

공작 기계 벨트 구동계의 동적 해석

김 성 걸*, 이 신 영**, 이 장 무***

Dynamic Analysis on Belt-Drive System of Machine Tools

S. G. Kim*, S. Y. Lee**, J. M. Lee***

ABSTRACT

The needs of ultraprecision machine tools, which manufacture and machine the high precision parts used in computers, semiconductors and other precise machines, have been increased recently. So it is important to design the driving parts of the ultraprecision machine tools which affect significantly on the performance of them. In this paper, the dynamic analyses on the belt-drive system were studied. The correlational equations between the acoustic natural frequency and the tension of belt were derived by experiments. The dynamic deflections while the dynamic loads on the motor system changed were analyzed by the finite element analysis. The nonlinear characteristics of the bearings on the dynamic performance was studied and the belt connecting the motor to the spindle of a machine tool was modeled by the truss element and the beam element.

Key words : ultraprecision machine tools(초정밀 공작기계), driving parts(구동부), belt drive system(벨트 구동계), acoustic natural frequency(음향 고유진동수), F.E.M. (유한요소해석), nonlinear characteristics(비선형 특성)

I. 서 론

최근 컴퓨터, 반도체, 정밀 기기 등의 전자 부품의 정밀도는 서보 미크론 단위를 넘어 나노미터 수준을 요구하게 되었고, 이에 따라서 부품들을 가공하는 초정밀 가공기, 그 중에서도 구동부 설계의 중요성이 증대되고 있다. 초정밀 부품에 있어서는 가공 면의 표면 거칠기

와 형상 오차 등이 매우 중요한 요소로 작용하고, 이 요인들은 주축계의 동적 특성에 의해 크게 좌우되므로, 주축계와 직결되어 초정밀 가공 기계를 구동하는 구동 장치부의 동적 성능이 중요하게 된다.^[1-5]

세계적으로 초정밀 가공 기계는 미국, 일본, 유럽 등지의 몇몇 회사에서 제품을 제작하는 정도로 초기 생산 단계이며, 초정밀 가공 기계에 대한 동적 해석의 연구

* 서울대학교 정밀기계설계 공동연구소

** 군산대학교 생산기계공학과

*** 서울대학교 기계설계학과

는 미미한 실정이다. 국내에서도 레이저 프린터 및 캠코더 등의 초정밀 가공 부품에 대한 수요는 크지만, 초정밀 부품을 대부분 수입에 의존하고 있으며, 소수의 국내 가공 제품도 수입된 가공 기계로 제작되고 있다. 미국, 일본 등에서도 초정밀 가공 기계에 대한 기술은 부가 가치가 크므로 기술이전을 기피하고 있다. 따라서 이에 대한 연구가 선행되어야 한다. 초정밀 공작 기계 주축의 동력 전달방법으로는, 모터와 보조 주축 또는 주축을 마그네틱 커플링으로 직결하는 방식과, 모터와 주축부를 분리하여 벨트로 동력을 전달하는 방식 등 두 가지 방법이 있으며,^{2·3)} 본 연구에서는 이 2가지 방식중 벨트 구동용 주축연구에 주안점을 두었다. 벨트 구동용 주축시스템을 해석하기 위하여 장력 측정 실험 및 유한 요소 모델에 의한 동적 해석을 수행하였으며, 이들 해석 결과는 초정밀 공작 기계의 설계 자료로 사용될 수 있다.

II. 벨트의 장력 및 등가 강성 결정

1. 벨트의 장력 측정 실험

(1) 실험 방법 및 장치

벨트의 성능과 수명은 벨트 설치시 설정된 장력에 의존한다.^{2,7)} 장력이 크면, 베어링에 과하중을 일으키고, 벨트와 베어링의 수명을 단축시킨다. 반대로 장력이 작으면, 미끄럼 현상이 발생되고, 벨트가 신속히 마모된다. 벨트의 장력 측정 방법중, 장력과 시스템의 1차 음향 고유 진동수와의 관계식을 실험 측정하는 방법⁶⁾이 사용되었고, 측정 장치중에서 코라비스 장력계를 사용하는 대신 마이크로폰을 사용하였다. Photo 1은 음향 고유 진동수와 벨트의 장력 간의 상관 관계식을 도출하

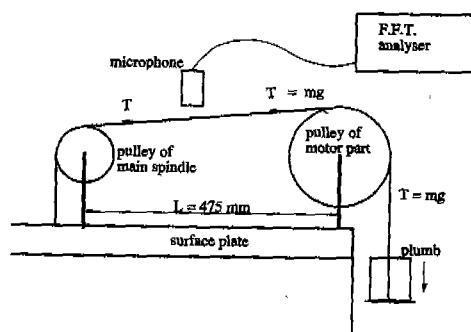


Fig. 1 Schematic diagram of experimental set-up

기 위한 실험 장치 사진이다.

Fig. 1은 벨트의 장력을 측정하는 장치이며, 각 장치의 명칭을 도시하고 있다. 실험 방법을 설명하면 다음과 같다. 첫째, 벨트를 스크류 드라이버로 타격한 후, 그 음향신호를 마이크로폰으로 측정하고, 마이크로폰과 F.F.T. 분석기를 연결하여, 시간 영역에서 여러 번의 음향 신호를 함께 평균한 다음, 후리에(Fourier) 변환을 하여 주파수 영역에서 출력 신호를 분석하여 1차 고유진동수를 측정한다. 둘째, 장력(T)에 해당되는 질량(m)은 15.9, 20.9, 25.9, 30.9, 35.9kg으로 변화 시키면서 그때의 1차 고유 진동수와 2차 고유 진동수를 측정한다. 실험에서 사용한 V 벨트의 길이(L)은 475.0mm이고, 벨트의 형상은 두께 8.5mm, 외측 폭 12.0mm, 내측 폭 6.5mm의 사다리꼴 형상이다.

(2) 실험 결과

다양한 하중하에서 구한 1차 음향 고유진동수를 Table 1에 제시하였다.

Table 1 Correlations between mass of plumb and 1st natural frequency

m(kg)	1st Natural Frequency(Hz)
15.9	46.0
20.9	52.4
25.9	56.5
30.9	62.3
35.9	66.5

위에서 구한 장력과 1차 고유 진동수와의 관계식을 도출하기 위해 커브핏팅(curve fitting)프로그램을 작

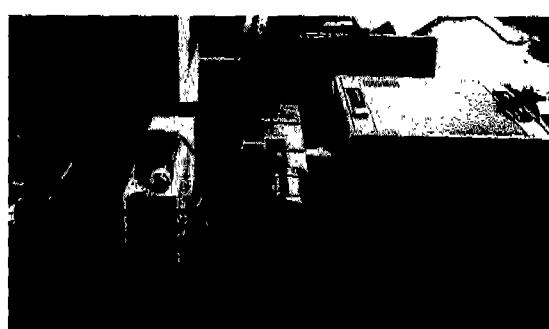


Photo 1 Measurement of tension by using microphone

성하여 계산한 결과, J.N.Fawcett가 제시한 (1)식⁹ 보다 다음의 (2)식으로 계산하는 것이 오차가 적었다.

$$T = A + Bf^2 \quad (1)$$

$$T = A_0 + A_1f + A_2f^2 \quad (2)$$

위에서 구한 각 계수의 값은 다음과 같다.

$$A_0 = -70.9488, A_1 = 1.6201, A_2 = 0.0714$$

(3) 실험 결과의 검토

マイクロ폰을 이용하여 각 장력에 대한 1차 음향 고유 진동수의 특성 곡선을 작성하였고, 그 결과 장력(T)과 1차 고유 진동수 사이의 관계식을 도출하였다. 또한, 벨트의 장력 측정 방법으로 벨트의 음향 고유 진동수 측정법의 타당함을 알 수 있었다.

2. 인장 실험

(1) 실험 방법 및 장치

유한 요소 해석을 위한 예비 실험 단계로 장력 변화에 따른 벨트 모델을 구현하기 위해 너비가 30.0mm인

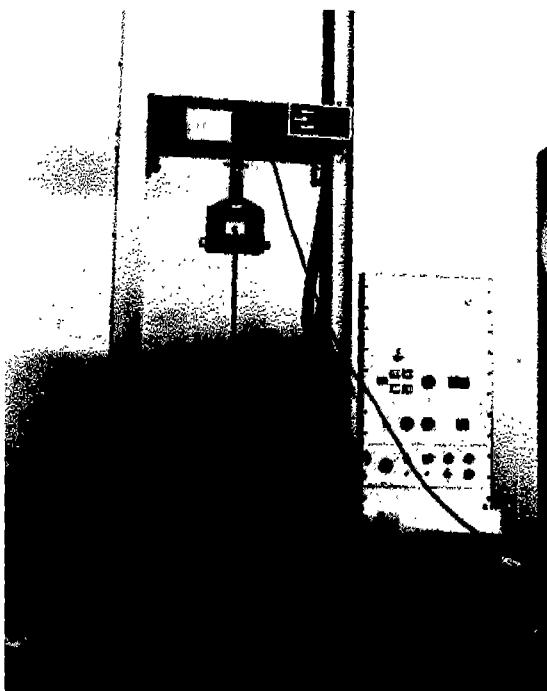


Photo 2 Tensile test set-up of V-belt

고, 두께가 4.8mm인 평벨트와 앞 절에서 제시된 V-벨트에 대해 인장 실험을 수행하였다. 실험 방법으로는 2종류의 벨트에 대해 벨트의 길이(L)를 300, 400, 450mm로 변화 시키면서, 장력과 변위와의 관계식을 유도하였다. Photo 2는 인장 실험 장치를 나타낸 것이다.

(2) 실험 결과

각 길이별 인장 실험 결과는 인장 시험기에 연결된 플로터를 사용하여 장력과 변위간의 자료를 얻는다. 이 자료중 장력이 작은 범위내에서 많은 자료를 취하고, 장력을 1000N까지 변화시켜 장력에 대한 변위를 도출한다. 실험에서 획득한 자료를 이용하여 커브 펫팅 프로그램을 수행한 결과는 다음과 같다.

$$a. \text{ Flat belt} : T = A_0 + A_1\delta + A_2\delta^2 \quad (3)$$

$$b. \text{ V-belt} : T = A_0 + A_1\delta + A_2\delta^2 + A_3\delta^3 + A_4\delta^4 \quad (4)$$

위에서 제시된 평벨트에서의 2차식 각 계수와 V 벨트에서의 4차식 각 계수들은 Table 2, Table 3에 나타내었다. 유한 요소 모델을 구성하기 위해 벨트의 등가 강성을 다음과 같이 도출하였고, 길이에 따른 벨트의 등가 강성치의 변화는 Table 4에 지시하였다.

a. 평 벨트의 등가 강성

Table 2 Correlations between tension and displacement of flat belts

Shape of Func.	$T = A_0 + A_1\delta + A_2\delta^2$			
	Coeff	A_0	A_1	A_2
Length of Belt				
300(mm)		-0.952	26.4	0.783
400(mm)		-2.247	22.4	0.445
450(mm)		-2.648	19.0	0.354

Table 3 Correlations between tension and displacement of V-belts

Shape of Func.	$T = A_0 + A_1\delta + A_2\delta^2 + A_3\delta^3 + A_4\delta^4$					
	Coeff	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
Length of Belt						
300(mm)		-5.838	154.8	12.93	-3.906	0.2348
400(mm)		-11.07	137.4	9.37	-2.456	0.1327
450(mm)		-19.73	75.57	15.02	-2.277	0.0865

$$T = A_0 + A_1\delta + A_2\delta^2$$

$$T/\delta = (k_{fb})_{eq} = (A_0 + A_1\delta + A_2\delta^2)/\delta = EA/L \quad (5)$$

L: 사용된 벨트의 길이

A: 평벨트의 단면적 (144.635 mm²)

평 벨트의 E값 계산

b. V 벨트의 등가 강성

Table 4 Equivalent stiffnesses and elastic moduli of belts (T=300N)

Type	V-Belt		Flat Belt	
Length of Belt (mm)	Equiv. Stiff. (kN/m)	Elastic Modulus (MN/m ²)	Equiv. Stiff. (kN/m)	Elastic Modulus (MN/m ²)
300	163.7	624.6	32.34	69.17
400	142.1	723.4	26.07	74.86
450	97.0	555.2	22.30	72.52

$$T = A_0 + A_1\delta + A_2\delta^2 + A_3\delta^3 + A_4\delta^4$$

$$(k)_{eq} = (A_0 + A_1\delta + A_2\delta^2 + A_3\delta^3 + A_4\delta^4)/\delta = EA/L \quad (6)$$

V 벨트, 폴리플렉스 벨트, 타이밍 벨트의 E값 계산

(3) 실험 결과의 검토

각 벨트에 대한 장력과 변위량 간의 관계식을 작성하여, V-벨트, 폴리플렉스 벨트, 타이밍 벨트는 4차식으로 평 벨트는 2차식으로 장력과 변위량간의 함수를 도출하였다. 또한, 각 벨트에 대한 식으로부터 유한 요소 모델에 필요한 벨트의 등가 강성을 도출하였다.

III. 벨트 구동계의 수치 해석

1. 벨트 구동용 주축 모델링

벨트 구동계를 해석하기 위해서는 벨트 뿐만 아니라 모터부와 주축부 및 풀리부를 동시에 해석해야 한다.^{7), 9), 10)} 본 연구에서는 모터부, 벨트 풀리부, 주축부 등 3부분으로 구성된 벨트 구동용 주축 시스템을 모델링하여 유한 요소 해석을 실시하였다. 해석 방법은 동 하중에 따른 동적변위 해석을 수행하였다. 모델링에서의 좌표 시스템은 x축은 주축과 모터축 방향, y축은 주축과 벨트의 직교 방향이고, z축은 벨트의 길이 방향을

나타낸다. 각 구성 요소에 대한 상세 모델링은 다음과 같으며, Photo 3은 벨트 구동용 주축계의 모델링을 나타낸다.

(1) 모터부

Fig. 2는 모터부의 모델링을 도시하고 있으며, 좌측 단의 풀리를 집중질량 (-y 방향)으로 장력(T)은 z 방향

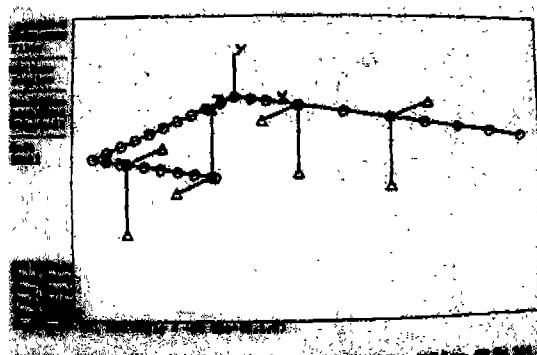


Photo 3 Modeling of spindle system for belt drive

으로 작용한다. 모터 축은 절점수를 11개로 하고, 9개의 보요소로 모델링하였으며 물성치는 Table 5와 같다.

모터 지지용 블래어링은 NSK 단열 깊은 흠 베어링 (6204zz, 6304zz)이다. 각 베어링에 대해 2개의 트러스 요소로 모델링하여 4개의 트러스 요소로 계산하였으며, 절점수는 4개, 단면 형상은 4개이다. y, z 방향의 작용하중에 따라 트러스의 방향 결정하였다. y 방향의 작용 하중은 모터축(분포 하중)과 풀리(집중 질량) 등의 질량이고, z 방향의 하중은 벨트의 장력(T)이다. 이 때, 트러스 요소의 길이(L)는 10mm, E값은 2.0×10^{11}

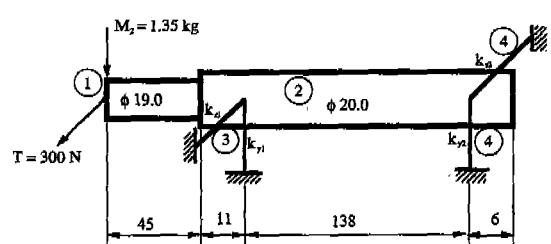


Fig. 2 Modeling of motor part

Table 5 Physical properties of motor part

	Section 1	Section 2
Diameter (D) (mm)	19.0	20.0
Sectional Area (A) (mm ²)	283.53	314.16
Moment of Inertia (mm ⁴)	6397.1	7854.0
Polar Moment of Inertia (mm ⁴)	12794.2	15708.0

N/m²이고, $(k_b)_{eq}$ 값은 (5)식에 의해 결정된다. 베어링에 작용하는 하중과 변형량 관계식을 이용하여 프로그램¹¹⁾을 작성한 후, $(k_b)_{eq}$ 값을 도출하였다(하중과 변형량 사이에 비선형 관계식 성립). 위에서 계산된 제어링 강성 값을 (5)식에 대입하여 $(k_b)_{eq}$ 에 대한 A값을 도출하였다. 계산된 베어링 강성중, k_{y1} , k_{y2} 는 일정한 값을 가지며 k_{z1} , k_{z2} 는 벨트의 장력에 따라 변하게 된다.

(2) 주축부

Fig. 3은 주축부 모델링을 도시하고 있으며, 좌축단에 있는 풀리를 집중질량(-y 방향)으로, 장력 T는 z 방향으로 작용한다. 주축은 절점수 11개, 요소수 9개의 보요소로 모델링하였으며, 물성치는 Table 6에 나타난 바와 같다.

주축 지지용 볼 베어링은 FAG 자동 조심 볼 베어링을 사용했으며, 각 베어링에 대해 2개의 트러스 요소로 모델링하여, 전체를 4개의 트러스 요소로 모델링하였다. 절점수는 4개, 단면 형상도 4개로 모델링하였다. y, z 방향의 작용 하중에 따라 트러스의 방향을 결정하였으며, y 방향은 주축(분포 질량)과 풀리(집중 질량)의 질량을, z 방향은 벨트의 장력(T)을 고려하였다. 모터 지지용 볼 베어링을 모델링할 때, 적용된 동일한 (5)식을 이용하여 $(k_b)_{eq}$ 값을 도출하였다.

(3) 벨트부

벨트를 보요소(굽힘강성)와 트러스 요소로 모델링하고, 각 모델에 대한 탄성성을 연구하였다. 벨트를 트러스 요소로 모델링할 때에, 인장시험 결과로 구한

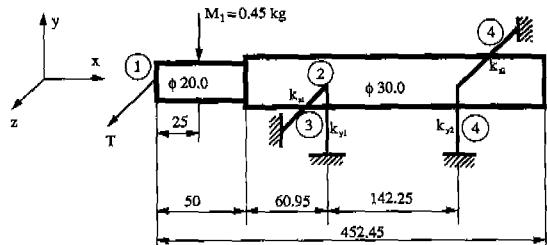


Fig. 3 Modeling of spindle system

$(k_b)_{eq}$ 값을 사용하였고, n개의 요소 사용시 n개의 등가 스프링이 직렬로 연결되어 있다고 가정하였다. (5)식에서 L, A, $(k_b)_{eq}$ 값을 알고 있으므로 E값을 계산하여 Table 7에 제시하였다.

Table 7 Equivalent stiffnesses and elastic module of belts (T=300N)

Type	V-Belt	Flat Belt
Length of Belt (mm)	Equiv. Stiff. (kN/m)	Elastic Modulus (MN/m ²)
300	163.7	624.6
400	142.1	723.4
450	97.0	555.2
	Equiv. Stiff. (kN/m)	Elastic Modulus (MN/m ²)
	32.34	69.17
	26.07	74.86
	22.30	72.52

벨트를 보요소로 모델링할 때는, 트러스 요소 모델에서 구한 E값을 사용하였고, 단면적 A에 대해 등가의 원형 보요소로 재 모델링하였다. 즉, 단면적을 구하는 (7)식에서 D를 도출하고, x, y 방향의 관성 모우멘트는 (8)식에서, 축(z) 방향 관성 모우멘트는 (9)식에서 계산하였다.

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 \quad (7)$$

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{\pi}{64} D^4 \quad (8)$$

$$I_{zz} = \frac{\pi}{32} D^4 \quad (9)$$

2. 해석 결과

2가지 종류의 벨트에 대해, 벨트를 트러스 요소로 보요소로 모델링하여 동하중에 따른 동적 변위를 해석하였다. 이 때, 동하중의 크기는 모터의 불평형 질량 m

Table 6 Physical properties of spindle system

	Section 1	Section 2
Diameter (D) (mm)	20.0	30.0
Sectional Area (A) (mm ²)	314.16	706.86
Moment of Inertia (mm ⁴)	7854.0	39760.8
Polar Moment of Inertia (mm ⁴)	15708.0	79521.6

과 변형량 e 에 의해 모터부에 (10)식을 적용(y, z방향)하여 계산하였다.

$$F = me\omega^2 \sin \omega t \quad (10)$$

계산에 적용된 해석 조건은 다음과 같다.

- a. 시간 간격 : $\Delta t=0.002$ 초(sec.)
- b. 시간 간격의 수 : 41개

Photo 4~Photo 7은 장력(T)을 300N으로 고정하고, 시간 간격에 따른 동적 변위의 해석 결과를 도시하고 있으며, Table 8~Table 10은 동적 해석 결과를 나타낸 것이다.

3. 해석 결과의 검토

유한 요소 해석을 수행하여 다음과 같은 결과를 도출하였다.

(1) 인장 실험의 결과로 V-벨트 보다 평 벨트가 유연한 재질(flexible material)임을 입증하였으며, 재질이 유연하고, 벨트의 길이가 길수록 주축 우측단의 변형이 작아짐을 알 수 있었다.

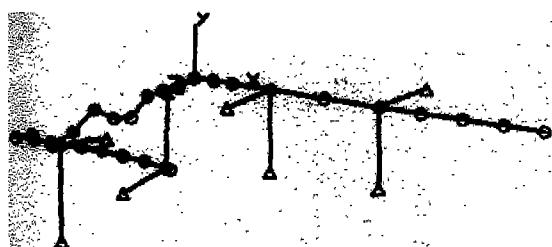


Photo 4 Results of dynamic analysis($T=300.0N$, $L=400.0mm$) for V-belts

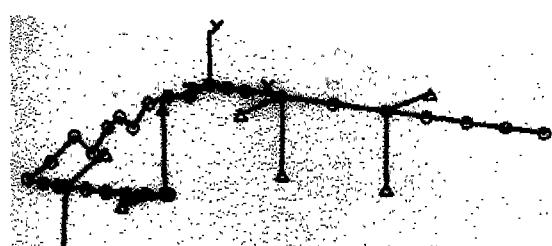


Photo 5 Results of dynamic analysis($T=300.0N$, $L=450.0mm$) for V-belts

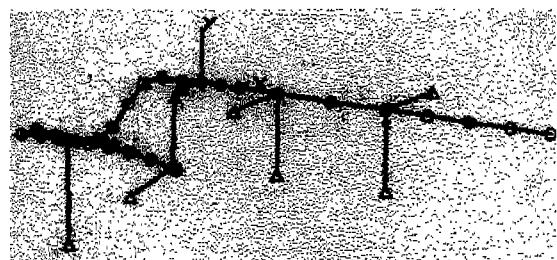


Photo 6 Results of dynamic analysis($T=300.0N$, $L=400.0mm$) for flat belts

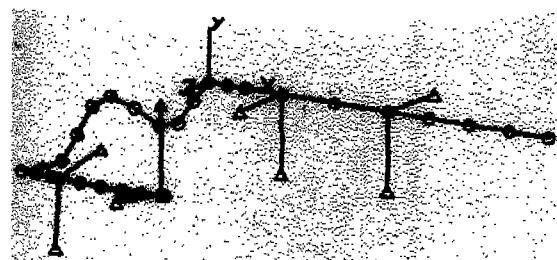


Photo 7 Results of dynamic analysis($T=300.0N$, $L=450.0mm$) for flat belts

(2) 벨트를 모델링할 때, 트러스 요소 보다는 보요소가 타당함을 동하중 해석 결과로 알 수 있었다. 이는, Table 8에서 제시된 것과 같이 모터의 불평형 질량에 의한 편심력을 y, z 방향으로 적용시킨 결과, 트러스 요소로 모델링한 경우에는 스프링과 같은 성질을 갖고 있으므로 벨트의 단면 방향인 z 방향으로만 변위가 발생되었으나, 보요소에서는 벨트이 단면 방향인 z 방향 뿐만 아니라 x, y 방향으로도 변위량이 계산되었다.

(3) 모터부에 작용하는 동하중이 증가할수록 주축 우측단의 변형량이 증가하였다.

(4) 장력이 증가할수록 주축 우측단의 x 방향 변형량은 증가하나, y, z 방향의 변형량은 감소하였다. 그 이유로는, 불 베어링의 강성은 작용하는 하중에 비선형적으로 비례하므로, 장력이 증가할수록 z 방향의 강성이 증가되어 y, z 변형량이 감소하였다. 그러나 주축을 공기 베어링용 주축으로 사용할 경우, 반경 방향의 강성과 축 방향의 강성이 압축기의 공기압에 따라 일정한 값으로 설정되어 있으므로 장력이 증가할수록 변형량이 증가된다.

(5) 위의 결과로, 벨트에 의한 진동 절연 효과가 극대임을 알 수 있었다. 또한, 초정밀 공작 기계의 주축

Table 8 Analysis of dynamic displacement ($F_{eq}=10.0\text{N}$, Tension T=300.0N)

(a) V-belt

(μm)

Length(mm)	Modeling Max. Disp. Direction	Truss Element						Beam Element					
		Left Side of Motor			Right Side of Spindle			Left Side of Motor			Right Side of Spindle		
		x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
300	0.0	3.663	1.192	0.0	0.0	0.025	0.187	3.663	2.44	0.159	0.0029	0.0067	
400	0.0	3.664	1.23	0.0	0.0	0.0031	0.131	3.941	2.243	0.083	0.0025	0.0127	
450	0.0	3.664	1.232	0.0	0.0	0.0021	0.062	3.663	2.461	0.074	0.0091	0.004	

(b) Flat belt

(μm)

Length(mm)	Modeling Max. Disp. Direction	Truss Element						Beam Element					
		Left Side of Motor			Right Side of Spindle			Left Side of Motor			Right Side of Spindle		
		x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
300	0.0	3.664	1.234	0.0	0.0	0.0009	0.071	3.664	2.491	0.066	0.0023	0.0019	
400	0.0	3.664	1.234	0.0	0.0	0.0008	0.077	3.943	2.289	0.058	0.0029	0.035	
450	0.0	3.665	1.234	0.0	0.0	0.0008	0.055	3.665	2.501	0.05	0.001	0.016	

Table 9 Analysis of dynamic displacement by beam element modeling of belts ($F_{eq}=10, 50, 100, 400\text{N}$, length of belt (L) = 400mm, T=300N)(μm)

$F_{eq}(\text{N})$	Belt Type Max. Disp. Direction	V-Belt						Flat Belt					
		Left Side of Motor			Right Side of Spindle			Left Side of Motor			Right Side of Spindle		
		x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
10	0.131	3.941	2.243	0.083	0.0025	0.0127	0.077	3.943	2.289	0.058	0.0029	0.0035	
50	0.643	18.32	12.23	0.408	0.0081	0.029	0.379	18.32	12.49	0.284	0.0092	0.0081	
100	1.308	39.42	22.43	0.835	0.0043	0.1266	0.765	39.43	22.89	0.578	0.0289	0.0355	
400	5.144	146.5	97.81	3.267	0.0653	0.232	3.028	146.6	99.9	2.276	0.074	0.0645	

Table 10 Analysis of dynamic displacement by change of tension ($F_{eq}=10\text{N}$, length of belt (L) = 400mm)(μm)

Tension(N)	Belt Type Max. Disp. Direction	V-Belt						Flat Belt					
		Left Side of Motor			Right Side of Spindle			Left Side of Motor			Right Side of Spindle		
		x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
50	0.895	36.63	35.72	0.7082	0.0173	0.3463	0.514	36.64	36.54	0.4903	0.018	0.1186	
100	1.052	36.63	30.56	0.741	0.0168	0.2126	0.578	36.64	31.26	0.5053	0.0182	0.0657	
200	1.168	36.63	26.35	0.7628	0.0157	0.1127	0.658	36.64	26.94	0.5206	0.0184	0.0321	
300	1.308	39.42	22.43	0.835	0.0043	0.1266	0.765	39.43	22.89	0.578	0.0289	0.0355	

인 공기 베어링용 주축을 사용할 때에는, 허용된 공간 내에서 벨트의 길이를 길게 하고, 장력을 작게하여 구동계를 설치하면, 모터에 의한 영향을 최소화할 수 있다.

IV. 결 론

정밀 가공기의 구동부 설계를 위해, 벨트 구동용 주축 시스템을 구성하고 이에 대한 실험과 수학적 해석을 수행하였다. 수학적 해석에 앞서 구성된 벨트 구동용 주축 시스템에 대해, 장력 측정 실험 및 벨트의 등가 강성을 도출하기 위한 인장 실험을 실시하였으며, 실험에서 획득한 자료를 사용하여 벨트 구동용 주축 시스템의 유한요소 해석을 수행하였다. 벨트 구동계를 유한 요소 모델링하기 위해, 모터부, 벨트부, 주축부 등 3 부분으로 구분하였으며, 모터부와 주축부를 지지하는 베어링은 베어링에 작용하는 하중에 따라 비선형적으로 등가 강성이 변하므로, 이 관계를 이용하여 베어링 강성의 비선형성을 고려한 프로그램을 작성하였으며, 각각의 작용 하중에 따른 등가 강성을 도출하여 트러스 요소로 모델링하였다. 해석방법은 모터의 불평형 질량에 의한 편심력을 변화시키면서 동적 변위 해석을 수행하였다.

또한, 벨트의 모델로 트러스와 보요소를 사용하여 보요소 모델의 타당성을 입증하였고, 베어링의 등가 강성이 일정할 경우에 벨트의 길이가 길고, 장력이 작을수록 전달되는 동적 변위가 작아짐을 확인하였다.

참고문헌

1. 鄭寅聖, 提正臣, 伊東誼, “V-belt 구동계의 진동특성에 관한 연구”, 대한기계학회 논문집, 제6권, pp. 93-99, 1982.
2. 大田眞土, “最近の高速スピンドルと磁氣軸受”, 機械の研究, 第39卷 第8號, pp. 901-907, 1987.
3. 田中克敏, “超精密工作機械のダイナミクス”, 機械の研究, 第42卷, pp. 125-134, 1990.
4. 薄木雅雄, “超精密加工技術とその實例”, 機械の研究, 第38卷, pp. 990-1004, 1986.
5. 尾上佳史, 萩原憲明, “歯付ベルトの歯飛び現象に関する研究”, 日本機械學會論文集(C編), 第54卷, pp. 1458-1463, 1988.
6. J. N. Fawcett, J. S. Burdess and J. R. Hewit, “Belt Natural Frequency as an Indicator of Belt Tension”, Proceedings of the 1989 International Power Transmission and Gearing Conference, ASME, pp. 25-29, 1989.
7. K. W. Wang, “Dynamic Stability Analysis of High Speed Axially Moving Bands with End Curvatures”, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 113, pp. 62-68, 1991.
8. G. Gerbert, “Tooth Action in Chain and Timing Belt Drives”, Proceedings of the 1989 International Power Transmission and Gearing Conference, ASME, pp. 81-89, 1989.
9. K. W. Wang and C. D. Mote Jr., “Vibration Coupling Analysis of Band/Wheel Mechanical Systems”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 109, pp. 237-258, 1986.
10. N. C. Perkins, “Linear Dynamics of a Translating String on a Elastic Foundation”, Journal of Vibration and Acoustics, ASME, Vol. 112, pp. 2-7, 1990.
11. 김 성결, “베어링의 비선형 특성을 고려한 주축계 동특성 해석 연구”, 서울대학교 석사 학위 논문, 1988