

# 복합곡선으로 이루어진 캠의 설계에 관한 연구

양 민 양,\* 손 태 영\*\*

## STUDY on BLENDED CAM DESIGN

Min-Yang Yang\* and Tae-Young Shon\*\*

### ABSTRACT

The cam is used to a main component in a variety of automatic machines and instruments. To meet the demand of a complicated operation and of reducing weight for automatic machine, Curve Blending Technology, in which each of the basic curves suitable for individual interval is connected, is used for the cam design. In the curve blending, it is necessary to select appropriate elementary curve for each interval and to confirm the dynamic continuity at connecting points between adjoining elementary curves.

This paper represented the elementary curve selection method to select an appropriate curve for each interval, and executed computation for the follower displacement and angular displacement of each interval. The paper made an analysis and examine closely for elementary curves to synthesizing curve blending, and it performed dynamic conditions clearly at every points on the cam motions. Therefore the curve blending technology presented by the paper turned into easier work.

**Key Words** : Cam Curve(캠곡선), Curve Blending(복합곡선), Elementary Curve(요소곡선), DRD motion(단정류운동), DRRD motion(양정류운동)

### 1. 서 론

캠은 직접 접촉된 종동절(follower)이 예정된 운동 경로를 따라 움직일 수 있도록 운동을 전달하는 기계 요소이다. 캠 기구(cam mechanism)는 캠(cam), 종동절(follower), 프레임(frame)등으로 간단히 구성되며 복잡한 형태의 운동도 쉽게 반복적으로 재현해 낼 수

있다.<sup>1)</sup> 캠 기구는 다른 구동 기구에 비하여 부하능력이 높고, 동기 제어가 쉬워 설계가 간단하며, 충격과 가속도가 작기 때문에 고속에서도 신뢰성 높고 정숙한 운동을 얻을 수 있다. 그리고, 고장이 적고 보수가 용이하므로 수명이 긴 특징이 있다. 이러한 특성에 의하여 자동화 기계들에게 필수적인 요소인데 대표적인 사용 예로 자동 조립기, 방직기계, 식품기계, 복사기, 인쇄기,

\* 한국과학기술원 기계공학과(정회원)

\*\* 한국과학기술원 기계공학과(정회원)

내연기관 등에서 다양하게 사용되고 있으며 그 사용 영역이 점차 확대되고 있다.

이러한 기능을 수행할 수 있는 기본곡선들이 최근까지 다양하게 연구되어 왔다. 1950년까지는 미적인 현상들로부터 유추하여 하모닉곡선(harmonic curve), 사이크로이드곡선(cycloidal curve), 변형사인곡선(modified sine curve) 등이 사용되어 왔다. 그후 1970년까지는 이들을 조합한 변형사다리꼴곡선(modified trapezoidal curve) 등과 다항식곡선들이 제기되었으며, 근래에는 스플라인(spline)곡선을 사용하여 최적의 동특성을 갖는 곡선을 합성하고자하는 연구들이 진행되어 왔다.<sup>(2)-(6)</sup>

그런데 캠기구의 용도가 조립작업 등에서 작업의 동기화(synchronize)가 필요하여 특정속도(Specific velocity)가 요구될 경우, 복잡한 작업의 수행을 위하여 구속조건으로 설정점(precision points)들이 주어

질 경우, 특정 가속도(Intermediate acceleration)가 필요한 경우, 그리고 비대칭형 상승과 하강으로 운동이 제한될 경우에는 복합곡선(curve blending)이 필요하다. 이러한 경우들 중에서 특정가속도를 요구하는 경우가 가장 간단한 경우로서 변형사다리꼴곡선이 대표적인 예로 사용된다. 그런데 구속조건으로 다수의 설정점들이 주어지는 경우에는 스프라인 기법으로 유연하게 캠곡선을 합성할 수 있지만, 작업의 동기화가 요구되어 등속도나 등가속도의 크기와 각변위영역이 제한될 때에는 설계자의 경험에 의하여 결정되고 있다.

여러 가지 기본곡선들을 조합하여 복합곡선을 생성함에 있어서 아래의 조건들을 만족해야 우수한 곡선을 얻을 수 있다.

1. 각각의 세부구간(sub-interval) 동안의 변위의 합은 운동구간(period)의 총변위(total stroke)와 같다.
2. 각각의 세부구간 동안의 각변위의 합은 운동구간

Table 1 Characteristics of the elementary curves for curve blending

curve	$S_s, S_e$	$V_s, V_e$	$A_s, A_e$	usable next
C1	0, +	0, +	0, 0	C2, H2, CV1
C2	0, +	+ , 0	0, 0	C1, C3, C5, C6, P1
C3	+ , 0	0, -	0, 0	C4, H4, CV2
C4	+ , 0	- , 0	0, 0	C1, C3, C5, C6, P1
C5	0, +	0, 0	0, 0	C1, C3, C6, P1
C6	+ , 0	0, 0	0, 0	C1, C3, C5, P1
H1	0, +	0, +	+ , 0	C2, H2, CV1
H2	0, +	+ , 0	0, -	H3, H6, P2
H3	+ , 0	0, -	- , 0	C4, H4, CV2
H4	+ , 0	- , 0	0, +	H1, H5
H5	0, +	0, 0	+ , -	H3, H6, P2
H6	+ , 0	0, 0	- , +	H1, H5
P1	0, +	0, 0	0, -	H3, H6, P2
P2	+ , 0	0, 0	- , 0	C1, C3, C5, C6, P1
CV1	0, +	+ , +	0, 0	C2, H2
CV2	0, -	- , -	0, 0	C4, H4

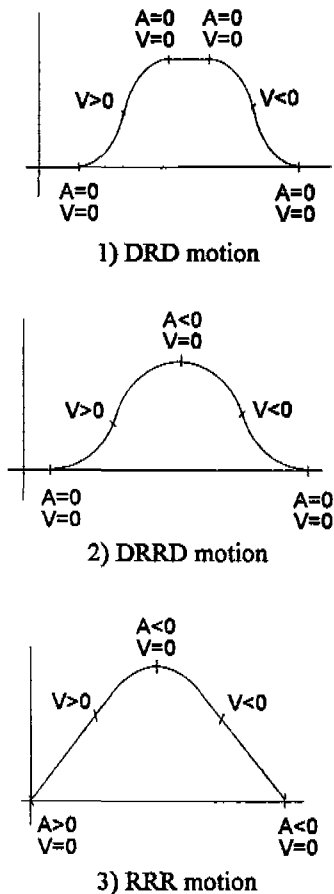


Fig. 1 Dynamic characteristics for the various motions

의 전체각변위 (total cam angle)와 같다.

3. 모든 곡선들의 연결점에서 속도가 일치해야 한다.

4. 모든 곡선들의 연결점에서 가속도가 일치해야 한다.

이에 대한 유용한 요소곡선들이 kloomok과 Muffley에 의하여 사이크로이드곡선과 하모닉곡선을 변형하여 제시하였다. 이러한 곡선들을 사용하여 복합곡선을 생성하는 방법들이 여러 문헌들에서 설명되었고, <sup>(1) (7)</sup> 복합곡선의 선정을 간편하게 하기 위하여 개개의 요소곡선에 수치코드 (digital code)를 부여하여 수치화 함으로서 컴퓨터의 사용을 용이하게 하였다. <sup>(2)</sup> 이러한 연구들에도 불구하고 아직도 적절한 복합곡선의 생성에는 작업자의 숙련도와 시행착오로 인한 상당한 시간 소모가 요구된다.

본 연구에서는 복합곡선을 선정하고 유연한 캠곡선을

합성함에 있어서 요소곡선들의 분석을 통하여 적절한 요소곡선을 선정할 수 있는 기준을 제시하고, 컴퓨터 프로그램에 의해 개개의 요소곡선들이 차지하는 최적의 구간을 계산함으로써 초보자도 쉽게 작업할 수 있는 설계시스템을 제시하고자 한다.

## 2. 요소곡선의 선정

### 2.1 요소곡선들의 분류

복합곡선을 합성하기 위하여 사용되는 요소곡선들은 하모닉곡선을 변형시킨 6가지 곡선, 사이크로이드곡선을 변형시킨 6가지 곡선, 8차 다항식 운동에 대한 2가지 곡선, 그리고 등속도곡선 2가지가 일반적으로 사용되고 있으며 본 논문에서는 이들을 기준으로 하였다. 이러한 대표적인 요소곡선들은 여러문헌에 제시되어 있다. <sup>(1), (7), (8)</sup>

곡선들을 접속하는 관점에서 이러한 요소곡선들의 운동특성들을 분석하였고, 각각의 요소곡선에 대하여 유연하게 연결될 수 있는 요소곡선들을 분류하여 Table 1에 제시하였다. 여기서 0, +, -는 해당 위치에서의 값이 영 (zero), 양수, 음수로 나타남을 의미한다. 그리고, S는 변위특성, V는 속도특성, A는 가속도특성을 의미하며 첨자 s는 시작위치, 첨자 e는 최종위치를 나타낸다.

### 2.2 캠운동의 동적 특성

캠기구의 운동은 양정류운동 (DRD motion), 단정류운동 (DRRD motion), 그리고 부정류운동 (RRR motion)으로 대표될 수 있다. 이러한 운동곡선들을 여러 개의 요소곡선들로 합성하려면 연결 부위에서의 동적특성을 명확히 하여야 한다. 이러한 분석 결과가 Fig. 1에 제시되어 있다. 이에 따르면 양정류운동의 첫 구간에 위치하는 곡선을 예로 들면  $S_s=0, V_s=0, A_s=0, S_e>0, V_e>0$ 의 조건을 모두 만족해야만 한다. 그러므로 복합곡선을 합성함에 있어서 특정의 운동에 대하여 삽입되는 요소곡선은 Fig. 1에 제시된 동적특성을 만족하는 곡선을 선택하여야 이웃하는 곡선과 유연하게 연결될 수 있다.

### 2.3 운동형태에 대한 요소곡선의 선정

Fig. 1에서 각각의 운동곡선에 대하여 임의의 구간을 선택하고, 그 구간에 적합한 요소곡선을 Table 1에

서 찾아보면 특정 위치에 사용할 수 있는 곡선은 오직 1개만 존재함을 알 수 있고, 그 결과를 Table 2에 제시하였다. 이에 대한 예로써 Fig. 1에서 PQ 구간인 양정류운동의 첫구간을 선택하고 요구되는 모든 조건을 만족하는 요소곡선을 Table 1에서 찾아 보면 C1 곡선만 가능하다. 그러므로 복합곡선의 설계에서 특정 구간에서의 요소곡선 선정이 명확하여 졌으므로 설계자가 여러 가지 요소곡선들을 적용하여 적합한지 확인해 볼 필요가 없게 되었다. 이러한 결과에 의하여 사용자가 입력하는 정보에 따라 해당 요소곡선을 선택하고, 유연

하게 연결 시킴으로써 복합곡선의 합성을 위한 설계시스템이 가능하게 되었다.

### 3. 복합곡선의 생성과정

#### 3.1 양정류운동

양정류운동에서의 복합곡선은 등속구간의 요구에 의하여 자주 사용된다. 앞 절의 요소곡선의 선정에서 등속구간이 요구되고 상승하는 양정류곡선은 C1, CV1, C2의 요소곡선들이 순서대로 연결되어야 속도, 가속도

Table 2 Selection of the elementary curve

<p><b>1) DRD motion</b></p> <p>Rise period 첫 구간( 상승, <math>V_s=As=0, V_e&gt;0</math> ) : C1</p> <p>Rise period 마지막 구간( 상승, <math>V_s&gt;0, V_e=Ae=0</math> ) : C2</p> <p>Rise period 전체를 1개의 구간( 상승, <math>V_s=As=0, V_e=Ae=0</math> ) : C5</p> <p>Return period 전체를 1개의 구간( 하강, <math>V_s=As=0, V_e=Ae=0</math> ) : C6</p> <p>Return period 첫 구간( 하강, <math>V_s=As=0, V_e&lt;0</math> ) : C3</p> <p>Return period 마지막 구간( 하강, <math>V_s&lt;0, V_e=Ae=0</math> ) : C4</p>
<p><b>2) DRRD motion</b></p> <p>Rise period 첫 구간( 상승, <math>V_s=As=0, V_e&gt;0</math> ) : C1</p> <p>Rise period 마지막 구간( 상승, <math>V_s&gt;0, V_e=0, Ae&lt;0</math> ) : H2</p> <p>Rise period 전체를 1개의 구간( 상승, <math>V_s=As=0, V_e=0, Ae&lt;0</math> ) : P1</p> <p>Return period 전체를 1개의 구간( 하강, <math>V_s=0, As&lt;0, V_e=Ae=0</math> ) : P2</p> <p>Return period 첫 구간( 하강, <math>V_s=0, As&lt;0, V_e&lt;0</math> ) : H3</p> <p>Return period 마지막 구간( 하강, <math>V_s&lt;0, V_e=Ae=0</math> ) : C4</p>
<p><b>3) RRR motion</b></p> <p>Rise period 첫 구간( 상승, <math>V_s=0, As&gt;0, V_e&gt;0</math> ) : H1</p> <p>Rise period 마지막 구간( 상승, <math>V_s&gt;0, V_e=0, Ae&lt;0</math> ) : H2</p> <p>Rise period 전체를 1개의 구간( 상승, <math>V_s=0, As&gt;0, V_e=0, Ae&lt;0</math> ) : H5</p> <p>Return period 전체를 1개의 구간( 하강, <math>V_s=0, As&lt;0, V_e=0, Ae&gt;0</math> ) : H6</p> <p>Return period 첫 구간( 하강, <math>V_s=0, As&lt;0, V_e&lt;0</math> ) : H3</p> <p>Return period 마지막 구간( 하강, <math>V_s&lt;0, V_e=0, Ae&gt;0</math> ) : H4</p>

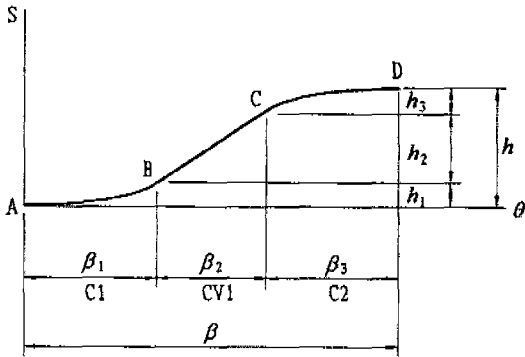


Fig. 2 C1-CV1-C2 in DRD motion

가 유연하게 연결되는 캠곡선을 얻을 수 있음이 제시되었다. 이제는 속도와 가속도가 유연하게 연결되기 위하여 이러한 요소곡선들이 차지하는 영역을 결정하여야 한다. 이를 위하여 전형적인 양정류곡선인 Fig. 2에 대하여 예를 들어 설명하고자 한다.

요소곡선 C1과 CV1이 공유하는 점 B에서 속도가 유연하게 연결되려면 아래의 관계가 만족되어야 한다.

$$\frac{2 \times h_1}{\beta_1} = \frac{h_2}{\beta_2} \quad (1)$$

마찬가지로 요소곡선 CV1과 C2가 공유하는 점 C에서 속도가 유연하게 연결되려면 아래의 관계가 만족되어야 한다.

$$\frac{2 \times h_3}{\beta_3} = \frac{h_2}{\beta_2} \quad (2)$$

Table 1에 제시된 바와 같이 C1의 종료부분, CV1의 시작부분, CV1의 종료부분, C2의 시작부분의 가속도가 모두 0이므로 가속도 연속성은 자동적으로 만족된다.

그리고 전체 변위에 대하여 아래의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = \beta \quad (3)$$

$$h_1 + h_2 + h_3 = h \quad (4)$$

여기서 식 4개에 미지수 6개 ( $\beta_1, \beta_2, \beta_3, h_1, h_2, h_3$ )이므로 2개의 미지수에 대한 값을 경계조건으로 지정해 주면 해를 구할 수 있다.

그러나, 주변장치들과 작업의 동기화를 위하여 동속구간의 속도가 경계조건을 주어지는 경우에는 아래의 관계식이 생성된다. 여기에  $C_v$ 는 주어진 동속구간의 속

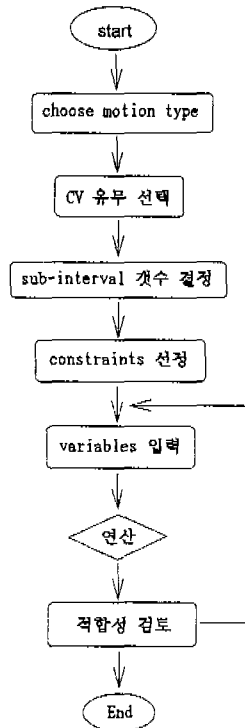


Fig. 3 Algorithm for the curve blending

도값이다.

$$\frac{h_2}{\beta_2} = C_v \quad (5)$$

여기서 식 5개의 미지수 6개 ( $\beta_1, \beta_2, \beta_3, h_1, h_2, h_3$ )이므로 1개의 경계조건을 추가하면 해를 구할 수 있다. 본 연구에서는 Fig. 4에 제시된 사용예와 같이 추가되는 경계조건으로  $h_1, h_2, h_3$ 중에서 하나의 값을 사용자가 지정해주는 것으로 하였다. 이에 따라 유일해를 구할 수 있지만  $0 \leq \beta_2 \leq \beta$ 로 제한되므로 동속구간의 속도  $C_v$ 가 임의의 값을 가질 수는 없고, 특정 범위내의 값을 선택하여야 한다.

관계식을 정리해 보면 식 (1)로부터  $\beta_1 = \frac{2h_1}{h_2} \beta_2$ , 식 (2)로부터  $\beta_3 = \frac{2h_3}{h_2} \beta_2$ 가 얻어지며 이를 식 (3)에 대입하면

$$\left(\frac{2h_1}{h_2} + 1 + \frac{2h_3}{h_2}\right)\beta_2 = \beta \quad (6)$$

```

#####
##### COMPOSITE CURVE BLENDING #####
#####

DATA INPUT
Choose the motion type:
  1. D_Rise_D motion.   2. DRRD motion.   3. RRR motion.
  4. D_Return_D motion.   ==> 2

Do you need a constant velocity region?:
  1. Yes   2. No   =====> 1

Minimum number of sub-interval for the chosen curve is 4.

Give the total displacement of the follower [mm]? ==> 20

Give the total angular disp. of the rise and return [deg.]? ==> 300
  Give the start angle for the blending [deg.]? ==> 30
  Give the terminal angle for the blending [deg.]? ==> 330

Choose more constraints !
  1. h1 and h2   2. h2 and h3   3. h1 and h3
  4. h1 and Vcv  5. h2 and Vcv  6. h3 and Vcv ==> 3

Give the height of first sub-interval h1 [mm]? ==> 1
Give the height of third sub-interval h3 [mm]? ==> 1

##### h1 = 1.000 [mm], b1 = 18.846 [deg.], curve : C1 #####
##### h2 = 18.000 [mm], b2 = 169.613 [deg.], curve : CV1 #####
##### h3 = 1.000 [mm], b3 = 14.801 [deg.], curve : H2 #####
##### h4 = 20.000 [mm], b4 = 96.740 [deg.], curve : P2 #####

curve          start                               end
C1      ang=30.00 [deg], disp=0.0 [mm] ~ ang=48.85, disp=1.000
CV1     ang=48.85, disp=1.000 ~ ang=218.46, disp=19.000
H2      ang=218.46, disp=19.000 ~ ang=233.26, disp=20.000
P2      ang=233.26, disp=20.000 ~ ang=330.00, disp=0.0
    
```

Fig. 4 Curve blending of the card picker

식(5)를 적용하여 식(6)을 정리하면

$$\beta_2 = \frac{2 \times h}{C_v} - \beta \quad (7)$$

$$\frac{h}{\beta} \leq C_v \leq \frac{2 \times h}{\beta} \quad (8)$$

그런데  $0 \leq \beta_2 \leq \beta$ 를 만족해야 하므로 등속구간의 속도값은 아래 식(8)의 범위에 있어야만 한다. 이 범위에서 벗어나는 크기의 등속도를 사용하면 이웃하는 곡선과 연결되는 위치에서 속도의 불연속이 발생하므로 무한대의 가속도가 유발되어 캠기구의 진동과 마멸이 심해진다.

### 3.2 적용 예

본 연구에서는 요소곡선들에 대한 연결조건과 캠운동의 특징을 명확히 규명하였고, Fig. 3에 제시된 알고리즘으로 프로그래밍하여 복합곡선을 결정할 수 있는 설계시스템을 만들었다.

본 연구에서 제시하는 설계시스템의 사용 예로서 카드선별기(card picker)의 설계에서 설계 사양은 아래의

테이타로 가정한다.

1) 종동절은 왕복 로울러 종동절(Reciprocating Roller Follower)을 사용한다.

2) 기초원 지름은 100[mm]이다.

3) 30°부터 250°까지 상승 구간이고, 250°에서 330°까지가 하강구간이며 나머지는 정류 구간이다. 최대 변위는 20[mm]로 둔다.

4) 카드 선별작업을 위하여 일정시간(150° 이상)동안에 등속운동을 하여야 한다.

이러한 설계사양에 대하여 최적의 복합곡선을 구하는 과정이 Fig. 4에 제시되어 있고, 이 결과 주어진 요구조건들은 만족하면서 속도와 가속도가 유연하게 연결되는 우수한 복합곡선을 쉽게 합성할 수 있음을 확인할 수 있었다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 복합곡선의 합성을 위하여 필요한 요소곡선들을 분석하고 각각의 요소곡선들에 대한 특성을 규명 하였으며, 캠운동에 대한 특징위치별 운동특성을 명확히 함으로서 요소곡선의 선정작업을 보다 단순화시켰다.

본 연구에서 제시한 방법으로 요소곡선을 선정하면 속도와 가속도의 불연속이 발생하지 않는 유연한 캠곡선을 시행착오 없이 합성할 수 있었다.

이러한 결과를 프로그램으로 완성하여 복합곡선이 사용되는 캠의 설계, 가공, 검증이 가능하게 함으로서 비숙련자도 쉽고 빠르게 복잡한 기능을 하는 캠의 설계가 가능하도록 하였다.

#### References

1. Chen, F. Y., *Mechanics and Design of Cam Mechanisms*, Pergamon Press Inc., pp.102-128, 1982.
2. Angles, J., "Synthesis of with Prescribed Local Geometric Properties using Periodic Spline", *Computer Aided Design*, Vol,15, pp.147-155, 1983.
3. MacCarthy, B.L., and Burns, N.D., "An Evaluation of Spline Function for Use in Cam Design", *Proc, Instn, Mech, Engrs. Vol.199*, pp.239-248, 1985.
4. Tsay, D.M., "Cam Motion Synthesis using spline Functions", *Trans, ASME, J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol.100, pp.161-165, 1988.
5. Tsay, D.M. and Huery, C.O., "Spline Functions Applied to the Synthesis and Analysis of Nonrigid Cam-Follower Systems", *Trans. ASME, J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol.111, pp.561-569, 1989.
6. Yoon, K. and Rao, S.S., "Cam Motion Synthesis Using Cubic Spline", *Trans, ASME, J. of Mechanical design*, Vol.115, pp.441-446, 1993.
7. Sandor, G.N. and Erdman A.G., *Advanced Mechanism Design:Analysis and Synthesis*, Prentice-hall, Inc., 1984.
8. Lin, A.C., Chang, H., and Wang, H.P., "Computerized Design and Manufacturing of Plate Cams", *International Journal of Production Research*, Vol.26, 1395-1430, 1988.