

비선형 연속계를 위한 다단계 시간최적 제어기

윤 중 선*

Time-Optimal Multistage Controllers for Nonlinear Continuous Processes

Joong sun Yoon*

ABSTRACT

The problem addressed in this paper is that of the on-line computational burden of time-optimal control laws for quick, strongly nonlinear systems like revolute robots. It will be demonstrated that a large amount of off-line computation can be substituted for most of the on-line burden in cases of time optimization with constrained inputs if differential point-to-point specifications can be relaxed to cell-to-cell transitions. These cells result from a coarse discretization of likely swaths of state space into a set of nonuniform, contiguous volumes of relatively simple shapes. The cell boundaries approximate stream surfaces of the phase fluid and surfaces of equal transit times. Once the cells have been designed, the bang-bang schedules for the inputs are determined for all likely starting cells and terminating cells. The scheduling process is completed by treating all cells into which the trajectories might unexpectedly stray as additional starting cells. Then an efficient-to-compute control law can be based on the resulting table of optimal strategies.

Key Words : Cell-to-Cell Mapping, Time Optimization with Constrained Inputs, Multistage Controller, Discrete Event Controller

1. 서 론

빠르게 움직이는 회전관절 로봇처럼 비선형성이 강한 계의 시간최적 제어를 수행하려면 많은 계산을 온라인으로 처리해야 한다.⁽¹⁾ 운동을 이산화(discretization)로 이완시키면 많은 양의 온라인 계산을 오프라인 계산

으로 대체할 수 있다. 제한된 크기의 입력을 가진 시간 최적 제어 문제의 경우, 미분적 점대점(point-to-point) 운동을 셀로 나눈 상태공간에서 일어나는 셀대 셀(cell-to-cell) 전이의 순서로 바꾸면 될 것이다.

이러한 셀들은 상태공간의 궤적들을 비교적 간단한 꼴의 이웃하는 비균일체(nonuniform, contiguous

* 부산대학교 정밀기계공학과, 기계기술연구소

volumes)의 집합으로 성기계 이산시킨 결과이다. 셀의 경계는 상유동(phase fluid) 면과 동일 경과 시간(equal transit times) 면을 근사시켜 구할 수 있다.

설계된 시작 셀과 도착 셀에 대하여 뱅뱅(bang-bang) 입력 스케줄이 정해지고 예측을 벗어나는 궤적에 해당되는 셀을 추가의 시작 셀로 생각하여 입력 계획을 마무리 짓는다. 빠른 계산이 가능한 제어법칙은 최적 전략의 결과 표를 가지고 만들어진다. 정수 연산만 하므로 크지않은 용량의 마이크로프로세서로 피드백 감시 및 수정을 할 수 있는 열린루프 시간최적 전역운동 제어(open-loop, time-optimal, gross-motion control)를 수행할 수 있다. 표 참조(table lookup) 양도 Raibert와 Horn^{2,3)}보다 적을 것으로 기대된다.

2. 셀 매핑

Hsu⁴⁾는 비선형 차분방정식 계의 안정평형점들(stable equilibria)을 둘러싼 상태공간에서의 점근안정(asymptotic stability) 영역을 근사적으로 찾는 방법을 설명하고 있다. 안정특이점들을 감싸는 작은 닫힌 곡선의 점대점 매핑인 역진화(backward evolution)는 점근안정 영역을 구하는 것을 말하고 이 영역은 이 특이점들에 대한 점근안정도의 전체 영역에 가까이 가도록 체계적으로 확대시켜진다.

또 Hsu^{5,6)}는 점대점 매핑을 대체하는 셀대셀 방법을 설명하고 있다. 상태공간을 셀 꼴의 이산화에서 오는 불확실성을 받아들이 수 있다면은 점근안정도의 전역(global regions)을 정하는 계산적 부담을 과감하게 줄일 수 있다. Hsu⁶⁾의 'unravelling algorithm of global analysis'는 계산하기 그리 어렵지 않으므로 매우 많은 작은 셀을 쓰면 셀 꼴의 이산화에 따라 잃게 된 계산의 정밀도를 회복시킬 수 있다. 초기의 예제에서 보듯 각 상태공간 축을 따라 현저한 특징을 가지는 너비당 100개 정도의 셀이 쓰이고 있다.

이 방법이 상미분방정식으로 주어지는 비선형 동적계에 직접 쓰인다면 수치성능 일부는 잃게될 것이다. 이러한 경우에 셀대셀 전환(transitions)은 운동방정식,

$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$

을 셀의 기하학적 중심인 처음상태, $x(0)$ 로 부터 적은 시간 간격, Δt 에 대해서 적분하면 다음과 같다.

$$x(\Delta t) = x(0) + \int_0^{\Delta t} \dot{f}(x) dt$$

$x(\Delta t)$ 를 지나는 셀은 $x(0)$ 를 지나는 셀의 공칭(nominal) 이미지로 정의된다. 그러면 'unravelling algorithm'은 같은 동적 거동을 보여주는 영역 전부를 나타낼 수 있다.

쓸모있는 해석을 위해서는 매우 많은 수의 셀이 필요할 수 있다. 셀의 크기(size)를 정확하게 정하지를 않았지만은 Hsu는 셀의 크기와 물리적 측정 불확실성을 나타내는 상태공간의 체적이나 수치 계산의 나머지 오차에 의한 불확실한 영역 사이의 질적인 상관관계에 대한 연구를 하였다. 이러한 현상들은 매우 작은 크기의 셀을 내포하고 있다. 그러나, 셀의 크기와 Δt 는 밀접하게 연관된 것이 아니고 아마도 Δt 한 구간의 움직임은 여러 셀을 거칠 수 있을 것이다.

Hsu⁷⁾는 매우 많은 수의 작은 셀들을 쓰지 않고 동적계의 정교한(fine) 구조를 나타내는 문제에 대해 설명하고 있다. 셀의 크기를 줄인다는 것은 어쨌든 부수적인 이득이 있는 것이다. 문제는 Hsu가 단지 고려한 형태인 균일한 다차원 직각면체 셀(uniform hyperdimensional right parallelepiped cell)들을 쓰는데서 일어난다. 이는 직각면체의 이미지는 공칭의 이미지 셀들과 일치하여 매핑되지 않기 때문이다. 어떤 셀의 완전한 이미지는 여러 셀에 걸칠 수 있다는 확률론에서 매핑은 유일하다는 관점을 가지고 Hsu⁷⁾는 결정론적인 가정을 버렸다. 따라서 어떤 주어진 셀에서 시작한 점대점 변환에 따라 특정 셀로 갈 확률은 어떤 특징의 종료 셀로 매핑되는 출발 셀의 부분 체적의 합수로 나타내어진다. 이러한 과정으로 Hsu는 임의의 연속 동적계의 직각 다면체 셀로 인한 매핑의 부정확성을 완전히 다루고 있다.

Hsu의 연구에서 한 걸음 더 나아가서, 아마도 유일한 매핑을 가지려면 특정계에 따라 셀의 크기와 모양을 다듬어서 다중의 이미지 셀과 확률 전이에 의존할 필요성을 없애면 될 것이다. 특정 동적계인 상유동운동(phase fluid motion)의 유동평면(stream hypersurfaces)과 길이 방향(longitudinal)의 경계가 일치하고 경과 시간의 평면(elapsed time hypersurfaces)과 높이 방향(transverse)의 경계가 일치하는 셀로 가득찬 상태공간의 흐름(swath)을 고려한다. 특이점과 비연속성이 없을 때 비교적 체적이 큰 셀을 썼

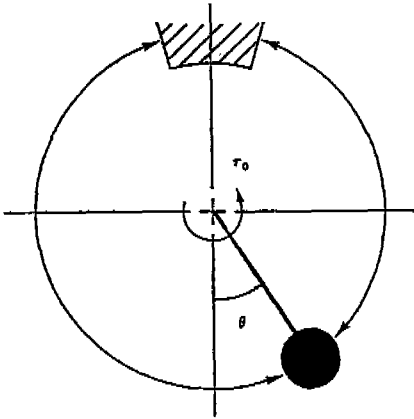


Fig. 1 A Driven Pendulum

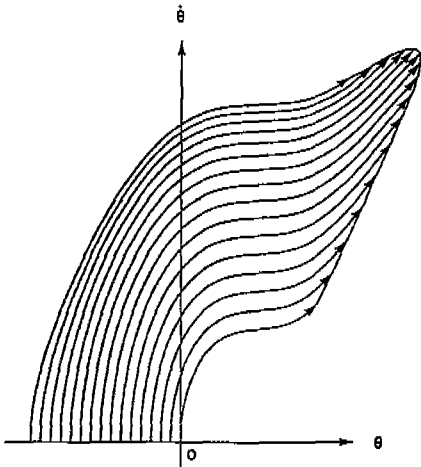


Fig. 2 Motion of the Phase Fluid

는데도 결정론적 셀대셀 전환을 보장한다. 이는 계의 동적 거동을 초기 셀과 특정 입력만 가지고 셀 위치의 순서로 확실하게 나타낼 수 있다는 것을 뜻한다. 따라서 강한 비선형계의 동적 거동을 너무 어렵지 않게 계산할 수 있음과 특히 최적 온라인 컴퓨터 제어가 실용적이 될 수 있음을 뜻한다. 현재의 제어기를 써서 매우 빠른 비선형 동적계를 제어하기에는 너무 많은 계산량을 요하는 온라인 계산량을 셀과 셀대셀 전이를 정의하는데 필요한 매우 엄청난 오프라인 계산량으로 바꾸어 온라인 제어를 이룰 수 있을 것이다.

간단한 예로 Fig. 1의 진자를 생각하자. 크기가 일정한 양(+)의 토크가 더해지고 중심선 왼쪽의 초기 위치와 0인 초기 속도에 대해서 계산한 16개의 궤적에 대

해 상태공간에서의 상유동운동의 흐름은 Fig. 2와 같다. 유동선(streamlines)과 동일 간격 시간의 선은 유일한 매핑을 만들어 내는 셀을 정의한다. Fig. 3의 셀은 낮은 불확실성을 가지고 인접한 하류(downstream) 셀로 매핑된다. 그러나 이것은 아주 조건이 좋은 경우의 예이다. 만약에 이 진자를 간단한 1자유도로 보아 생각한다면 시뮬레이션된 흐름에 대한 충분한 힘을 가지는 관절구동기를 가진, 최대 토크를 즉각적으로 만들어 낼 로봇으로 생각할 수 있을 것이다. 덧붙여서 그림의 흐름의 운동은 중력의 영향을 받는다. 결과 궤적과 같은 간격 시간의 윤곽은 구동기와 피드백 측정기의 정확도에 균일한 요구를 가하는 비슷한 체적의 보통의 모양을 한 일련의 셀들로 정의된다.

3. 동적계의 구현

실제적 제어계는 지속적인 또는 최소한 주기적으로 예상된 계의 거동에 대한 검증과 잘못된 거동에 대한 수정이 가능해야 함을 요구한다. 따라서 측정된 계의 상태가 어느 셀에 해당되는지 알아야 한다. 셀 이산화에 따른 계산적 이점을 살리려면 측정된 상태벡터를 셀 번지로 바꾸는데 드는 부담을 줄여야 한다. 그러나 Fig. 3에 보여진 셀들은 간단하고 빠른 번지 변환을 할 수 있을 것으로 보이지 않는다. 상태 측정에서 가장 간단하게 번지를 인식할 수 있을 때는 Hsu가 제안한 균일한 사각형 셀을 쓸 때일 것이다. 절충안은 계의 특성

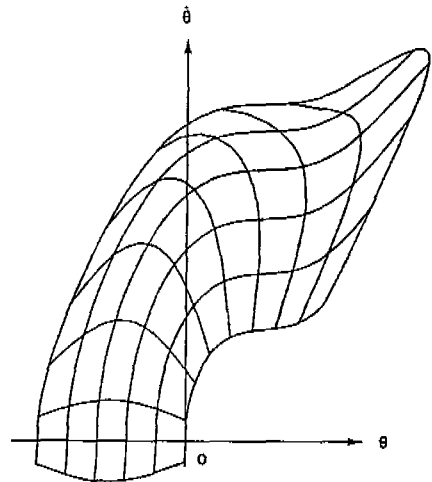


Fig. 3 Exact Cells

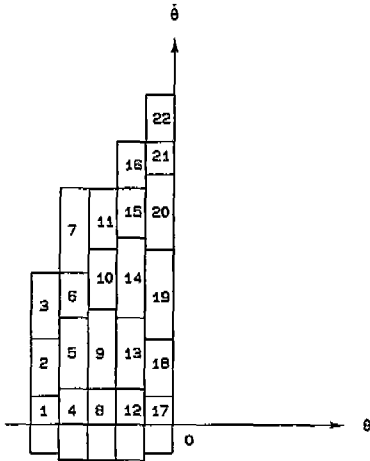


Fig. 4 System Specific Rectangular Cells

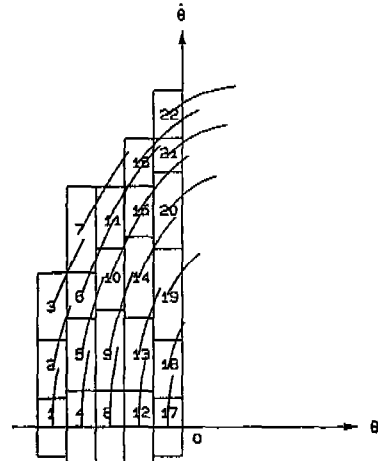


Fig. 6 Cell to Cell Nominal Transitions

에 맞는 비균일 사각형을 쓰는 것이다. 잠재적으로 사각 셀들은 셀 매핑이 유일하게 되도록 계에 따라 잘 다듬기만 하면 번지 인식이 쉬울 것이다. Fig. 4는 적어도 2사분면의 운동인 Fig. 2의 운동을 나타낸 Fig. 3의 셀을 대신하는 비균일의, 계의 특성에 맞는 사각 셀의 집합이 된다. 상태 측정으로부터 셀의 번지를 쉽게 결정할 수 있게 하려고 Fig. 3의 휘어진 셀들은 폭이 같은 사각 셀들의 열로 근사시킨다. 근사 사각 셀들은 Fig. 3의 휘어진 셀들의 움직임들을 그린 투명 셀로판지들을 쌓아서 시행착오를 거쳐 구했다. 이 과정에서 결친 이미지의 최소화나 셀 경계의 최적화를 위한 시도는 없었다. 오히려 설계자의 직관에 따라 시행착오적

로 간단한 꼴로 이루어진 셀을 설계하였다. 일반적으로 매핑들이 유일하지 않다는 것을 증심 셀의 경계들이 $1 \Delta t$ 까지 진행된 Fig. 5에서 보면 알 수 있다. 결과적 이미지는 3개 셀의 부분들을 걸치지만 공칭 이미지 셀인 한 특별한 셀로 가려는 성질이 강하다.

연속계의 동적 거동을 나타내는 연속 궤적들은 이산화 셀의 순서들로 바뀌어 진다. 이 순서는 모든 셀의 가운데서 시작된 궤적이 Fig. 6과 Table 1에서와 같이 $1 \Delta t$ 후 다다른 셀을 보고서 정해진다. 이렇게 공칭 이미지 셀로 결정하면 비록 가끔씩의 그리 중요하지 않는 차이가 생길 수도 있지만 Fig. 5와 같은 결과를 줄 것으로 생각된다. 상유동운동을 간단한 모양의 셀들의 순서로 나타내는 과정은 완전하지 않을 것이다. Table 2는 Fig. 7에 보여진 것 같은 Table 1의 행 1의 셀들에서 시작하는 예로서 연속적인 궤적들의 실제적 과정을 나타낸다.

위의 모든 궤적들은 대칭 축의 왼쪽에 있는 처음 조건들의 조합에서 진자에 양(+)의 토크를 가한 결과이

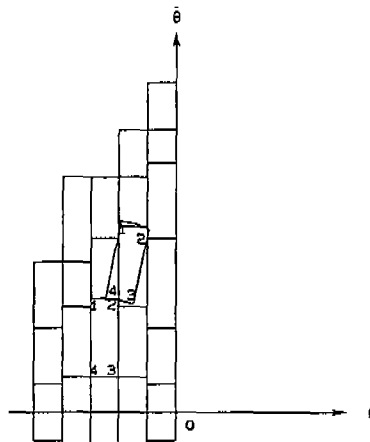


Fig. 5 One Cell Advanced One Interval

Table 1 Cell Sequences Determined from Individual Cell-to-Cell Nominal Transitions

Time	Cell Number				
$t = 0$	1	4	8	12	17
$t = \Delta t$	2	5	9	13	18
$t = 2\Delta t$	6	10	14	19	
$t = 3\Delta t$	11	15	20		
$t = 4\Delta t$	21				

Table 2 Cell Sequences Determined from Actual Continuous Trajectory Evolution

Time	Cell Number				
$t = 0$	1	4	8	12	17
$t = \Delta t$	2	5	9	13	18
$t = 2\Delta t$	3	10	14	19	19
$t = 3\Delta t$	7	15	20		
$t = 4\Delta t$	16				

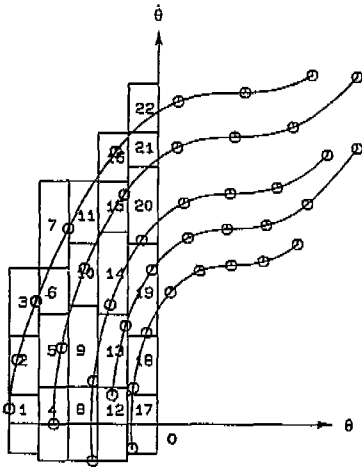


Fig. 7 Sample Continuous Trajectories

다. 대상 흐름이 음의 초기 위치와 0의 초기 속도에서 시작하여 양의 마지막 위치와 0의 마지막 속도로 끝나는 것이라면 시간최적토크 계획은 양(+의 토크를 가한 후 음(-)의 토크로 바꾸어 가하는 것이다. 따라서 흐름 그림은 양의 횡축에서 음의 토크를 가해서 음의 시간에 따른 궤적을 그려서 Fig. 8처럼 완성되어 질수 있다. 정해진 특정 초기/말기 상태에 따라 가운데에 위치한 셀은 양(+)/음(-) 토크에 의한 상유동운동의 근사로 볼 수 있기 때문에 이는 다중 이미지의 경우가 받아들일 수 있을 만큼 작은 계의 특성에 맞는 셀의 설계를 매우 복잡하게 한다. 사실 양의 토크 궤적과 음의 토크 궤적이 겹치는 영역에서의 모든 셀은 양쪽의 근사가 될 것이다. 운동의 성격에 따라 양에서 음으로의 토크의 변환은 겹치는 영역의 어느 곳에서나 일어날 것이다. Fig. 9는 완전한 흐름을 나타내기 위해 설계된 셀들의 집합을 보인다. 셀의 경계는 설계자의 선택에 따라 정해질 것이다. 겹치는 영역에서의 대부분의 셀들은 양의 토크 궤적

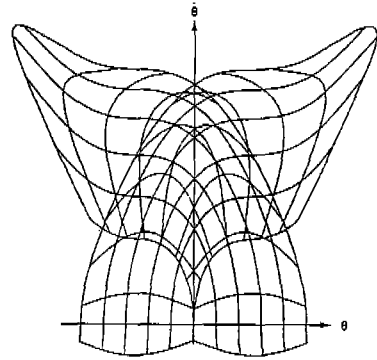


Fig. 8 Intersecting Exact Cells

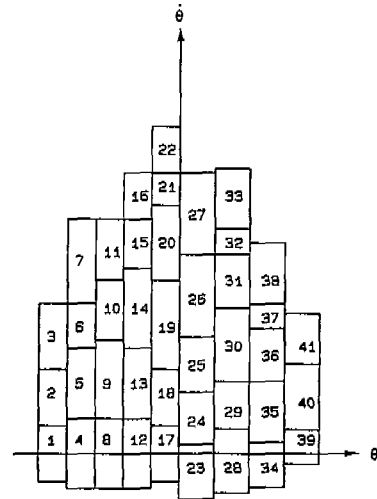


Fig. 9 Cells for the Complete Swath

과 음의 토크 궤적 양쪽에 대해서 시작점이 된다. Table 3은 Fig. 8에서의 흐름으로 표현되는 운동에 의해 요구되는, Fig. 9에서의 모든 셀에 대한 양/음의 토크에 대한 Δt 한 구간 전이를 보여주는 것이다.

4. 최적 입력 계획

Table 3에서 보면 셀 1, 4, 8, 12와 17에서 시작하여 셀 23, 28, 34, 39와 35에서 끝나는 최적 입력 계획(optimal input schedules)을 정하는 것이 가능하다. 마지막 셀은 한 번의 절환(switching)으로는 계가 모든 의도된 흐름 운동을 명백히 수행할 수 없음을 나타낸다. 이런 단순 1자유도 계에서 입력 계획을 나타내

Table 3 Nominal Cell-to-Cell Transitions for One Δt

CELL	+ τ	- τ	CELL	+ τ	- τ
1	2(.72)	-	21	-	27(.52)
2	6(.48)	-	22	-	33(.77)
3	7(.83)	5(.34)	23	24(.47)	-
4	5(.72)	-	24	25(.33)	23(.87)
5	10(.65)	9(.50)	25	30(.58)	24(.58)
6	11(.29)	10(.70)	26	31(.62)	30(.60)
7	16(.29)	11(.39)	27	33(.44)	31(.57)
8	9(.70)	-	28	-	-
9	14(.75)	13(.47)	29	-	28(.73)
10	15(.58)	14(.91)	30	36(.40)	29(.32)
11	21(.37)	15(.37)	31	38(.98)	36(.71)
12	13(.73)	-	32	-	37(.88)
13	19(.75)	-	33	-	38(.76)
14	20(.68)	19(.89)	34	-	-
15	27(.64)	20(.48)	35	-	34(.35)
16	-	27(.78)	36	41(.50)	35(.44)
17	18(.75)	-	37	-	40(.56)
18	25(.48)	17(.42)	38	-	41(.68)
19	26(.84)	25(.51)	39	-	-
20	27(.61)	26(.84)	40	-	39(.49)
			41	-	40(.50)

는 Table 4는 시간 간격 한 번에 대한 공칭 셀 전이를 나타내는 Table 3을 훑어 보면서 만들 수 있다. 높은 자유도계에서는 최적 토크 계획은 자동적으로 만들어져야 되겠다.

예를 들어 Table 4의 첫 행은 셀 1에서 셀 23으로 가려면 양(+) τ 의 토크를 먼저 가해야 함을 나타낸다. $1\Delta t$ 가 지난 다음에 궤적은 공칭적으로 셀 2에 있

어야 한다. 양의 토크가 계속 가해지고 $2\Delta t$ 후에는 궤적은 셀 6에 있어야 한다. $2\Delta t$ 경과 후에는 토크는 음(-)의 τ_0 로 절환되어 $6\Delta t$ 또는 총 간격이 $8\Delta t$ 에 이를 때까지 계속된다. 궤적은 Δt 간격의 정수배에 따라 셀 2, 6, 10, 14, 19, 25와 24를 거쳐서 셀 23으로 가야 한다. 그러나 셀 1이 처음 상태인 실제 셀 순서는 $2\Delta t$ 동안의 양의 토크와 $3\Delta t$ 의 음의 토크에 따라서 1, 2, 6, 10, 14와 13이 된다. 따라서 제어기는 예측과는 달리 셀 19 대신 셀 13을 만나게 된다.

일반적으로 긴 셀의 순서나 처음 셀의 경계 근처에 있는 처음 상태에서 시작된 셀의 순서들은 Table 3에서 예측된 공칭 순서를 따라가지 않을 것이다. 따라서 계의 상태는 각 Δt 마다 재어야 하고 이러한 재 값들은 주어진 일을 수행할 공칭의 최적 순서와 비교하려면 셀의 번지로 바뀌어야 한다. 일단 계가 공칭 순서에서 멀어지면 순서가 최적이 될 운동은 일반적으로 이루어질 수 없다. 그러면 이 운동 순서를 버리고 계획상에 없는 셀로부터 원래의 마지막 셀로 가기 위해서 새로운 운동이 이루어진다. 그러기 위해서 Table 4는 잘못된 궤적으로 벗어날 스케줄 상에 없는 셀들을 시작 셀로 덧붙여야 한다. 예제에서 보면 그러한 셀의 총 수는 얼마 되지 않고 모든 셀들은 새로운 시작되는 셀들로 생각될 수 있으며 모든 이러한 토크 스케줄과 셀의 순서들은 Table 3에서 만들 수 있어야 한다.

로봇과 같은 연속 플랜트의 전역운동(gross motion)

Table 4 Input Schedules for Basic Swath Tasks

START	END	SCHEDULE	$1\Delta t$	$2\Delta t$	$3\Delta t$	$4\Delta t$	$5\Delta t$	$6\Delta t$	$7\Delta t$	$8\Delta t$	$9\Delta t$
1	23	++-----	2	6	10	14	19	25	24	23	
1	28	+++-----	2	6	11	15	20	26	30	29	28
1	34	++++-----	2	6	11	21	27	31	36	35	34
1	39	++++-----	2	6	11	21	27	31	36	35	.
4	23	++-----	5	10	14	19	25	24	23		
4	28	+++-----	5	10	15	20	26	30	29	28	
4	34	++++-----	5	10	15	27	31	36	35	34	
4	39	++++-----	5	10	15	27	31	36	35		.
8	23	++-----	9	14	19	25	24	23			
8	28	+++-----	9	14	20	26	30	29	28		
8	34	++++-----	9	14	20	27	31	36	35	34	
8	39	++++-----	9	14	20	27	31	36	35		.
12	23	++-----	13	19	25	24	23				
12	28	+++-----	13	19	26	30	29	28			
12	34	++++-----	13	19	26	31	36	35	34		
12	39	++++-----	13	19	26	31	38	41	40	39	
17	23	++-----	18	25	24	23					
17	28	+++-----	18	25	30	29	28				
17	34	++++-----	18	25	30	36	35	34			
17	39	++++-----	18	25	30	36	35				.

Table 5 Actual Cell Sequences Traversed by Continuous Trajectories

START	END	SCHEDULE	1△t	2△t	3△t	4△t	5△t	6△t	7△t	8△t	9△t
1	23	++-----	2	6	10	14	13	19	18		
1	28	+++-----	2	6	11	15	26	25	29		
1	34	++++-----	2	6	11	21	27	31	36	34	.
1	39	++++-----	2	6	11	21	27	31	36	34	
4	23	++-----	5	10	14	19	25	24	23		..
4	28	+++-----	5	10	15	26	30	29	28		.
4	34	++++-----	5	10	15	27	31	36	40	39	
4	39	++++-----	5	10	15	27	31	36	40		
8	23	++-----	9	14	19	25	24	23			..
8	28	+++-----	9	14	20	26	30	28			.
8	34	++++-----	9	14	20	32	38	36	39		.
8	39	++++-----	9	14	20	32	38	36	39		.
12	23	++-----	13	19	25	24	23				..
12	28	+++-----	13	19	26	30	29	28			..
12	34	++++-----	13	19	26	31	36	35	34		..
12	39	++++-----	13	19	26	31	36				
17	23	++-----	18	25	24	23					..
17	28	+++-----	18	25	26	29	28				
17	34	++++-----	18	25	26	30	29	34			.
17	39	++++-----	18	25	26	30	29	34			

을 위한 이산사건(discrete event) 제어기는 다음과 같이 작동될 것이다.

1. 전체의 계통 제어계의 상위층에서 부터 지역이산(local discrete) 제어기는 목표 상태를 받아 목표 셀 번호로 바꾼다.
2. 지역전역운동(local gross motion) 제어기는 플랜트의 제어를 가정하고 초기 셀의 번호를 정한다.
3. 제어기는 제한된 입력을 가지는 시간최적 제어에 대한 입력 계획(schedule) 표를 본다.
4. 제어기는 기본 시간 간격의 정수배에 있는 셀 거주의 예측 또는 공칭(nominal) 순서를 찾는다.
5. 제어기는 시간 간격 하나에 대한 특정의 입력을 가하고 결과 계의 상태를 잔다.
6. 제어기는 피드백 상태 측정 값을 셀 번호로 바꾼다.
7. 지금 상태가 목표 셀에 있으면 제어를 그만하고 지역상세운동(local fine-motion) 제어기로 옮긴다.
8. 지금 상태가 공칭 순서에 예정된 셀 안에 있으면 단계 5로 간다.
9. 지금 상태가 예정되지 않은 셀에 있으면 현재의 셀을 새로운 처음 셀로 다루고 단계 3으로 간다.

만약에 위치와 속도 측정에서 계의 상태가 위치하는 셀의 번호를 정하는 계산량이 적으면 제어기의 전체 계

산량은 매우 적을 것이다.

5. 1자유도 시뮬레이션

1자유도 진자에 이산제어기를 달아 수치해석적 동적 시뮬레이션을 하였다. Fig. 10과 11은 흐름의 운동 8 개에서 얻은 이산 상태의 연결을 보여준다.

셀 12에서 시작하고 셀 23에서 끝나는 운동은 표 4에서 예측한대로 이루어졌다. 각 Δt 후에 상태는 예측 셀의 가운데 근처로 간다. 그러나 셀 8에서 셀 28로 가는 운동은 Table 4의 공칭 셀 순서와 같으나, Δt 정수배에서의 상태는 셀의 가운데서 벗겨 있다. 세번째 운동인 셀 4에서 셀 34로 가는 운동은 성공적으로 마무리 되지 않았다. Table 4의 최적토크 스케줄은 상태가 셀 36에 이를 때 까지 최적 셀 순서를 따라 상태를 움직인다. 그러면 최적 토크 스케줄은 상태를 셀 35 대신 셀 40으로 가게 한다. 최적토크 스케줄 표는 제어기에 셀 34는 셀 49로부터 도달할 수 없음을 알려준다. 제어기 설계의 가장 복잡한 측면은 이러한 경우에 어떤 결정을 내려야 하는가이다. 보통 인접 셀에 이르는 것을 받아들일 수 있다면 셀 39는 셀 40으로부터 $1\Delta t$ 에 도달할 수 있다. Fig. 10의 네 번째 운동은 셀 1에서 시작하여 셀 39로 가는 것이다. 그러나 공칭 셀대셀 전이는 토크가 한 번 전환되면 셀 39는 도달할 수 없음을

예측한다. 만약 3번의 절환이 허용된다면 궤적은 10 Δt 후에 셀 39에 도달한다. 이것은 분명히 근사최적(sub-optimal)이다. 같은 처음/마지막 상태를 가진 연속 문제의 최적 시간은 9.48 Δt 이다. 공칭 전이는 셀 1로부터 39까지 한번의 절환으로 도달할 수 없음을 보인다는 사실은 세 번의 절환에 의한 궤적 계획을 해야된다는 것이고 근사최적 성능만이 기대된다. 토크 스케줄은 ++++---+---이고 궤적은 공칭 셀 순서인 1-2-6-11-21-27- 31-18-41-40-39이다.

Fig. 11은 네가지 다른 운동을 보여준다. 셀 1에서 셀 23으로 가는 운동과 셀 4에서 셀 28로 가는 운동은 상태벡터 피드백에 따라 중간 과정에서 스케줄을 조정해야 한다. 셀 8에서 셀 34로 가는 세 번째 운동은 마무리 되어지지 않고 종합적인 비상시를 위한 전략(contingency strategy)을 필요로 하는 경우가 된다. 셀 1에서 셀 23으로 가는 운동에서 궤적은 3 Δt 후에 Table 4에서 주어진 셀 순서를 따라서 셀 10으로 갔다. 그러나 4 Δt 후에 궤적은 셀 14대신 여전히 셀 10에 있다. 제어기는 셀 10에서 셀 23으로 가는 최적토크 스케줄을 보고 셀 1에서 셀 23으로 가는 스케줄의 계속과 같다는 것을 안다. 궤적은 셀 14대신 셀 13으로 가고 제어기는 셀 13에서 셀 23으로 가는 최적제어 스케줄에 따라 절환된다. 이는 1 Δt 의 양의 토크를 가한 다음에 2 Δt 의 음의 토크를 가해야함을 요구하고 궤적을 셀 19, 25, 24, 23으로 궤적이 움직여야 한다. 그러나 실제 궤적은 셀 19, 25, 29로 움직여 제어기는 전역운동 제어를 중지하고 계의 제어를 연속 상세운동 종료영역 제어기(continuous fine-motion, terminal region controller)로 넘겨준다.

Fig. 11의 두 번째 운동은 셀 4에서 셀 28로 가는 것이다. 실제 궤적은 공칭 순서 4, 5, 10, 15의 첫 네 셀을 거쳐 지나간다. 4 Δt 후 상태는 셀 20 대신 셀 26으로 간다. 그러나 셀 26은 공칭 최적 순서에서 다음 셀이 될 수 있었을 거다. 따라서 최적토크 스케줄은 셀 4에서 28로 가는 나머지 스케줄과 같고 계는 공칭 전이가 예측하는 것 보다 1 Δt 일찍, 셀 20을 생략하여 목표 셀에 이른다.

세 번째 운동 즉 셀 8에서 셀 34로의 운동은 3 Δt 동안 공칭 순서를 따르나 이후 예측과는 달리 셀 33으로 간다. 제어기는 셀 33에서 셀 34로 가는 토크 스케줄이 없고 셀 39로 가는 스케줄만 있다. Table 3은 4 Δt 의 음의 토크를 가하면 셀 33이 셀 39로 가게 한다.

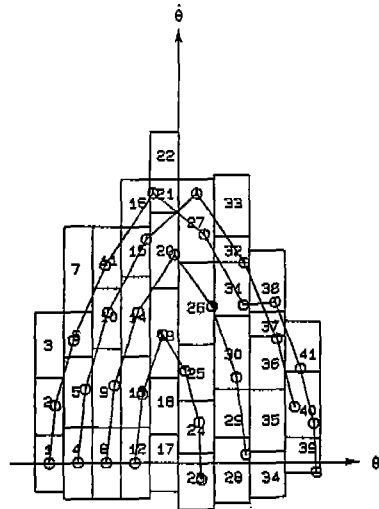


Fig. 10 Single Degree of Freedom Simulation

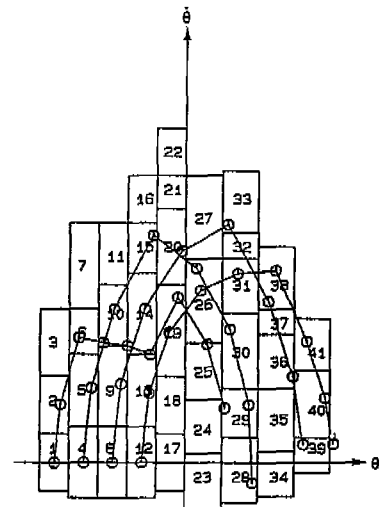


Fig. 11 Single Degree of Freedom Simulation

이는 목표 셀이 공칭 전이 표에 따라 도달할 수 없을 때를 다룰 비상시 제어(contingency control)가 필요한 또다른 예가 될 것이다. Fig. 11의 네번째 운동인 셀 12에서 셀 39로의 운동은 셀 40에서 셀 39로 마지막 전이가 일어날 때까지 공칭 최적 셀 순서를 따른다. 계의 상태가 셀 39를 넘어선 때의 경로는 셀 39의 경계가 물리적 이동 제한을 나타낸다면 실제에서는 매우 심각한 문제를 발생한다. 만약 그런 경우면 셀 설계자는 계가 마지막 셀을 넘어서서 조금 움직일 수 있는 완충

지역을 두어야 한다.

6. 결 론

강한 비선형계의 시간최적 제어에 가해지는 온라인 계산량을 크게 줄이는 방법이 예제와 함께 제시되었다. 이 방법은 회전형 로봇의 전역운동(gross-motion)의 제어에 적합하게 보인다. 이 방법의 기본은 연속 또는 점대점 다름에서 셀대셀 전이의 다름으로 제어기의 역할을 이완시킨 것이다. 반면에 셀은 가능한 자세한 제어대상의 모델의 수치해석적 동적 시뮬레이션에 근거한 것이고 셀들의 구성은 향상된 과도 성능을 주는 전반적인 과정의 설계 단계를 나타낸다.

앞에서 설명된 1자유도 계는 셀매핑 제어 하에서 잘 이루어짐을 보였다. 제어기를 프로그램하기는 쉬우며 간단한 마이크로 프로세서를 써서 시간최적 전역운동 제어를 실시간으로 이룰 수 있을 거라는 기대를 가지게 한다. 저장 용량은 적절하나 자유도 즉 상태공간의 차수가 늘면은 엄청나게 커질 것이다.

참고문헌

1. Spong, M. W., and Vidyasagar, M., Robot Dynamics and Control, Chapters 6-8, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1989.
2. Raibert, M. H., "Analytical Equations vs. Table Look-up for Manipulation: A Unifying Concept", Proceedings of the 1977 IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, LA, pp.576-579, December 1977.
3. Raibert, M. H., and Horn, B. K., "Manipulator Control Using the Configuration Space Method", The Industrial Robot, Vol.5, No.2, pp.69-73, June 1978.
4. Hsu, C. S., Yee, H. C., and Cheng, W. H., "Determination of Global Regions of Asymptotic Stability for Difference Dynamical Systems", ASME Journal of Applied Mechanics, pp.147-153, March 1977.
5. Hsu, C. S., "A Theory of Cell-to-Cell Mapping Dynamical Systems", ASME Paper No. 80-WA/APM-26 presented at the ASME Winter Annual Meeting, Chicago, Illinois, November 16-21, 1980.
6. Hsu, C. S., and Guttalu, R. S., "An Unravelling Algorithm for Global Analysis of Dynamical Systems: An Application of Cell-to-Cell Mappings", ASME Paper No. 80-WA/APM-27 presented at the ASME Winter Annual Meeting, Chicago, Illinois, November 16-21, 1980.
7. Hsu, C. S., "A Generalized Theory of Cell-to-Cell Mapping for Nonlinear Dynamical Systems", ASME Paper No. 81-WA/APM-25 presented at the ASME Winter Annual Meeting, Washington, D. C., November 15-20, 1981.