z}] H_1^{(1)} \\ & + [A_1 \alpha^2 e^{\alpha z} + B_1 \alpha^2 e^{-\alpha z}] H_o^{(1)} + [A_3 \beta e^{\beta z} \\ & + B_3 \beta e^{-\beta z}] \frac{H_1^{(1)}}{r} \\ & + [A_3 \beta e^{\beta z} + B_3 \beta e^{-\beta z}] H_1^{(1)P} \left. \right) \\ & + 2\mu \left( [A_1 \alpha^2 e^{\alpha z} + B_1 \alpha^2 e^{-\alpha z}] H_o^{(1)} \right. \\ & + [A_3 \beta e^{\beta z} - B_3 \beta e^{-\beta z}] \frac{H_1^{(1)}}{r} \\ & + [A_3 \beta e^{\beta z} + B_3 \beta e^{-\beta z}] H_1^{(1)P} \left. \right) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{k_r^2 - k_c^2}, \quad \beta = \sqrt{k_r^2 - k_s^2} \\ H_o^{(1)P} &= \frac{\partial H_o^{(1)}}{\partial r}, \quad H_o^{(1)PP} = \frac{\partial H_o^{(1)P}}{\partial r} \\ H_1^{(1)P} &= \frac{\partial H_1^{(1)}}{\partial r}, \quad H_1^{(1)PP} = \frac{\partial H_1^{(1)P}}{\partial r} \end{aligned}$$

#### 4. 탄성중합체내의 응력과 전달함수

탄성중합체의 표면에서 발생한 응력파의 깊이방향에 대한 전달량을 계산하기 위해서는 탄성중합체의 표면 ( $z=0$ )에서의 수직응력과 바닥부위 ( $z=h$ )에서의 수직응력의 비를 구해야 한다. 따라서 본 연구에서 정의하는 전달함수는 극좌표계에서 다음과 같이 정의될 수 있다.

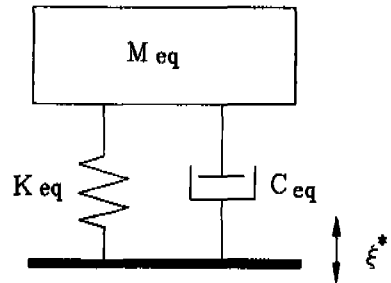


Fig. 3 Simplified one degree-of-freedom model for the elastomer layer

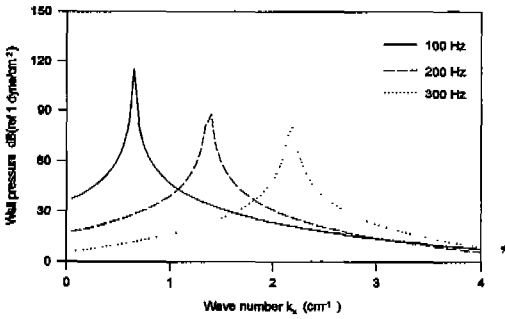


Fig. 4 Wave number spectra of wall pressure from Coco's turbulent flow model[4] at different frequencies

$$T(k_x, \omega) = \frac{(\tau_{xz})_z = -h}{(\tau_{xz})_z = 0} \quad (15)$$

여기서  $kr$ 은 반경방향의 난류계층 유동의 파수 (wave number)이고,  $\tau_{xz}$ 은  $z$  방향의 수직응력이다. Figs. 5 와 6은 각각  $Ko(2, 3)$ 가 직각좌표계를 써서 유도한 전달함수와 본 연구에서 극좌표계를 이용하여 유도한 탄성중합체의 전달함수를 비교한 것이다.  $Ko$ 가 구한 전달함수는 난류압력유동을 받는 탄성중합체가 무한 평판이라는 가정하에서 구한 것으로 임의의  $x$ 축 상에서 항상 일정한 값을 갖게 되지만 본 연구에서처럼 극좌표계로 전달함수를 표현하면 반경방향의 임의의 위치  $r$ 에 따라 전달함수의 값이 달라지게 된다. 따라서  $Ko$ 의 결과와 비교하기 위해서는 임의의 위치  $r$ 을 충분히 크게 하여야 한다. Figs. 5와 6은 각각 특정 주파수에서  $r$ 값의 증가에 따른 전달함수의 변화양상을 보여주며  $r$ 이 점차 증가함에 따라  $Ko$ 의 결과와 상당히 근접함을 보여주고 있다. 전달함수의 계산과정에서 사용한 탄성중합체의 높이  $h$ 는  $7.62cm$ 이고 물성치는 압축파동 위상속도  $C_c=1850m/sec$ , 전단파동 위상속도  $C_s=1666m/sec$ , 압축파동 손실계수  $\eta_c=0.2$ , 전단파동 손실계수  $\eta_s=0.3$  과 밀도  $\rho=1.08g/cm^3$  을 사용하고 물의 밀도는  $\rho_0=1.0g/cm^3$  을 사용하였다.

### 5. 탄성중합체의 등가 1자유도계 모델링

극좌표계를 이용하여 유도한 전달함수는 반경방향 파수  $kr$ 의 함수이다. 이 전달함수를  $kr$ 에 대해 적분하면 깊이방향으로 전파되는 평면파만 존재하는 경우를 생각

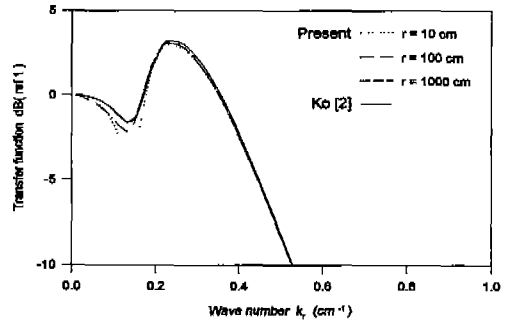


Fig. 5 Comparison of the transfer functions by the present theory and Ko's theory[2] at 100 Hz

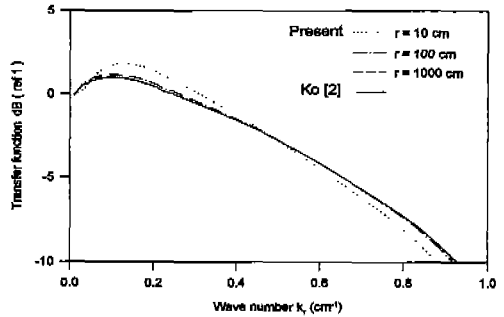


Fig. 6 Comparison of the transfer functions by the present theory and Ko's theory[2] at 300 Hz

할 수 있다. 따라서 반경방향으로 파동이 전파되는 구조물을 반경방향의 파동수에 대해 적분하면 Fig. 2를 1차원 모델로 변환할 수 있다. 1차원 모델의 공진주파수는 일반적으로 다음과 같이 주어진다<sup>(7)</sup>.

$$\omega_n^{(1)} = \frac{n \pi c}{2h} \quad (16)$$

체적변형율(volume deformation)을 고려하지 않는 경우 식(16)의 압축위상 속도는  $c = \sqrt{E/\rho}$  로 표현되지만 일반적인 3차원 모델의 경우 체적 변형율을 고려해야 하므로 식(5)에 나타난 3차원 모델의 압축파동 위상속도  $C_c$ 를 식(16)에 대입함으로써 3차원 모델의 수직방향 운동에 대한 공진주파수  $\omega_n^{(3)}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\omega_n^{(3)} = \frac{n\pi}{2h} \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}, \quad (n = 1, 3, 5 \dots) \quad (17)$$

여기서  $\nu$ 는 Poisson비 이고, 식(16), (17)의 윗 첨

자는 각각 1차원 모델과 3차원 모델을 의미한다. 따라서, 식(17)로부터 Fig. 3에서 보인 등가 1자유도계 모델의 등가질량과 등가강성계수는 다음과 같이 유도된다.

$$M_{eq} = \frac{\rho h}{2}$$

$$K_{eq} = \frac{n^2 \pi^2}{8h} \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (18)$$

공진주파수에서 공진 진폭의 크기를 결정하는 감쇠값은 quality factor Q 로부터 결정할 수 있다. 공진주파수는 식(17)로부터 알 수 있으며 반경방향의 파수  $k_r$ 에 대해 적분된 전달함수에 n 번째 공진주파수인  $\omega_n^{(3)}$ 을 대입하고 다시 역수를 취하면 n 번째 공진주파수에서의 quality factor  $Q_n$ 을 구할 수 있다.

$$Q_n = T(n) \quad (19)$$

그리고 quality factor Q 와 점성감쇠비의 관계  $Q_n = 1/2\xi_n$ 에 의하여 등가점성감쇠계수  $C_{eq}$ 를 구할 수 있다. 1 자유도계의 점성감쇠비  $\xi_n$ 과 등가점성감쇠계수  $C_{eq}$ 와의 관계는 다음 식과 같이 주어진다.

$$\xi_n(n) = \frac{C_{eq}(n)}{2\sqrt{M_{eq}K_{eq}}} \quad (20)$$

즉, 식(18), (19), (20)로부터 등가점성감쇠계수  $C_{eq}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$C_{eq}(n) = \frac{1}{T(n)} \frac{n\pi}{4} \sqrt{\frac{\rho E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (21)$$

Figs. 7과 8은 각 모드에서의 등가질량과 등가강성계수, 등가점성감쇠계수를 이용하여 계산한 1 자유도계의 전달함수와 실제 3차원 축대칭 점탄성층 모델을 반경방향의 파수에 대해 적분한 전달함수의 공진주파수 부근에서의 주파수 스펙트럼을 비교한 것이다. 식(21)에서  $T(n)$ 은 n 번째 모드에서의 반경방향의 파수  $k_r$ 에 대해 적분된 전달함수의 크기이다. 그러나 실제의  $T(n)$ 의 수식적인 표현은 대단히 복잡한 형태를 갖게 되고 또한 식(18), (21)을 이용한 1자유도계 모델링을 통한 전달함수로는 Figs. 7, 8에서처럼 비공진 구역에서 전달함수를 예측하기가 곤란하다. 이 경우 수직방향의 운동은 주로 압축파동의 영향을 받는다는 점을 이용하면 간단하게 전달함수를 유도할 수 있다. 식(9)로부터 압축파만을 고려하여 전달함수를 유도할 경우 보다

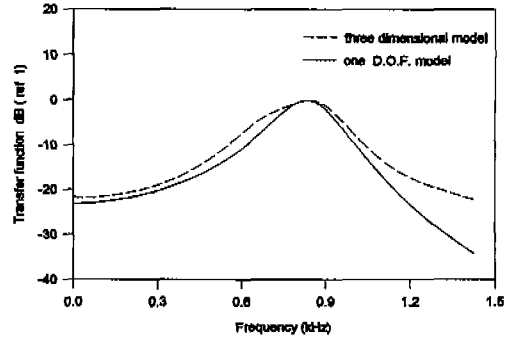


Fig. 7 Comparison of the transfer functions from three-dimensional and one-D.O.F. models when  $n=1$  and  $\nu=0.4$

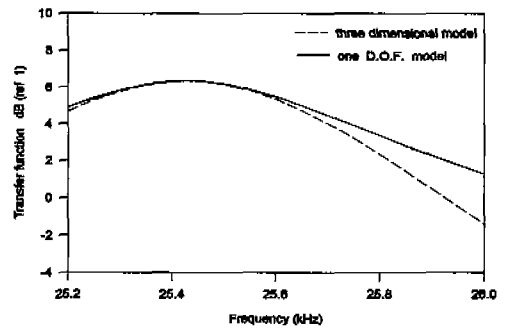


Fig. 8 Comparison of the transfer functions from three-dimensional and one-D.O.F. models when  $n=29$  and  $\nu=0.4$  with  $\gamma_c=0.03$

일반적인 경우로 탄성중합체의 바닥부분( $z=h$ )이 이동 경계조건(moving boundary condition)을 갖는다고 가정하면 다음의 식으로 표현된다.

$$u_z|_{z=h} = \xi e^{i\theta} = \xi^*$$

$$\tau_{rz}|_{z=0} = -p - A_1 q \alpha H_0^{(1)} + B_1 q \alpha H_0^{(1)} \quad (22)$$

여기서,  $\xi^*$ 는 탄성중합체의 바닥부분( $z=h$ )이 갖는 이동변위량을 나타낸다. 식(22)의 이동경계조건을 적용하여 전달함수를 구하면 다음과 같이 주어진다.

$$T(k, \omega) = \frac{[\gamma + q\alpha H_0^{(1)}] \xi^* e^{-\alpha h} - [\gamma - q\alpha H_0^{(1)}] \xi^* e^{\alpha h} - 2\alpha H_0^{(1)} P}{2q\alpha H_0^{(1)} \xi^* - \alpha e^{-\alpha h} H_0^{(1)} P - \alpha e^{\alpha h} H_0^{(1)} P} \quad (23)$$

여기서,

$$\gamma = (\lambda + 2\mu)\alpha^2 H_0^{(1)} + \frac{\lambda}{r} H_0^{(1)P} + \lambda H_0^{(1)PP}$$

$$q = \frac{\rho_0 \omega^2}{\sqrt{k_r^2 - k_0^2}}$$

만일  $z=h$  에서의 이동변위가 없다면  $\xi^*=0$  이므로 식(23)는 다음과 같이 간단하게 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} T(k, \omega) &= \frac{-2\alpha H_0^{(1)} P}{-ae^{ah} H_0^{(1)} P - ae^{-ah} H_0^{(1)} P} \\ &= \frac{2}{e^{ah} + e^{-ah}} \\ &= \frac{1}{\cos(h\sqrt{k_c^2 - k_r^2})} \end{aligned} \quad (24)$$

따라서 식(21)에서의  $T(n)$ 은  $k_c = \omega$ 의 관계에 의하여 다음의 식으로 간략하게 표현될 수 있다.

$$T(n) = \int_0^{k_c} \frac{1}{\cos(h\sqrt{(\frac{n\pi}{2h})^2 - k_r^2})} dk_r \quad (25)$$

Fig. 9는 실제의 전달함수와 압축파동만을 이용한 전달함수를 반경방향의 파수에 대해서 수치적분을 행한 결과의 비교이다. 비교결과 저주파수에서는 전달파동의 영향이 보이기는 하지만 전체적인 관점에서 볼때는 압축파동만을 이용하여도 실제의 전달함수를 비교적 정확히 표현할 수 있다. 식(25)으로부터  $n$  번째 모드에서의 quality factor를 간단하게 나타낼 수 있으므로 결과적으로 등가감쇠계수  $C_{eq}$ 도 쉽게 예측할 수 있다.

### 6. 유체유발 탄성응력파 저감을 위한 검토

식(25)의 전달함수의 형태에서 보는 것처럼 주어진 난류유동의 파수  $k_r$ 에 대하여 전달함수의 크기를 결정하는 것은 모드수  $n$ 과 높이  $h$ 임을 알 수 있다. 식(25)을 다른 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$T(n) = \int_0^{k_c} \frac{1}{\cos(h\sqrt{(\frac{n\pi}{2h})^2 - (h \nu k_r)^2})} dk_r \quad (26)$$

만일 깊이방향으로 전달되는 응력파의 크기를 줄이기 위해서는 식(26)의 분모항이 커져야 한다. 그런데  $n\pi/2 \geq h k_r$ 의 조건이라면 식(26)의 분모항이 cosine 항

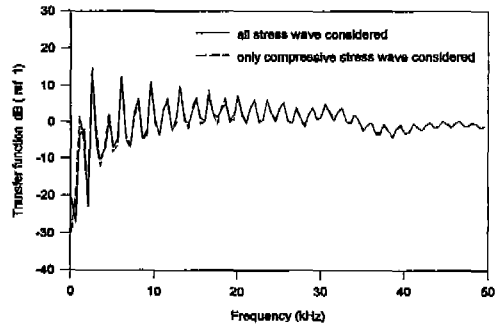


Fig. 9 Comparison of the transfer functions from three-dimensional and one-D.O.F. models when  $n=29$  and  $\nu=0.4$  with  $\eta_c=0.03$

에 의한 주기적인 성질을 갖게 되므로 분모의 값은 증가할 수 없게 된다. 그러나  $h k_r \geq n\pi/2$ 의 조건이라면 cosine 항속에 존재하는 제곱근 항이 복소수가 되므로 높이  $h$ 의 증가에 따라 지수적으로 증가하게 되어 전달함수  $T(n)$ 도 결과적으로 적은 값으로 남게 된다. 따라서 깊이 방향으로 전파되는 응력파의 양을 줄이기 위해서는 두번째의 조건을 가능한한 만족할 수 있도록 탄성중합체 층을 설계하여야 할 것이다. 그런데 저파수 즉 난류유동의 파장이 큰 경우에 두번째의 조건을 만족하기 위해서는 탄성중합체 층의 높이  $h$ 가 매우 커야하므로 이것은 저파수에 해당하는 응력파는 깊이방향으로의 제어가 어렵다는 의미가 된다. 따라서, 만일 저파수에 해당하는 응력파의 전파를 제어하기 위해서는 위상속도  $C_c$ 에 포함되어 있는 구조감쇠(structural damping)의 양으로 조절하여야 할 것이다.

### 7. 결론

본 연구에서는 난류경계층 압력유동을 받는 구조물의 탄성응력파의 전파특성을 파동역학을 이용하여 해석하였다. 기존의 연구에서는 직각좌표계를 이용하여 난류유동이 동일한 한 방향으로 흐르는 경우에 대해 탄성응력파의 전파특성을 해석하였으나, 본 연구에서는 유체가 구조물의 표면에 수직으로 입사하여 방사형으로 흘러나갈 경우에 발생하는 탄성응력파의 전파 특성을 극좌표계를 이용하여 해석하였다. 또한 기초 구조물의 깊이방향으로 전파되는 탄성응력파를 감소시키기 위해 기초구조물의 표면에 접촉시키는 탄성중합체층을 설계하는데 보다 효율적으로 응용할 수 있는 단순화된 1자유

도계 모델을 유도하였다.

후 기

본 연구는 1994년도 교육부 학술연구 조성비 (기계공학 : ME 94-D-10) 에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌

1. White, F. M., Fluid Mechanics, McGraw-Hill Inc., Singapore, pp. 287-316, 1987.
2. Ko, S. H., "Calculation of Turbulent Boundary Layer Pressure Fluctuations Transmitted into a Viscoelastic Layer", Journal of Acoustic Society of America 85(4), pp. 1469-1477, 1989.
3. Ko, S. H., "Measurement of the Turbulent Boundary Layer Wave-vector Spec-

trum", Journal of Acoustic Society of America 88(1), pp. 386-390, 1990.

4. Ko, S. H., "Analytical Evaluation of Flush-mounted Hydrophone Array Response to the Corcos Turbulent Wall Pressure Spectrum", Journal of Acoustic Society of America 90(1), pp. 579-588, 1991.
5. Achenbach, J. D., Wave Propagation in Elastic Solids, North-Holland Publishing Company, New York, pp. 46-89, 1973.
6. Spiegel, M. R., Mathematical Handbook, McGraw-Hill Inc, Singapore, pp. 137-138, 1968.
7. Tse, F. S., Mechanical Vibration, Allyn and Bacon, Inc., New York, pp. 253-260, 1978.

부 록

식(13)의 행렬요소  $[a_{ij}]$

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \lambda(H_0^{(1)PP} + \frac{1}{r}H_0^{(1)P} + \alpha^2H_0^{(1)}) + 2\mu(\alpha^2H_0^{(1)} - Q\alpha H_0^{(1)}) \\
 a_{12} &= \lambda(H_0^{(1)PP} + \frac{1}{r}H_0^{(1)P} + \alpha^2H_0^{(1)}) + 2\mu(\alpha^2H_0^{(1)} + Q\alpha H_0^{(1)}) \\
 a_{13} &= 0 \\
 a_{14} &= 0 \\
 a_{15} &= 2\mu(\frac{\beta}{r}H_1^{(1)} + \beta H_1^{(1)P}) - \frac{Q}{r}H_1^{(1)} - QH_1^{(1)P} \\
 a_{16} &= 2\mu(-\frac{\beta}{r}H_1^{(1)} - \beta H_1^{(1)P}) - \frac{Q}{r}H_1^{(1)} - QH_1^{(1)P} \\
 a_{17} &= 0 \\
 a_{18} &= 0 \\
 a_{21} &= \mu(\alpha H_0^{(1)P} + \alpha H_0^{(1)P}) \\
 a_{22} &= -\mu(\alpha H_0^{(1)P} + \alpha H_0^{(1)P}) \\
 a_{23} &= 0 \\
 a_{24} &= 0 \\
 a_{25} &= \mu(-\beta^2 H_1^{(1)} - \frac{1}{r^2}H_0^{(1)} + \frac{H_0^{(1)P}}{r} + H_0^{(1)PP}) \\
 a_{26} &= \mu(-\beta^2 H_1^{(1)} - \frac{1}{r^2}H_0^{(1)} + \frac{H_0^{(1)P}}{r} + H_0^{(1)PP}) \\
 a_{27} &= 0 \\
 a_{28} &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{31} &= e^{-\alpha h} H_0^{(1)P} & a_{41} &= \alpha e^{-\alpha h} H_0^{(1)P} & a_{51} &= 0 \\
 a_{32} &= e^{\alpha h} H_0^{(1)P} & a_{42} &= -\alpha e^{\alpha h} H_0^{(1)P} & a_{52} &= 0 \\
 a_{33} &= 0 & a_{43} &= 0 & a_{53} &= \beta H_1^{(1)} \\
 a_{34} &= 0 & a_{44} &= 0 & a_{54} &= 0 \\
 a_{35} &= -\beta e^{-\beta h} H_1^{(1)} & a_{45} &= (\frac{1}{r}H_1^{(1)} + H_1^{(1)P})e^{-\beta h} & a_{55} &= 0 \\
 a_{36} &= \beta e^{\beta h} H_1^{(1)} & a_{46} &= (\frac{1}{r}H_1^{(1)} + H_1^{(1)P})e^{-\beta h} & a_{56} &= 0 \\
 a_{37} &= 0 & a_{47} &= 0 & a_{57} &= -H_1^{(1)P} \\
 a_{38} &= 0 & a_{48} &= 0 & a_{58} &= 0 \\
 a_{61} &= 0 & a_{71} &= 0 & a_{81} &= 0 \\
 a_{62} &= 0 & a_{72} &= 0 & a_{82} &= 0 \\
 a_{63} &= 0 & a_{73} &= 0 & a_{83} &= H_1^{(1)P} \\
 a_{64} &= \beta H_1^{(1)} & a_{74} &= H_1^{(1)P} & a_{84} &= 0 \\
 a_{65} &= 0 & a_{75} &= 0 & a_{85} &= 0 \\
 a_{66} &= 0 & a_{76} &= 0 & a_{86} &= 0 \\
 a_{67} &= 0 & a_{77} &= 0 & a_{87} &= \beta H_0^{(1)P} \\
 a_{68} &= H_0^{(1)P} & a_{78} &= -\beta H_0^{(1)P} & a_{88} &= 0
 \end{aligned}$$