

중공 원형 소재로부터 다각형 튜브 제품의 평금형 전방 압출에 대한 최종단계의 상계해석

김 동 권,* 조 종 래,** 배 원 병***

An Upper-Bound Analysis of the Square-Die Forward Extrusion of Regular Polygonal-Shaped Tubes from Hollow-Cylindrical Billets at Final Stage

Dong Kwon Kim,* Jong Rae Cho,** Won Byong Bae***

ABSTRACT

In this study, a deformation model for the regular polygonal-shaped tubes from hollow-cylindrical billets is proposed and a kinematically admissible velocity field is obtained from this deformation model. The final stage upper-bound extrusion load and the average extruded length are determined by minimizing the total power consumption with respect to chosen parameters. Experiments have been carried out with hard solder billets at room temperature. The theoretical predictions of the extrusion load are in good agreements with the experimental results and there is generally reasonable agreement in average extruded height between theory and experiment.

Key Words : Tube Extrusion(튜브 압출), Square Die(평금형), Kinematically Admissible Velocity Field(동적가용속도장), Upper-Bound(상계)

1. 서 론

압출 공정은 펀치의 진행 방향과 성형된 제품의 압출 방향의 관계에 따라서 전방압출(forward extrusion), 후방압출(backward extrusion) 및 측방압출(side extrusion)로 나눌 수 있고, 또한 성형하고자하는 제

품이 중실(solid or bar)이나 중공(hollow or tube) 이냐에 따라서 중실압출과 중공압출로서 분류될 수 있다. 이 중 외부에 여러가지 형상을 가진 강관(steel tube) 또는 합금강관(alloy steel tube)과 같은 튜브류는 주로 중공 전방압출(hollow forward extrusion)이나 중공 후방압출(hollow backward extru-

* 한국중공업(주) 기술연구소(정회원)

** 한국해양대학교 기계공학과

*** 부산대학교 정밀경형 및 금형가공연구소(정회원)

sion)에 의하여 제작되어지고 있다.⁽¹⁾ 이 두가지 공정 중에서 내부에 여러가지 형상을 가진 튜브 제품을 성형할 때에는 중공 후방압출 공정이 유리한 반면, 외부에 여러가지 형상을 가진 튜브 제품을 성형할 때에는 중공 전방압출 공정쪽이 중공 후방압출 공정보다 유리한데 이는 컨테이너와 소재 자체를 교환하기 보다는 다이만을 교체하는 쪽이 시간과 비용면에서 훨씬 절약되기 때문이다.

다각형 튜브 제품을 압출하는 동안 형성되어지는 소재의 유동은 소재의 단면과 길이 방향으로 모두 균일하지 않은 3차원 유동이다. 적절한 다이 및 공정설계를 위해서는 이 3차원 유동을 파악하여 최종 단계에서의 비정상상태 해석을 행하는 것이 중요한데, 현재 튜브 제품의 3차원 후방압출에 대한 연구는 몇몇 사례⁽²⁻⁴⁾가 있으나 튜브 제품의 3차원 평균형 전방압출에 관한 해석 사례는 없으므로 다른 연구자들이 유사 공정을 해석하고자 할 때 비교할 수 있는 데이터가 없어 어려움을 겪을 수 있다.

튜브 전방압출에 대한 해석 예는 현재 거의 없는 실정인데, Mehta 등⁽⁵⁾이 유동-포텐셜 개념(flow-potential concept)을 도입하여 해석한 바 있고, 최근에 Altan 등⁽⁶⁾이 축대칭의 경우에 대한 튜브 전방압출의 변형 모델을 제안한 바 있다.

본 연구에서는 중공 원형 소재에서 다각형 튜브 제품의 평균형 전방압출에 대한 해석 모델을 제시하고 최종 단계에서의 동적가용속도장을 제안하였다. 제안한 속도장으로부터 수식화를 행하여 선정된 파라메타들에 대하여 최소화시킴으로써 최종 단계에서의 압출하중을 구하고, 압출하중과 평균압출길이에 미치는 단면감소를, 대칭축의 수 및 마찰 조건의 영향을 파악하였다. 또한, 이론의 타당성을 검증하기 위하여 상온에서 경납을 사용하여 여러가지의 단면감소율, 대칭축의 수 및 마찰 조건에 대하여 실험을 수행하고 이 결과를 이론적인 결과와 비교하였다.

2. 동적가용속도장의 유도

튜브 전방압출 공정은 구속된 소재를 펀치로 눌러서 구속 또는 비구속된 맨드릴과 다이 사이의 틈새를 통해 같은 방향으로 소재가 밀려나와 튜브형 제품이 성형되는 것이다. 평균형 압출시에는 보통 비유동영역이 생겨 이를 고려하여 요소를 분할하는 것이 타당하지만 이 경

우 수식의 유도가 어렵고, 열간 상태에서의 최종단계임을 고려하여 본 논문에서는 이를 무시하고 요소를 분할하였다. 그러나, 좀 더 실제에 가까운 모델을 선정할 수 있다면 보다 좋은 상계해를 구할 수 있으리라 예측된다. 본 해석에서는 맨드릴이 펀치에 구속되어 펀치의 진행과 함께 이동하는 것으로 가정하였는데, 본 해석의 수행에 사용된 다각형 튜브 제품의 3차원 전방압출 공정의 모델을 Fig. 1에 간략하게 나타내었다.

그림에 있는 것처럼 원점이 소재의 밀면의 중심에 놓이고, 기하학적 대칭축에 $\theta=0$ 축이 놓이는 원통좌표계가 사용되었다. 전체 영역을 3개의 요소로 나눈 후, 요소 I과 II는 소성변형 중에 있고, 요소 III은 변형이 끝난 준-강체(pseudo-rigid body)로 가정한다.⁽⁴⁾ 재료는 등방성, 비압축성이고 강-소성체이며 Von Mises의 유동 법칙을 따른다고 가정한다.

2.1 요소 (I)

속도경계조건을 만족시키는 축방향 속도성분 U_z 와 접선방향 속도성분 U_θ 를 다음과 같이 가정한다.

$$U_z = -\frac{U_o}{T} Z \quad (1)$$

$$U_\theta = -\frac{U_o}{T} (R_o - R)\omega_1(\theta) \quad (2)$$

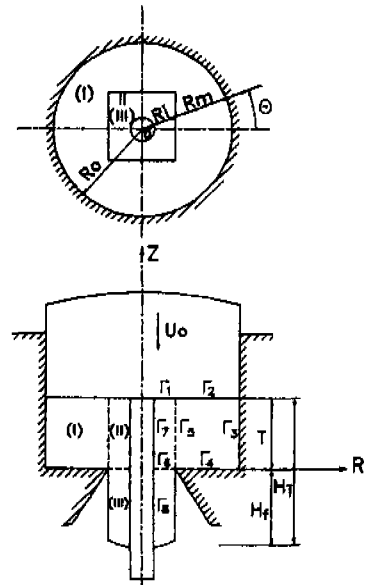


Fig. 1 A general scheme for the deformation model

여기서, $\omega_1(\theta) = A \sin(N\theta)$

단, A : 최적화 변수

N : 전체 영역에서의 대칭축의 수

반경방향의 속도경계조건

$$R=R_0 \text{ 에서 } U_R=0 \quad (3)$$

와 비압축성조건

$$\frac{\partial U_R}{\partial R} + \frac{U_R}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial U_z}{\partial Z} = 0 \quad (4)$$

을 만족시키는 반경방향 속도성분 U_R 은 다음과 같이 주어진다.

$$U_R = \frac{U_o}{2TR} \left\{ (R^2 - R_o^2) - (R - R_o)^2 \frac{d\omega_1}{d\theta} \right\} \quad (5)$$

2.2 요소 (II)

$V_b(\theta)$ 는 Fig.2에서 보는 바와 같이 요소 (I)과 (II) 사이의 전단경계면 상의 한 점에서의 수직속도를 나타낸다.

$$V_b(\theta) = (U_R \cos \beta - U_\theta \sin \beta)_{R=R_b(\theta)} \quad (6)$$

요소 (II)에서 속도경계조건은 다음과 같다.

$$R = R_m(\theta) \text{ 에서 } U_{R_m} = V_b \cos \beta \quad (7)$$

$$R = R_m(\theta) \text{ 에서 } U_{\theta_m} = -V_b \sin \beta \quad (8)$$

$$R = R_i \text{ 에서 } U_{R_i} = 0 \quad (9)$$

$$\theta = 0, \frac{\pi}{N} \text{ 에서 } U_{\theta_n} = 0 \quad (10)$$

위 경계조건을 만족하는 반경방향 속도성분 U_R 과 접

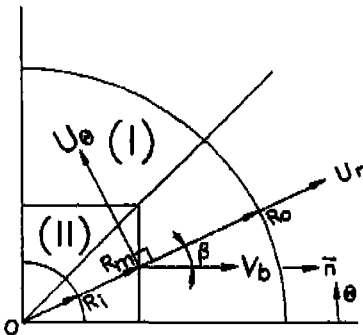


Fig. 2 Shear boundary between element I and element II

선방향 속도성분 U_θ 를 다음과 같이 가정한다.

$$U_R = C \frac{R_m(\theta) - R}{R_m(\theta) - R_i} \frac{R - R_i}{R_m(\theta) - R_i} \frac{d\omega_2}{d\theta} + V_o \cos \beta \frac{R - R_i}{R_m(\theta) - R_i} \quad (11)$$

$$U_\theta = D \frac{R_m(\theta) - R}{R_m(\theta) - R_i} \frac{R - R_i}{R_m(\theta) - R_i} \omega_2(\theta) - V_o \sin \beta \frac{R - R_i}{R_m(\theta) - R_i} \quad (12)$$

여기서, $\omega_2(\theta) = B \sin(N\theta)$

단, B, C, D : 최적화 변수

식 (11)과 (12)를 식(4)에 대입하여 적분하고 축방향의 속도경계조건

$$Z=T \text{ 에서 } U_z=U_o \quad (13)$$

를 적용하면 축방향 속도성분 U_z 는 다음과 같이 주어진다.

$$U_z = (\dot{\epsilon}_R + \dot{\epsilon}_\theta)(T - Z) - U_o \quad (14)$$

3. 상계해석

상계이론에 의하면, 완전 강소성체의 변형에 관한 모든 동적가용속도장 중에서 실제의 공정에 필요한 에너지율은 다음에 주어진 J^* 값을 최소화하는 것이다.

$$J^* = \Sigma \dot{W}_i + \Sigma \dot{W}_s + \Sigma \dot{W}_f \quad (15)$$

여기서, J^* 는 실제 공정에 필요한 에너지율의 상계이다.

내부변형에너지소비율 \dot{W}_i 는 다음과 같다.

$$\dot{W}_i = \int_V \sigma \dot{\epsilon} dV \quad (16)$$

여기서,

$$\dot{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\dot{\epsilon}_R^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + \dot{\epsilon}_z^2}{2} + \dot{\epsilon}_{R\theta}^2 + \dot{\epsilon}_{Rz}^2 + \dot{\epsilon}_{\theta z}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

그리고, 전단에너지소비율 \dot{W}_s 는 다음과 같다.

$$\dot{W}_s = \int_s k |\Delta V| dS \quad (17)$$

여기서, k는 전단항복응력이고, $|\Delta V|$ 는 전단경계면에서의 속도불연속양이다.

또한, 마찰에너지소비율 \dot{W}_f 는 다음과 같다.

$$\dot{W}_f = \int_{s_1}^{s_2} mk|\Delta V|_r dS \quad (18)$$

여기서, m 은 마찰상수(friction factor)이고, $|\Delta V|_r$ 는 마찰경계면에서의 속도불연속양이다.

압출하중은 다음 식으로 구해진다.

$$L = \frac{J}{U_0} \quad (19)$$

여기서, U_0 는 펀치하강속도이다.

4. 실험

4.1 물성시험

응력-변형률속도 관계식을 얻기 위하여 열간압축용 시험기인 Greeble 5000에서 압축시험을 행하여, 다음과 같은 응력-변형률속도 관계식을 얻었다.

$$\bar{\sigma} = 73.063(\dot{\epsilon})^{0.0293} \text{ MPa} \quad (20)$$

그리고, 마찰상수의 영향을 파악하기 위하여 윤활과 무윤활의 두가지 마찰조건에 대한 링압축시험을 수행하였다. 본 연구의 실험에서는 윤활의 경우에 있어서는 MoS_2 분말을 그리스(Grease)에 섞어서 사용하였으며, 윤활조건을 일정하게 유지하기 위해 MoS_2 의 양을 혼합물 전체의 중량에 대해 10%가 되게 하였다. 구해진 마찰상수의 값은 윤활시에는 0.1, 무윤활시에는 0.28이다.

4.2 실험장치 및 방법

다각형 형상을 가진 튜브제품의 평균형 전방압출의 실험을 위하여 다이 세트(die set)를 제작하였다. 또한, 시편은 콘테이너의 내경과 맨드릴의 외경 사이에 체결을 원활히 하고 윤활막을 고려하여 주형을 만들어 부은 후 내경 7.8mm, 외경 24.9mm, 높이 25mm로 가공하여 사용하였다.

다각형(4각, 6각 및 8각)의 형상과 각각의 경우에 있어서 단면감소율의 영향을 파악하기 위해서 다이를 4각, 6각 및 8각의 경우에 단면감소율 50%와 78%에 대해 각각 두 가지씩 제작하여 이를 교체해 가면서 실험할 수 있도록 제작하였다.

압출실험은 제작된 다이 세트를 설치한 SHIMATZU UH-100A Universal Testing Machine에서 수행하였다. 본 실험에서는 GPIB Interface를 이용하여

PC에서 실험 중의 행정과 하중이 자동으로 제어되게끔 하여 실제 압출실험을 수행하였다.

Fig. 3은 단면감소율이 50%, 78%인 경우에 있어서 다각형(4각, 6각 및 8각)의 수에 따른 압출 후의 제품의 형상을 보여주고 있다.

5. 결과 및 고찰

이론 해석에 의한 결과식을 직접 계산할 수 없으므로 수치계산법을 이용하여 계산하였다. 변형 중 각 단계에서의 전체 에너지소비율(total power consumption rate)을 4 개의 매개변수들(A, B, C와 D)에 대하여 최소화시켰다. 최소화 방법으로는 직접탐색법(direct search method)의 일종인 FPS법(flexible polyhedron search method)^(7,8)을 이용하였다.

평균형 압출시에는 초기에 하중이 증가한 후 펀치가 진행함에 따라 마찰면과 전단면의 감소로 인해 하중이 서서히 감소하다가 최종단계에서 파이핑 결합이 발생하기 시작하고 하중도 다시 증가한다. 따라서, 실제 성형시에도 높이감소율이 약 80%가 될 때 성형을 마치는 것이 바람직한데 이를 고려하여 본 해석에서는 높이감소율이 80%일 때를 최종단계로 보고 해석을 수행하였다.

5.1 압출하중

Fig. 4는 이론적인 압출하중에 대한 단면감소율과 대칭축의 수의 영향을 보여 준다. 주어진 마찰상수의 조건에서 압출하중은 단면감소율이 증가할수록 증가하고, 반면에 대칭축의 수가 늘어날수록 미세하지만 하중은 조금씩 줄어들고 있는데 이는 대칭축의 수가 늘어날수록 유동이 단순해지는 원인이라고 생각된다. Fig. 5에서는 압출하중에 대한 단면감소율과 대칭축의 수의



Fig. 3 The extruded regular polygonal-shaped tubes for various number of axes of symmetry

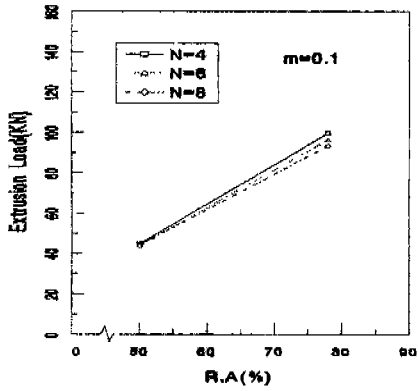


Fig. 4 Theoretical extrusion load for various area reductions and number of axes of symmetry

영향이 본 연구에서 제시된 방법과 실험결과가 비교되어 있는데, 이론에 의한 예상과 실험결과가 잘 일치하고 있다.

Fig. 6은 압출하중에 대한 마찰상수의 영향을 보여준다. 마찰상수가 증가할수록 압출하중은 증가한다. 이는 Fig. 7에 보인 바와 같이 마찰상수가 증가하게 되면 내부에너지와 전단에너지는 변화가 없기 때문에 이들에 의한 압력상승은 없고 단지 마찰에너지가 선형적으로 증가하기 때문에 이에 비례해서 평균압출압력이 선형적으로 증가하게 되기 때문이다. 또한, Fig. 6에서는 윤활과 무윤활의 경우에 있어서 이론과 실험하중을 비교하고 있는데 서로 잘 일치하고 있다.

5.2 평균압출길이

Fig. 8은 평균압출길이에 대한 단면감소율과 마찰상

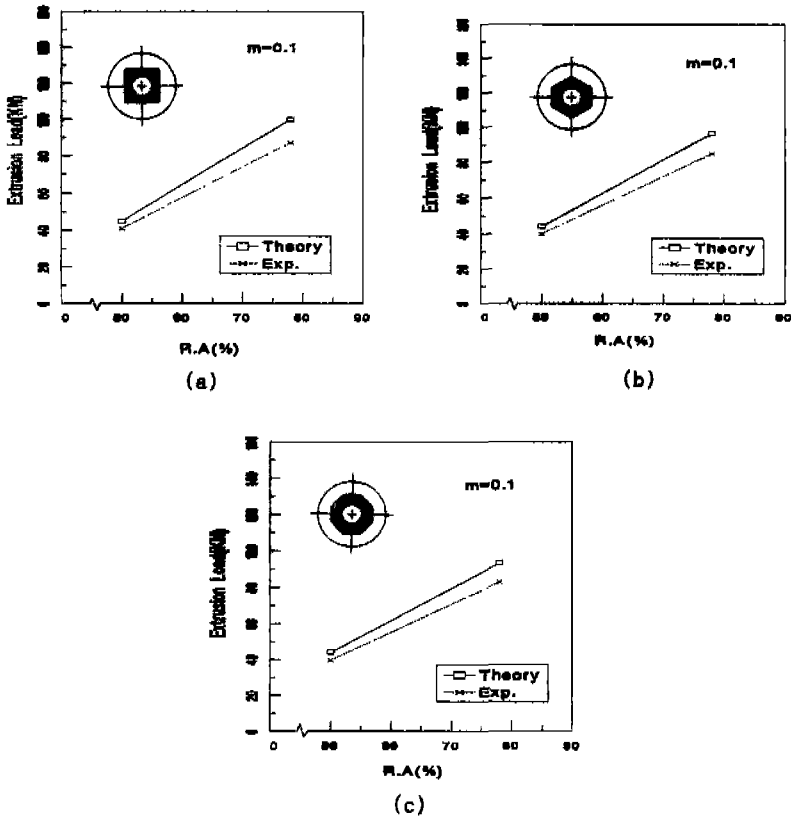


Fig. 5 Comparison between theoretical and experimental extrusion loads for various area reductions and number of axes of symmetry (a)N=4 (b)N=6 (c)N=8

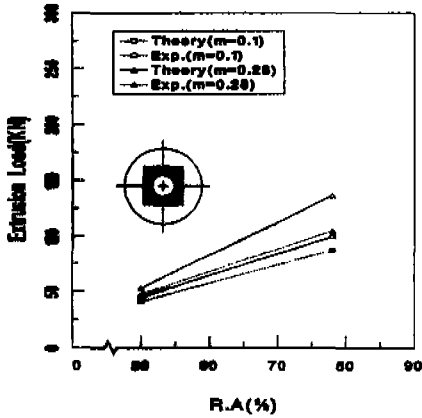


Fig. 6 Comparison between theoretical and experimental extrusion loads for various frictional conditions

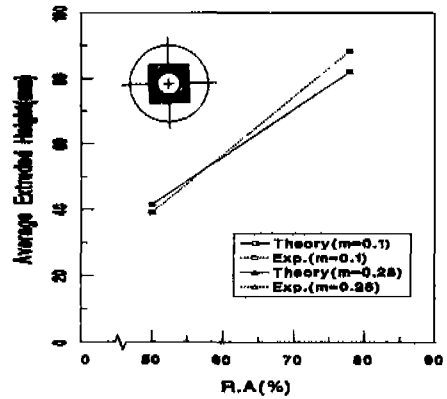


Fig. 8 Comparison between theoretical and experimental average extruded lengths for various area reductions and friction factor.

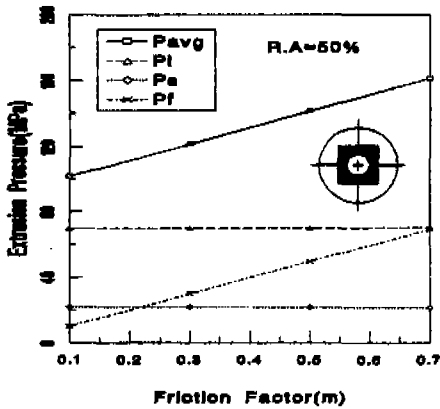


Fig. 7 Effect of friction factor on extrusion pressure

수의 영향을 보여 준다. 단면감소율이 증가할수록 평균 압출길이는 증가한다. 이는 실험과 그 경향은 일치하지만 단면감소율이 작을 때는 평균압출길이를 과소평가하는 경향이 있고, 단면감소율이 클 때에는 평균압출길이를 과대평가하는 경향이 있음을 알 수 있다. 이는 복잡한 유동을 단순한 속도장으로 표현하고, 속도장에 다이와 소재간의 마찰이 유동에 미치는 영향을 표현하지 못하는데 그 원인이 있는 것으로 생각된다.

또한, Fig. 8에서는 평균압출길이에 대한 마찰상수의 영향도 함께 보여주고 있는데, 그림에서 보는 바와

같이 해석상 마찰상수는 평균압출길이에 전혀 영향을 미치지 못하는데 이는 속도장이 마찰상수의 함수로 되어 있지 않기 때문이다. 실험을 통해서도 마찰상수의 변화에 대해서는 평균압출길이의 변화는 거의 없음을 보여주고 있다.

6. 결론

본 연구에서는 중공 원형 소재에서 다각형 튜브 제품을 평균형으로 전방압출하는 공정을 선정하여 이를 위한 해석 모델을 제시하고, 단순화된 동적가용속도장을 제안하였다. 제안한 속도장으로부터 4개의 독립변수에 대하여 전 공정을 통하여 전에너지 소비율을 최소화시킴으로써 최종 단계의 압출하중과 평균압출길이를 구하였다.

이론의 타당성을 검토하기 위해 4각, 6각 및 8각형 튜브모양에 대해 해석하고, 경납을 소재로 상온에서 실험을 수행하였다. 여러종류의 단면감소율, 대칭축의 수와 마찰상수에 대한 압출하중의 이론치와 실험치가 잘 일치하였다. 그런데, 평균압출길이에 있어서는 그 경향은 이론치와 실험치가 잘 일치하나 그 크기는 어느 정도의 차이를 보이고 있어 이에 대한 개선이 요청된다.

따라서, 본 논문에서 제시된 속도장은 다각형 튜브 제품의 평균형 전방압출 공정에서 압출하중 및 압출된 제품의 형상을 예측하는데 간편하게 사용할 수 있다.

7. 참고문헌

1. Lange, Handbook of Metal Forming, McGraw-Hill, New York., 1985.
2. R. Prakash and B. L. Juneja, "An Upper-Bound Analysis of steady state piercing extrusion of polygonal tubes", *J. Eng. Prod.*, 1, pp. 47., 1977.
3. D. Y. Yang and C. H. Han, "Backward extrusion of internally shaped tubes from round billets", *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, 106, pp. 143., 1984.
4. W. B. Bae and D. Y. Yang., "An analysis of backward extrusion of internally circular-shaped tubes from arbitrarily-shaped billets by the upper-bound method." *Journal of Materials Processing Technology*, 36, pp. 175-185., 1993.
5. H. S. Mehta, E. R. Lambert and S. Kobayashi, *Trans. ASME, Series B, J. Eng. Ind.*, 37, pp. 339., 1970.
6. S. B. Altan, "A deformation model for tube extrusion", *Journal of Materials Processing Technology*, 40, pp. 305-313., 1994
7. James L. Kuester, Joe H. Mize, *Optimization Techniques with Fortran*, McGraw-Hill, New York, 1973.
8. M. Kiuchi, H. K. Kim, "A Study on Application of F.P.S Method to the Limit Analysis", *Rep. Inst. Ind. Sci., Tokyo Univ.*, Vol. 40, No. 3, pp. 144-147., 1983.