

특성행렬 직접 규명법에 의한 강체특성의 실험적 추정

정 의 봉,* 류 석 주,** 정 충 길,*** 고 동 민****

Experimental Identification of Rigid Body Properties by Direct System Identification Method

Weui-Bong Jeong,* Seok-Ju Ryu,** Chung-Kil Jeong*** and Dong-Min Koe****

ABSTRACT

An experimental method to identify the rigid properties (mass, moment of inertia, center of mass) of mounted structures is presented. A direct system identification method is developed and applied to identify the mass, damping and stiffness matrix directly from the translational response of vibration testing. Conventional method is sensitive to noise since it needs artificial rotational response of temporary center of mass which is made by the linear transformation of translational response. A presented method needs only the translational response, and it is robust to noise than conventional method. Several experimental and numerical implementations show the presented method is effective.

Key words : Rigid Property(강체특성), Experimental Identification(실험적 규명), Direct System Identification Method(특성행렬 직접 규명법)

1. 서 론

진동 구조물의 해석 또는 설계변경 등을 위해서는 구조물의 강체특성(질량, 질량중심위치, 관성모멘트, 관성적, 주축방향)을 정확히 추정할 필요가 있다. 강체특성을 추정하기 위한 해석적 방법으로는 유한요소법이 이용되고 있으며, 실험적 방법으로는 진자 시험이 이용되고 있다. 그러나, 자동차 엔진 등과 같이 복잡한 형

상의 불균일한 구조물의 경우에는 유한요소 해석에 의한 모형화에는 한계가 있으며, 진자 시험의 경우에는 대상 구조물의 3축의 각 방향에 대하여 공중에 매달아야 하는 어려움이 있다. 따라서, 마운트 지지된 구조물을 지지된 그대로의 상태에서 진동 시험을 통하여 강체특성을 추정할 수 있는 편리한 방법의 개발이 절실히 요구되고 있는 실정이다.

외국의 연구를 보면 Okubo⁽¹⁾는 강체추정을 위하여

* 부산대학교 정밀기계공학과
 ** 한국중공업 기술연구소
 *** 현대자동차 기능시험부
 **** 삼성자동차

주파수응답함수(F.R.F.) 실험 데이터를 사용했으나 주축의 한 방향과 질량을 미리 입력해야 했다. Wei⁽²⁾는 강체모우드의 추정에 다항식 곡선접합을 사용하여 질량과 주축방향의 입력 없이도 추정 가능하게 하였으며, Pandit⁽³⁾는 모드 파워비의 개념을 도입하여 규명된 강체모우드의 정확도를 추정할 수 있게 하였다. Mangus⁽⁴⁾는 최소자승 곡선접합법을 이용하여 강체특성의 추출을 시도하였으며 보와 평판모델에 응용하였다. 그러나 이와같은 일련의 연구들은 간단한 모형에 대하여 강체특성을 추정하는 기초적인 연구 단계에 있으며, 복잡한 형상의 마운트 지지 구조물에 대해서는 응용하지 못하였다. 단지, Butsen과 Ookuma⁽⁵⁾는 최소자승법에 기초한 특성행렬 직접규명법을 이용하여 엔진 마운트 지지계의 강체특성의 추정을 시도하였다. 그러나, 실험으로부터 얻어진 병진성분 데이터를 가상중심점에서의 회전성분 데이터로 변환시킬때 노이즈가 확대되어 나타나므로 규명된 강체특성이 노이즈에 민감한 경향을 보였다. 또한 F.R.F 데이터로부터 특성행렬 직접규명법을 적용함에 있어 단지 최소자승법에만 의존하므로 인하여 실험시에 혼입되어 들어오는 noise에 연약하여 추정에 실패하는 경향을 보이고 있다.

본 연구에서는 특성행렬 직접규명법⁽⁶⁻¹⁰⁾을 이용하여 진동 시험으로부터 얻어진 잡음이 혼입된 데이터로부터 특성행렬(질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬의 총칭)을 직접 규명하는 반복계산에 의한 노이즈에 강인한 방법의 개발과 가상중심점을 이용하지 않고 실험으로부터 얻어지는 병진성분 데이터를 직접 이용하여 강체특성을 추정하는 방법을 개발한다. 마운트 지지된 평판모델에 대한 실험적 응용과 시뮬레이션에 의한 soild 모델 응용으로 본 연구의 방법의 타당성을 검증한다.

2. 특성행렬 직접 규명법

마운트 지지 구조물의 강체특성을 추정하기 위해서는 진동시험에 의하여 얻어진 응답 데이터로부터 잡음 등을 배제시킨 물리적 의미를 갖는 특성행렬을 직접 규명할 필요가 있다. 특성행렬 직접 규명법에 관한 연구는 Jeong⁽⁶⁻¹⁰⁾에 의하여 연구되었다. n자유도계에서 주파수 ω_i 인 가진력 $\{F(\omega_i)\}$ 를 가한 진동시험을 행하여 변위 응답 $\{Y(\omega_i)\}$ 가 측정되었다고 가정한다. 이 때 변위 응답에는 정규분포하는 우연오차가 잡음으로 함유되어 측정되었다고 가정하면, 변위응답 $\{Y(\omega_i)\}$ 에 대한 최적의

추정치 $\{y(\omega_i)\}$ 는 다음식 S를 최소화 하여야 한다.

$$S = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{2n} \left[\frac{(Y_j(\omega_i) - y_j(\omega_i))^2}{2\sigma_j^2(\omega_i)} \right] \quad (1)$$

단, 응답추정치 $\{y(\omega_i)\}$ 는 다음의 운동방정식을 만족해야한다.

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{matrix} \{y(\omega_i)\}^T - \omega_i^2 \{y(\omega_i)\}^T - j\omega_i \{y(\omega_i)\}^T \\ \{F(\omega_i)\}^T \end{matrix} \right\} \begin{bmatrix} [K] \\ [M] \\ [C] \end{bmatrix} \\ & = \{F(\omega_i)\}^T \end{aligned} \quad (2)$$

$i = 1 \sim N$

여기서 [M], [C] 및 [K]는 질량, 감쇠 및 강성행렬을 나타내고, N은 샘플링된 데이터수이다. j점응답의 분산 $\sigma_j^2(\omega_i)$ 는 진동시험시 얻어지는 coherence함수 $\gamma^2(\omega_i)$ 로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\sigma_j^2(\omega_i) = \frac{1 - \gamma^2(\omega_i)}{\gamma^2(\omega_i)} |E[Y(\omega_i)/F(\omega_i)]|^2 \quad (3)$$

그러므로 운동방정식 (2)를 만족하면서 목적함수식 (1)을 최소화하는 특성행렬 [M], [C], [K]를 최적화 기법으로 구한다.

3. 기존의 강체특성 추정법

진동시험시 강체의 병진운동은 가속도계에 의하여 측정이 가능하지만 회전운동은 직접 측정하기가 곤란하다. 그러므로 측정가능한 응답점의 병진운동으로부터 가상중심점의 회전운동을 추정하는 방법이 널리 사용된다. 질량중심점 G와 가상중심점 d에서의 특성행렬의 관계식은 응답의 1차변환을 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[M_d] = [T]^T \begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [I_c] \end{bmatrix} [T] \quad (4)$$

여기서, [T]는 가상중심점과 질량중심점 사이의 응답 변환행렬로 다음과 같이 주어진다.

$$[T] = \begin{bmatrix} [I] & [U_{gd}] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \quad (5)$$

단,

$$[U_{Gd}] = \begin{bmatrix} 0 & -(z_d - z_G) & y_d - y_G \\ z_d - z_G & 0 & -(x_d - x_G) \\ -(y_d - y_G) & x_d - x_G & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 (x_d, y_d, z_d) 는 가상중심점의 좌표, (x_G, y_G, z_G) 는 질량중심의 좌표를 나타낸다. 한편, 강체내의 응답점 j 에서의 변위응답 $\{d_j\}^T = [u_j \ v_j \ w_j]$ 과 가상중심점에서의 변위응답 $\{d_d\}^T = [u_d \ v_d \ w_d]$ 및 각변위응답 $\{\theta\}^T = [\theta_x \ \theta_y \ \theta_z]$ 사이에는 다음의 관계가 있다.

$$\{d_j\} = [[I] \ [U_{jd}]] \begin{Bmatrix} d_d \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (6)$$

마찬가지로, 가진점 i 에서의 가진력 $\{F_i\}^T = [F_{xi} \ F_{yi} \ F_{zi}]$ 에 의한 가상중심점에서의 등가 가진력 $\{F_d\}^T = [F_{xd} \ F_{yd} \ F_{zd}]$ 및 등가 가진모멘트 $\{M\}^T = [M_{xd} \ M_{yd} \ M_{zd}]$ 사이에는 다음과 같은 관계가 주어진다.

$$\begin{Bmatrix} F_d \\ M_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ [U_{di}] \end{bmatrix} \{F_i\} \quad (7)$$

식(6)과 식(7)의 관계식을 기초로하여, 진동시험시 측정된 응답점 $j(j=1, \dots)$ 에서의 병진변위로부터 가상중심점(d점)에서의 등가병진변위 및 회전변위 성분을 추정할 수 있고, 가진점 i 에서의 가진력으로부터 가상중심점에서의 등가가진력 및 등가가진모멘트 성분을 최소자승법으로 추정할 수 있다. 특성행렬직접규명법⁽⁶⁻⁷⁾을 이용하여 추정된 가상중심점에서의 등가변위 및 등가가진력으로부터 등가질량행렬 $[M_d]$ 가 규명되며, 식(4)의 변환관계식으로부터 질량중심좌표, 질량, 관성모멘트 등의 강체특성을 추정할 수 있다.

4. 제안방법

측정한 응답데이터를 가상중심점에서의 응답으로 변환시키면 회전성분에 노이즈가 확대되어 나타내므로 규명된 특성행렬은 노이즈에 민감하게 된다. 따라서 가상중심점으로 변환시키지 않고 강체특성을 규명할 필요가 있다. 보, 평판모델 및 solid모델에 대한 규명방법은 다음과 같다.

4.1 보 및 평판모델

응답점 j 에서의 변환성분 w_j 와 질량중심점에서의 변위 w_G , 각변위 θ_x, θ_y 성분 사이의 관계식은

$$w_j = [1 \ y_{Gj} \ -x_{Gj}] \begin{Bmatrix} w_G \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} \quad (8)$$

이다. 세 응답점 ($i=1, 2, 3$)에 관해서 식(8)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{Bmatrix} = [V] \begin{Bmatrix} w_G \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} \quad (9)$$

단,

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & y_{G1} & -x_{G1} \\ 1 & y_{G2} & -x_{G2} \\ 1 & y_{G3} & -x_{G3} \end{bmatrix}$$

응답점에 대한 주파수 응답함수로부터 특성행렬 직접규명법을 이용하여 규명된 특성행렬을 $[M_d]$ 라 하고, 그 성분을 $m_{ij}(i=1\sim 3, j=1\sim 3)$ 라 하면, 질량중심점으로 변환된 질량행렬은 다음과 같다.

$$[M_G] = [V]^T [M_d] [V]$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 m_{ij} & \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{yi} & -\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{xi} \\ \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{yi} & \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{yj} r_{yi} & -\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{yj} r_{xi} \\ -\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{xi} & -\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{xj} r_{yi} & \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{xj} r_{xi} \end{bmatrix} \quad (10)$$

한편, 질량중심점에서의 질량행렬은

$$[M_G] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I_{Gxx} & -I_{Gxy} \\ 0 & -I_{Gxy} & I_{Gyy} \end{bmatrix} \quad (11)$$

이므로 식(10)과 식(11)을 비교하면 강체특성은 다음과

같이 추정된다.

$$\begin{aligned} \text{질량: } m &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 m_{ij} \\ \text{중심위치: } x_G &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^3 m_{ij} \right) x_{Ri} \\ y_G &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^3 m_{ij} \right) y_{Ri} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{관성모멘트: } I_{Gxx} &= \sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{yj} \right) r_{xi} \\ I_{Gyy} &= \sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{xj} \right) r_{yi} \end{aligned}$$

$$\text{관성적: } I_{Gxy} = - \sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^3 m_{ij} r_{xj} \right) r_{yi}$$

4.2 solid 모델

질량중심점에서의 관성행렬 $[M_G]$ 는 다음과 같다.

$$[M_G] = \begin{bmatrix} m[I] & 0 \\ 0 & I_{Gx} \end{bmatrix} \quad (13)$$

단,

$$[I_G] = \begin{bmatrix} I_{Gx} & -I_{Gxy} & -I_{Gxz} \\ -I_{Gxy} & I_{Gyy} & -I_{Gyz} \\ -I_{Gxz} & I_{Gyz} & -I_{Gzz} \end{bmatrix}$$

변위응답 $\{d_G\}$ 및 각변위응답 $\{\theta\}$ 사이에는 식(6)과 마찬가지로 다음의 관계가 있다.

$$\{d_j\} = [[I] \quad [U_{1G}]] \begin{Bmatrix} d_G \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (14)$$

두 응답점 ($j=1\sim 2$)으로부터 특성행렬 직접규명법으로 규명된 특성행렬을 $[M_{id}]$ 라 하면, 질량중심점으로 변환된 질량행렬은,

$$[M_G] = [T]^T [M_{id}] [T] \quad (15)$$

단,

$$[T] = \begin{bmatrix} [I] & [U_{1G}] \\ [I] & [U_{2G}] \end{bmatrix}$$

이다. $[M_{id}]$ 를

$$[M_{id}] = \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix} \quad (16)$$

라 하고 식(13)과 식(15)를 비교하면 다음의 관계를 얻는다.

$$[A] + [B] + [B]^T + [C] = m[I] \quad (17)$$

$$([A] + [B]^T)[U_{1G}] + ([B] + [C])[U_{2G}] = [0] \quad (18)$$

$$\begin{aligned} [U_{1G}]^T [A] [U_{1G}] + [U_{1G}]^T [B] [U_{2G}] \\ + [U_{2G}]^T [B] [U_{1G}] + [U_{2G}]^T [C] [U_{2G}] = [I_G] \end{aligned} \quad (19)$$

식(17)로부터 질량을 구할 수 있다. 식(18)은 질량중심 좌표를 미지수라 하고 다시 정리하면,

$$[G] \begin{Bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{Bmatrix} = \{N\}$$

로 쓸 수 있으며, 최소자승법을 이용하면 질량중심의 좌표는

$$\begin{Bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{Bmatrix} = ([G]^T [G])^{-1} [G]^T \{N\}$$

로 구해진다. 여기서 $[G]$ 는 6×3 행렬이고 $\{N\}$ 는 6×1 벡터이다. 식(19)로부터 질량중심에 대한 관성 텐서를 구할 수 있다.

5. 실험

Fig. 1과 같이 마운트 지지된 평판구조물과 Fig. 3과 같이 부가질량이 부착된 평판구조물에 대하여 진동 시험을 수행하고 강체특성을 추정하였다. 마운트는 고

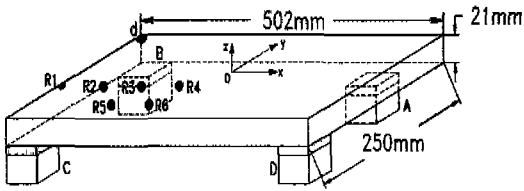
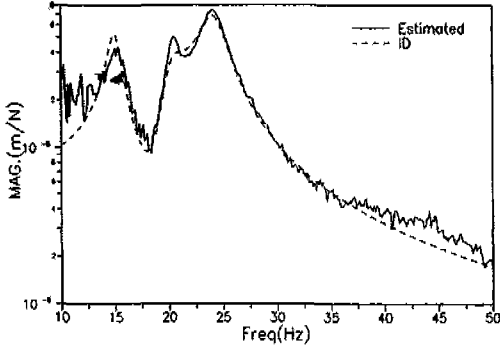
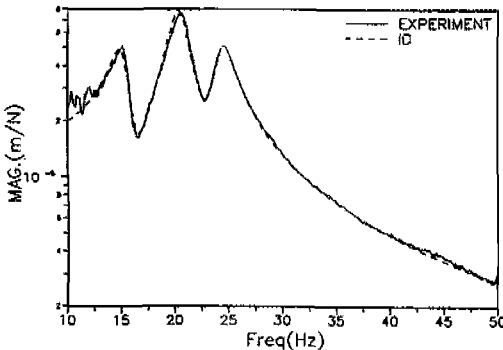


Fig. 1 Plate-mount system



(a) Translational response of temporary center of mass (Conventional Method)



(b) Translational Response of Point R1 (Proposed Method)

Fig. 2 Plate-mount system

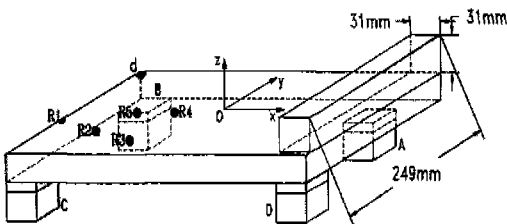
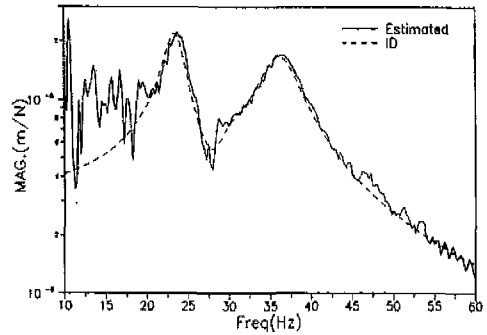


Fig. 3 Plate-added mass-mount system

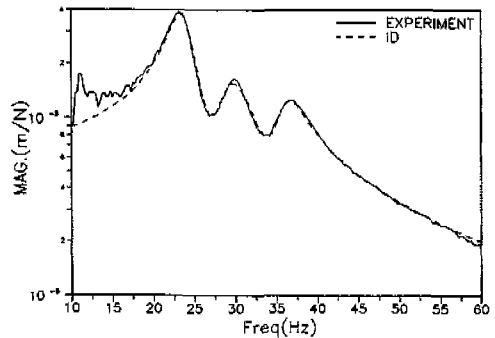
무와 스폰지를 사용하였다. 각 모델에서 가진점은 모두 R1점이며, 응답점은 첫 글자가 R로 시작하는 점들이다. 각 가진점에 대한 응답점들의 전달함수(compliance)와 coherence를 FFT분석기로 계측하였다. 이 데이터에 기존의 방법과 제안하는 방법을 사용하여 특성행렬 직접규명법을 적용하였다. 가상중심점은 d점으로 하였다.

두가지 방법을 이용하여 특성행렬 직접규명법을 적용한 결과는 Fig. 2와 Fig. 4에 나타낸다. 각 그림의 (a)에서 실선은 실험 데이터로부터 추정된 가상중심점의 전달함수이고, 점선은 규명된 특성행렬(질량·강성·감쇠행렬)로부터 재구성된 전달함수이다. 각 그림의 (b)에서 실선은 실험 데이터이고, 점선은 실선에서 규명된 특성행렬로부터 재구성된 전달함수이다.



(a) Translational Response of temporary center of mass (Conventional Method)

(a) Translational Response of temporary center of mass (Conventional Method)



(b) Translational Response of point R1 (Proposed Method)

(b) Translational Response of point R1 (Proposed Method)

Fig. 4 Plate-added mass-mount system

Table 1 Comparison of identified rigid properties

변수		참값	규명된 값	
			기존의 방법	제안 방법
질량 (kg)		21.0	27.91 (32.89%)	20.31 (3.31%)
질량중심(x_G, y_G) (mm)		(0.0,0.0)	(25.24,-0.96)	(0.11,2.02)
관성모멘트 (kg·m ²)	I_{Gxx}	0.110147	0.0946483 (14.07%)	0.104623 (5.02%)
	I_{Gyy}	0.441779	0.495468 (12.15%)	0.435783 (1.36%)
관성적 (kg·m ²)	I_{Gxy}	0.0	0.009236	0.000744

Table 2 Comparison of identified rigid properties

변수		참값	규명된 값	
			기존의 방법	제안 방법
질량 (kg)		22.89	20.79 (9.16%)	23.33 (1.91%)
질량중심(x_G, y_G) (mm)		(19.45,0.04)	(13.35,7.83)	(19.25,3.75)
관성모멘트 (kg·m ²)	I_{Gxx}	0.121341	0.104320 (14.03%)	0.124192 (2.35%)
	I_{Gyy}	0.548179	0.489124 (10.77%)	0.480667 (12.32%)
관성적 (kg·m ²)	I_{Gxy}	0.000223	0.025575	0.000148

그림 (a), (b)를 비교해보면, 그림 (a)에서 잡음이 많이 생겼음을 알 수 있다. 가상 중심점의 응답을 추정하기 위해 최소자승법을 사용하는데, 최소자승법은 오차에 민감하다. 실험에는 오차의 존재가 불가피하므로, 최소자승법을 사용하여 추정된 가상 중심점의 응답(그림(a))에는 측정된 응답(그림 (b))보다 잡음 성분이 많은 것을 알 수가 있다. 이 때문에 가상 중심점을 이용하여 규명된 특성행렬로부터의 전달함수(그림 (a)의 점선)는 측정된 응답으로부터 직접규명된 특성행렬로부터의 전달함수(그림 (b)의 점선)보다는 실선에 근접하지 못함을 알 수 있다. 각각 규명된 질량행렬로부터 추정된 강체특성치는 Table 1과 Table 2에 정확치와 비교하여 놓았다. 정확치와의 오차를 괄호안에 %로 표시하였다. 제안하는 방법이 기존의 방법보다 노이즈에 강인함을 알 수 있다.

6. 시뮬레이션

Fig. 5와 같은 상자형 강체-마운트 모델에 대하여 시뮬레이션으로 노이즈에 대한 강인성을 조사한다. 강체의 외형적인 크기는 x, y, z방향으로 225×250×125mm이며, 강판의 두께는 10mm이다. 재료특성은 밀도가 7.86 × 10⁻⁶ (kg/mm³), 영 계수가 2.058×10⁻⁵ (N/mm²)이고 프와송비가 0.3으로 가정하였다.

가진점은 1점으로 하고 가진력 벡터는 $f^T = (1, 1, 1)$ 로 하여, 임의의 세점(1, 2와 3점)에서 3축 방향의 병진운동 주파수 응답함수를 유한요소 해석으로 구한 후, 각각의 응답에 정규분포하는 잡음을 첨가시켰다. 잡음의 크기는 주파수 응답함수의 크기 평균의 몇 %에 해당하는 값으로 하였다. 시뮬레이션은 잡음의 크기가 1~5%에 대해서, 그리고 각각의 %에 따라 잡음을 달리하여 수차례에 걸쳐 행하였으며, 각 %에 따른 수차례의 결과들을 평균을 취하도록 하였다. 가상중심점은 임의로 a점을 선택하였다.

Fig. 6의 (a), (b), (c)는 잡음 크기의 %에 따라 기존 방법 및 제안방법에 의하여 추정된 강체특성치(질량, 질량중심위치, 주관성모멘트)를 참값에 대한 추정오차로 표시하였다. 각 그림에서 등그라미 표시는 가상중심점에서의 응답을 사용한 기존의 방법을 이용한 경우이고, 사각형 표시는 제안하는 방법을 이용한 경우이다. 오차는 추정치와 참값과의 차를 참값으로 나눈 값으로 하되, 질량중심위치(C. G.)에 대해서는 추정된 중심위치의 벗어난 정도를 표시하기 위하여 추정된 중심위치의 거리를 강체 모델의 중심에서 모서리까지의 거리로

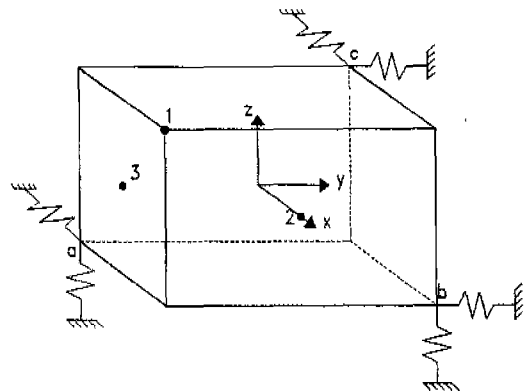
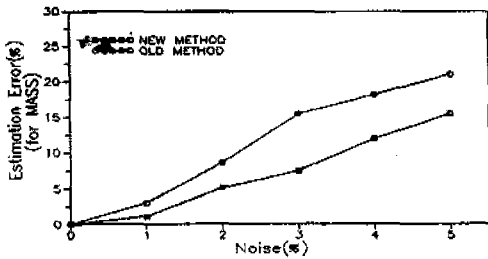
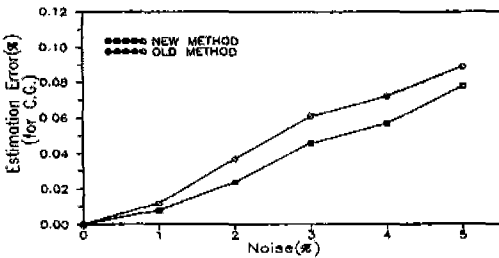


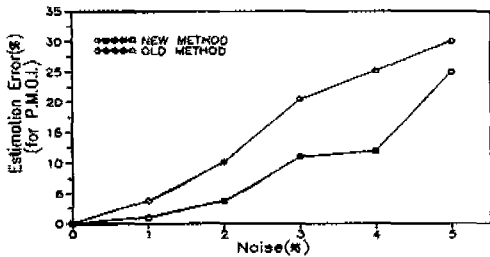
Fig. 5 Box type plate-mount system



(a) Estimation error of mass



(b) Estimation error of center of mass



(c) Estimation error of moment of inertia

Fig. 6 Comparison of identified rigid properties

나눈 값으로 하였다. Fig. 6의 (c)에서 나타난 값은 3축 방향의 주관성모멘트에 대한 각각의 오차를 평균으로 취한 것이다. 제안하는 방법이 기존의 방법보다 노이즈에 강인함을 알 수 있다.

7. 결 론

1. 진동시험에 의한 주파수응답함수로부터 특성행렬을 직접규명할 수 있는 노이즈에 강인한 반복계산법을 제시하였다.

2. 가상중심을 이용하여 특성행렬을 규명하는 방법을 개선하여, 응답데이터를 직접 이용하여 특성행렬을 규

명하였다.

3. 가상중심점에서의 회전성분에 노이즈가 확대되어 나타나는 기존의 방법의 단점을 개선하여, 응답점의 변위성분을 직접 이용하여 노이즈에 강인한 강체특성의 추정이 가능토록 하였다.

4. 마운트-평판 구조물 및 마운트-부가질량-평판 구조물에 대하여 실험적으로 제안방법의 타당성을 검증하였다.

5. 마운트-solid모델에 대하여 시뮬레이션으로 제안방법의 타당성을 검증하였다.

후 기

이 논문은 1993년도 한국학술진흥재단의 자유공모과제 연구비에 의하여 연구되었음

참고문헌

1. Okubo, N. and Furukawa, T., "Measurement of Rigid Body Modes for Dynamic Design", Proc. of the 2nd IMAC. pp.545-549, 1984.
2. Wei, Y. S. and Reis, Jim, "Experimental Determination of Rigid Body Inertia Properties", Proc. of the 7th IMAC. pp.603-606, 1989.
3. S. M, Pandit, Zhi-Quan Hu and Ying-Xian Yao, "Experimental technique for Accurate Determination of Rigid Body Characteristics", Proc. of the 10th IMAC. pp.307-311, 1992.
4. J. A, Mangus, C. Passerello and C. V. Karasen, "Direct Estimation of Rigid Body Properties for Frequency Response Functions", Proc. of the 10th IMAC. pp.259-264, 1992.
5. T, Butsen, M. Ookuma and Aaki. Nagamatsu, "Application of Direct System Identification Method for Engine Rigid Body Mount System", SAE paper 860551, 1986.
6. W. B. Jeong, M. Okuma and A. Naga-

matsu, "Experimental Identification of Mechanical Structure with Characteristic Matrices(Proposition of Curve Fitting in the Frequency Domain and MCK Identification using Curve Fitting)", JSME International Journal, Series 3, Vol.32, No.1, pp.30, 1989.

7. 鄭義峰, 大態政明, 長松, "特性行列の實驗的決定による系の同定 (第6報, 周波數領域での曲線適合の提案および曲線適合を用いた同定法の提案)", 日本機械學會論文集 C偏, Vol.54, No.505, pp.2077, 1988.
8. 鄭義峰, 大態, 長松 "特性行列の實驗的決定による系の同定(第5報, 單点勵振データからの同定法の提案)", 日本機械學會論文集 C偏, Vol.54, No.497, pp.93, 1988.
9. W. B. Jeong and A. Nagamatsu, "A New Method for Poly-reference Identification of Modal Parameters in Modal Testing", Proc. of the 10th IMAC. pp.153, Feb 3-7, 1992.
10. W. B. Jeong and A. Nagamatsu, "A New Approach for Identification of Physical Matrices by Modal Testing", Proc. of the 10th IMAC. pp.265, Feb 3-7, 1992.
11. 長松, モード解析, 培風館, 1985.