

# 아이부를 갖지않고 자유고가 큰 겹판스프링의 특성해석

최 선 준,\* 권 혁 홍,\*\* 최 재 찬\*\*\*

## The Characteristic Analysis of Leaf Springs with Large Free Camber and without Spring Eye

Sun-Jun Choi,\* Hyuk-Hong Kwon\*\* and Jae-Chan Choi\*\*\*

### ABSTRACT

The leaf spring is used in the suspension of most buses and trucks due to its compactness, which reduces the shock-force and the vibration from the road, and increases passenger comfortability and car life. Of the various kinds of leaf springs, the leaf spring without eyes can be found easily in the heavy duty truck, and has different characteristics to the leaf spring with eyes in the case of large free camber.

Because of radius change, the leaf without eyes slips on the supports, which makes the deflection. The difference is due to this deflection.

In this paper, we show the general method of characteristic analysis, for example, Pandan method, can be no more applicable to these springs. Thus considering the geometry deflection by slip, we have developed the equation of the characteristic of the leaf spring without eyes and prove the effectiveness of this equation by experiment.

From the result, at large camber the slip deflection is large and as camber smaller, this is smaller. At the camber behind some value, the effect of slip no longer influence to the characteristic of leaf springs.

**Key Words** : Leaf Springs(겹판스프링), Deflection due to slip(미끄러짐변위), Free Camber(자유고), Spring Eye(스프링 아이부)

### 1. 서 론

스프링은 금속, 고무, 플라스틱 등의 재료가 가지는

성질을 이용하여 보다 유효한 형태의 탄성, 에너지 흡수, 진동 및 충격완화 등을 목적으로 하는 필요한 형상으로 제작된 기계요소로서 기계 완제품을 구성하는 중

\* 대원강업(주) 대원기술연구소

\*\* 대전대학교 기계설계공학과

\*\*\* 부산대학교 기계설계공학과

요한 기본 부품이다. 스프링의 종류를 살펴보면, 코일 스프링, 판스프링, 토손-바스프링, 스파이럴스프링, 볼류우트스프링, 접시스프링, 선세공스프링, 공기스프링 등이 있으며, 스프링의 사용이 증가함에 따라 자동차, 선박, 정밀기기, 전자기기 등 완제품에 미치는 과급효과가 매우 크다.<sup>(1)</sup>

특히 자동차의 현가장치용으로 많이 사용되는 접판스프링, 공기스프링, 코일스프링 및 토손-바스프링 등은 노면으로부터의 진동을 절연하여 자동차 구조물을 보호하고 승객의 승차감을 향상시켜 궁극적으로 자동차의 속도증가를 도모하는 것이 주기능이다.

이 중에서도 특히 접판스프링은 동적 특성의 저하, 작동시 소음발생 문제 등의 단점에도 불구하고 스프링 역할과 동시에 구조물로서 역할을 하므로 다른 스프링에서 필요한 별도의 링크장치 등이 필요없고 작동에 필요한 설치높이가 낮아도 되는 잇점이 있어 승차감이 크게 요구되지 않는 중형 이상의 버스 및 트럭에 가장 보편적으로 사용되고 있다. 대표적인 형상 및 용어는 Fig. 1과 같다.

접판스프링에 대한 연구는 일찍부터 시작되어 많은 자료가 발표되었는데 그중에서 해석하는 방법은 기본가정에 따라 해석법이 나누어져 일본 스프링학회<sup>(2)</sup>에서는 접판스프링의 판을 옆으로 펼친 2점지지 단순보로 근사시킬수 있다는 전개법을 개발했으며, Aoyama<sup>(3,4)</sup>는 판과 판사이에는 짧은 판의 끝부분에서만 접촉한다는 가정의 판단법을 개발하였고, SAE<sup>(5)</sup>는 접판스프링 전체에 걸쳐 응력이 일정하게 분포되어 변형형상이 항상 전체길이에 대해 일정한 곡률이 유지가 된다는 등한경법을 개발하였다. 또, 해석을 위해 날장판을 여러 부분으로 나누고 각 부분을 강성체와 등가 스프링으로 모델링하여 매트릭스 계산한 Shimoseki<sup>(6)</sup>의 연구, 테이퍼 판스프링의 1차원

적 등가해석을 시도한 Nigro<sup>(7)</sup> 등의 연구가 있다.

최근에 와서는 유한요소법을 사용한 접판스프링의 해석이 시도되고 있는데 Hamano<sup>(8)</sup> 등이 날장판을 평면 응력요소로, 판사이의 접촉을 유한요소법의 GAP 요소를 사용하여 해석하였다.

접판스프링에서는 필연적으로 날장판사이에서 판간마찰이 발생하는데 이를 고려하기 위한 연구는 Chishima<sup>(9)</sup> 등이 적은 변위에서의 판간마찰을 고려한 해석연구를 시작으로, 큰 변위에서의 판간마찰을 고려한 Chishima<sup>(10)</sup>의 연구, 동적응답성을 고려한 최적 판간마찰력의 크기에 대한 Chishima<sup>(11)</sup>의 연구가 수행되었으며, 진동특성에 판간마찰이 어떤 영향을 미치는 지에 대한 Ota<sup>(12)</sup>의 연구, 판간마찰을 고려한 정적 유한요소 해석 방법을 Hamano<sup>(8)</sup> 등이 연구하였다.

접판스프링의 동적특성에 대해서는 Kato<sup>(13)</sup>에 의해 접판스프링의 고유진동수 및 변형모드에 대한 연구가 있었으며, 자동차의 급발전 및 급제동시 발생하는 와인드업(windup)진동에 관해 Chishima<sup>(14)</sup>의 연구, Cebon<sup>(15)</sup>에 의한 노면에서 발생하는 광범위한 주파수의 진동에 따른 접판스프링의 동적응답에 대한 연구, 최근의 상용 동적해석 전용유한요소 프로그램인 ADAMS에 의한 접판스프링의 동적특성해석을 Song<sup>(16)</sup> 등이 행하였다.

이외에도 하중의 증가에 따른 변형을 고려하여 비선형성을 포함한 해석방법을 제시한 Liu<sup>(17)</sup>의 연구, 트럭에 사용되는 일반적인 접판스프링의 응력분포를 해석한 Aoyama<sup>(18)</sup> 등의 연구, 대형트럭에 사용되는 접판스프링의 경량화 방법을 설계, 제조 등 여러가지 방법론으로 접근한 BANE학회<sup>(19)</sup>의 연구, 피로수명에 대한 Aoyama<sup>(20)</sup>, Ota<sup>(21)</sup> 등의 연구, 접판스프링과 공기스프링의 장단점을 분석한 Komura<sup>(22)</sup>의 연구, 비선형 특성의 판스프링 설계에 관한 Mikaila,<sup>(23)</sup> Rowland<sup>(24)</sup>의 연구, 판간의 마찰력을 유압으로 조정하여 판스프링의 동적특성을 변화시켜 자동차 운행조건에 최적의 스프링 특성을 부여하기 위한 Takadera<sup>(25)</sup>의 연구가 있었다.

그러나 아직까지 아이부를 갖지 않고 자유고가 큰 접판스프링의 특성을 해석한 연구는 없었다. 아이부를 갖지 않은 접판스프링은 Fig. 2와 같은 형상으로 덤트럭 등 대형 트럭이나 중기에 많이 사용되는데 차축과 차체의 연결을 위한 아이부가 없는 대신에 여러가지의 링크 크가 차체의 운동을 구속하도록 되어 있다. 이러한 현가장치의 구조에서는 접판스프링이 Fig. 2와 같이 양단이 고정된 지지점을 가지고 있어 아이부를 가지고 있는 일

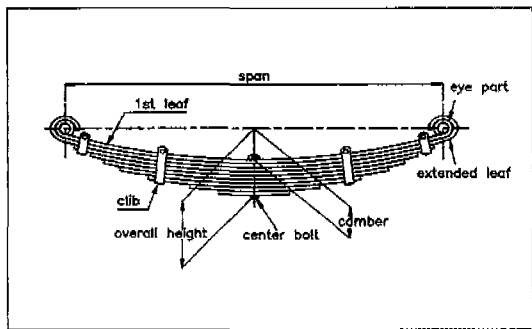


Fig. 1 The shape of the leaf spring

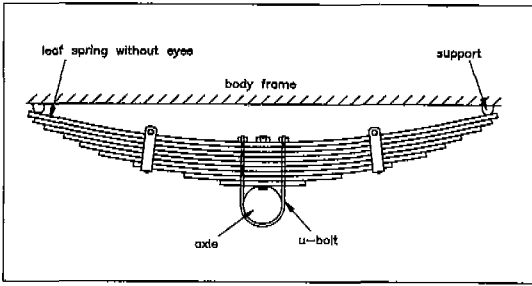


Fig. 2 The installation of the leaf spring without eyes

반적인 접판스프링의 작동방법과는 다르다. 아이부를 갖는 접판스프링의 스프링 단품 특성시험은 Fig. 3과 같이 로울러가 장착된 V-블록을 스프링 양끝단에 설치하여 시험하기 때문에 하중의 증가에 의해 변형됨에 따라 스프링의 길이가 변하여 V-블록이 움직이게 되는데 이때 아이부의 y-방향 변위는 없는데 반해 아이부를 갖지 않은 접판스프링의 경우는 지지점이 고정되어 있고, 1번째 판이 곡률을 가지고 있으므로 단품 특성시험시 하중에 의한 변위 뿐 아니라 곡률변화에 따른 지지대에서의 미끄러짐정도 고려되어야만 한다. 이 미끄러짐에 의한 변위는 무하중시 곡률이 클수록, 즉 스프링 중심부에서의 자유고가 클수록 증가하여 이 영향을 고려하지 않은 특성해석 계산식의 적용이 불가능하게 된다.

따라서, 본 연구에서는 아이부를 갖지 않은 접판스프링의 특성계산을 위해 곡률변화에 의한 미끄러짐을 고려한 이론식을 개발하였다. 개발된 계산식의 타당성을 증명하기 위해 실험값과 비교하였으며, 기존에 사용되는 접판스프링 특성 계산식은 이 경우에 적용할 수 없음을 보여 주었다. 또, 개발된 이론식을 이용하여 아이부를 갖는 접판스프링과 아이부를 갖지 않는 접판스프링의 단

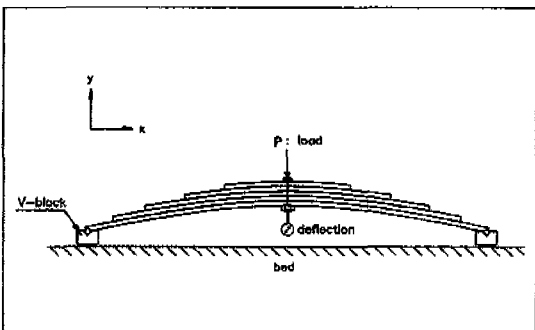


Fig. 3 The load-deflection test of the leaf springs with eyes

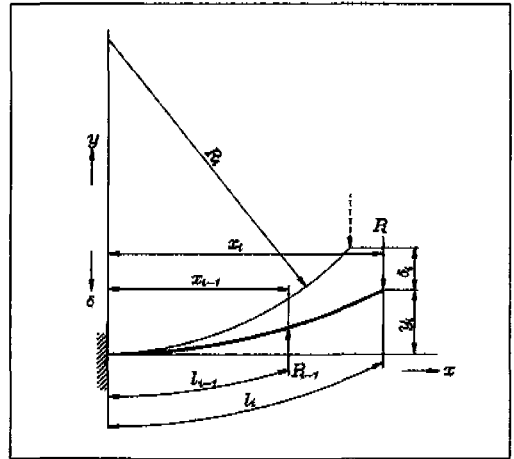


Fig. 4 The  $i^{th}$  leaf counted from the shortest leaf spring

품상태에서의 특성비교, 아이부를 갖지 않는 접판스프링에 있어 자유고에 따른 특성의 변화를 분석하였다.

## 2. 특성 계산식

### 2.1 판단법 (板端法) <sup>(2)</sup>

판단법은 인접하는 스프링판으로의 힘의 전달이 판의 선단에서만 행해진다는 가정을 기초로 하는 계산방법으로 일반적인 접판스프링의 특성 계산식으로 널리 사용되고 있으며, 실험치와 잘 일치하는 것으로 알려져 있다.

우선  $n$ 개의 판으로 된 스프링에 대해서 최단의 판에서 주판까지를 1, 2, ...,  $n$ 으로 하며 센터볼트를 중심으로 한쪽만 생각한다.  $i$ 번째의 스프링판을 고려할 때, 기본형상은 Fig. 4와 같고 센터볼트의 중심을  $xy$ 좌표의 원점으로 한다.

또한, Fig. 5에서와 같이 고정단으로부터 어느 부분까지는 단면이 일정하고 ( $0 < x < l_{i-1}$ ), 거기에서 자유단까지의 단면이 변화하는 ( $l_{i-1} < x < l_i$ ) 일반적인 스프링을 고려할 때, 계산의 편의를 위해 대개변수를 도입할 수 있고  $0 < x < l_{i-1}$  구간의 단면2차모멘트  $I_i$ ,  $l_{i-1} < x < l_i$  구간의 단면2차모멘트  $I'_i$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\xi = \frac{x - l_{i-1}}{l_i - l_{i-1}} \quad (1)$$

$$\frac{I'_i}{I_i} = f_i(1 - \xi) \quad (2)$$

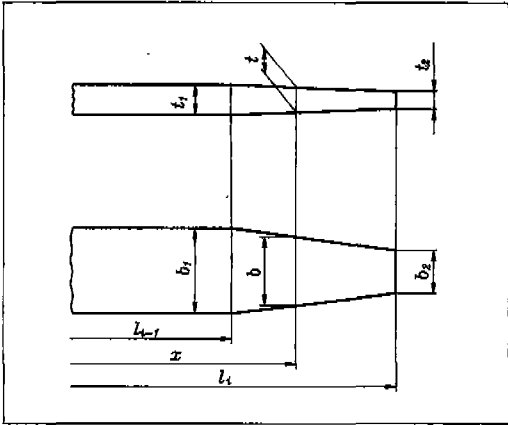


Fig. 5 The change of width and thickness in leaf spring

여기에서, 매개함수  $f_i(1-\xi)$ 는 이하에서 구할 수 있다.

2.1.1 변 위

자유단에 수직하중  $P_i$ 가 작용할 때의 하중점의 변위  $\delta$ 는 에너지법칙을 이용하여 다음식으로 부터 얻어진다.

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{P_i}{EI_i} \int_0^{l_{i-1}} dx \int_0^x (l_i - \lambda) d\lambda + \frac{P_i}{E} \int_{l_{i-1}}^{l_i} dx \int_0^x \frac{(l_i - \lambda)}{I_i} d\lambda \\ &= \frac{P_i}{3EI_i} [l_i^3 - (l_i - l_{i-1})^3] + \frac{P_i}{EI_i} (l_i - l_{i-1})^3 \int_0^1 d\xi \\ &\quad \int_0^\xi \frac{1-\xi}{f_i(1-\xi)} d\xi \\ &= P_i \frac{(l_i - l_{i-1})^3 Q_i + l_i^3}{3EI_i} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{여기에서, } Q_i = -1 + 3 \int_0^1 d\xi \int_0^\xi \frac{(1-\xi)}{f_i(1-\xi)} d\xi \quad (4)$$

이고,  $Q_i$ 는 판단형상계수이며 이는 판끝을 테파가공하였을 때 기존 단면의 폭 및 두께와 테파부 폭 및 두께비의 함수이다. 직선테파인 경우는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} b &= b_1 - (b_1 - b_2)(x - l_{i-1}) / (l_i - l_{i-1}) = b_1 - (b_1 - b_2)\xi \\ t &= t_1 - (t_1 - t_2)(x - l_{i-1}) / (l_i - l_{i-1}) = t_1 - (t_1 - t_2)\xi \end{aligned} \quad (5)$$

가 된다. 따라서

$$I_i = \frac{bt^3}{12} = \frac{b_1 t_1^3}{12} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{t_2}{t_1} \right) \xi \right]^3 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{b_2}{b_1} \right) \xi \right] \quad (6)$$

식(6)과  $I_i = \frac{b_1 t_1^3}{12}$ 을 식(2)에 대입하면

$$f_i(1-\xi) = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{t_2}{t_1} \right) \xi \right]^3 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{b_2}{b_1} \right) \xi \right] \quad (7)$$

이것을 식(4)에 대입하면,  $Q_i$ 가  $b_2/b_1$ 과  $t_2/t_1$ 의 관계로서 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} Q_i &= -1 + \frac{3[(t_2/t_1) - 3(b_2/b_1)]}{2[(t_2/t_1) - (b_2/b_1)]^2} + \frac{3(b_2/b_1)^2}{[(t_2/t_1) - (b_2/b_1)]^3} \\ &\quad \log_c \frac{t_2/t_1}{b_2/b_1} \end{aligned} \quad (8)$$

자유단에  $P_{i,s}$ 라는 힘이 작용하고  $x=l_{i-1}$ 에  $P_{i-1,s}$ 라는 힘이 작용한다고 할 때,  $i$ 번째 판 자유단의 처짐  $\delta_{i,s}$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \delta_{i,s} &= \frac{l_i^2}{2R_i} - y_i \\ &= P_{i,s} \frac{(l_i - l_{i-1})^3 Q_i + l_i^3}{3EI_i} - P_{i-1,s} \frac{(3l_i - l_{i-1})l_{i-1}^2}{6EI_i} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, 첨자  $s$ 는 자유단을 나타낸다.

결판스프링의 주관을 보호키 위해 제조시 짧은 판일 수록 조립반경보다 더 작게 제작하는데 이를 닙(nip)이라 한다. 이에 의해 발생하는 변위를  $\delta_{i0}$ 라 두면 각 판의 변위  $\delta_i$ 는  $\delta_{i,s}$ 와  $\delta_{i0}$ 의 차가 되며, 식(9)로부터 구해진다.

$$\begin{aligned} \delta_i &= \delta_{i,s} - \delta_{i0} \\ &= \frac{P_{i,s}^3}{3EI_i} \left[ 1 + (1 - \mu_{i-1})^3 Q_i - \alpha_{i-1} \frac{(3 - \mu_{i-1})\mu_{i-2}^2}{2} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

여기에서,

$$\begin{aligned} \alpha_{i-1} &= \frac{3 - \mu_{i-1}}{2\mu_{i-1}} \left\{ \frac{1 + l_i}{I_{i-1}} \left[ 1 + (1 - \mu_{i-2})^3 Q_{i-1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \alpha_{i-2} \frac{(3 - \mu_{i-2})\mu_{i-2}^2}{2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mu_{i-1} = l_{i-1} / l_i$$

이다.

결국,  $\alpha_0 = 0$ 이기 때문에  $i=2$ 로 뚫으로써,  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 을 구할 수 있고, 그러므로 결판스프링의 처짐  $\delta$ 는 다음과 같이 된다.

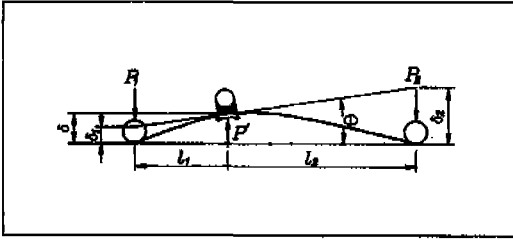


Fig. 6 Asymmetrical leaf spring under the loading

$$\delta = \delta_n = \frac{Pl_n^3}{3EI_n} \left[ 1 + (1 - \mu_{n-1})^3 Q_n - \alpha_{i-1} \frac{(3 - \mu_{n-1}) \mu_{n-1}^2}{2} \right] \quad (12)$$

2.1.2 스프링상수

스프링의 센터볼트를 중심으로 반쪽만 고려할 때의 스프링상수 K는 식(12)로부터 구할 수 있다.

$$K = \frac{P}{\delta_n} = \frac{3EI_n}{l_n^3} \frac{1}{1 + (1 - \mu_{n-1})^3 Q_n - \alpha_{n-1} \frac{(3 - \mu_{n-1}) \mu_{n-1}^2}{2}} \quad (13)$$

스프링 전체의 스프링상수를 구하기 위해서는 다음과 같이 계산한다.

Fig. 6과 같은 비대칭 접판스프링에 수직하중 P'가 작용할 때, 센터볼트에 의해서 양분되는 각각의 스프링상수를 K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>로 두면 기하학적 관계로부터 근사적으로 전체 스프링상수 K는

$$K = (K_1 + K_2) \frac{\varphi(1 + \lambda)^2}{(1 + \varphi)(1 + \varphi\lambda^2)} \quad (14)$$

이 된다.

여기에서,  $\lambda = l_1 / l_2$ ,  $\varphi = K_1 / K_2$ 이다.

2.2 곡률변화에 따른 미끄러짐을 고려한 특성 계산식

접판스프링 설계시 최적설계의 개념을 도입하여 가능한 전 구간에 걸쳐 응력이 일정하게 되도록 한다. 따라서 하중에 의한 변형시 전 구간에 걸쳐 동일 곡률이 된다고 생각할 수 있다.

접판스프링의 변형형상을 주판(主板)의 변형형상으로 대표할 수 있으므로 하중의 증가 ΔP에 의해 중심부에서의 총변위 증가 Δδ가 발생하였을 때의 모양은 Fig. 7과 같다.

총변위는 하중에 의한 변위 Δδ<sub>p</sub>와 고정지지점과 곡률의 변화에 의해 발생하는 기하학적인 미끄러짐에 의한 변위 Δδ<sub>G</sub>의 합인데 미끄러짐이 양 끝단에서 발생하므로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\Delta\delta = \Delta\delta_p + 2\Delta\delta_G \quad (15)$$

하중에 의한 변위와 하중증가와의 관계는 다음과 같다.

$$\Delta P = k \cdot \Delta\delta_G \quad (16)$$

여기에서, k는 스프링상수로서 미끄러짐을 고려하지 않은 일반적인 계산법에 의한 값으로 판단법에 의한 계산값을 사용한다.

변형전 펼친 길이를 L이라 하고, 그 때의 자유고를 h라 하면 주판의 반경 R과 각도 θ와는 다음의 관계가 있으며 이로부터 지지점 길이 l을 구할수 있다.

$$\begin{aligned} 2\theta &= \frac{L}{R} \\ h &= R(1 - \cos\theta) \\ l &= 2R\sin\theta \end{aligned} \quad (17)$$

또, 기하학적 형상으로 부터 다음의 관계식이 성립됨을 알 수 있다.

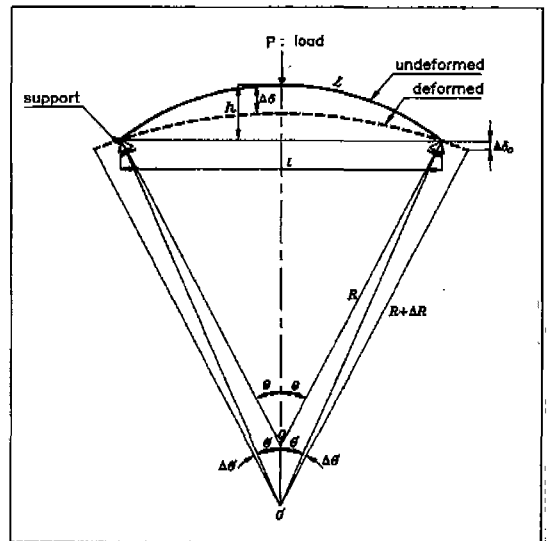


Fig. 7 The shape of deformation under the load

$$h - \Delta\delta = (R + \Delta R) \cdot (1 - \cos\theta') \quad (18)$$

$$l = 2(R + \Delta R) \cdot \sin\theta' \quad (19)$$

$$L = (R + \Delta R) \cdot 2(\theta' + \Delta\theta') \quad (20)$$

$$\Delta\delta_G = (R + \Delta R) \cdot \{\cos\theta' - \cos(\theta' + \Delta\theta')\} \quad (21)$$

여기에서,  $\Delta R$ 은 변형후 주판의 반경 증가분,  $\theta'$ 는 변형후 지지점내의 주판이 이루는 각도이고,  $\Delta\theta'$ 는 변형후 주판의 끝이 지지점에서 미끄러져 나가는 량의 각도를 표시한다.

식(15)에서 (21)까지의 식들을 이용하여 중심부에서의 하중증가량  $\Delta P$ 와 총변위 증가량  $\Delta\delta$ 를 구할수 있다. 폭들의 크기에 따라 미끄러짐에 의한 변위가 크게 다르므로 이 문제는 하중의 증가를 조금씩 주는 비선형 문제로 풀어야 한다. 변형전을 초기상태로 두고 하중증가에 의한 변형후의 상태를 구한 다음, 변형된 형상중 지지점내의 것만을 대상으로 다시 초기 상태로 두고 하중을 증가시켜 그 때의 변형형상을 구하는 작업을 반복한다. 이렇게 하여 구한 하중증가분과 변위증가분을 누



Fig. 8 The photo. of experiment

적시키면 하중-변위선도를 구할 수 있게 된다. 실제적으로는 하중의 계산이 마지막에 이루어져 계산초기조건으로 하중의 증가분을 고려하기 힘들므로 자유고의 일정 부분만큼의 총변위증가분을 가정하여 이때의 미끄러짐에 의한 변위증가분을 구한 후 식(15) 및 식(16)에 의해 하중의 증가분을 구한다. 변형형상 계산시 자유고가 높으면 비선형성이 매우 크게 되므로 계산시 가정하는 총변위증가분의 량을 충분히 적게 해야 정확한 해를 구할 수 있다.

Table 1 The specification of test spring(symmetrical shape)

(a) Specimen no.1

Leaf no.	Thickness(mm)	Width(mm)	Length(mm)
1	6	70	1300
2			1000
3			800
4			600
5			400
Free camber(mm)	191.2	Support length(mm)	1200
Calculated spring rate (kg/mm)			2.96

(b) Specimen no.2

Leaf no.	Thickness(mm)	Width(mm)	Length(mm)
1	6	70	1300
2			1000
3			800
4			600
5			400
Free camber(mm)	139.1	Support length(mm)	1200
Calculated spring rate (kg/mm)			2.85

### 3. 실험

계산식의 타당성을 평가하기 위해 실험을 행하였다. 시편은 소형상용차에 적용될 수 있는 정도의 용량을 기준으로 하여 본 실험을 위해 특별히 설계·제작된 것을 사용하였는데 그 사양은 Table 1과 같다. 재료, 판의 두께, 폭, 길이 등은 동일하나 자유고 및 판끝모양을 달리하여 스프링상수가 다른 두가지 시편을 준비하였다.

스프링상수 계산을 위해서는 1번판의 길이를 지지대 간격인 1200 (mm)로 하여야 하며, 이때의 스프링상수값은 판단법 계산식에 의해 두 시편이 각각 2.96, 2.85 (kg/mm)이다. 이 시편의 하중-변위선도를 시험하기 위해 Fig. 8과 같은 시험기를 사용하였다. 이 시험기 (Model:Instron 8501)는 로드셀과 변위계가 내장되어 있어 각각 하중과 변위를 측정할 수 있으며, 측정된 데이터가 바로 컴퓨터에 보내져 처리되어진다.

본 계산식에서는 지지대와 곁판스프링 주판간의 마찰을 고려하지 않고 있으므로 이 부분의 마찰효과를 최소화하기 위해 롤러베어링으로 지지대를 구성하였는데 지

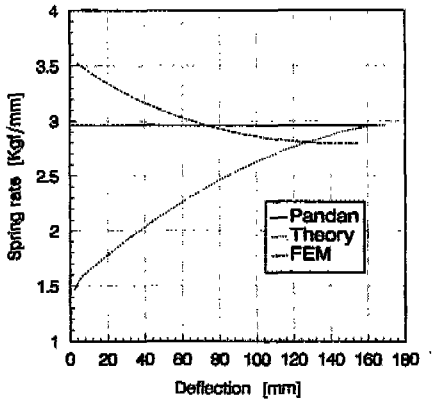


Fig. 9 The difference between the general theory and the developed theory on the spring characteristics

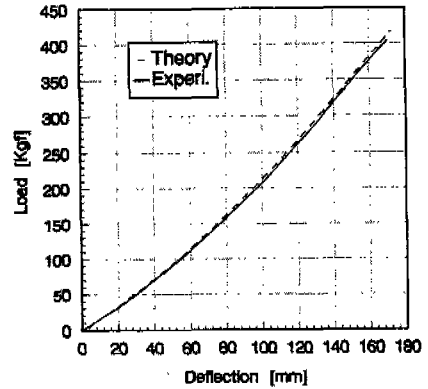
지대 간격은 1200 (mm)로 하여 Fig. 8과 같이 시편을 지지대에 대칭되게 올려놓고 시험기를 작동시켜 스프링 중심부에 하중을 가하였으며 이때의 하중과 변위량을 기록하였다. 본 시험전에 스프링의 영구변형에 의한 변형증가분의 발생을 방지하고 판간 고정마찰의 영향을 최소화하기 위해 자유고만큼의 변위를 주어 셋팅을 2~3회 실시하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

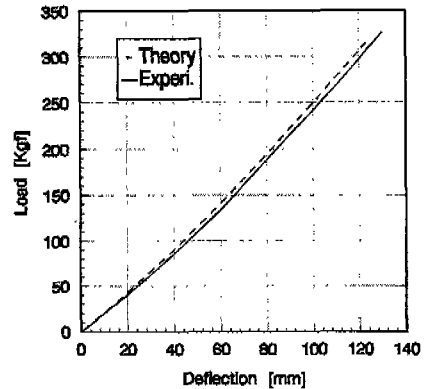
아이부가 있는 겹판스프링의 특성과 본 논문에서 개발한 이론식 결과와의 차이를 Fig. 9에서 볼수 있다. 계산을 위한 겹판스프링 사양은 Table 1(a)와 동일하며, 아이부가 있는 특성해석은 유한요소해석법과 판단법을 사용하였다. Fig. 9와 같이 판단법은 형상의 변화에서 발생하는 비선형성을 고려하지 않기 때문에 스프링상수값이 일정하여 변위에 따라 불변이다. 유한요소해석의 경우는 형상변화를 고려하였기 때문에 초기에는 곡률효과에 의해 모멘트길이가 판단법 계산치보다 작아 스프링상수가 높으나 변위의 증가에 따라 펼친 길이가 커져 모멘트길이가 증가하기 때문에 스프링상수가 점점 작아짐을 볼수 있다. 그러나 두 계산값의 차이는 변위 30 (mm) 이상에서는 한국공업규격에서 일반적으로 허용하는 겹판스프링상수의 허용값인  $\pm 10$  [%]이내이므로 판단법의 적용이 가능한 것을 알수 있다. 반면에 아이부가 없는 경우의 계산값은 초기변위에서 스프링상수가 판단법에 비해 매우 작으며 변위의 증가에 의해 스프링

상수값이 증가하는 모양을 보인다. 또, 변위 130 (mm)까지는 허용공차를 벗어남을 알수 있다. 그러나, 변위가 증가하여 스프링형상이 직선에 가까워지면 스프링상수값이 판단법의 값과 일치하게 되는데 이는 곡률변화량감소시 미끄러짐에 의한 변위가 거의 없기 때문인 것으로 예측된 결과이다. 여기서 알수 있듯이 겹판스프링에서는 아이부 유무에 따라 스프링특성이 정반대로 되며, 따라서 아이부가 없고 자유고가 높은 스프링의 경우 일반적으로 사용되는 판단법 계산값이 그대로 사용될수 없음을 알수 있다.

개발된 이론식의 증명을 위해 실험값과 비교한 것이 Fig. 10, 11이다. Table 1의 두가지 사양에 대해 개발된 이론식을 적용하여 계산한 값과 실험에서 얻은 값을 하중-변위선도로 비교한 것이 Fig. 10이며, 변위에 따른 스프링상수 변화모양을 나타낸 것이 Fig. 11이다.

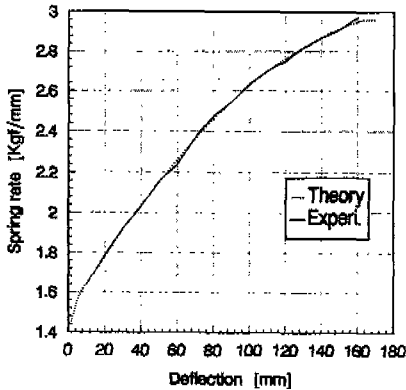


(a) The specimen no.1

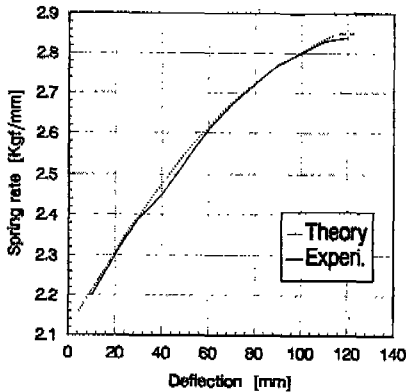


(b) The specimen no.2

Fig. 10 The comparison of the theory and experimental values (load-deflection curve)



(a) The specimen no.1



(b) The specimen no.2

Fig. 11 The comparison of the theory and experimental values (spring rate-deflection curve)

Fig. 10에서와 같이 두가지 예제에 대하여 하중-변위선도의 이론치와 실험치가 5 [%]이내의 오차범위에서 잘 일치함을 알수 있다. 변위에 따른 스프링상수값 변화도 5 [%]이내의 오차로 일치하므로 허용규격  $\pm 10$  [%]를 고려하면 매우 잘 일치함을 알수 있다. 이 결과로 개발된 이론식의 타당성이 증명될수 있다.

자유고에 따른 겹판스프링의 특성변화를 알아보기 위해 여러가지의 자유고에 대한 특성을 이론적으로 계산하여 보았는데 이때 사용된 사양은 Table 1로서 자유고를 변화시킨 것이다. Fig. 12는 하중-변위선도를 나타낸 것이다. 여기에서 알수 있듯이 자유고가 높을수록 미끄러짐에 의한 변위의 영향이 커 비선형성이 크게 됨을 알수 있으며, 또한 판단법으로는 특성을 평가할수 없음을 알수 있다. 반대로, 자유고가 작아지면 미끄러짐변위의 영향이 작아져 아이부가 있는 스프링특성과

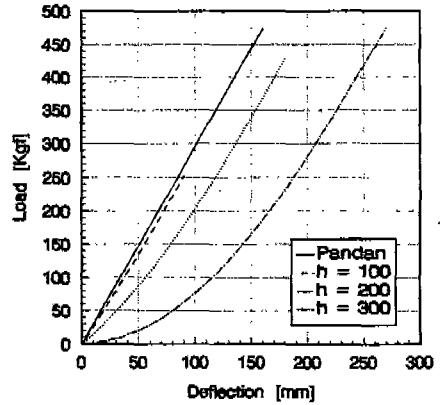


Fig. 12 The effect of the free camber on the load-deflection curve

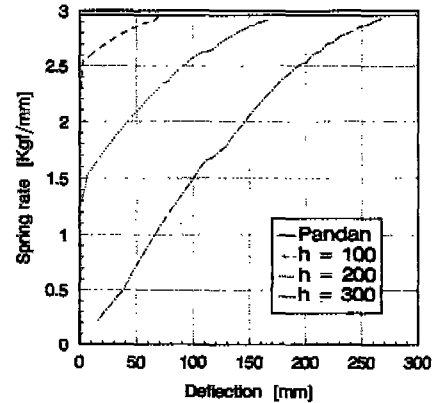


Fig. 13 The effect of the free camber on the spring rate-deflection curve

유사하게 되며 판단법의 계산치와 잘 맞게 됨을 알수 있다. 따라서 자유고가 큰 경우의 특성계산에는 개발된 이론식의 적용없이는 스프링특성값을 예측할수 없다는 것을 알수 있다.

Fig. 13은 변위-스프링상수선도이다. 자유고가 낮을 때는 초기 변위에 대한 스프링상수값이 판단법과 큰 차이가 없으나, 자유고가 커질수록 오차가 커져 스프링의 특성값의 예측이 판단법이 사용될수 없으며 미끄러짐을 고려하지 않으면 안된다는 것을 보여주고 있다.

## 5. 결 론

- (1) 아이부가 없고 자유고가 큰 겹판스프링의 특성계



산에서는 일반적으로 사용되고 있는 판단법이론을 적용할수 없고 지지대에서의 미끄러짐변위를 고려한 새로운 이론식을 적용해야 됨을 알수 있다.

(2) 이러한 형상의 겹판스프링은 변위에 따른 스프링 상수변화가 아이부있는 스프링특성과는 정반대로 변위에 따라 증가하는 형상으로 그 증가분이 점점 줄어들고 있음을 밝혔다.

(3) 지지대에서의 미끄러짐변위를 고려한 겹판스프링 특성계산식을 개발하였으며 실험결과와 비교해본 결과 매우 잘 일치됨을 알수 있다.

(4) 아이부가 없는 겹판스프링은 자유고가 높을수록 비선형성이 커지며 미끄러짐에 의한 변위가 증가한다는 사실을 밝혔다.

(5) 현가장치용 겹판스프링의 이상적인 하중-변위선도는 지수함수적인 형상인데 아이부가 없는 겹판스프링의 설계시 자유고를 조정하므로써 간단히 이상적인 선도에 가까운 특성을 가지는 겹판스프링설계가 가능함을 밝혔다.

#### 참고문헌

1. 한국기계기술연구소, "스프링 설계 및 제작기술에 관한 연구", 1989.
2. ばね技術委員會, "ばね (3 edition)", 1989.
3. T. Aoyama, "The Calculation of a Tip Contact Leaf Spring", ばね論文集, Vol.16, pp.47-50, 1971.
4. T. Aoyama, Y. Tsurui, "The Calculation of a Tip Contact Tapered Leaf Spring", ばね論文集, Vol.19, pp.64-67, 1974.
5. SAE HS788, 1990, "Design and Application of Leaf Springs"
6. M. Shimoseki, Y. Hayasaka, "Analysis of Leaf Springs by RBS Method", ばね論文集, Vol.29, pp.12-18, 1984.
7. N.J. Nigro, "Equivalent One-dimensional System for Analysis of Taper Leaf Springs", J. of Engineering for industry, 1976.
8. T. Hamano, M. itoh, "Analysis of Leaf Spring using Finite Element Method with a Joint Element", ばね論文集, Vol.37, pp.39-46, 1992.
9. K. Chishima, "Hysteresis Characteristics of Laminated Spring (in the case of Small Amplitude)", ばね論文集, Vol.10, pp.38-45, 1964.
10. K. Chishima, "Hysteresis Characteristics of Laminated Spring (in the case of Large Amplitude)", ばね論文集, Vol.12, pp.74-79, 1967.
11. K. Chishima, Y. Kurihara, "On the Optimum Inter-leaf Friction Force of Laminated Spring," ばね論文集, Vol.16, pp.40-46, 1971.
12. H. Ota, T. Yamamoto, "The Effect of Interleaf Friction of Laminated Leaf Springs on their Vibration Characteristics", ばね論文集, Vol.18, pp.28-57, 1973.
13. K. Kato, T. Aoyama, "Calculation of Natural Frequencies and Modes of Leaf Springs depend on Successive Approximate Method", ばね論文集, Vol.14, pp.61-67, 1969.
14. K. Chishima, S. Takahashi, "Windup Vibration of Laminated Spring", ばね論文集, Vol.12, pp.80-86, 1967.
15. D. Cebon, "Simulation of the Response of Leaf Springs to Broad Band Random Excitation", Vehicle System Dynamics, Vol.15, 1986.
16. J. Song, Y. Maruyama, "Dynamic Characteristics of Leaf Spring by ADAMS Software", ばね論文集, Vol.38, pp.31-36, 1993.
17. W. Liu, "Nonlinear Analysis Theory of Single Leaf Steel Springs," SAE 8817441, 1988.
18. S. Aoyama, K. Yoshikawa, "Calculation of the Stress Distribution of Conventional Leaf Springs for Motor Truck Use," ばね論文集, Vol.22, pp.43-51, 1977.
19. ばね委員會, "Study on Lightness of Heavy Truck Leaf Spring", ばね論文集, Vol.23, pp.37-105, 1978.

20. S. Aoyama, "Considerations for Fatigue Life of Leaf Spring", *ばね論文集*, Vol.12, pp.3-12, 1967.
21. K. Ota, "On the Reliability of Leaf Spring," *ばね論文集*, Vol.15, pp.56-63, 1970.
22. Y. Komura, "Some Problems on Leaf Spring for Automobile", *ばね論文集*, Vol.11, pp.7-17, 1966.
23. J. Mikaila, "Two-stage Multi-leaf Spring Design", SAE 730272, 1973.
24. F. Rowland, "Variable Rate Leaf Springs-their Design and Characteristics", SAE 730271, 1973.
25. I. Takadera, "Oilhydraulically-controlled Taper Leaf Springs", *자동차기술*, Vol.38, No.10, 1984.