

김벌 베어링 마찰의 영향을 고려한 4축 안정화 플랫폼의 운동에 관한 연구

신 용 진,* 조 겸 래,** 이 진 결,*** 조 설,**** 최 석*

A Study of Motion for Four-Axis Stabilized Platform Including Effects of Gimbal Bearing Friction

Y. J. Shin, * K. R. Cho, ** J. K. Lee, *** S. Cho, **** S. Choi*

ABSTRACT

This paper presents a detailed derivation of the equations of motion for the stable member of a four-axis platform. Gimbal bearing friction is considered for motion analysis. First, dynamic characteristics of platform, gimbal and gyro with Coulomb friction are studied due to vehicle's angular motion. Second, Vehicle's motion is assumed the sinusoidal function and dynamic characteristics of platform, gimbal and gyro are studied. Conclusively, considering effects of Coulomb friction, they could not follow the vehicle's angular motion and have constant errors. In case of sinusoidal motion, relative angles for each gimbal are amplified, but they are sinusoidal function with almost the same phases.

기호설명

- $(\cdot)^C$: 벡터의 좌표계 C에서의 표현
- $(\cdot)_A$: 벡터의 주어진 좌표계에서의 A축 성분
- $(\cdot)_1$: 김벌각의 각속도에 의한 요소의 각속도 벡터
- $(\cdot)_2$: 김벌각의 각속도에 의한 요소의 각속도 벡터
- $\frac{d}{dt}(\cdot)$: 벡터의 좌표계 C에 대한 시간변화율
- D_{E_1, E_2} : 요소 E_1 으로부터 요소 E_2 에 작용하는 점성마찰계수
- F_{E_1, E_2} : 요소 E_1 으로부터 요소 E_2 에 작용하는 Coulomb

마찰 및 stiction

- H_{SA} : A축 자이로의 로터의 각운동량
- I_{EA} : 요소 E의 A축 관성모멘트
- M_E : 자이로 E의 플로트에 가해지는 총 모멘트
- M_{E_1, E_2} : 요소 E_1 으로부터 요소 E_2 에 가해지는 총 모멘트
- T_{E_1, E_2} : 요소 E_1 으로부터 요소 E_2 에 작용하는 토크 모멘트
- $T_{C_1}^{C_2}$: 좌표계 C_1 에서 좌표계 C_2 로 가는 좌표변환행렬
- p, q, r : IMU 케이스(항공기)의 각속도 벡터 성분
- α_E : $\dot{\omega}_E$ 의 표현중에서 김벌각의 각속도를 포함하

* 부산대학교 대학원
 ** 부산대학교 항공우주공학과, 기계기술연구소
 *** 부산대학교 정밀기계공학과, 기계기술연구소(정회원)
 **** 삼성항공우주연구소

- 는 항
- β_E : $\dot{\omega}_E$ 의 표현중에서 김벌각의 각속도를 포함하지 않는 항
 - φ : IMU 요 각(yaw angle); 내부김벌의 플랫폼에 대한 z축 방향의 각변위
 - ρ : IMU 내부 롤 각(inner roll angle); 중간김벌의 내부김벌에 대한 x축 방향의 각변위
 - θ : IMU 피치 각(pitch angle); 외부김벌의 중간김벌에 대한 y축 방향의 각변위
 - ϕ : IMU 외부 롤 각(outer roll angle); IMU 케이스의 외부김벌에 대한 x축 방향의 각변위
 - ω_E : 요소 E의 각속도 벡터
 - $\dot{\omega}_E$: 요소 E의 각가속도 벡터

첨자 설명

E : IMU의 각 요소(element)를 나타내는 아랫첨자

- E = c (IMU 케이스)
- o (외부김벌)
- m (중간김벌)
- i (내부김벌)
- gx (X 자이로 플로트)
- gy (Y 자이로 플로트)
- gz (Z 자이로 플로트)

C : 각 좌표계를 나타내는 윗첨자 (E와 동일)

A : 좌표축을 나타내는 아랫첨자

- A = x (X 축)
- y (Y 축)
- z (Z 축)
- S (자이로 스핀축)
- I (자이로 입력축)
- O (자이로 출력축)

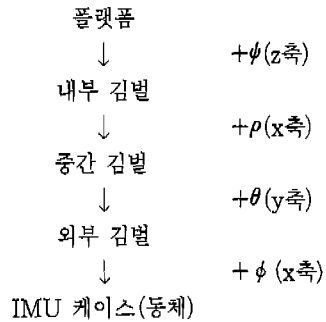
1. 서 론

김벌을 사용한 관성항법장치에는 보통 3개의 김벌을 사용하는 3축 안정화 플랫폼과 4개의 김벌을 사용하는 4축 안정화 플랫폼이 사용된다. 3축 안정화 플랫폼은 중간 축의 각도가 90도가 되면 김벌 록 (gimbal lock) 현상이 일어나기 때문에 플랫폼 안정화가 불가능하게 되므로 사용범위가 상당히 제한되는 단점이 있다. 반면

에, 4축 안정화 플랫폼은 김벌 록을 피할 수 있어서 각종 비행체의 관성항법장치로서 널리 사용되고 있다.

4축 안정화 플랫폼을 사용하는 항공기용 관성측정장치(IMU; inertial measurement unit)는 일반적으로 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 가속도계 및 자이로가 장착되어 있는 플랫폼 클러스터 김벌이 요(yaw)김벌이 되고, 바깥쪽으로 향하여 내부 롤(inner roll)김벌, 피치(pitch)김벌, 그리고 외부 롤(outer roll)김벌의 순서로 되어있다. 편의상 이 논문에서는 각 김벌 요소를 다음과 같이 부르기로 한다. -요 김벌을 플랫폼으로, 내부 롤 김벌을 내부 김벌로, 피치 김벌을 중간 김벌로, 외부 롤 김벌을 외부 김벌로-

또한, 김벌 각을 표시하는 기호는 다음과 같이 정의된다.



이 논문에서는 참고문헌 [1]에서 다룬 3축 안정화 플랫폼의 운동방정식 유도과정을 참고하여 4축 안정화 플랫폼의 비선형 운동방정식을 유도하였다. 플랫폼의 운동방정식은 자유도가 크기 때문에 매우 복잡한 식으로

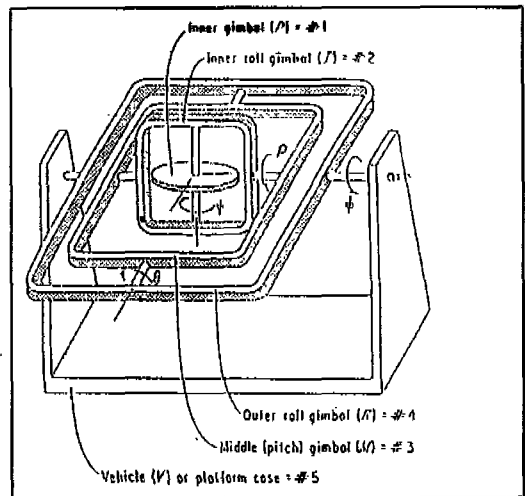


Fig. 1 Four-axis stabilized platform for airplane

나타나게 된다. 또한, 결과적으로 주어지는 운동방정식이 연립 미분방정식이기 때문에 이를 수치해석적으로 적분하는 일도 간단치 않다. 참고로, 4축 안정화 플랫폼의 완전한 비선형 운동방정식은 공개된 자료에서 찾아볼 수 없었다. 또한 김벌 시스템을 이용한 플랫폼 안정화의 경우, 김벌 베어링 마찰력은 가장 중요한 외란 요소이다. 그러므로 4축 안정화 플랫폼의 운동을 해석하는데 있어서 김벌 베어링 마찰(Coulomb friction)이 고려 되었다.

2. 자이로의 동역학 (Gyro Dynamics)

2.1 자이로의 운동방정식

이 논문에서는 3개의 RIG(rate intergrating gyro)가 플랫폼에 고정되어 있다고 가정하였다. 측정하는 Z 자이로를 제외한 나머지 두 자이로는 수평비행시에 출력축이 항공기의 Z축 방향이 되도록 배치하였다.

모든 IMU 김벌각이 0 일때 항공기 좌표계에 대한 각 자이로의 정렬 상태와 이에 따른 플랫폼 좌표계와 자이로 플로트(float) 좌표계와의 좌표변환행렬은 다음과 같다.

X 자이로 : 스피너축 = 음의 핏치 축 (-Y)
 입력축 = 음의 롤 축 (-X)
 출력축 = 음의 요 축 (-Z)

$$T_p^{gx} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Y 자이로 : 스피너축 = 양의 롤 축 (+X)
 입력축 = 음의 핏치 축 (-Y)

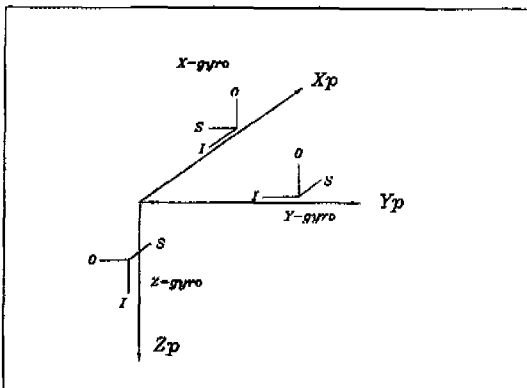


Fig. 2 Orientation of gyro and platform axes

출력축 = 음의 요 축 (-Z)

$$T_p^{gy} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Z 자이로 : 스피너축 = 양의 롤 축 (+X)

입력축 = 양의 요 축 (+Z)

출력축 = 음의 핏치 축 (-Y)

$$T_p^{gz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

자이로의 운동방정식을 세우기 위해서는 먼저 각 자이로 플로트의 각속도 및 각가속도 표현식이 필요하다. 플로트의 각속도 및 각가속도에 관한 식은 APPENDIX에서 자세하게 설명 하였다. RIG를 사용하는 경우에 플랫폼 안정화 루프에 의해 자이로 출력각이 0에 가깝게 유지되므로 자이로의 출력각이 작다고 가정 하였다.

자이로의 스피너속도가 일정하다고 가정할 때 자이로 플로트의 전체 각운동량 H_g 는 다음과 같이 표현된다.

$$H_g = I_g \omega_g + H_s \quad (4)$$

여기에서 ω_g 는 자이로 플로트의 절대각속도이고 I_g 는 자이로 플로트의 관성텐서(inertial tensor)이다. 또한 H_s 는 자이로 로터의 각운동량이다.

자이로 플로트의 운동방정식은 다음 식에서 구해진다.

$$M_g = \frac{d^j}{dt} H_g = \frac{d^s}{dt} H_g + \omega_g \times H_g \quad (5)$$

여기에서 M_g 는 외부에서 자이로 플로트에 가해지는 모멘트이며, 미분연산의 첨자 I와 g는 각각 절대좌표계와 자이로 플로트 좌표계를 나타낸다.

X 자이로에 대해 식 (5)을 풀어쓰면 다음과 같이 된다.

$$M_{gxS} = I_{gxS} \dot{\omega}_{gxS} + (I_{gxO} - I_{gdI}) \omega_{gxO} \omega_{gdI} \quad (6)$$

$$M_{gdI} = I_{gdI} \dot{\omega}_{gdI} + H_{sx} \omega_{gxO} + (I_{gxS} - I_{gxO}) \omega_{gxS} \omega_{gdI} \quad (7)$$

$$M_{gxO} = I_{gxO} \dot{\omega}_{gxO} - H_{sx} \omega_{gdI} + (I_{gdI} - I_{gxS}) \omega_{gdI} \omega_{gxS} \quad (8)$$

마찬가지로 Y 자이로에 대해서는

$$M_{gyS} = I_{gyS} \dot{\omega}_{gyS} + (I_{gyO} - I_{gdI}) \omega_{gyO} \omega_{gdI} \quad (9)$$

$$M_{gyI} = I_{gyI} \dot{\omega}_{gyI} + H_{sy} \omega_{gyO} + (I_{gxs} - I_{gxO}) \omega_{gxS} \omega_{gxO} \quad (10)$$

$$M_{gyO}^* = I_{gyO} \dot{\omega}_{gyO} - H_{sy} \omega_{gyI} + (I_{gyI} - I_{gyS}) \omega_{gyI} \omega_{gyS} \quad (11)$$

과 같이 되며 Z 자이로에 대해서는 다음과 같이 된다.

$$M_{gzS} = I_{gzS} \dot{\omega}_{gzS} + (I_{gzO} - I_{gzI}) \omega_{gzO} \omega_{gzI} \quad (12)$$

$$M_{gzI} = I_{gzI} \dot{\omega}_{gzI} + H_{sz} \omega_{gzO} + (I_{gzS} - I_{gzO}) \omega_{gzS} \omega_{gzO} \quad (13)$$

$$M_{gzO}^* = I_{gzO} \dot{\omega}_{gzO} - H_{sz} \omega_{gzI} + (I_{gzI} - I_{gzS}) \omega_{gzI} \omega_{gzS} \quad (14)$$

식 (8), (11), (14)에서 뒀첨자 *는 출력축에 대한 모멘트를 나타낸다.

2.2 자이로 출력축 방정식

각각의 자이로의 출력축에 작용하는 모멘트는 플로트와 케이스간의 뒀평모멘트 만을 고려하면 다음과 같이 된다.

$$M_{gxO}^* = -D_{gx} \dot{\xi} \quad (X \text{ 자이로}) \quad (15)$$

$$M_{gyO}^* = -D_{gy} \dot{\eta} \quad (Y \text{ 자이로}) \quad (16)$$

$$M_{gzO}^* = -D_{gz} \dot{\zeta} \quad (Z \text{ 자이로}) \quad (17)$$

그러므로 식 (15)-(17)과 식 (A1)-(A9)을 식 (8), (11), (14)에 대입하여 정리하면 각각의 자이로에 대한 출력축 방정식이 얻어진다.

$$-\alpha_{pz} + \ddot{\xi} = LGX \quad (X \text{ 자이로}) \quad (18)$$

$$-\alpha_{pz} - \ddot{\eta} = LGY \quad (Y \text{ 자이로}) \quad (19)$$

$$-\alpha_{py} + \ddot{\zeta} = LGZ \quad (Z \text{ 자이로}) \quad (20)$$

여기에서 LGX, LGY, LGZ는 다음과 같이 정의된다.

$$LGX = -\frac{H_{sx}}{I_{gxO}} \omega_{px} - \frac{(I_{gzI} - I_{gzS})}{I_{gxO}} \omega_{px} \omega_{py} - \frac{D_{gx}}{I_{gxO}} \dot{\xi} + \beta_{pz} \quad (21)$$

$$LGY = -\frac{H_{sy}}{I_{gyO}} \omega_{py} + \frac{(I_{gyI} - I_{gyS})}{I_{gyO}} \omega_{py} \omega_{px} - \frac{D_{gy}}{I_{gyO}} \dot{\eta} + \beta_{pz} \quad (22)$$

$$LGZ = \frac{H_{sz}}{I_{gzO}} \omega_{pz} - \frac{(I_{gzI} - I_{gzS})}{I_{gzO}} \omega_{pz} \omega_{px} - \frac{D_{gz}}{I_{gzO}} \dot{\zeta} + \beta_{py} \quad (23)$$

2.3 자이로 반작용 토크 (Gyro Reaction Torque)

자이로에 의해 플랫폼에 전달되는 반작용 토크 M_{gp} 의 플랫폼 좌표계에서의 각 성분은 다음과 같이 계산된다.

$$M_{gp}^P = \begin{bmatrix} M_{gpx} \\ M_{gpy} \\ M_{gpz} \end{bmatrix} = -T_{gz}^P \begin{bmatrix} M_{gzS} \\ M_{gzI} \\ M_{gzO}^* \end{bmatrix} - T_{gy}^P \begin{bmatrix} M_{gyS} \\ M_{gyI} \\ M_{gyO}^* \end{bmatrix} - T_{gx}^P \begin{bmatrix} M_{gxS} \\ M_{gxI} \\ M_{gxO}^* \end{bmatrix} \quad (24)$$

자이로의 출력각이 작다고 가정하면 식 (24)는 다음과 같이 단순화된다.

$$M_{gpx} = M_{gzI} - M_{gyS} - M_{gxS} \quad (25)$$

$$M_{gpy} = M_{gzS} + M_{gyI} + M_{gzO}^* \quad (26)$$

$$M_{gpz} = M_{gxO}^* + M_{gyO}^* - M_{gzI} \quad (27)$$

여기에서 자이로 출력축에 대한 모멘트는 식 (15)-(17)를, 나머지 모멘트에 대해서는 식 (6), (7), (9), (10), (12), (13)을 사용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$M_{gpx} = -(I_{gzI} + I_{gyS} + I_{gxS}) \alpha_{px} + MGX \quad (28)$$

$$M_{gpy} = -(I_{gzS} + I_{gyI}) \alpha_{py} + MGY \quad (29)$$

$$M_{gpz} = -I_{gzI} \alpha_{pz} + MGZ \quad (30)$$

여기에서 MGX, MGY, MGZ는 다음과 같이 정의된다.

$$MGX = -(I_{gzI} + I_{gyS} + I_{gxS}) \beta_{px} + H_{gx} \omega_{gxO} + I_{gzI} \dot{\xi} \omega_{py} + I_{gyS} \dot{\eta} \omega_{py} - I_{gxS} \dot{\zeta} \omega_{pz} + (I_{gzS} - I_{gzO}) \omega_{gxS} \omega_{gxO} - (I_{gyO} - I_{gyI}) \omega_{gyO} \omega_{gyI} - (I_{gzO} - I_{gzI}) \omega_{gzO} \omega_{gzI} \quad (31)$$

$$MGY = -(I_{gzS} + I_{gyI}) \beta_{py} + H_{gy} \omega_{gyO} - I_{gzS} \dot{\xi} \omega_{px} - I_{gyI} \dot{\eta} \omega_{px} + (I_{gxO} - I_{gzI}) \omega_{gxO} \omega_{gzI} + (I_{gyS} - I_{gyO}) \omega_{gyS} \omega_{gyO} - D_{gz} \dot{\zeta} \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
 MGZ = & -D_{gx}\ddot{\xi} - D_{gy}\ddot{\eta} - I_{gzl}\beta_{pz} + I_{gzl}\dot{\xi}\omega_{px} \\
 & - H_{gz}\omega_{gzO} - (I_{gzS} - I_{gzO})\omega_{gzS}\omega_{gzO} \quad (33)
 \end{aligned}$$

3. 플랫폼 및 김벌의 운동방정식

플랫폼과 김벌의 운동방정식은 플랫폼부터 시작하여 외부김벌 쪽으로 나가면서 세우게 된다. 이때 고려해야 할 모멘트는 토크 모터에 의한 모멘트, 김벌 사이의 마찰, 그리고 반작용 토크 등이다.

3.1 플랫폼의 운동방정식(요축 운동)

내부김벌로부터 플랫폼에 가해지는 모멘트 M_{ip} 의 플랫폼 좌표계에서의 성분을 다음과 같이 정의하자.

$$M_{ip}^p \equiv \begin{bmatrix} M_{ipx} \\ M_{ipy} \\ M_{ipz}^* \end{bmatrix} \quad (34)$$

플랫폼을 강체로 하여 회전운동에 대한 운동방정식을 세우면 다음과 같다.

$$M_{ipx} + M_{gpx} = I_{px}\dot{\omega}_{px} + (I_{pz} - I_{py})\omega_{pz}\omega_{py} \quad (35)$$

$$M_{ipy} + M_{gpy} = I_{py}\dot{\omega}_{py} + (I_{px} - I_{pz})\omega_{px}\omega_{pz} \quad (36)$$

$$M_{ipz}^* + M_{gpz} = I_{pz}\dot{\omega}_{pz} + (I_{py} - I_{px})\omega_{py}\omega_{px} \quad (37)$$

식(28)-(30)를 이용하여 위 식들을 정리하면

$$\begin{aligned}
 M_{ipx} = & I_{px}(\alpha_{px} + \beta_{px}) + (I_{pz} - I_{py})\omega_{pz}\omega_{py} \\
 & + (I_{gzl} + I_{gys} + I_{gzS})\alpha_{px} - MGX \quad (38)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{ipy} = & I_{py}(\alpha_{py} + \beta_{py}) + (I_{px} - I_{pz})\omega_{px}\omega_{pz} \\
 & + (I_{gzS} + I_{gyl})\alpha_{py} - MGY \quad (39)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{ipz}^* = & I_{pz}(\alpha_{pz} + \beta_{pz}) + (I_{py} - I_{px})\omega_{py}\omega_{px} \\
 & + I_{gzl}\alpha_{pz} - MGZ \quad (40)
 \end{aligned}$$

과 같이 되며 이는 다음과 같이 간략하게 표현될 수 있다.

$$M_{ipx} = I_{px}^+ \alpha_{px} + MPX \quad (41)$$

$$M_{ipy} = I_{py}^+ \alpha_{py} + MPY \quad (42)$$

$$M_{ipz}^* = I_{pz}^+ \alpha_{pz} + MPZ \quad (43)$$

여기에서 플랫폼의 관성모멘트는 자이로의 관성모멘트까지 포함하여

$$I_{px}^+ = I_{gxl} + I_{gys} + I_{gzS} + I_{px} \quad (44)$$

$$I_{py}^+ = I_{gzS} + I_{gyl} + I_{py} \quad (45)$$

$$I_{pz}^+ = I_{gzl} + I_{pz} \quad (46)$$

로 정의되며, MPX, MPY, MPZ는 다음과 같이 정의된다.

$$MPX = I_{px}\beta_{px} + (I_{pz} - I_{py})\omega_{pz}\omega_{py} - MGX \quad (47)$$

$$MPY = I_{py}\beta_{py} + (I_{px} - I_{pz})\omega_{px}\omega_{pz} - MGY \quad (48)$$

$$MPZ = I_{pz}\beta_{pz} + (I_{py} - I_{px})\omega_{py}\omega_{px} - MGZ \quad (49)$$

내부김벌로 부터 플랫폼에 가해지는 모멘트는

$$M_{ipz}^* = D_{ip}\dot{\phi} + F_{ip}(\text{sgn } \dot{\phi}) + T_{ip} \quad (50)$$

과 같이 표현되므로, 플랫폼의 요축 회전에 대한 운동방정식은 식 (43)로 부터 다음과 같이 표현된다.

$$I_{pz}^+\alpha_{pz} = M_{ipz}^* - MPZ \quad (51)$$

한편, 식 (41)과 (42)은 플랫폼에 의해 내부김벌에 작용하는 반작용 토크를 계산하는데 사용된다.

3.2 내부김벌의 운동방정식(내부롤축 운동)

먼저 플랫폼에서 내부김벌로 전달되는 모멘트 M_{pi} 를 내부김벌 좌표계에서 표현하면 다음과 같이 된다.

$$M_{pi}^i = \begin{bmatrix} M_{pix} \\ M_{piy} \\ M_{piz} \end{bmatrix} = -T_p^i M_{ip}^p \quad (52)$$

이 식을 정리하면 다음을 얻게 된다.

$$\begin{aligned}
 M_{pix} = & -C\varphi(I_{px}^+\alpha_{px} + MPX) \\
 & - S\varphi(I_{py}^+\alpha_{py} + MPY) \quad (53)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{piy} = & S\varphi(I_{px}^+\alpha_{px} + MPX) \\
 & - C\varphi(I_{py}^+\alpha_{py} + MPY) \quad (54)
 \end{aligned}$$

$$M_{piz} = -M_{ipz}^* \quad (55)$$

또한, 중간김벌에서 내부김벌로 전달되는 모멘트는 다음과 같이 표현된다.

$$M_{mi}^i \equiv \begin{bmatrix} M_{mix}^* \\ M_{miy}^* \\ M_{miz}^* \end{bmatrix} \quad (56)$$

강체로 취급되는 내부김벌의 회전운동 방정식은

$$M_{mix}^* + M_{pix} = I_{ix}\dot{\omega}_{ix} + (I_{iz} - I_{iy})\omega_{iz}\omega_{iy} \quad (57)$$

$$M_{miy} + M_{piy} = I_{iy}\dot{\omega}_{iy} + (I_{ix} - I_{iz})\omega_{ix}\omega_{iz} \quad (58)$$

$$M_{miz} + M_{piz} = I_{iz}\dot{\omega}_{iz} + (I_{iy} - I_{ix})\omega_{iy}\omega_{ix} \quad (59)$$

과 같이 되며, 이를 플랫폼 경우와 마찬가지로 방법으로 정리하면 아래와 같다.

$$M_{mix}^* = I_{ix}\alpha_{ix} + C\phi I_{px}^+ \alpha_{px} + S\phi I_{py}^+ \alpha_{py} + MIX \quad (60)$$

$$M_{miy}^* = I_{iy}\alpha_{iy} + S\phi I_{px}^+ \alpha_{px} + C\phi I_{py}^+ \alpha_{py} + MIY \quad (61)$$

$$M_{miz}^* = I_{iz}\alpha_{iz} + MIZ \quad (62)$$

여기에서

$$MIX = I_{ix}\beta_{ix} + (I_{iz} - I_{iy})\omega_{iz}\omega_{iy} + C\phi MPX + S\phi MPY \quad (63)$$

$$MIY = I_{iy}\beta_{iy} + (I_{ix} - I_{iz})\omega_{ix}\omega_{iz} - S\phi MPX + C\phi MPY \quad (64)$$

$$MIZ = I_{iz}\beta_{iz} + (I_{iy} - I_{ix})\omega_{iy}\omega_{ix} + M_{ipz}^* \quad (65)$$

로 정의된다. 내부김벌의 내부를축에 가해지는 모멘트는

$$M_{min}^* = D_{mi}\dot{\rho} + F_{mi}(\text{sgn } \dot{\rho}) + T_{mi} \quad (66)$$

이 되므로 내부김벌의 운동방정식은 X축 방정식인 식 (60)로 부터 다음과 같이 주어진다.

$$I_{ix}\alpha_{ix} + C\phi I_{px}^+ \alpha_{px} + S\phi I_{py}^+ \alpha_{py} = M_{mix}^* - MIX \quad (67)$$

한편, 식 (61)과 (62)은 중간김벌에 전달되는 반작용 토크를 계산하는데 쓰인다.

3.3 중간김벌의 운동방정식 (핏치축 운동)

내부김벌에서 중간김벌로 전달되는 모멘트 M_{im}^i 을 중간김벌 좌표계에서 표현하면 다음과 같이 된다.

$$M_{im}^m \equiv \begin{bmatrix} M_{imx} \\ M_{imy} \\ M_{imz} \end{bmatrix} = -T_i^m M_{mi}^i \quad (68)$$

이 식을 정리하면 다음을 얻게 된다.

$$M_{imx} = -M_{mix}^* \quad (69)$$

$$M_{imy} = -C\rho(I_{iy}\alpha_{iy} - S\phi I_{px}^+ \alpha_{px} + C\phi I_{py}^+ \alpha_{py} + MIY) - S\rho(I_{iz}\alpha_{iz} + MIZ) \quad (70)$$

$$M_{imz} = S\rho(I_{iy}\alpha_{iy} - S\phi I_{px}^+ \alpha_{px} + C\phi I_{py}^+ \alpha_{py} + MIY) - C\rho(I_{iz}\alpha_{iz} + MIZ) \quad (71)$$

또한, 외부김벌에서 중간김벌로 전달되는 모멘트는

다음과 같이 표현된다.

$$M_{om}^m \equiv \begin{bmatrix} M_{omx} \\ M_{omy} \\ M_{omz} \end{bmatrix} \quad (72)$$

중간김벌의 회전운동방정식은

$$M_{omx} + M_{imx} = I_{mx}\dot{\omega}_{mx} + (I_{mz} - I_{my})\omega_{mz}\omega_{my} \quad (73)$$

$$M_{omy}^* + M_{imy} = I_{my}\dot{\omega}_{my} + (I_{mx} - I_{mz})\omega_{mx}\omega_{mz} \quad (74)$$

$$M_{omz} + M_{imz} = I_{mz}\dot{\omega}_{mz} + (I_{my} - I_{mx})\omega_{my}\omega_{mx} \quad (75)$$

과 같이 되므로, 이를 정리하면 다음을 얻게 된다.

$$M_{omx} = I_{mx}\alpha_{mx} + MMX \quad (76)$$

$$M_{omy}^* = I_{my}\alpha_{my} + C\rho(I_{iy}\alpha_{iy} - S\phi I_{px}^+ \alpha_{px} + C\phi I_{py}^+ \alpha_{py}) + S\rho I_{iz}\alpha_{iz} + MMY \quad (77)$$

$$M_{omz} = I_{mz}\alpha_{mz} - S\rho(I_{iy}\alpha_{iy} - S\phi I_{px}^+ \alpha_{px} + C\phi I_{py}^+ \alpha_{py}) + C\rho I_{iz}\alpha_{iz} + MMZ \quad (78)$$

여기에서

$$MMX = I_{mx}\beta_{mx} + (I_{mz} - I_{my})\omega_{mz}\omega_{my} + M_{mix}^* \quad (79)$$

$$MMY = I_{my}\beta_{my} + (I_{mx} - I_{mz})\omega_{mx}\omega_{mz} + C\rho MIY + S\rho MIZ \quad (80)$$

$$MMZ = I_{mz}\beta_{mz} + (I_{my} - I_{mx})\omega_{my}\omega_{mx} - S\rho MIY + C\rho MIZ \quad (81)$$

과 같이 정의된다. 식 (77)에서 M_{omy}^* 는

$$M_{omy}^* = D_{om}\dot{\theta} + F_{om}(\text{sgn } \dot{\theta}) + T_{om} \quad (82)$$

과 같이 표현되므로 중간김벌의 핏치운동에 대한 운동 방정식은 식 (77)로 부터 다음과 같이 구해진다.

$$I_{my}\alpha_{my} + C\rho(I_{iy}\alpha_{iy} - S\phi I_{px}^+ \alpha_{px} + C\phi I_{py}^+ \alpha_{py}) + S\rho I_{iz}\alpha_{iz} = M_{omy}^* - MMY \quad (83)$$

한편, 식 (76)과 (78)은 외부김벌에 전달되는 반작용 토크 계산에 필요하다.

3.4 외부김벌의 운동방정식 (외부를축 운동)

외부김벌의 운동방정식도 내부김벌 및 중간김벌과 마찬가지로 방법으로 구하게 된다. 먼저

$$M_{mo}^o \equiv \begin{bmatrix} M_{mox} \\ M_{moy} \\ M_{moz} \end{bmatrix} = -T_m^o M_{om}^m \quad (84)$$

로 부터 다음을 얻게 된다.

$$M_{mox} = -C\theta[I_{mx}\alpha_{mx} + MMX] + S\theta[I_{mx}\alpha_{mz} - S\rho(I_{iy}\alpha_{iy} - S\varphi I_{px}^+\alpha_{px} + C\varphi I_{py}^+\alpha_{py}) + C\rho I_{iz}\alpha_{iz} + MMZ] \quad (85)$$

$$M_{moy} = -M_{omy}^* \quad (86)$$

$$M_{moz} = -S\theta[I_{mx}\alpha_{mx} + MMX] - C\theta[I_{mz}\alpha_{mz} - S\rho(I_{iy}\alpha_{iy} - S\varphi I_{px}^+\alpha_{px} + C\varphi I_{py}^+\alpha_{py}) + C\rho I_{iz}\alpha_{iz} + MMZ] \quad (87)$$

한편, IMU 케이스로 부터 외부김벌에 작용하는 모멘트는

$$M_{co}^o \equiv \begin{bmatrix} M_{cox}^* \\ M_{coy} \\ M_{coz} \end{bmatrix} \quad (88)$$

과 같이 표현된다. 식 (85)-(87)를 외부김벌의 회전운동 방정식

$$M_{cox}^* + M_{mox} = I_{ox}\dot{\omega}_{ox} + (I_{oz} - I_{oy})\omega_{oz}\omega_{oy} \quad (89)$$

$$M_{coy} + M_{moy} = I_{oy}\dot{\omega}_{oy} + (I_{ox} - I_{oz})\omega_{ox}\omega_{oz} \quad (90)$$

$$M_{coz} + M_{moz} = I_{oz}\dot{\omega}_{oz} + (I_{oy} - I_{ox})\omega_{oy}\omega_{ox} \quad (91)$$

에 대입하여 정리하면 다음을 얻게 된다.

$$M_{cox}^* = I_{ox}\alpha_{ox} + C\theta I_{mx}\alpha_{mx} - S\theta[I_{mz}\alpha_{mz} - S\rho(I_{iy}\alpha_{iy} - S\varphi I_{px}^+\alpha_{px} + C\varphi I_{py}^+\alpha_{py}) + C\rho I_{iz}\alpha_{iz}] + MOX \quad (92)$$

$$M_{coy} = I_{oy}\alpha_{oy} + MOY \quad (93)$$

$$M_{coz} = I_{oz}\alpha_{oz} + S\theta I_{mx}\alpha_{mx} + C\theta[I_{mz}\alpha_{mz} - S\rho(I_{iy}\alpha_{iy} - S\varphi I_{px}^+\alpha_{px} + C\varphi I_{py}^+\alpha_{py}) + C\rho I_{iz}\alpha_{iz}] + MOZ \quad (94)$$

여기에서 MOX, MOY, MOZ는 다음과 같이 정의 된다.

$$MOX = I_{ox}\beta_{ox} + (I_{oz} - I_{oy})\omega_{oz}\omega_{oy} + C\theta MMX - S\theta MMZ \quad (95)$$

$$MOY = I_{oy}\beta_{oy} + (I_{ox} - I_{oz})\omega_{ox}\omega_{oz} + M_{omy}^* \quad (96)$$

$$MOZ = I_{oz}\beta_{oz} + (I_{oy} - I_{ox})\omega_{oy}\omega_{ox} + S\theta MMX + C\theta MMZ \quad (97)$$

여기에서 M_{cox}^* 는

$$M_{cox}^* = D_{co}\dot{\phi} + F_{co}(\text{sgn}\dot{\phi}) + T_{co} \quad (98)$$

과 같이 되므로 외부롤축 운동을 나타내는 외부김벌의 운동방정식은 식 (92)에 의해 주어지며 이를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$I_{ox}\alpha_{ox} + C\theta I_{mx}\alpha_{mx} - S\theta[I_{mz}\alpha_{mz} - S\rho(I_{iy}\alpha_{iy} - S\varphi I_{px}^+\alpha_{px} + C\varphi I_{py}^+\alpha_{py}) + C\rho I_{iz}\alpha_{iz}] = M_{cox}^* - MOX \quad (99)$$

한편, 식 (93), (94)는 IMU 케이스에 가해지는 반작용 토크이나 이로 인한 비행체의 운동 변화는 일반적으로 무시되므로 운동방정식을 풀때에는 필요치 않다.

4. 김벌 베어링 마찰

일반적으로 각 김벌과 플랫폼은 상호 베어링으로 연결되어 있으므로 기구학적인 특성 상 플랫폼과 김벌의 운동 방정식에는 마찰력이 항상 존재 한다. 또한 김벌 시스템을 이용한 플랫폼 안정화의 경우 김벌 베어링 마찰은 가장 중요한 외란 요소가 되므로 마찰력의 고려는 반드시 필요한 부분이다. 이들은 상대 속도값에 무관한 상수이고 ($\text{sgn}\dot{\phi}$)는 상대속도의 부호 변화에 따라 1과 -1의 값을 가지는 함수이다. 위의 식 (50), (66), (82), (98) 중에서 $F_{ip}, F_{mi}, F_{om}, F_{co}$ 항이 김벌 베어링 마찰에 관한 항이며 Coulomb 마찰을 지칭 하고있다.

5. 4축 안정화 플랫폼의 운동방정식

이 절에서는 지금까지 유도한 4축 안정화 플랫폼의 운동방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$-S\theta C\rho\ddot{\phi} + S\rho\ddot{\theta} + \ddot{\varphi} + \ddot{\xi} = LGX \quad (100)$$

$$-S\theta C\rho\ddot{\phi} + S\rho\ddot{\theta} + \ddot{\varphi} + \ddot{\eta} = LGY \quad (101)$$

$$(C\theta S\varphi + S\theta S\rho C\varphi) + C\rho C\varphi\ddot{\theta} + S\varphi\ddot{\rho} + \ddot{\xi} = LGZ \quad (102)$$

또한, 플랫폼 및 김벌의 회전축 방정식 (51), (67), (83), (99) 로 부터 다음과 같이 된다.

$$I_{px}^+ S\theta C\rho\ddot{\phi} - I_{px}^+ S\rho\ddot{\theta} - I_{px}^+ \ddot{\varphi} = M_{ipz}^* - MPZ \quad (103)$$

$$[-I_{ix} C\theta + I_{px}^+ (-C\theta C^2\varphi + S\theta S\rho S\varphi C\varphi) + I_{py}^+ (-C\theta S^2\varphi - S\theta S\rho C\varphi S\varphi)]\ddot{\phi} \quad (104)$$

$$+ [-I_{ix} - I_{px}^+ C^2\varphi - I_{py}^+ S^2\varphi]\ddot{\rho} + [I_{px}^+ C\rho S\varphi C\varphi - I_{py}^+ C\rho C\varphi S\varphi]\ddot{\theta} = M_{mix}^* - MIX$$

$$\begin{aligned}
 &[-I_{my} - I_{iy} C^2 \rho - I_{px}^+ C^2 \rho S^2 \varphi - I_{py}^+ C^2 \rho C^2 \varphi \\
 &- I_{iz} S^2 \rho] \ddot{\theta} \\
 &+ [-I_{iy} S \rho C \rho S \theta + I_{iz} C \rho S \rho S \theta - I_{px}^+ (-C \theta C \rho C \varphi S \varphi \\
 &+ S \theta S \rho C \rho S^2 \varphi) \\
 &+ I_{py}^+ (-C \theta C \rho S \varphi C \varphi - S \theta S \rho C \rho C^2 \varphi)] \ddot{\phi} \\
 &+ [I_{py}^+ C \rho C \varphi S \varphi - I_{py}^+ C \rho S \varphi C \varphi] \ddot{\rho} = M_{omy}^* - MMY^*
 \end{aligned} \tag{105}$$

$$\begin{aligned}
 &[-I_{ox} - I_{mx} C^2 \theta - I_{mz} S^2 \theta - I_{iy} S^2 \rho S^2 \theta - I_{iz} C^2 \rho S^2 \theta \\
 &+ I_{px}^+ (S \rho C \theta S \theta C \varphi S \varphi - S^2 \rho S^2 \theta S^2 \varphi) \\
 &+ I_{py}^+ (-S \rho C \theta S \theta C \varphi S \varphi - S^2 \rho S^2 \theta C^2 \varphi)] \ddot{\phi} \\
 &+ [-I_{iy} S \rho S \theta C \rho + I_{iz} C \rho S \theta S \rho - I_{px}^+ C \rho S \rho S \theta S^2 \varphi \\
 &- I_{py}^+ C \rho S \rho S \theta C^2 \varphi] \ddot{\theta} \\
 &+ [I_{px}^+ S \rho S \theta C \varphi S \varphi - I_{px}^+ S \rho S \theta C \varphi S \varphi] \ddot{\rho} \\
 &= M_{cox}^* - MOX^*
 \end{aligned} \tag{106}$$

식(100)-(106)로 주어지는 7개의 2차 연립미분방정식은 4 김벌 IMU의 7개의 상태변수 $\xi, \eta, \zeta, \varphi, \rho, \theta, \phi$ 의 운동방정식이 된다.

안정화 루우프 설계에서는 비선형 운동방정식이 너무 복잡하기 때문에 김벌 각들이 충분히 작다는 가정하에서 선형 운동방정식을 유도하고 이를 이용하여 제어설계를 하게된다. 이러한 가정은 플랫폼의 초기 정렬시에 타당하다. 선형 운동방정식의 유도에서는 김벌 각들이 작다는 가정 외에도 김벌 축에 작용하는 비선형 점성을 무시할 수 있다는 가정이 요구된다. 유도 과정은 비선형 운동방정식의 유도 과정을 차례대로 따라가면서 모든 김벌 각도에 대해 $\cos(\cdot)=1$ $\sin(\cdot)=0$ 을 대입하면 된다. 그 과정이 복잡하므로 여기에서는 결과만을 다음과 같이 정리하였다.

자이로 플롯트의 선형 운동방정식과 플랫폼 및 김벌의 선형 운동 방정식은 다음과 같다.

$$I_{gx0}(\ddot{\xi} + \ddot{\varphi}) = -H_{sx}(p - \dot{\phi} - \dot{\rho}) - D_{gx}\dot{\xi} + \dot{r} \tag{107}$$

$$-I_{gy0}(\ddot{\eta} + \ddot{\varphi}) = -H_{sy}(q - \dot{\theta}) - D_{gy}\dot{\eta} + \dot{r} \tag{108}$$

$$I_{gz0}(\ddot{\zeta} + \ddot{\theta}) = H_{sz}(r - \dot{\phi}) - D_{gz}\dot{\zeta} + \dot{q} \tag{109}$$

$$\begin{aligned}
 -I_{pz}^+ \ddot{\varphi} &= -I_{pz}^+ \dot{r} + D_{\varphi}\dot{\phi} - D_{gy}\dot{\eta} \\
 -H_{gz}(\dot{\theta} - q - \dot{\zeta}) &+ T_{\varphi}
 \end{aligned} \tag{110}$$

$$\begin{aligned}
 -(I_{ix} + I_{px}^+)(\ddot{\phi} + \ddot{\rho}) &= -(I_{ix} + I_{px}^+)\dot{p} + D_{mi}\dot{\rho} \\
 + H_{gx}(\dot{\varphi} - r + \dot{\xi}) &+ T_{mi}
 \end{aligned} \tag{111}$$

$$\begin{aligned}
 -(I_{my} + I_{iy} + I_{py}^+)\ddot{\theta} &= -(I_{my} + I_{iy} + I_{py}^+)\dot{q} + D_{om}\dot{\theta} \\
 -D_{gz}\dot{\zeta} + H_{sy}(\dot{\varphi} - r + \dot{\eta}) &+ T_{om}
 \end{aligned} \tag{112}$$

$$\begin{aligned}
 -(I_{ox} + I_{mx}^+)\ddot{\phi} &= -(I_{ox} + I_{mx}^+)\dot{p} + D_{co}\dot{\phi} \\
 -D_{mi}\dot{\rho} + T_{co} - T_{mi}
 \end{aligned} \tag{113}$$

여기에서 비행체 동체의 각속도 p, q, r 및 각가속도 $\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$ 은 알려져 있는 입력항들이 되며 $T_{ip}, T_{mi}, T_{om}, T_{co}$ 는 김벌 토커가 만들어내는 모멘트로서 플랫폼 안정화를 위한 입력항들이 된다. 그러므로 안정화 루우프 설계에서는 자이로 출력각 ζ, η, ξ 및 내부 롤각 ρ 로 부터 김벌 토크 모멘트로 가는 피이드백 루우프를 설계하게 된다.

6. 시뮬레이션 및 고찰

시뮬레이션에 필요한 데이터는 아래와 같으며 참고문헌 [2]에서 인용 하였으며 관성곱(product of inertia)은 무시 하였다.

- 플랫폼 관성모멘트 : 3.0×10^4 g-cm²
- 내부김벌 관성모멘트 : 1.0×10^5 g-cm²
- 중간김벌 관성모멘트 : 2.0×10^5 g-cm²
- 외부김벌 관성모멘트 : 2.0×10^5 g-cm²
- 김벌의 점성마찰계수 : 30,000 dyne-cm-sec

- 자이로 출력축 관성모멘트 : 2.05×10^2 g-cm²
- 자이로 출력축 점성마찰계수 : 8.9×10^4 dyne-cm-sec
- 자이로 로터 각운동량 : 4.45×10^5 g-cm²/sec

위와 같이 주어진 데이터를 이용하여 다음의 두 경우에 대해 시뮬레이션을 수행하였다. 첫째로 마찰력의 영향을 고려하여 마찰력을 Coulomb마찰 모델로 두고 비행체의 각 운동에 따른 플랫폼, 김벌, 그리고 자이로의 동특성을 알아보았다. 마찰력을 고려할 때 시뮬레이션의 편이와 근사적인 마찰력을 구현하기 위하여 마찰력인 Fij = 30,000(각 김벌간의 상대 각속도)로 구현하였다. 여기서 Fij는 각 김벌간의 마찰력이다. (예를 들면, 플랫폼과 내부 롤 김벌 간의 마찰력은 Fip로 둔다. 본문의 기호 참조) 또한 비행체의 물, 요, 피치 변화율을 0.01 rad/sec로 일정한 값을 주었다. 다음으로 두번째의 시뮬레이션을 위하여 비행체의 물, 요, 피치 각을

$10 \cdot \sin(t)$ 로 주었다. 즉, 임의의 비행체의 운동을 정현파함수로 가정하여 플랫폼, 김벌 및 자이로의 동특성을 살펴보았다.

Fig. 3, Fig. 4, Fig. 7과 Fig. 8에서 비행체의 각 운동에 대해 피치, 요 김벌의 상대각을 살펴 볼 경우 마찰력을 고려하였을 때 비행체의 운동 각을 추종치 못하고 일정 오차를 가짐을 확인할 수 있다. 그에 대해 각 회전축에 일치한 자이로는 최종 상태에서 영점 상태를 유지하지 못하고 일정한 수치를 나타내고 있다. 즉, 플랫폼은 공간상에 고정되지 못하고 각 김벌간의 마찰력의 영향으로 인해 기준 좌표계를 잃어 버리게 되었다. 결론적으로 마찰력의 영향은 반드시 고려되어야 하며 또한 정확한 마찰력의 구현도 필요하게 된다. 그리고 Fig. 11, Fig. 12와 Fig. 13에서 비행체의 롤 운동에 대한 마찰력의 영향은 다른 김벌에 대해 특이한 양상을 보였다. 마찰력의 영향으로 내부 롤 김벌의 상대각이 영점 상태를 유지하지 못하고 일정 값을 보이고 있지만 다른 김벌의 경우처럼 지속적인 것이 아니고 계단 응답 형태를 나타내고 있다. 여기에 대해 외부 롤 김벌의 비행체 롤 운동 추종 상태도 비스듬한 계단 응답 형태를 보이고 있다. 이러한 현상은 상대 각 속도의 부호변화에 기인한 것이라 생각된다. 일반적으로 마찰력의 구현에 있어서 상대속도값의 부호변화에 의해 비선형성을 유발하여 동적 시스템에 흔들림(jittering)과 같은 현상을 초래한다. 따라서 롤 축에 일치한 자이로의 응답 또한 독특한 형태를 가진다. 그러나 여기서 가장 중요한 부분은 마찰력의 영향으로 플랫폼 안정화가 이루어지지 않는다는 것이다. 다음으로 비행체의 롤, 피치, 요운동을 정현파 함수로 가정하여 시뮬레이션을 행하였을 시 앞서 예측한 결과와 일반적으로 상응하는 결과를 나타내고 있다. 즉, 비행체의 정현파 운동에 대해서 각 김벌의 상대각은 증폭되고 위상이 거의 일치하는 정현파 함수가 된다. 또한 작은 범위내에서 비행체가 운동을 하고 있으므로 각 김벌의 상대각은 비행체의 각 운동을 잘 추종을 하고 있다. 따라서 각 회전축에 일치한 자이로는 영점상태를 유지하고 있다. 피치와 요의 경우는 Fig. 5, Fig. 6, Fig. 9과 Fig. 10 에서 확인을 할 수 있다. 특히 Fig. 14, Fig. 15와 Fig. 16에서 볼 수 있는 바와 같이 비행체의 롤 운동에 대한 내부 롤 김벌과 외부 롤 김벌의 경우 역시 일반적인 현상을 보이지만 내부 롤 김벌의 경우 작은 범위의 진동을 거듭하면서 전체적으로 영점으로 접근하는 상태를 보이고 있다.

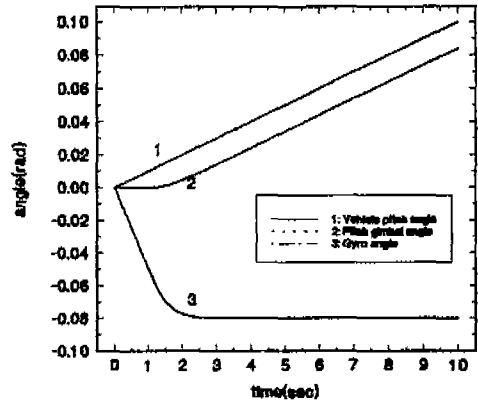


Fig. 3 Pitch gimbal & Gyro angle for friction effect

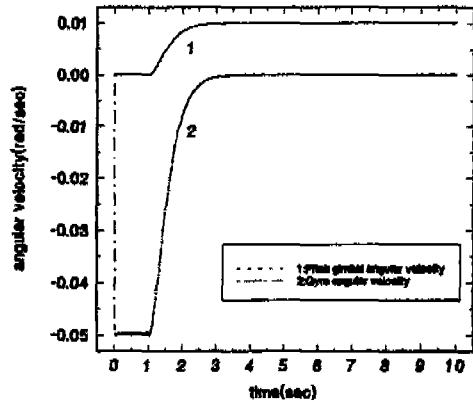


Fig. 4 Pitch gimbal & Gyro angular velocity for friction effect

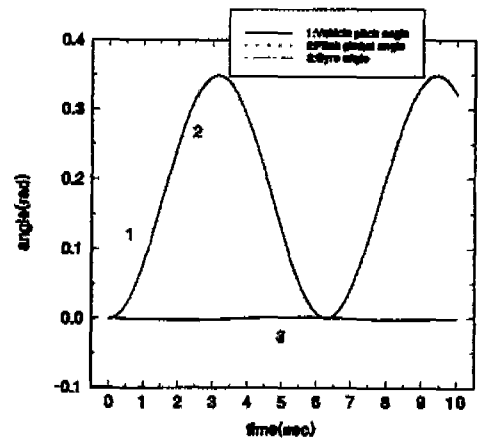


Fig. 5 Pitch gimbal & Gyro angle for sinusoidal input

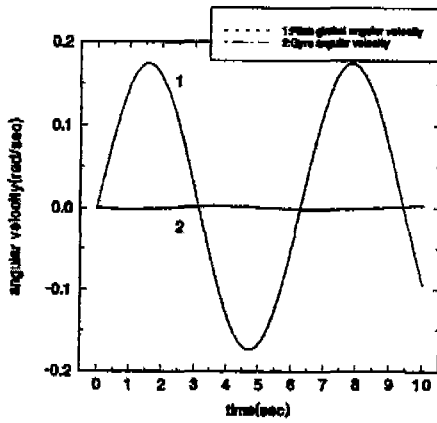


Fig. 6 Pitch gimbal & Gyro angular velocity for sinusoidal input

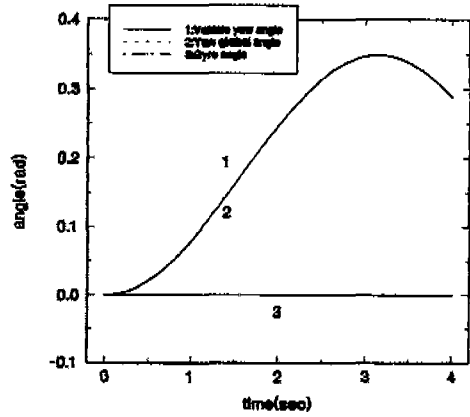


Fig. 9 Yaw gimbal & Gyro angle for sinusoidal input

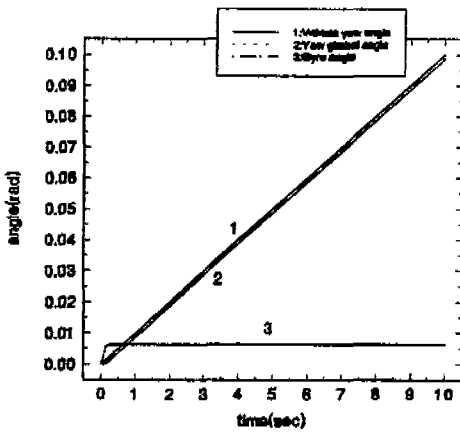


Fig. 7 Yaw gimbal & Gyro angle for friction effect

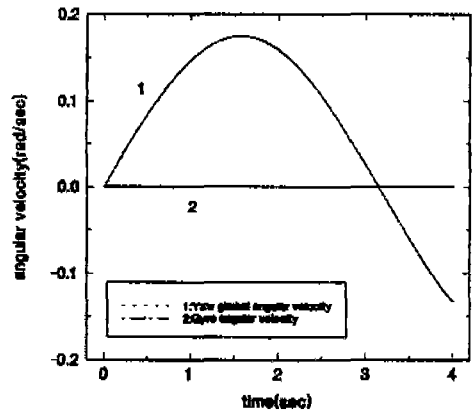


Fig. 10 Yaw gimbal & Gyro angular velocity for Sinusoidal input

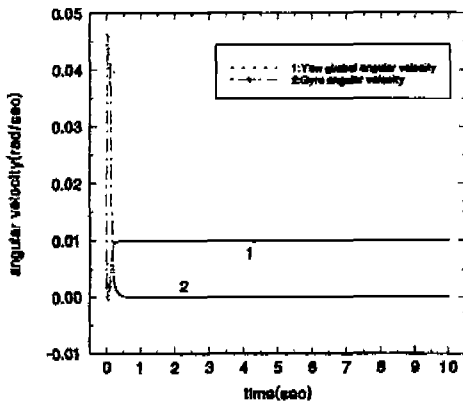


Fig. 8 Yaw gimbal & Gyro angular velocity for Friction effect

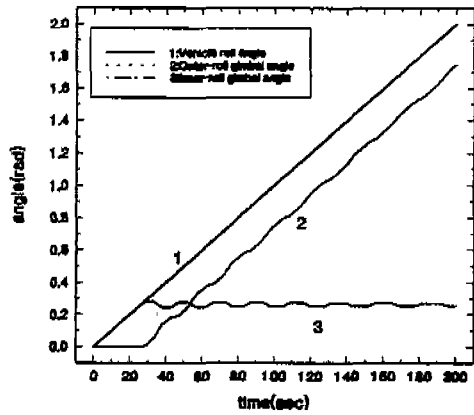


Fig. 11 Outer-roll & Inner-roll gimbal angle for Friction effect

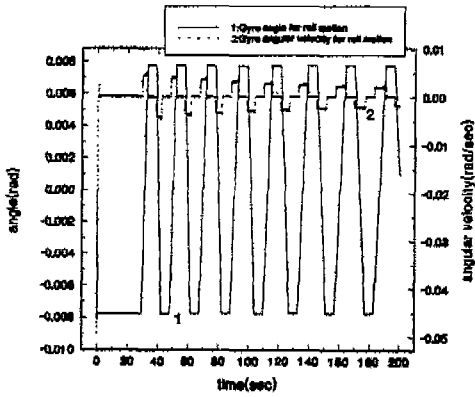


Fig. 12 Gyro angle & Gyro angular velocity for Friction effect

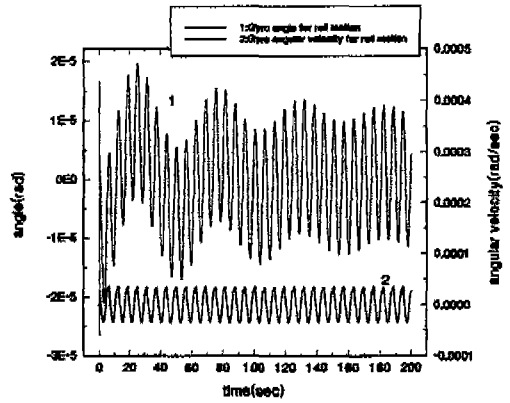


Fig. 15 Gyro angle & Gyro angular velocity for sinusoidal input

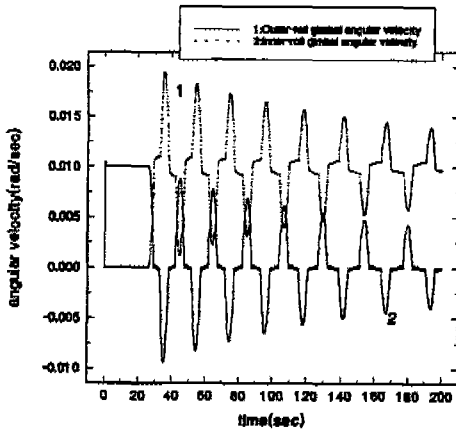


Fig. 13 Outer-roll & Inner-roll gimbal angular velocity for Friction effect

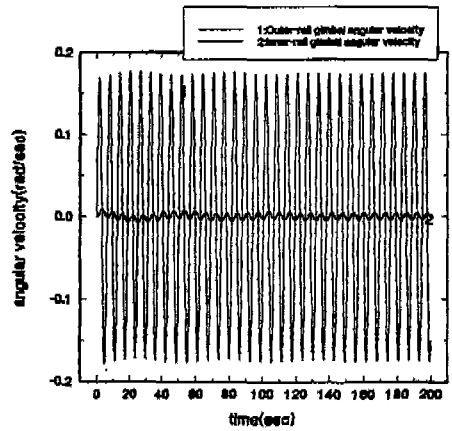


Fig. 16 Outer & Inner-roll gimbal angular velocity for sinusoidal input

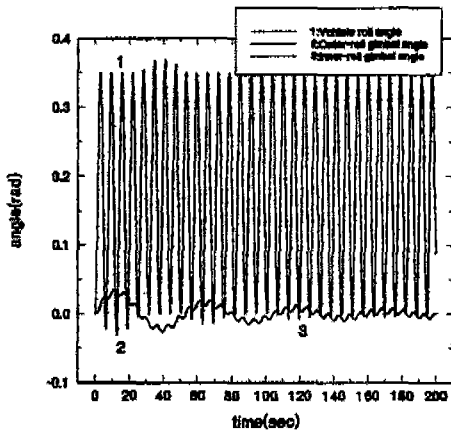


Fig. 14 Outer-roll & Inner-roll gimbal angle for sinusoidal input

7. 결 론

3축 안정화 플랫폼은 중간축의 각도가 90도가 되면 김벌 록 현상이 일어나기 때문에 플랫폼 안정화가 불가능하며 사용범위도 상당히 한정되어 있다. 반면에 4축 안정화 플랫폼은 중간축이 90도 이상 회전하여도 김벌 록 현상이 일어나지 않아 각종 비행체의 판성항법장치로 널리 사용되고 있다. 자이로의 동역학으로는 자이로 운동 방정식, 자이로 출력축 방정식, 자이로 반작용 토크가 얻어졌다. 플랫폼 및 김벌 운동 방정식을 구하는데 있어서는 토크 모터에 의한 모멘트, 김벌 사이의 마찰, 그리고 반작용 토크등이 고려 되었다. 비행체의 각

운동에 대해 피치, 요, 김벌의 상대각을 살펴볼경우 마찰력을 고려 하였을때 비행체의 운동각을 추종 하지 못하고 일정한 오차를 가짐을 알수있었다. 또한 마찰력의 영향으로 인한 내부 롤 김벌의 경우 다른 김벌과는 다르게 계단 응답 형태를 나타내었다. 비행체의 정현파 운동에 대하여 각 김벌의 상대각은 증폭되었고 위상은 거의 일치하는 정현파 함수가 됨을 알수있었다. 작은 범위내의 비행체 운동에 있어서 김벌 상대각은 비행체의 각운동을 잘 추종 하였다.

APPENDIX

자이로 플로트의 각속도

플랫폼의 각속도를 각 자이로의 플로트 좌표계로 변환한 다음에 자이로 케이스에 대한 플로트의 상대각속도를 더하면, 각 자이로의 플로트 각속도는 각각의 자이로 플로트 좌표계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\omega_{gx}^{gx} \equiv \begin{bmatrix} \omega_{gxS} \\ \omega_{gxI} \\ \omega_{gxO} \end{bmatrix} = T_p^{gx} \omega_p^p + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_{py} \\ -\omega_{px} \\ -\omega_{pz} + \dot{\xi} \end{bmatrix} \quad (A1)$$

$$\omega_{gy}^{gy} \equiv \begin{bmatrix} \omega_{gyS} \\ \omega_{gyI} \\ \omega_{gyO} \end{bmatrix} = T_p^{gy} \omega_p^p + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{px} \\ -\omega_{py} \\ -\omega_{pz} + \dot{\eta} \end{bmatrix} \quad (A2)$$

$$\omega_{gz}^{gz} \equiv \begin{bmatrix} \omega_{gzS} \\ \omega_{gzI} \\ \omega_{gzO} \end{bmatrix} = T_p^{gz} \omega_p^p + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{px} \\ \omega_{pz} \\ -\omega_{py} + \dot{\zeta} \end{bmatrix} \quad (A3)$$

여기에서

$\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta}$ 는 각각 X, Y, Z 자이로의 출력각(자이로 케이스에 대한 플로트의 상대각변위)이다.

자이로 플로트의 각속도

IMU 김벌 및 플랫폼의 각속도를 구할때와 마찬가지로 과정에 의해 각 자이로의 플로트 각속도는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{\omega}_{gx}^{gx} = T_p^{gx} \dot{\omega}_p^p + \begin{bmatrix} \dot{\xi} \omega_{gxI} \\ -\dot{\xi} \omega_{gxS} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} \quad (A4)$$

$$\dot{\omega}_{gy}^{gy} = T_p^{gy} \dot{\omega}_p^p + \begin{bmatrix} \dot{\eta} \omega_{gyI} \\ -\dot{\eta} \omega_{gyS} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} \quad (A5)$$

$$\dot{\omega}_{gz}^{gz} = T_p^{gz} \dot{\omega}_p^p + \begin{bmatrix} \dot{\zeta} \omega_{gzI} \\ -\dot{\zeta} \omega_{gzS} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} \quad (A6)$$

위의 식들을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{\omega}_{gx}^{gx} \equiv \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{gxS} \\ \dot{\omega}_{gxI} \\ \dot{\omega}_{gxO} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_{py} - \beta_{py} - \dot{\xi} \omega_{px} \\ -\alpha_{px} - \beta_{px} + \dot{\xi} \omega_{py} \\ -\alpha_{pz} - \beta_{pz} + \dot{\xi} \end{bmatrix} \quad (A7)$$

$$\dot{\omega}_{gy}^{gy} \equiv \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{gyS} \\ \dot{\omega}_{gyI} \\ \dot{\omega}_{gyO} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{px} + \beta_{px} - \dot{\eta} \omega_{py} \\ -\alpha_{px} - \beta_{py} - \dot{\eta} \omega_{px} \\ -\alpha_{pz} - \beta_{pz} + \dot{\eta} \end{bmatrix} \quad (A8)$$

$$\dot{\omega}_{gz}^{gz} \equiv \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{gzS} \\ \dot{\omega}_{gzI} \\ \dot{\omega}_{gzO} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{px} + \beta_{px} + \dot{\zeta} \omega_{pz} \\ \alpha_{pz} + \beta_{pz} - \dot{\zeta} \omega_{px} \\ -\alpha_{py} - \beta_{py} + \dot{\zeta} \end{bmatrix} \quad (A9)$$

참고문헌

1. F.N.Barnes, "Stable member equations of motion for a three-axis gyro stabilized platform," IEEE Trans. Aerospace and Electronics Syst., Vol.AES-7, No. 5., pp.830-8242, Sept.. 1971.
2. K.Nitta, K.Otsubo, and M.Oguchi, "Stable platform evaluation program and simulation results," NAL TR-510, JAPAN, Aug., 1977.
3. 탁민제, 조점래, 신용진, 송은정, 최 석, 조 설 "4축안정화 플랫폼의 비선형 운동방정식", 한국항공우주학회지, 제23권 제1호, 1995.