

## 로봇 운동방정식과 감도해석

송 성 재,\* 이 장 무\*\*

### Dynamic Equations of Robots and Sensitivity Analysis

Sung-Jae Song,\* Jang-Moo Lee\*\*

#### ABSTRACT

The inverse dynamic equations for 5 link robot including a closed chain have been derived. The closed chain is virtually cut open, and the kinematics and dynamics of the virtual open chain robot are analyzed. The constraints are applied to the virtually cut joints by the Jacobian matrix which represents the configuration of the closed chain. The topology of tree structured open chain robot is described by a FATHER array. The FATHER array of a link indicates the link that is connected in the direction of base link. Based on the inverse dynamic equations, the torque sensitivity models of the 5 link robot have been developed. The sensitivity models characterize the sensitivity of the driving torque with respect to the link parameters. All the procedures are illustrated through the 2 link robot.

**Key Words** : Inverse Dynamics(역동역학), Virtual Cut(가상 절단), Constraint(구속 조건), Lagrange Formalism(라그랑지 형식), Jacobian Matrix(자코비안 행렬), Sensitivity Model(감도모델)

#### 1. 서 론

산업용 로봇으로 대표적인 형태는 5자유도나 6자유도의 개방연쇄구조(open chain structure)이다. 개방연쇄구조는 작업영역의 관점에서 보면 우수한 구조이지만, 베이스 링크에 부착된 1번 구동부는 전체 링크와 모든 구동부를 움직여야 하므로 빠른 속도와 고정밀도의 두 가지 목표를 모두 만족할 수는 없다. 따라서 개방연쇄구조에 비하여 대형 중량물을 다룰 수 있도록 구

조적으로 견고하고 고속작업시 안정성이 더욱 보장되는 평행사변형 구조의 폐쇄연쇄를 포함하는 로봇이 등장하였다. 로봇이 현대 산업의 자동화에 중추적 역할을 하고 있지만 현재 로봇의 성능은 최적성능과는 거리를 두고 있다. 따라서 생산성을 증가시키고 정밀도를 높이기 위한 새로운 제어시스템의 개발이 요구되고 이는 로봇의 동적 거동을 더욱 정확히 파악하는 연구로 발전되고 있다.

로봇 동역학은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 하나는

\* 원주전문대학 자동차과

\*\* 서울대학교 공과대학 기계설계학과

주어진 힘과 토크에 대하여 조인트 변위를 시간의 함수로 계산하는 순동역학(forward dynamics)이고 다른 하나는 조인트의 변위, 속도, 가속도등을 입력으로 이러한 운동에 필요한 조인트의 힘과 토크를 계산하는 역동역학(inverse dynamics)이다. 로봇 역동역학 문제는 로봇제어와 직접 관련되므로 조인트의 힘과 토크를 효율적으로 계산하기 위한 많은 노력이 경주되어 왔다. 로봇 역동역학에 관한 연구는 개방연쇄구조를 중심으로 많이 이루어져 왔고<sup>(1-4)</sup> 폐쇄연쇄에 관한 연구는 상대적으로 미미하다. 폐쇄연쇄구조의 로봇에 관한 역동역학 해를 구하는 과정은 다음과 같다. 즉 폐쇄연쇄 중에서 구동부를 가지지 않는 수동조인트(passive joint)를 가상적으로 절단하여 트리(tree) 구조의 개방연쇄구조로 만든 뒤 운동방정식을 구성한다. 그리고 수동조인트의 가상적 절단으로부터 얻어지는 구속방정식을 이용하여 폐쇄연쇄구조의 로봇에 대한 운동방정식을 완성한다.<sup>(5-7)</sup>

감도해석(sensitivity analysis)이란 시스템의 특정 인자의 변화에 대한 시스템 거동의 변화를 해석하는 것이다. 시스템의 특정인자와 시스템 거동을 대표하는 인자 사이의 감도모델(sensitivity model)을 구성하여 감도해석을 정량적으로 수행할 수 있다. 감도 해석은 시스템의 거동에 민감한 인자를 찾을 뿐만 아니라 인자의 변화에 둔감한(필요에 따라 민감한) 시스템 설계의 기초가 된다.

본 연구에서는 폐쇄연쇄를 가지는 5링크 로봇에 대하여 역동역학 해를 구하였다. 그리고 구한 역동역학 해로부터 링크 질량의 변화에 따르는 구동토크의 감도모델을 구성하고, 감도함수를 결정하는 감도해석을 수행하였다. 또한 간단한 2링크 로봇을 이용하여 역동역학 해와 감도모델을 구성하는 각 과정을 설명하였다.

## 2. 운동방정식의 구성

### 2.1 로봇 토폴로지

조인트와 링크의 번호는 베이스 링크로부터 순차적으로 부여한다. 즉, 베이스 링크의 번호를 0번으로 하고 링크  $i-1$ 과 링크  $i$  사이의 조인트를 조인트  $i$ 라고 한다. 이러한 규칙에 따라 한 링크와 그 링크에 자유도를 부여하는 조인트는 같은 번호를 가지게 된다. 베이스 링크에 대한 각 링크의 좌표변환은 운동방정식의 유도를 위한 운동에너지와 위치에너지를 계산에 반드시 필요한 것이다. 직렬연결된 개방연쇄 구조의 로봇에 경우 베이스

링크에 대한 각 링크의 좌표변환은 링크번호와 조인트번호로 쉽게 계산되어진다. 그러나 트리구조의 개방연쇄 로봇은 직렬연결된 경우와 달리 링크번호와 조인트번호만으로 베이스 링크에 대한 각 링크의 좌표변환을 알 수 없다. 따라서 트리구조를 컴퓨터가 인식하도록 FATHER 배열을 입력으로 제공하였다. FATHER 배열은 임의의 한 링크가 베이스 링크 방향으로 어느 링크와 연결되어 있는가를 알려준다. FATHER 배열을 이용한 각 링크의 베이스링크에 대한 좌표변환은 다음의 알고리즘으로 계산된다.

```

T[0] = IdentityMatrix[4];
for( i=1; i<= number of links; i++ ){
    T[i] = A[i];
    index = FATHER[i];
    while( index < 0 ){
        T[i] = A[index] × T[i];
        index = FATHER[index];
    }
}

```

### 2.2 라그랑지 운동방정식

$n$  링크로 구성된 개방연쇄 로봇의 운동에너지와 위치에너지로부터 라그랑지 방정식을 구성한 링크  $i$ 의 운동방정식은 다음과 같다.<sup>(3,4)</sup>

$$\tau_i = \sum_{j=1}^n D_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n D_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k + D_i \quad (1)$$

식 (1)을  $n$ 차원으로 확장하면 다음의 벡터식으로 표현할 수 있다.

$$\underline{\tau} = \underline{D}(\underline{q})\underline{\ddot{q}} + \underline{C}(\underline{q}, \underline{\dot{q}}) + \underline{G}(\underline{q}) \quad (2)$$

$\underline{D}(\underline{q})$ 는 크기가  $(n \times n)$ 인 대칭행렬,  $\underline{\ddot{q}}$ 는  $\{\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_n\}^T$ 로 표시되는 일반좌표의 가속도 벡터,  $\underline{D}(\underline{q})\underline{\ddot{q}}$ 는 관성력을 나타내는 벡터,  $\underline{C}(\underline{q}, \underline{\dot{q}})$ 는 크기가  $(n \times 1)$ 인 코리올리 힘과 구심력을 나타내는 벡터 그리고  $\underline{G}(\underline{q})$ 는 크기가  $(n \times 1)$ 인 중력벡터이다.

간단한 예로서 각 링크 끝에 집중질량  $m_1$ 과  $m_2$ 를 가진 2링크 로봇의 형상과 좌표계를 Fig. 1에 도시하였다. 이 모델에 대한 역동역학 해를 구하면 식 (3)과 같다.

$$\tau_1 = [a_1^2 m_1 + a_1^2 m_2 + a_2^2 m_2 + 2a_1 a_2 m_2 \cos(q_2)] \ddot{q}_1$$

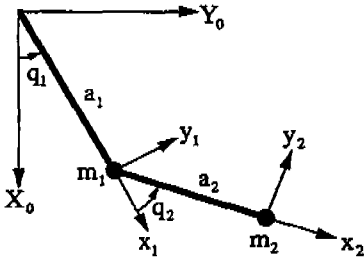


Fig. 1 2 link robot

$$\begin{aligned}
 &+ a_2 m_2 [a_2 + a_1 \cos(q_2)] \ddot{q}_2 - 2a_1 a_2 m_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) \\
 &- a_1 a_2 m_2 \dot{q}_2^2 \sin(q_2) \\
 &+ g [a_1 m_1 \sin(q_1) + a_1 m_2 \sin(q_1) + a_2 m_2 \sin(q_1 + q_2)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_2 = &a_2 m_2 [a_2 + a_1 \cos(q_2)] \ddot{q}_1 + a_2^2 m_2 \ddot{q}_2 \\
 &+ a_1 a_2 m_2 \dot{q}_1^2 \sin(q_2) + g a_2 m_2 \sin(q_1 + q_2) \quad (3)
 \end{aligned}$$

### 2.3 구속조건식

폐쇄연쇄 구조의 로봇을 수동조인트에서 가상적으로 절단하여 개방연쇄 구조로 변환하였을때 이 가상의 절단에 대한 구속조건식을 처리하는 두 가지 방법이 있다. 첫째로, 라그랑지 승수(Lagrange multiplier)를 사용하는 방법<sup>6)</sup>으로 매우 보편적이고 체계적이다. 그러나 라그랑지 승수의 유도와 소거에 많은 계산이 요구된다. 둘째는, 폐쇄연쇄의 기하학적 형상을 이용하는 방법이다. 본 논문에서 사용한 이 방법을 간단히 설명하면 다음과 같다.<sup>6)</sup>

가상으로 절단한 트리구조 로봇이  $n$ 개의 조인트를 가지며 그 중  $m$ 개가 수동조인트인 경우에 일반좌표와 구동력을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} \underline{q}_a \\ \underline{q}_p \end{bmatrix}, \quad \underline{\tau} = \begin{bmatrix} \underline{\tau}_a \\ \underline{\tau}_p \end{bmatrix} \quad (4)$$

식(4)에서  $\underline{q}_a$ 는 구동부를 가지는 능동조인트(active joint)의 일반좌표벡터로  $(n-m)$ 차원이고  $\underline{q}_p$ 는 수동조인트의 일반좌표벡터로  $m$ 차원이다.  $\underline{\tau}_a$ 와  $\underline{\tau}_p$ 는 각각  $\underline{q}_a$ ,  $\underline{q}_p$ 에 대응하는 구동력의 벡터이다. 원래의 폐쇄연쇄로봇과 트리구조 로봇이 같은 운동을 할 때  $\underline{q}_p$ 는  $\underline{q}_a$ 의 함수로 결정될 수 있다.

$$\underline{q}_p = f(\underline{q}_a) \quad (5)$$

트리구조 로봇이 미소운동을 할 때 다음의 표현이 가능하다.

$$\delta \underline{q} = \underline{W} \delta \underline{q}_a \quad (6)$$

여기서,  $\underline{W} = \begin{pmatrix} I \\ \frac{\partial \underline{q}_p}{\partial \underline{q}_a} \end{pmatrix}$

식(6)에서  $I$ 는  $(n-m)$ 차원의 단위행렬이고  $(\frac{\partial \underline{q}_p}{\partial \underline{q}_a})$ 는 능동조인트에 대한 수동조인트의 자코비안 행렬이다. 즉  $\underline{W}$ 는 능동조인트에 대한 전체조인트의 자코비안 행렬이다.  $\underline{W}$ 를 이용해서 원래의 폐쇄연쇄로봇의 능동조인트에 해당하는 구동력을 다음식으로 구할 수 있다.

$$\underline{\tau}^c = \underline{W}^T \underline{\tau} \quad (7)$$

식(7)에서  $\underline{\tau}^c$ 는 원래 폐쇄연쇄로봇의 능동조인트에 해당하는 구동력이고  $\underline{\tau}$ 는 식(4)에 나타난 트리구조 로봇의 구동력이다. 기하학적 형상을 이용한 방법은 라그랑지 승수를 이용한 방법보다 계산이 훨씬 간단하다. 그러나 일반적인 3차원의 폐쇄연쇄에 관하여 해석적인  $\underline{W}$ 를 구하는 것이 어렵다.

### 2.4 5링크 로봇

Fig. 2에 5링크 로봇의 형상과 좌표계 그리고 트리구조 로봇으로 만들기 위한 가상의 절단조인트를 도시하였다. 이에 따른 FATHER 배열은 Table 1에 나타내었다. Fig. 2에서 5개의 링크 중심에 집중질량을 가정하였고 조인트 1, 2, 4가 능동조인트이고 조인트 3, 5가 수동조인트이다. 여기서 가상의 개방연쇄 구조에 대한 역동역학 해  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5$ 를 완성한다. 폐쇄연쇄를 평행사변형 구조로 단순화시키면 기하학적 형상으로부터 수동조인트의 변위를 능동조인트의 변위로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{cases} q_3 = 2\pi - q_2 + q_4 \\ q_5 = q_2 - q_4 \end{cases} \quad (8)$$

Table 1 FATHER array for 5 link robot

i	0	1	2	3	4	5
FATHER(i)	-1	0	1	2	1	4

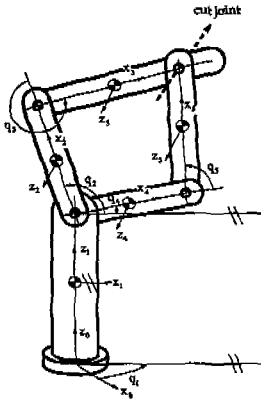


Fig. 2 5 link robot including a closed chain

식(8)을 이용하여 식(6)에서 언급한  $W$  행렬을 구하여 식(7)의 형태로 본 예제를 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \tau_1^c \\ \tau_2^c \\ \tau_4^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \end{bmatrix} \quad (9)$$

구한 역동역학 해 중에서 임의로 토크 4를 부록에 수록하였다.

### 3. 감도해석

감도해석이란 시스템의 특정인자에 대한 시스템의 거동을 표현하는 인자의 변화를 해석하는 것이다. 어떤 시스템의 특정인자(essential parameter)를  $\alpha$ 라고 놓고 시스템의 거동을 표현하는 인자를  $x$ 라고 놓을 때 이들간의 관계식이 시스템의 수학적 모델이다. 수학적 모델이 다음과 같이 벡터미분방정식으로 주어졌다고 가정하자.

$$\dot{x} = f(x, \alpha, t, u) \quad (10)$$

식(10)의  $x$ 는 상태변수이고 초기조건은  $x(t_0) = x^0$ 이고  $u$ 는 입력벡터이다. 이제 식(10)을 상태벡터  $x$ 와 특정인자  $\alpha$ 의 관계식이라고 보면 이 관계는 집합이론처럼  $\alpha$ 에서  $x$ 로의 사상(mapping)으로 볼 수 있다. 즉,  $\alpha \rightarrow x$ . 특정인자  $\alpha$ 의 변화( $\Delta\alpha$ )에 의한  $x$ 의 변화( $\Delta x$ )를 집합이론 관점에서 설명하기 위하여 다음과

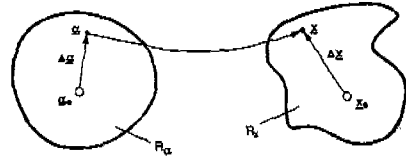


Fig. 3 Mapping of the parameter space into the state space

같이  $R_\alpha, R_x$ 를 정의한다.

$R_\alpha$ :  $\alpha_0$ 근처의  $\alpha$ 의 변화량  $\Delta\alpha$ 의 subspace

$R_x$ :  $R_\alpha$ 에 대응하는  $\Delta x$ 의 subspace

$R_\alpha$ 와  $R_x$ 의 정의로부터 사상  $\alpha \rightarrow x$ 는  $R_\alpha \rightarrow R_x$ 로 Fig. 3과 같이 표현할 수 있다.  $R_\alpha$ 를 알고 있다면  $R_x$ 를 식(10)으로써 결정할 수 있다. 그러나,  $R_\alpha$ 의 모든 원소에 대한  $R_x$ 의 해는 무한개가 되고  $\alpha$ 의 변화  $\Delta\alpha$ 에 대하여 식(10)을 근사적으로 풀면  $x$ 의 변화  $\Delta x$ 의 오차가 커질 수 있기 때문에 식(10)으로 감도를 표현하는 것은 실제적으로 곤란하다. 따라서, 감도함수  $S$ 의 도입이 실제 많이 사용하는 방법이다. 감도함수  $S$ 는 특정인자의 변화  $\Delta\alpha$ 와 시스템의 거동  $\Delta x$ 를 다음과 같이 선형방정식으로 표현한다.

$$\Delta x \approx S(\alpha_0)\Delta\alpha \quad (11)$$

식(11)은 식(10)을 선형화한 방정식이다. 그리고,  $\|\Delta\alpha\| \ll \|\alpha_0\|$ 일때 의미를 가진다. 위에 기술한 바와 같은 접근방법으로 감도해석은 실제로 감도함수  $S(\alpha_0)$ 의 결정문제로 귀결된다.

#### 3.1 감도모델과 감도함수

로봇 비선형 운동방정식을 벡터식으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{q} = D(q)\dot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) \quad (12)$$

특정인자에 대한 경로감도모델(trjectory sensitivity model)을 구성하기 위하여 식(12)를 특정인자  $p$ 에 대하여 편미분을 수행하면 다음과 같은  $p$ 에 대한 경로감도모델이 구성된다.

$$\begin{aligned} \left. \frac{D(q^0)\ddot{q} + \frac{\partial C(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right|_{(q^0, \dot{q}^0, \ddot{q}^0)} \ddot{q} & \quad (13) \\ + \frac{\partial}{\partial q} \{D(q) + C(q, \dot{q}) + G(q)\} \Big|_{(q^0, \dot{q}^0, \ddot{q}^0)} \sigma = u(t) \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \underline{\sigma} &= \frac{\partial q}{\partial p} \\ \underline{\dot{\sigma}} &= \frac{\partial \dot{q}}{\partial p} \\ \underline{\ddot{\sigma}} &= \frac{\partial \ddot{q}}{\partial p} \\ \underline{u}(t) &= -\left(\frac{\partial D}{\partial p}\right)\ddot{q} - \left(\frac{\partial C}{\partial p}\right) - \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right) \end{aligned}$$

식(13)에서  $\underline{\sigma}$ 는 경로감도함수(trjectory sensitivity function)이고  $\underline{u}(t)$ 는 구동입력(driving input)이다. 구성된 경로감도모델로부터 경로감도함수  $\underline{\sigma}$ 를 구하는 방법으로 Runge-Kutta 방법으로 미분방정식의 해를 구하는 IMSL 프로그램의 DVERK 프로그램 등을 사용할 수 있다.

특정인자에 대한 구동토크감도모델(torque sensi-

tivity model)을 구성하기 위하여 식(12)를 특정인자  $p$ 에 대하여 편미분을 수행하면 다음의 식(14)와 같은  $p$ 에 대한 구동토크감도모델이 구성된다. 식(14)에서  $\underline{\eta}$ 는 구동토크감도함수(torque sensitivity function)이다.

$$\underline{\eta} = \frac{D(q^0)}{\partial p} \ddot{q} + \frac{\partial C(q^0, \dot{q}^0)}{\partial p} + \frac{\partial G(q^0)}{\partial p} \quad (14)$$

여기서,  $\underline{\eta} = \frac{\partial \tau}{\partial p}$

식(3)에 나타낸 2링크 로봇의 역동역학 해로부터 식(13)와 식(14)에 언급한 감도모델에 관하여 설명하면 다음과 같다. 즉, 특정인자로 집중질량  $m_2$ 를 선정하여 경로감도함수를 구성하면 식(13)의 좌변과 우변에 있는 각 항들은 식(15)와 같이 결정된다.

또한 특정인자로 집중질량  $m_2$ 를 선정하여 구동토크감

$$\begin{aligned} \underline{D}(\underline{q}^0) &= \begin{bmatrix} a_1^2(m_1 + m_2) + a_2^2 m_2 + 2a_1 a_2 m_2 \cos(\theta_2^0) & a_2^2 m_2 + a_1 a_2 m_2 \cos(\theta_2^0) \\ a_2^2 m_2 + a_1 a_2 m_2 \cos(\theta_2^0) & a_2^2 m_2 \end{bmatrix} \\ \frac{\partial C(\underline{q}, \underline{\dot{q}})}{\partial \underline{\dot{q}}} &= \begin{bmatrix} -2a_1 a_2 m_2 \sin(\theta_2^0) \dot{\theta}_2^0 & -2a_1 a_2 m_2 \sin(\theta_2^0) [\dot{\theta}_1^0 + \dot{\theta}_2^0] \\ 2a_1 a_2 m_2 \sin(\theta_2^0) \dot{\theta}_1^0 & 0 \end{bmatrix} \\ \left. \frac{\partial D(\underline{q})}{\partial \underline{q}} \right|_{(\underline{q}^0, \underline{\dot{q}}^0, \underline{\ddot{q}}^0)} &= \begin{bmatrix} 0 & -a_1 a_2 m_2 \sin(\theta_2^0) [2\ddot{\theta}_1^0 + \ddot{\theta}_2^0] \\ 0 & -a_1 a_2 m_2 \sin(\theta_2^0) \ddot{\theta}_1^0 \end{bmatrix} \\ \left. \frac{\partial C(\underline{q}, \underline{\dot{q}})}{\partial \underline{q}} \right|_{(\underline{q}^0, \underline{\dot{q}}^0, \underline{\ddot{q}}^0)} &= \begin{bmatrix} 0 & -a_1 a_2 m_2 \cos(\theta_2^0) \dot{\theta}_2^0 [2\ddot{\theta}_1^0 + \ddot{\theta}_2^0] \\ 0 & a_1 a_2 m_2 \cos(\theta_2^0) \dot{\theta}_2^0 [\dot{\theta}_1^0]^2 \end{bmatrix} \\ \left. \frac{\partial G(\underline{q})}{\partial \underline{q}} \right|_{(\underline{q}^0, \underline{\dot{q}}^0, \underline{\ddot{q}}^0)} &= \begin{bmatrix} a_1 g(m_1 + m_2) \cos(\theta_1^0) + a_2 g m_2 (\theta_1^0 + \theta_2^0) & a_2 g m_2 \cos(\theta_1^0 + \theta_2^0) \\ a_2 g m_2 \cos(\theta_1^0 + \theta_2^0) & a_2 g m_2 \cos(\theta_1^0 + \theta_2^0) \end{bmatrix} \\ \underline{u}(t) &= \begin{bmatrix} -(a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \theta_2^0) \ddot{\theta}_1^0 - (a_2^2 + a_1 a_2 \cos \theta_2^0) \ddot{\theta}_2^0 \\ -(a_2^2 + a_1 a_2 \cos \theta_2^0) \ddot{\theta}_1^0 - a_2^2 \ddot{\theta}_2^0 \\ + \begin{bmatrix} a_1 a_2 \sin \theta_2^0 \dot{\theta}_2^0 (2\ddot{\theta}_1^0 + \ddot{\theta}_2^0) \\ -a_1 a_2 \sin \theta_2^0 (\dot{\theta}_1^0)^2 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} -a_2 g \sin(\theta_1^0 + \theta_2^0) - a_1 g \sin \theta_1^0 \\ -a_2 g \sin(\theta_1^0 + \theta_2^0) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (15) \end{aligned}$$

Table 2 5 link robot parameters for sensitivity analysis

$m_1$	2	$l_1$	2
$m_2$	1	$l_2$	1
$m_3$	1	$l_3$	1
$m_4$	1	$l_4$	1
$m_5$	1	$l_5$	1

도모형을 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \eta_1 &= [a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(q_2)]\ddot{q}_1 \\ &\quad + a_2[a_2 + a_1 \cos(q_2)]\ddot{q}_2 - 2a_1a_2\dot{q}_1\dot{q}_2 \sin(q_2) \\ &\quad - a_1a_2\dot{q}_2^2 \sin(q_2) + g[a_1 \sin(q_1) + a_2 \sin(q_1 + q_2)] \\ \eta_2 &= a_2[a_2 + a_1 \cos(q_2)]\ddot{q}_1 + a_2^2\ddot{q}_2 \\ &\quad + a_1a_2\dot{q}_1^2 \sin(q_2) + ga_2 \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (16)$$

### 3.2 5링크 로봇의 감도해석

Fig. 2에 나타난 5링크 로봇을 대상으로 앞에서 구한 역동역학 해로부터 링크 질량  $m_2$ 와 링크 질량  $m_3$ 의 변화에 따르는 각각의 구동토크 변화를 알 수 있는 2가지의 구동토크감도모형을 구성하였다. 그리고 각각의 모델에 대하여 Table 2와 같이 5링크 로봇의 링크 파라미터를 선정하고 식(17)과 같이 조인트 공간에서 시간의 함수로 계획된 경로에 대한 감도함수를 Fig. 4와 Fig. 5에 각각 도시하였다.

$$\begin{cases} q_1 = t \\ q_2 = \frac{\pi}{2} + 2t \\ q_4 = t \end{cases} \quad (17)$$

Fig. 4은 질량  $m_2$ 의 변화에 따른 토크 1, 2, 4의 감도함수를 도시한 것이다. 토크 2가 가장 큰 영향을 받으며 토크 4는 질량  $m_2$ 와는 독립적이므로 감도함수가 0이다.

Fig. 5는 질량  $m_3$ 의 변화에 따른 토크 1, 2, 4의 감도함수를 도시한 것이다. 토크 2가 가장 큰 영향을 받으며 토크 4는 질량  $m_3$ 와 약간 연관되어 있으므로 토크 2보다 감도함수의 값이 작다. 토크 1이 가장 작은 영향을 받는다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 라그랑지 방법을 이용한 로봇의 역동

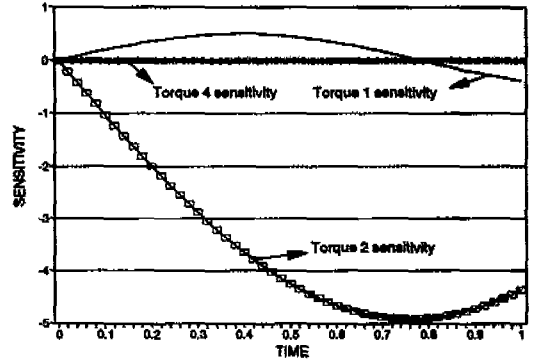


Fig. 4 Torque sensitivity of mass  $m_2$  for 5 link robot

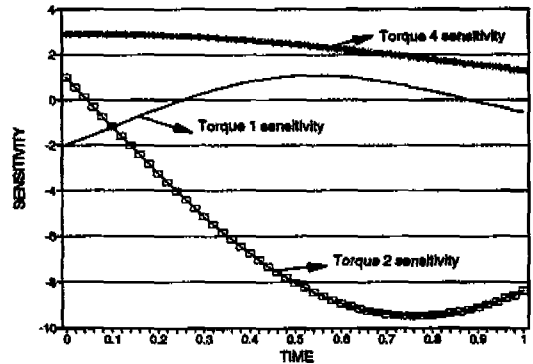


Fig. 5 Torque sensitivity of mass  $m_3$  for 5 link robot

역학 해를 5링크의 폐쇄연쇄 로봇에 대해서 구했다. 폐쇄연쇄의 가상의 절단에 관한 구속조건식으로 폐쇄연쇄의 기하학적 형상을 이용한 방법을 사용하였다. 이 방법은 평행사변형 구조와 같이 간단한 경우에 효과적인 방법이다. 가상의 절단에 의한 트리구조의 로봇 토폴로지는 FATHER 배열을 입력으로 컴퓨터가 인식하도록 하였다. 구한 역동역학 해로부터 감도모형을 구성하여 특정인자가 로봇의 구동토크에 미치는 영향을 정량적으로 표시하였다.

## 참고문헌

1. Luh, J. Y. S., Walker, M. W., and Paul, R. P., 1980, "On-line Computational Scheme for Mechanical Manipulators", Trans. ASME J. of Dynamic Systems,

- Measurement, and Control, Vol.102, pp.69-76.
2. Khalil, W., Kleinfinger, J.F., and Gautier, M., 1986, "Reducing the Computational Burden of the Dynamics Models of Robots", Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.525-531.
  3. Paul, R.P., 1982, Robot Manipulators, MIT Press.
  4. Megahed, S., Renaud, M., 1982, "Minimization of the time necessary for the dynamic control of robot manipulators", 12th International Symposium on Industrial Robots, pp.469-478.
  5. Luh, J.Y.S., and Zheng, Y., 1985, "Computation of Input Generalized Forces for Robot with Closed Kinematic Chain Mechanism", IEEE J. of Robotics and Automation, Vol.1, pp.95-103.
  6. Kleinfinger, J.F., and Kgalil, W., 1986, "Dynamic Modeling of Closed-Loop Robots", 16th International Symposium on Industrial Robots, pp.401-412.
  7. Nakamura, Y., and Ghodoussi, M., 1988, "A Computational Scheme of Closed Link Robot Dynamics Derived by D'Alembert Principle", Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1354-1360.
  8. Neuman, C.P., and Murray, J.J., 1984, "Linearization and Sensitivity Functions of Dynamic Robot Models", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol.14, pp.805-818.
  9. Frank, P.M., 1978, Introduction to System Sensitivity Theory, Academic Press.
  10. Nakamura, Y., 1991, Advanced Robotics-Redundancy and Optimization, Addison-Wesley.

부 록

$$\begin{aligned}
 T[4]= & (g*13*m3*\text{Cos}[q[2] + q[3]])/2 + (g*14*m4*\text{Cos}[q[4]])/2 + g*14*m5*\text{Cos}[q[4]] + \\
 & (13^2*m3*ddq[2])/4 + (12*13*m3*\text{Cos}[q[3]]*ddq[2])/2 + (13^2*m3*ddq[3])/4 + \\
 & (14^2*m4*ddq[4])/4 + 14^2*m5*ddq[4] + (14*15*m5*\text{Cos}[q[5]]*ddq[4])/2 + \\
 & (14*15*m5*\text{Cos}[q[5]]*ddq[5])/2 + (12*13*m3*dq[1]^2*\text{Sin}[q[3]])/4 + \\
 & (12*13*m3*dq[2]^2*\text{Sin}[q[3]])/2 + (13^2*m3*dq[1]^2*\text{Sin}[2*(q[2] + q[3])])/8 + \\
 & (12*13*m3*dq[1]^2*\text{Sin}[2*q[2] + q[3]])/4 + \\
 & (14^2*m4*dq[1]^2*\text{Sin}[2*q[4]])/8 + (14^2*m5*dq[1]^2*\text{Sin}[2*q[4]])/2 - \\
 & (14*15*m5*dq[1]^2*\text{Sin}[q[5]])/4 - (14*15*m5*dq[4]^2*\text{Sin}[q[5]])/2 - \\
 & 14*15*m5*dq[4]*dq[5]*\text{Sin}[q[5]] - (14*15*m5*dq[5]^2*\text{Sin}[q[5]])/2 + \\
 & (14*15*m5*dq[1]^2*\text{Sin}[2*q[4] + q[5]])/4
 \end{aligned}$$