

비선형 시스템규명; 신경회로망과 기존방법의 비교

정길도*

Nonlinear System Identification; Comparison of the Traditional and the Neural Networks Approaches

Kil-To Chong*

ABSTRACT

In this paper the comparison between the neural networks and traditional approaches as nonlinear system identification methods are considered. Two model structures of neural networks are the state space model and the input output model neural networks. The traditional methods are the AutoRegressive eXogeneous Input model and the Nonlinear AutoRegressive eXogeneous Input model. Computer simulation for an analytic dynamic model of a single input single output nonlinear system has been done for all the chosen models. Model validation for the obtained models also has been done with testing inputs of the sinusoidal, ramp and the noise ramp.

Key Words : Nonlinear System Identification, Neural Network, AutoRegressive eXogeneous Input Model, Nonlinear AutoRegressive eXogeneous Input Model.

1. 서론

본 논문에서는 비선형 시스템을 규명하는데 있어서 생물학적 신경회로망으로부터 유발된 모델구조들의 효율성을 알아보기 위해서 기존의 시스템규명 방법과 신경회로망에 의한 비선형 시스템의 모델링을 비교해 보았다. 생물학적 신경조직의 작용에서 아이디어를 얻어 공학적으로 이용한 인공 신경회로망을 기초로 한 모델 구조와 기존의 변수추정 알고리즘을 비교하고, 각각의 모델에 대한 시스템규명에 있어서의 정확도와 용이성을 고려한 연구 결과들이 제시되어 있다.

기존의 비선형 시스템을 규명하는 문헌에는 두 가지 주요한 구조로 분리한 결과들이 보고되어 있다. 즉, 비선형적인 동적 시스템의 구조적 규명방법과, 가정한 비선형구조의 변수추정이 그것이다. 비선형 시스템의 구조적 규명방법에 대한 결과들은 미흡하지만, 비선형 시스템이 구조적으로 단순한 경우에 대해서는 이들의 방법이 고무적인 것 같다. 반면에 비선형 구조의 변수추정 방법은 최근의 조사논문에 따르면 선형 및 비선형적인 동적 출력함수를 갖는 시스템의 구조를 찾아내는데 고무적인 결과들이 제시되어 있다.⁽⁴⁾ 보고된 방법들이 안고 있는 주요한 단점은 조합할 수 있는 가능한 모델구조의 방법

* 전북대학교 제어계측공학과

이 매우 많다는 것과 이러한 여러 가지의 경우로부터 유용한 모델로 범위를 효과적으로 좁혀나가는 체계적인 과정이 미흡하다는 것이다. 최근의 많은 결과들이 두 번째 문제에 대해 보고가 되고 있는데, 비선형 모델구조에 대한 변수추정 알고리즘이 갖고 있는 복잡한 성질 때문에 이들을 이용하여 비선형 시스템을 규명하는 데는 한계가 있다. 아직도 비선형 구조는 널리 받아들여지지 않은 듯 하며, 또한 이와 관련한 변수 추정 알고리즘도 같은 경우로써, 그 예로 여기에서 자동 회귀 이동 평균 (Auto-Regressive Moving Average (ARMA)) 법이나 선형 최소 자승 추정 (Linear Square Estimation) 방법이 있다. 더욱이 상용화된 시스템 규명 소프트웨어 패키지 *MATLAB™*는 비선형적 구조에 대해서는 선택사항을 아직은 갖고 있지 않으며 본 연구에서 보듯이 그런 알고리즘을 신호처리 하려면 상당한 노력이 들 뿐더러 컴퓨터를 사용해서 많은 양의 계산을 해야만 한다.

실제로 기존의 모델구조를 상용 소프트웨어 패키지 즉, *MATLAB™*을 사용하여 가장 널리 이용되는 변수 추정 알고리즘을 사용하여, 본 논문에서 이용된 분석 모델에 대해 시스템 규명을 시도해 보았다. 변수추정은 짧은 시간 내에 할 수 있었지만 얻어진 모델을 검증해 본 결과 시스템을 잘 대변하지 못했다. 물론 상용 소프트웨어를 이용해서 시스템을 규명할 때, 변수추정 알고리즘에서는 신호 처리를 하기 위해 상당한 노력이 요구되는 방법과 문제의 특성을 조정하는 방법들은 고려하지 않았다. 그래서 본 논문에서는 비록 상용 소프트웨어를 이용하지 않고 ARX (AutoRegressive with eXogeneous Input Model)와 NARX (Nonlinear Auto-Regressive with eXogeneous Input Model) 알고리즘을 직접 프로그래밍하고 시뮬레이션 함으로써 신경 회로망 구조와 비교하여 보았다.

문헌을 고찰해 보면 선형시스템을 규명⁽¹⁾하기 위해 널리 쓰이는 기존의 모델구조들은 많은 연구가 되어 있으나, 비선형적인 입-출력 모델구조에 대한 알고리즘은 연구가 미비하고 더욱이 상용 소프트웨어 패키지 등은 찾아 볼 수 없다는 것을 알 수 있다.⁽²⁾

비선형적 시스템 규명 접근방법에 있어서 기존의 선형 변수 추정 알고리즘을 이용하고, 모델의 구조는 가능한 비선형 항을 고려하여 정확도를 비교적 개선한 연구가 보고된 바 있다.⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾ 그러나 이러한 접근 방법은 아직 널리 인정받지못해 연구가 되고 있지 않고, 어떠한 하나의 특정 방법으로만 받아들여지고 있는 형편이다.

한편 최근에 많은 연구가 계속되는 인공 신경회로망 (Artificial Neural Networks)을 기초로 한 모델구조는 비선형적 시스템을 규명하는데 구조 자체가 비선형 시스템을 근사화시키는 성격을 가지고 있기 때문에 좋은 일반적인 모델구조가 되리라고 생각된다. 이 방법은 변수를 추정할 때 단순한 이론과 반복적인 계산으로 이루어지므로 이용하기가 편리한 장점이 있다.⁽⁸⁾

본 논문에서는 여러 가지 시스템 규명 방법을 비교할 때 구조적으로 알려져 있지 않은 비선형 성을 지니고 있는 동적 시스템에 초점을 맞추었다. 그래서 비록 고려된 예들이 어떤 물리적 시스템을 나타내지는 않더라도 그 구조들에 관한 어떠한 사전 지식도 시스템을 규명하는 과정에서 사용되지는 않았다.

2. 기존의 접근방법

두 가지 기존의 모델 구조로써는 외부입력이 있는 자동회귀모델 (AutoRegressive with eXogeneous Input (ARX) Model)과 비선형 외부입력이 있는 자동회귀모델 (Nonlinear AutoRegressive with eXogeneous Input (NARX) Model)을 고려했다. 이들 모델구조들은 다음 장에 나오는 생물학적으로 유발된 모델들과 비교하기 위해 채택된 기존의 모델구조들이다. 그러나 본 논문에서는 이 모델구조들을 철저히 연구하여 새로운 결과를 도출해 내는 데 목표를 두지 않고 있다. 여기에서 목적하는 바는 가장 중요한 기존의 모델 구조들을 신경회로망 모델과 비교하는 것이다. 여기에서 기존의 모델구조는 신경생물학 분야에서 발전된 개념을 도입하지 않고 매개변수화 (Parameterization) 시킨 것으로 정의한다.

2.1. 외부입력이 있는 자동회귀모델구조 (ARX Model)

채택된 가장 단순한 입-출력 모델구조들 중 하나는 블랙박스 모델형에 속한다. 이것은 식(1)의 함수 $f(\cdot)$ 가 이전의 결과들을 선형적으로 조합한다는 가정에서 비롯된 것이며, 식(2)의 외부입력이 있는 자동회귀모델이 바로 그것이다.

$$y(k) = f[y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-n_y), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-n_u)] + e(k). \quad (1)$$

$$y(k) + A_1 y(k-1) + \dots + A_{n_a} y(k-n_a) = \quad (2)$$

$$B_1u(k-1) + \dots + B_{n_b}u(k-n_b) + e(k)$$

ARX구조 내에 존재하며 모델구조 선정단계에서 시행착오에 의해 결정된 입-출력 시간지연(delay) n_k 는 데이터들이 가장 잘 들어맞을 수 있도록 조정될 수 있다. ARX모델구조는 시스템 규명 분야에서 가장 널리 사용되는 모델구조이다. 일단 변수 n_a, n_b 와 n_k 가 결정이 되면 ARX모델의 매개변수들은, 예를 들어 최소자승추정 알고리즘을 이용하여 결정될 수 있다. 이것은 방정식의 수보다 더 많은 미지수가 이미 결정된 일련의 선형방정식의 해를 구함으로써 얻어진다. 본 연구에 이용된 ARX모델구조들은 간단히 n_a, n_b 와 n_k 의 크기로 표기한다.

2.2. 비선형 외부입력이 있는 자동회귀모델 구조 (NARX)

두 번째로 고려한 모델구조는 비선형 외부입력이 있는 자동 회귀 모델 구조이며 식(3)으로 표현된다. 이때 각 출력요소는 식(4)으로 나타낼 수 있다.

$$y(k) = f[y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-1), \dots, u(k-n_u)] + e(k). \quad (3)$$

$$y_i(k) = \theta_0^{(i)} + \sum_{j_1=1}^n \sum_{j_2=j_1}^n \theta_{j_1 j_2}^{(i)} x_{j_1}(k) x_{j_2}(k) + \dots + \sum_{j_1=1}^n \dots \sum_{j_l=j_1-1}^n \theta_{j_1 \dots j_l}^{(i)} x_{j_1}(k) \dots x_{j_l}(k) + e_i(k), \quad i = 1, \dots, m \quad (4)$$

$$x_1(k) = y_1(k-1), x_2 = y_1(k-2), \dots, x_{m \times n_y}(k) = y_m(k-n_y), x_{m \times n_y + 1}(k) = u_1(k-1), \dots, x_n(K) = u_r(k-n_u). \quad (5)$$

그렇지만 NARX모델을 완성하기 위해 전개식(5)에서 단항식들을 곱하는 변수들과 θ_{ij} 의 값이 구해져야 한다. 주목해야 할 점은 비록 이용된 모델구조가 비선형적일지라도 매개변수화 (Parameterization)시키는 것은 선형적이라는 것이다. 전방회귀직교성 변수(Forward Regression-Orthogonal Parameter) 추정 알고리즘은 Billings와 연구팀⁽⁶⁾에 의해 보고된 모델구조로 매개변수를 선정할 때 최소 자승추정 알고리즘을 이용하는 방법으로 NARX구조를 갖는 모델들을 규명하는데 이용하였다. Billings와 연구팀이 지적한대로 일

부 수정된 동일 알고리즘은 NARMAX(Nonlinear AutoRegressive Moving Average)구조를 규명하는데 이용될 수 있다. 그러나 생물학적으로 유발된 모델 구조와 유사한 조건으로 비교하기 위해서 본 논문에서는 NARX구조만을 고려하였다. 변수추정과 함께 구조 선정기준을 만드는 이유에 대한 보다 자세한 사항들은 Billings와 연구팀이 쓴 많은 논문들에서 찾아볼 수 있다.^{(2) (5) (6)}

3. 신경회로망에 의한 접근방법

시스템규명에 이용되는 신경회로망으로는 선형 관념소(Linear Perceptron)와, 다층구조 관념소(Multi-layer Perceptron), 양쪽방향 연관 메모리(Bidirectional Associate Memory)등 여러 가지가 있다. 그러나 지금까지 신경회로망을 비선형 시스템규명에 이용한 예로는 Narendra와 연구팀⁽⁸⁾에 의해서 연구된 모델 구조 즉, 모델의 추정된 출력을 다시 모델의 입력으로 이용한 전진파 다층구조 관념소(Feedforward Multi-layer Perceptron)가 있다. 또한 최근에는 Chong⁽⁷⁾에 의해서 보고된 회귀성 다층구조 관념소(Recurrent Multilayer Perceptron)가 있다. 여기에서는 이 두 가지를 신경회로망의 모델구조로 선정했다.

3.1. 전진파 다층구조 관념소(FMLP) 모델구조

인공신경회로망 (Artificial Neural Networks (ANN))이 최근에 다시 활발하게 연구됨으로써 유발된 모델 구조 중 하나로 지도(Teacher)가 있는 경우와 없는 경우의 전진파 다층구조 관념소 모델구조가 있다. (Fig 1 참고) 이런 모델구조에서는 시스템의 센서를 통해 얻어진 입력과 출력들을 변수 추정 과정에 이용하는 TFFMLP(Teacher Forcing FMLP) 모델과 신경회로망이 측정한 출력들을 다시 입력층에 연결하여 식(6)의 함수 $f_i(\cdot)$ 을 근사적으로 계산하는 회귀성 FMLP(Recurrent FMLP)가 있다.

$$y_i(k) = f_i(y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n_u)) + e_i(k), \quad (6)$$

입력 및 출력층은 선형판별 함수를 가지며 어떠한 bias도 갖지 않는다고 가정하고 첫 번째 층의 입력 즉 네트워크의 입력은 벡터(7)로 정의된다.

특정한 입출력층의 구조를 생각하고 식(8)을 보면 단

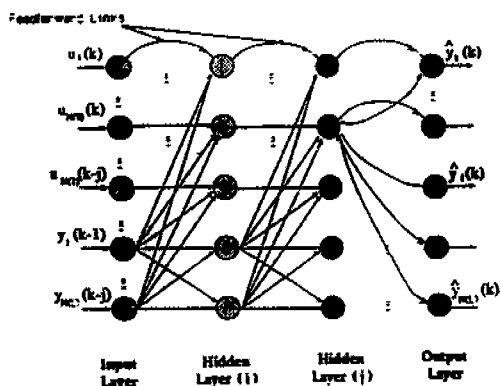


Fig. 1 Feedforward Multilayer Perceptron.

한 개의 은닉층의 네트워크에 대한 입-출력 방정식은 식(9)과 식(10)으로 표현될 수 있다. 식(9)과 식(10)은 식(11)으로 결합될 수 있으며, NARX모델구조의 형태가 된다.

$$x_{[1]}(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n_u)]^T, \quad (7)$$

$$x_{[1,i]}(k_i) = F_{[1]} \left(\sum_{j=1}^{N^{(1)}} w_{[1,i][1,i]} x_{[1,i]}(k) - b_{[1,i]} \right), \quad (8)$$

$$x_{[2,i]}(k) = F_{[2]} \left(\sum_{j=1}^{N^{(2)}} w_{[2,i][2,i]} x_{[2,i]}(k) + b_{[2,i]} \right), \quad (9)$$

$$f_i(\cdot) = x_{[3,i]}(k) = \sum_{j=1}^{N^{(2)}} w_{[3,i][2,i]} x_{[2,i]}(k) \quad (10)$$

$$y_i(k) = f_i(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n_u) + e_i(k), \quad (11)$$

같은 논리가 여러 개의 은닉층을 가진 네트워크에도 확장될 수 있다. 그러므로, TFFMLP와 RFMLP 네트워크는 식(11)으로 표시되며 NARX모델구조로 간주될 수 있다. 이 신경회로망은 비선형적인 입출력 블랙박스 모델로 이용이 된다.

3.2 회귀성 다층구조 관념소(RMLP) 모델구조

이 모델은 Chong^[7]에 의해 보고된 회귀성 다층구조 관념소(RMLP)모델에 기초를 두고 있으며, RMLP모델 구조는 이웃하는 층의 노드 사이에서 시간지연이 없

는 전진과 신호들로 연결되고, 같은 은닉층 내에는 시간지연이 된 신호들이 다른 노드와 자신의 노드로 연결되어 있다. 다른 노드와의 연결을 혼선 연결(Cross-Talk), 자신으로 신호를 보내는 연결은 회귀연결(Recurrent-Talk)이라 부른다. (Fig. 2 참고) 만약 센서를 통해 얻은 시스템의 출력이 입력층에 제공되면 그 모델구조는 지도형(Teacher) RMLP 즉 TFRMLP 모델이 되고, 모델의 측정된 출력이 입력층으로 연결되면, 전체적(Global)으로 회귀하는 RMLP 즉 GRRMLP 모델구조가 된다. GRRMLP와 TFRMLP네트워크의 노드는 모두 식(12)과 식(13)으로 표현된다.

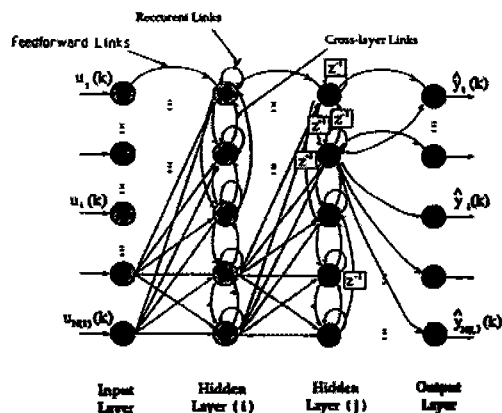


Fig. 2 Recurrent Multilayer Perceptron.

$$z_{[l,i]}(k) = \sum_{j=1}^{N^{(l)}} w_{[l,i][l,i]} x_{[l,i]}(k-1) + \sum_{j=1}^{N^{(l-1)}} w_{[l,i][l-1,i]} x_{[l-1,i]}(k) + b_{[l,i]} \quad (12)$$

$$x_{[l,i]}(k) = F_{[l]}(z_{[l,i]}(k)), \quad (13)$$

이 모델구조에서도 입출력 블랙박스 모델에서처럼 입-출력층은 선형 활성화함수(Linear Activation Function)를 갖고 어떠한 바이어스나 회귀성 혼선이 없는 것으로 가정한다. GRRMLP와 TFRMLP의 맨 처음 층의 입력은 각각 다음 벡터들로 정의된다.

$$x_{[1]}(k) = [u_1(k-1), u_2(k-1), \dots, u_{n_u}(k-1), \hat{y}_1(k-1), \dots, \hat{y}_{N^{(L)}}(k-1)]^T, \quad (14)$$

$$x_{[1]}(k) = [u_1(k-1), u_2(k-1), \dots, u_{N(1)}(k-1), y_1(k-1), \dots, y_{N(L)}(k-1)]^T, \quad (15)$$

단 하나의 은닉층으로 구성된 GRRMLP와 TFRMLP의 입-출력 방정식은 식(16)과 식(17)으로 표현될 수 있고, 식(16) 및 식(17)은 다시 기존의 비선형 시스템 모델 형태인 식(18)과 식(19)으로 쓸 수 있다. 또한 식(18)과 식(19)은 비선형 상태공간 방정식의 형태인 식(20)과 식(21)으로 표현될 수 있으며, 이때 상태 벡터는 식(22)으로 정의되며, 인공상태(Artificial State)를 구성하고 있다.

$$x_{[2,j]}(k) = F_{[2]} \left(\sum_{n=1}^{N(2)} w_{[2,n][2,j]} x_{[2,n]}(k-1) + \sum_{p=1}^{N(1)} w_{[1,p][2,j]} x_{[1,p]}(k) + b_{[2,j]} \right), \quad (16)$$

$$x_{[3,i]}(k) = \sum_{j=1}^{N(2)} w_{[2,j][3,i]} x_{[2,j]}(k) \quad (17)$$

$$x(k) = g(x(k-1), x_1(k)) \quad (18)$$

$$g(x(k-1), u(k-1))$$

$$y_i(k) = x_{[3,i]}(k) + e_i(k) = W'_{2,3} x(k) + e_i(k) \quad (19)$$

$$= h_i(x(k), e_i(k)),$$

$$x(k+1) = f(k, x(k), u(k), w(k); \theta), \quad (20)$$

$$y(k) = h(k, x(k), u(k), v(k); \theta), \quad (21)$$

$$x(k) = [x_{[2,1]}(k), \dots, x_{[2,N(2)]}(k)]^T \quad (22)$$

같은 논리가 여러 개의 은닉층으로 구성된 다층 네트워크에 확장될 수 있고, 따라서 GRRMLP와 TFRMLP 네트워크는 식(20)과 식(21)으로 표현되는 형태를 갖는 신경회로망 비선형 상태공간 모델로 간주될 수 있다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서 제시된 예는 앞 절에서 기술한 기존의 모델 및 신경회로망 모델구조들이 시스템을 규명할 수 있는 능력을 보여주기 위한 것이다. 그러나 어느 특정한 비선형 시스템을 위에서 열거한 모델들로 규명함에

있어서 오로지 센서들로부터 얻은 입력과 출력의 정보만을 이용하였다. 즉 규명하고자 하는 시스템의 차수와 특성 혹은 비선형 성이 어떻게 형성되었는가에 대한 어떠한 정보도 기존의 모델구조나 신경회로망의 크기와 구조를 선택하는 데 있어서 전혀 이용하지 않았다.

부가적으로 본 연구에서 제시된 모든 예를 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 규명할 때 완성된 어떤 모델의 정확도를 평균오차자승 (Mean Squared Error(MSE)) 즉 식(23)으로 비교해 보았다.

$$MSE(e_i) = \frac{\text{Mean-Squared Error}}{\text{Target Mean-Squared Deviation}} \quad (23)$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{NP} (x_{[L,i]}(k) - y_i(k))^2}{\sum_{k=1}^{NP} (y_i(k) - \bar{y}_i)^2}$$

여기에서 $y_i(k)$ 는 학습데이터 출력값이며, \bar{y}_i 는 학습데이터 출력값의 평균치를 의미한다.

예로서 단순한 단일 입력 단일 출력(Single Input Single Output)의 다음과 같은 시스템을 규명해 보았다.

$$y(k) = 0.8y(k-1) + u^3(k) \quad (24)$$

그리고 신경회로망과 기존 비선형 시스템 규명 방법의 모델링에 이용될 데이터는 다음에 열거한 신호들로 구성되어 있다. 모든 시스템규명에서 적용되었던 여기에서도 학습데이터를 채택할 때 중요한 점은 과도상태 응답과 정상상태의 응답을 적절히 혼합해야 하는 원리에 기초를 두고 입력신호들을 선택했다. 시스템이 여러 가지 경우에 정상상태를 갖는다고 가정하고 입출력이 0에서 정상상태를 갖는 것을 비롯해서 정상상태가 0.0에서 출발하여 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0에 이르는 10개의 스텝과 0에서 시작하여 1에서 끝나는 기울기가 각각 0.01, 0.02, 0.06, 0.125, 0.175, 0.2, 0.225, 0.25, 0.3, 0.45인 10개의 상승램프와 1에서 시작하여 0에서 끝나는 기울기가 각각 -0.01, -0.02, -0.06, -0.125, -0.175, -0.2, -0.225, -0.3, -0.375, -0.5인 10개의 하강램프들로 구성되어 있다. 전체 학습용 데이터는 각 스텝과 램프 신호를 20개씩 샘플링하여, 총 620개의 샘플들이 들어 있다.

모델의 검증을 위한 시험용 데이터로 세 가지 경우를

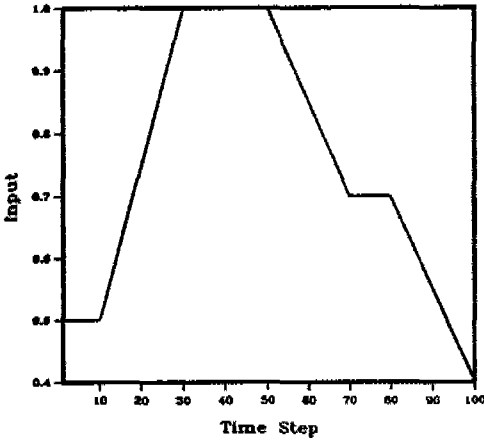


Fig. 3 Ramp Input Sequence.

고려했는데 이 시험용 데이터는 전체 학습용 데이터에 포함되지 않은 것들이기 때문에 결국 테스트에 이용된 신호들은 모델링과정에서 학습되지 않은 신호들이다. 첫 번째 시험 신호는 $0.6 + 0.3 \sin(\pi t/40)$ 사인 형태의 신호이다. 두 번째 시험신호는 Fig 3에서 보는바와 같이 일련의 램프들로 구성되어 있다. 세 번째 신호는 평균이 0이며 표준편차가 0.1인 백색 가우스 잡음 (white gaussian noise)을 두 번째 시험신호에 합성하여 시험신호로 사용하였다. 공정한 비교를 위해서, 먼저 주어진 식 (24)의 입출력 데이터만 시스템구명에 이용될 수 있다고 가정하고 모델링을 시도하였다.

먼저 분석모델이 NARX 모델구조이기 때문에 ARX에 대한 변수 추정 알고리즘은 상용 패키지인 MATLAB™의 시스템구명 Toolbox를 이용하여 ARX 모델에서의 차수들을 구해보았다. 즉, 이전의 입출력의 수를 얻는 것이다. 이때 이용한 서브루틴은 ARX-STRUC와 SELSTRUC이다. 그래서 채택된 모델구조가 피이드포워드 항을 포함하여 이전의 5개의 출력과 6개의 입력을 포함하는 $n_a=3, n_b=6$ 그리고 $n_k=0$ 인 모델과, 피이드포워드 항이 없는 3개의 출력과 2개의 입력을 포함하는 $n_a=3, n_b=2$ 그리고 $n_k=1$ 인 모델이 주어진 분석모델에 가장 근사했다. 본 연구에서는 처음 모델구조를 ARX(5, 6, 0)으로 표시하고 두 번째 모델구조를 ARX(3, 2, 1)로 표시한다.

ARX(5, 6, 0)과 ARX(3, 2, 1) 두 가지에 대하여 시스템구명 Toolbox에 있는 서브루틴을 사용하여 반복적으로 변수를 추정하여 모델링 하였는데 많은 오차가 발생하여 직접 ARX 알고리즘을 프로그램 하여 규명해보았

다. 구해진 ARX(3, 2, 1)모델은 다음과 같다.

$$y(k) = 1.831y(k-1) - 1.1706u(k-2) + 0.312y(k-3) - 0.2077u(k-1) + 0.3022u(k-2). \quad (25)$$

규명된 모델을 검증하기 위해 앞에서 언급한 세 가지의 시험신호를 통과시켜 그 반응들을 살펴보았다. Fig 4는 세 가지 시험신호들 모두에 대한 시스템구명을 통해 얻은 ARX(3, 2, 1)모델과 분석모델 (Analytic Model)의 응답을 보여주고 있다. ARX(3, 2, 1)모델의 MSE의 크기는 각각 사인램프 그리고 노이즈램프 입력에 대해 0.499, 0.434, 0.449이다. 또한 ARX(5, 6, 0)에 대해서도 앞서와 같은 프로그램을 이용하여 모델링 하였다. 그리하여 얻어진 모델은 다음과 같다.

$$y(k) = 1.9106y(k-1) - 1.1820y(k-2) + 0.2424y(k-3) + 0.0745y(k-4) - 0.10590y(k-5) + 0.9908u(k) - 1.1552u(k-1) + 0.3757u(k-2) - 0.0433u(k-3) - 0.1015u(k-4) - 0.0098u(k-5) \quad (26)$$

Fig 5는 세 가지의 시험신호에 대한 모든 분석모델

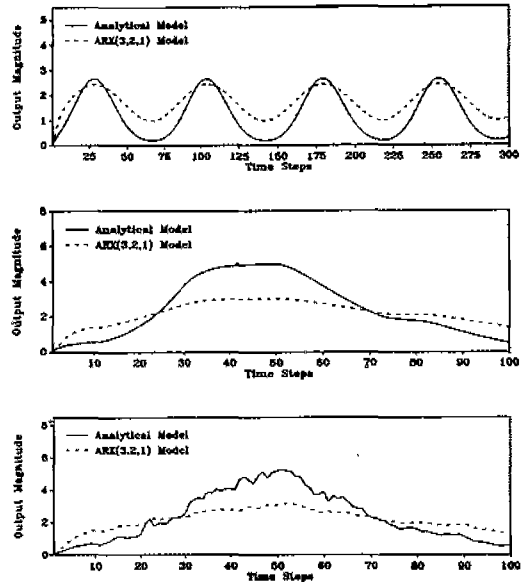


Fig. 4 Responses for ARX(3, 2, 1) Model: Top: Sinusoidal Input; Middle: Ramp Input; Bottom: Ramp Input Noise Added.

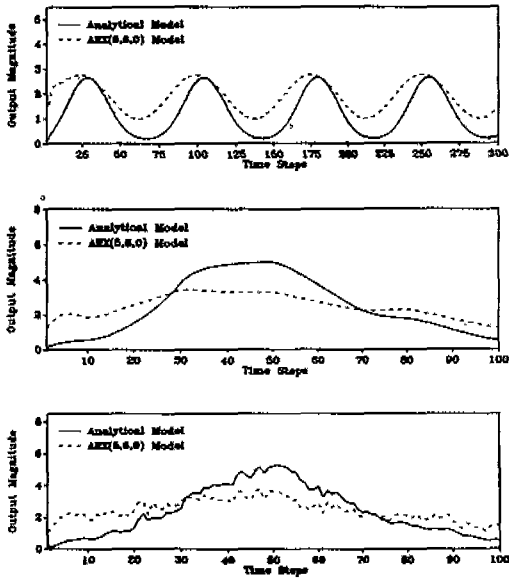


Fig. 5 Responses for ARX(5,6,0) Model; Top: Sinusoidal Input; Middle: Ramp Input; Bottom: Ramp Input Noise Added.

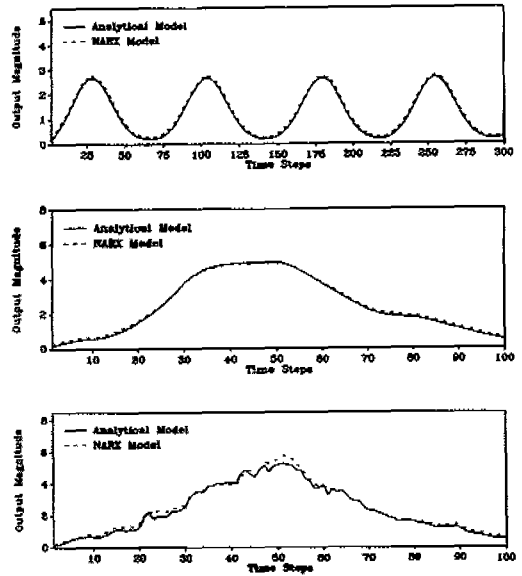


Fig. 6 Responses for NARX Model; Top: Sinusoidal Input; Middle: Ramp Input; Bottom: Ramp Input Noise Added.

과 ARX(5,6,0)의 응답을 보여주고 있다. ARX(5,6,0)모델에 대해 계산된 MSE의 크기는 각각 사인, 램프, 그리고 노이즈램프 입력에 대해 0.818, 0.435, 0.451이다.

NARX의 모델링의 경우도 ARX의 경우처럼 Billings와 연구팀⁶⁾에 의해 발표된 논문의 알고리즘을 프로그래밍하여 모델링을 하였다. 먼저 두 개의 이전의 입출력을 갖는 삼차 NARX모델 56개 항의 변수로부터 변수추정을 시작하였는데 실제 주어진 분석모델이 두개의 이전의 입출력을 갖는 비선형모델이기 때문에 정확한 모델이 규명될 수 있다. 그러므로 MSE의 크기를 반복하는 것은 이런 경우에는 그다지 의미가 없게 된다. 그래서 4개의 delay를 갖는 NARX 구조를 생각해 여 다음과 같은 모델을 얻게 되었다.

$$y(k) = 0.80218737y(k-1) + 0.93263932u^2(k) \quad (27)$$

Fig 6은 모든 실험신호에 대한 분석모델과 2차 NARX의 응답을 보여준다. NARX에 대한 MSE의 크기도 Table 1의 도표로 실려있다.

이 예에 사용된 RMLP는 1개의 노드를 갖는 입력층, 5개의 노드 및 3개의 노드를 갖는 2개의 은닉층과 1개의 노드를 갖는 출력층으로 구성되어 있다. 66개의

Table 1. Relative Mean-Squared-Errors for Example.

Model Structure	Sinusoidal Input	Ramp Input	Noise Ram Input
ARX(3,2,1)	0.499E+00	0.434E+00	0.449E+00
ARX(5,6,0)	0.818E+00	0.435E+00	0.451E+00
NARX	1.249E-02	3.308E-03	5.023E-03
RMLP	1.995E-03	3.255E-03	1.160E-02
TFFMLP(3,2,1)	5.116E-03	1.656E-02	0.161E+00
TFFMLP(5,6,0)	6.847E-04	1.938E-03	2.134E-02

연결부(Nodal Connection)를 갖는 1-5-3-1 RMLP 네트워크는 3800번 학습되었고, 여기서 1사이클(1회 반복시행)은 전체 학습데이터를 한 번 학습시키는 것을 의미한다. 그리고 사용한 학습을 가중치는 0.005, 바이어스는 0.001이었다. Fig. 7은 RMLP모델구조를 이용한 모델과 분석모델에 대한 시험 데이터의 응답을 보여주고 있다. RMLP에 대한 MSE의 크기도 Table 1에 나와 있다.

피이드포워드 항이 없는 3개의 이전의 출력과 2개의 입력을 갖는 TFFMLP는 TFFMLP(3,2,1)로 표기되었다. TFFMLP(3,2,1)은 6개의 노드를 갖는 입력층,

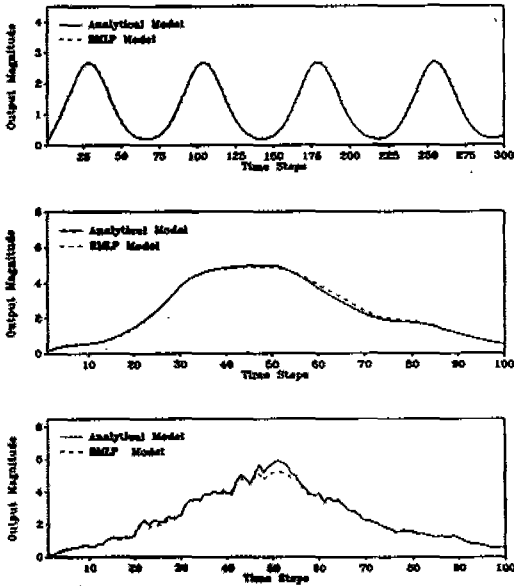


Fig. 7 Responses for RMLP Model; Top: Sinusoidal Input; Middle: Ramp Input; Bottom: Ramp Input Noise Added.

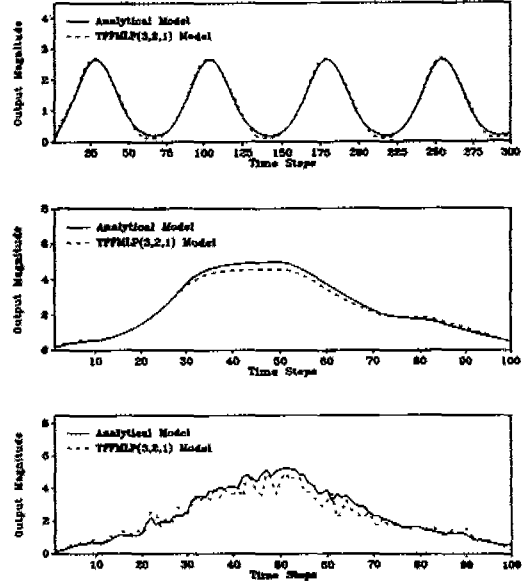


Fig. 8 Responses for TFFMLP(3,2,1) Model; Top: Sinusoidal Input; Middle: Ramp Input; Bottom: Ramp Input Noise Added.

각각 6개 및 4개의 노드를 갖는 2개의 은닉층과 1개의 노드를 갖는 출력층으로 구성되어 있다. 6-6-4-1 TFFMLP(3,2,1) 네트워크는 69개의 연결부를 갖는다. 그 구조는 다른 모델 변수들, 예를 들면 ARX(5,6,0), ARX(3,2,1)의 차수, delay, 그리고 RMLP의 연결부 개수들을 토대로 채택되었다. TFFMLP(3,2,1)은 가중치와 바이어스를 0.01에서 0.00125까지 변화시키면서 여러 가지 학습율을 사용하여 45000회 학습하였다. TFFMLP(3,2,1) 네트워크와 실험신호에 대한 분석모델의 응답이 Fig. 8에 나와있고, TFFMLP(3,2,1)의 MSE크기도 표1에 나와 있다. 또한 5개의 이전의 출력 및 입력과 피이드포워드 항을 갖는 TFFMLP(5,6,0) 모델링도 시도되었는데 TFFMLP(5,6,0)은 11개의 노드를 갖는 입력층, 각각 3개와 7개의 노드를 갖는 2개의 은닉층과 1개의 노드를 갖는 출력층으로 구성되어 있다.

11-3-7-1 TFFMLP(5,6,0) 네트워크는 75개의 연결부를 갖고 있으며, TFFMLP(3,2,1) 네트워크의 경우와 마찬가지로 가중치와 바이어스를 0.01에서 0.00125까지 변화시키면서 여러가지 학습율을 사용하여 45000회 학습하였다. Fig. 9에 세 가지 시험 신호에 대한 분석모델과 TFFMLP(5,6,0)의 응답이 나와

있다. TFFMLP(5,6,0)에 대한 MSE크기도 Table 1에 제시되어 있다.

5. 결론

기존 비선형 시스템 규명 방법과 생물학적으로 유발된 모델구조들의 비선형시스템 규명의 효율성을 비교해 보았다. ARX, NARX는 이러한 비교를 하기 위해 사용된 기존의 모델 구조들이며, 이 모델들에 관한 이론에 관해 간략하게 고려해 보았다. 또한 신경회로망의 모델들에 관해서도 FMLP와 RMLP 비선형적 모델들에 관해서도 간략한 이론을 고찰해 보았다. 또한 ARX, NARX, FMLP, 그리고 RMLP 모든 모델들의 알고리즘을 프로그래밍하여 모델링 하였다.

선택한 네 가지의 모델구조들을 단순입력 단순출력 비선형 시스템에 대해서 모델링하여 본 논문의 목적인 신경회로망과 기존의 방법들을 비교하였다. 비교하는 방법으로는 학습데이터에 포함되지 않았던 새로운 세 가지의 시험 데이터를 만들어 시스템규명 과정을 통해 구한 모든 모델들에 대해서 검증하고 분석모델과 네 가지의 구한 모델과의 상대 평균 자승 오차값을 통해 비교하였다. 시뮬레이션 결과 ARX 모델을 제외한 세 가

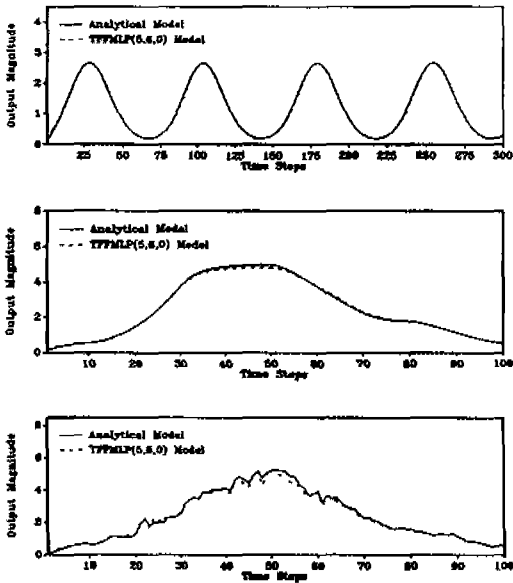


Fig. 9 Responses for TFRMLP(5,6,0) Model; Top: Sinusoidal Input; Middle: Ramp Input; Bottom: Ramp Input Noise Added.

지 모델들은 상당히 정확하게 시스템을 규명함을 알 수 있었다. 결론적으로 비선형 시스템을 NARX, FMLP 그리고 RMLP를 이용하여 규명할 수 있음을 확인했다. 그러나, FMLP모델구조는 RMLP및 NARX모델들만큼 효과적이지 못함을 알 수 있었다. 이 연구로 인해 이제는 기존의 비선형 시스템 규명 방법이 가지고 있는 단점들을 보완한 신경회로망을 이용하여 비선형 시스템을 규명할 수 있는 지표를 마련하게 되었다.

앞으로 MIMO와 같은 더 복잡한 시스템이나 출력 센서에 잡음이 아주 심한 경우, 그리고 심지어 확률적인 환경에 대해서도 연구를 계속하여 보다 일반적인 비교 연구를 해보아야 될 것으로 생각된다.

후 기

본 연구는 1994년도 한국과학재단 핵심전문과제 학

술연구조성비에 의해 연구되었으며 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

Reference

1. L. Ljung, System Identification Theory for the Users, Prentice Hall, 1987.
2. S. Chen and S. S. Billings, "Modeling and Analysis of Nonlinear Time Series", Int. J. Control, Vol.50, No.6, pp.2151-2171, 1989.
3. K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Neural Networks in Control Systems", Workshop on Neural Networks in Control Systems, American Control Conference, Workshop Manual, 1991.
4. R. Harber, and H. Unbehauen, "Structure Identification of Nonlinear Dynamic Systems -A Survey on Input/Output Approaches", Automatica, Vol.26, No4-A, pp.651-677, 1990.
5. S. Chen, and S. S. Billings, "Orthogonal Least Square Methods and their Application to Nonlinear System Identification", Int. J. Control, Vol.50, No.5, pp.1873-1896, 1989.
6. S. S. Billings, S. Chen and Korenberg, "Identification of MIMO Nonlinear Systems Using a Forward-regression Orthogonal Estimator", Int. J. Control, Vol.49, pp.2157-2189, 1989.
7. Kil To Chong, "Nonlinear System Identification Using Recurrent Neural Networks", PhD Dissertation, Texas A&M University, College Station, TX, May 1993.