

평쳐드 트렐리스 부호화된 위상주파수 변조

Punctured Trellis Coded Phase Frequency Shift Keying

홍성권 · 송왕철 · 박성경 · 송명규 · 강창언

Sungkwon Hong · Wangcheol Song · Sungkyeong Park · Myeongkyu Song · Changeon Kang

요 약

평쳐드 트렐리스 부호화된 변조시스템은 평쳐드 부호의 구조를 이용하여 복호화하므로써 Ungerboeck형태의 트렐리스 부호화된 위상주파수변조와 거의 같은 성능을 가지면서 더 낮은 복잡도를 가진다. 본 논문에서는 평쳐드 트렐리스 부호화된 위상주파수변조(Punctured Trellis Coded Phase Frequency Shift Keying)에 대하여 자유 유클리드 거리, 생성다항식, 복잡도 등의 관점에서 논하고 그 성능을 Padovani와 Wolf에 의해 제시된 트렐리스 부호시스템과 비교하여 분석한다. 또한, 위상주파수 변조시스템에서 평쳐드 트렐리스 구조의 메트릭 왜곡을 피하기 위하여 적절하게 메트릭 값을 지정하는 방법과 시뮬레이션 결과가 제시된다.

Abstract

In this paper, application of PTCM to 2FSK/4PSK signals is studied. The generator polynomial of punctured trellis coded 2FSK/4PSK, metric computation techniques, decoding complexity considerations are provided. Simulation results shows that PTCM of 2FSK/4PSK achieves equal coding gain in comparison to Padovani and Wolf's system with less decoding complexity.

I. 서 론

위상주파수변조(Phase Frequency Modulation)는 위상변조가 단일 반송파에서 여러 개의 위상을 이용하여 이산적인 정보를 전송하는데 반하여 위상뿐만아니라 여러개의 주파수를 사용하여 정보를 전송한다. 주파수들을 여러개 사용하므로써 대역폭의 증가를 야기시키지만, 신호간의 유클리드 거리(Euclidean distance)특성이 좋아지기 때문에 트렐리스 부호를 적용시키는 경우 위상변조에 적용된 경우보다 큰 자유 유클리드 거리를 가진다. [2]

평쳐드 트렐리스 부호화는 콘볼루션 부호에서의

평쳐드기법을 트렐리스 부호화에 적용시킨 것으로 에러성능(error performance)에 있어서 트렐리스 부호변조와 거의 같은 성능을 가지면서 복호기단에서 낮은 복잡도(complexity)를 가진다. 따라서 구현하기가 간단하고 하드웨어 구성을 보다 용이하게 할 수 있는 가능성을 제공한다. 또한, 일반적으로 평쳐드 부호복호기는 1/2 콘볼루션 Viterbi 복호기를 기본으로 하는데 ASIC에 의해 하나의 칩에 복호기를 구성하는 경우, 이에 대한 상용화는 이미 이루어진 상태이므로, 기존 기술을 보다 직접적으로 적용할 수 있다는 장점을 가진다.

평쳐드 트렐리스 부호에 대하여 복호하는 경우,

하나의 채널심볼에 여러 개의 트렐리스 가지(trellis branch)가 할당되고 하나의 채널심볼로부터 이러한 가지 값을 위한 메트릭을 추출해야 한다. 적절하게 메트릭 값을 지정하지 못하는 경우, 발생다항식이 적절하게 선택되었음에도 불구하고 그에 해당하는 에러성능을 얻을 수 없다. [3]에서는 위상변조에 있어서 메트릭 왜곡(metric distortion)을 제거하기 위해 기본적으로 갖춰야 할 조건들을 제시하고 트렐리스 구조에 적절한 제한들(constraints)을 부과하였다. 또한 메트릭값을 구하는 단위기본벡터(unit base vector)들을 트렐리스 단계에 따라 다르게 하였다.

본 논문에서는, 평쳐드 트렐리스 부호변조를 위상 주파수변조에 확장하여 메트릭지정방법과 복잡도에 관하여 논하고, Padovani 방식과 같은 성능을 가지는 평쳐드 트렐리스 부호의 발생다항식, 시뮬레이션 결과를 보이고 분석한다.

II에서 위상주파수변조에 대하여 간단하게 설명하고, III에서 평쳐드 트렐리스부호에 대하여 메트릭 값을 지정하는 방법과 복잡도에 대하여 논하여, IV에서 발생다항식과 시뮬레이션결과를 제시한다.

II. 위상주파수변조

위상주파수변조는 Padovani와 Wolf에 의해 처음 제안되어진 변조방식으로 여러개의 주파수를 사용하고 각각의 주파수를 위상변조시킨다. 따라서 입력되는 정보 비트중 일부만이 주파수를 결정하고 나머지가 위상을 결정하여 정보를 변조시킨다. 예를 들어 두 개의 주파수와 네개의 위상을 사용하는 경우 위상주파수변조신호는 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$s(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos[(w_c \pm \frac{h\pi t}{T}) - \phi_i], 0 \leq t \leq T$$

$$\phi_i \in \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}, \text{ 또는 } \phi_i \in \{\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4\}$$

위에서 h 는 변조지수(modulation index)로서 주파수 스펙트럼상에서 주파수 사이가 얼마나 떨어져 있는가를 나타낸다.

T 는 심볼구간, w_c 는 캐리어각주파수, ϕ_i 는 변조되어지는 주파수의 위상을 나타내며 $w_c - \frac{h\pi}{T}$ 와 $w_c + \frac{h\pi}{T}$ 는 변조되어지는 두개의 각주파수를 나타낸다. 위의 경우에 주파수와 위상에 의해 심볼당 전송되는 정보비트는 3비트가 된다.

위상변조의 경우 기저대역신호는 성상도(constellation)상의 한점으로 표현되어질 수 있다. 따라서 이차원 평면상의 한점으로 표현된다.

두개의 주파수를 사용하고, $h=1$ 인 경우 주파수는 직교성(orthogonality)이 만족되어 위상주파수 변조신호는 각각의 주파수가 이차원으로 표시가능하므로 사차원상의 한점으로 표현될 수 있다. h 가 1보다 작은 경우, 직교성이 성립되어지지 않으므로 h 가 변화됨에 관계없이 직교성을 보장하기 위해서 다음과 같은 식에 의해 좌표축을 구성할 수 있다.

$$\Psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t + h\pi \frac{t}{T}]$$

$$\Psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin [w_c t + h\pi \frac{t}{T}]$$

$$\Psi_3(t) = \frac{1}{\sqrt{D}} \{ \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t - h\pi \frac{t}{T}] - c_1 \Psi_1(t) - c_2 \Psi_2(t) \}$$

$$\Psi_4(t) = \frac{1}{\sqrt{D}} \{ \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t - h\pi \frac{t}{T}] + c_2 \Psi_1(t) - c_1 \Psi_2(t) \}$$

여기서 $\Psi_1(t)$, $\Psi_2(t)$, $\Psi_3(t)$, $\Psi_4(t)$ 는 h 의 변화에 상관없이 직교성이 만족되는 단위 좌표벡터이고, 이 단위벡터들로써 좌표축을 구성하면, $w_c - \frac{h\pi}{T}$ 의 주파수평면에서 (c, d) , $w_c + \frac{h\pi}{T}$ 의 주파수평면에서 (a, b) 의 좌표값을 갖는 경우, 이것을 직교좌표축으

로 변환하면 다음과 같이 표현되어질 수 있다.

$$a\sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t + h\pi \frac{t}{T}] = a\Psi_1(t) + (c_1 - c_2)\Psi_1(t)$$

$$b\sqrt{\frac{2}{T}} \sin [w_c t + h\pi \frac{t}{T}] = b\Psi_2(t) + (c_1 - c_2)\Psi_2(t)$$

$$c\sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t - h\pi \frac{t}{T}] = c\frac{1}{\sqrt{D}} \Psi_3(t)$$

$$d\sqrt{\frac{2}{T}} \sin [w_c t - h\pi \frac{t}{T}] = d\frac{1}{\sqrt{D}} \Psi_4(t)$$

여기서, $c_1 = \frac{\sin 2\pi h}{2\pi h}$, $c_2 = \frac{1 - \cos 2\pi h}{2\pi h}$, $D = 1 - c_1^2 - c_2^2$ 이다.

위식에서 알 수 있듯이 (a, b) , (c, d) 좌표가 $(a+c_1 - c_2, b+c_1+c_2, \frac{c}{\sqrt{D}}, \frac{d}{\sqrt{D}})$ 로 변환된다.

$h=0.5$ 인 경우에 위식을 적용하여 신호를 사차원 상에 표현하면 다음과 같다.

먼저, $c_1 = 0$, $c_2 = \frac{2}{\pi} = 0.6366$, $D = 0.5947$ 이 되고, 따라서,

$$s_0 = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t + \frac{h\pi}{T}t]: (1, 0, 0, 0)$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t - \frac{h\pi}{T}t]: (0, 0.6366, 0.7712, 0)$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t + \frac{h\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}]: (0, 1, 0, 0)$$

$$s_3 = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t - \frac{h\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}]: (-0.6366, 0, 0, 0.7712)$$

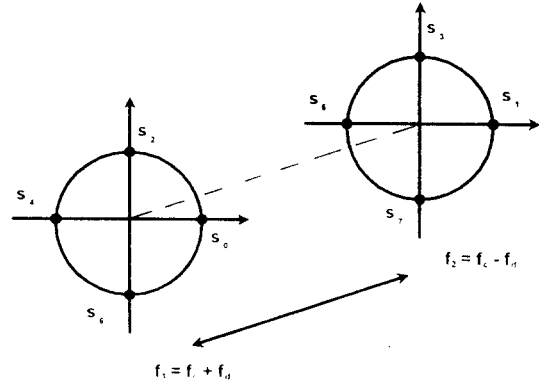
$$s_4 = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t + \frac{h\pi}{T}t - \pi]: (-1, 0, 0, 0)$$

$$s_5 = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t - \frac{h\pi}{T}t - \pi]: (0, -0.6366, -0.7712, 0)$$

$$s_6 = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t + \frac{h\pi}{T}t - \frac{3}{2}\pi]: (0, -1, 0, 0)$$

$$s_7 = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos [w_c t - \frac{h\pi}{T}t - \frac{3}{2}\pi]: (0.6366, 0, 0, -0.7712)$$

위의 신호들을 도식적으로 표현하면 [그림 1]과 같다.



[그림 1] 2FSK/ 4PSK 신호성상도

그림에서 $w_c = 2\pi f_c$, $f_d = \frac{h}{2T}$ 의 관계를 가진다.

주파수위상변조의 신호집합분할(set partitioning)은 <표 1>과 같이 나타낼 수 있다. $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2$ 는 각 신호집합 분할단계에 있어서 집합사이의 최소거리이다. 첫번째 단계의 최소거리 Δ_0 는 f_1, f_2 주파수 사이에서 결정되고, 변조지수와 각 주파수의 신호성상도에 따라 그 크기가 달라진다. 변조지수 h 가 0.5인 경우에 [그림 1]에 나타나 있는 것과 같이 f_1, f_2 에서의 위상구성이 같을 때 최대의 Δ_0 를 가진다. $h = 0.25, 0.5$ 인 경우에 있어서는 f_1 주파수의 위상과 f_2 주파수의 위상이 $\frac{\pi}{4}$ 만큼 엇갈릴 때 최대의 Δ_0 를 갖는다.

<표 1> 2FSK/ 4PSK 신호집합분할

변조지수 신호집합거리	$h=0.25$	$h=0.50$	$h=0.75$	$h=1.00$
Δ_0	0.727	1.100	1.575	2.0
Δ_1	2	2.0	2.0	2.0
Δ_2	4	4.0	4.0	4.0

III. 펄처드 트렐리스부호화 변조(Punctured TCM)

펄처드 부호는 본래 부호화율이 높은 콘볼루션부호의 구성이 어려운 점때문에 고안된 방식으로 부

호화율이 낮은 부호의 일부분을 부호에서 제외시켜 부호화율이 높은 부호를 구성하려는 시도에서 제안되어졌다.

평처드 콘볼루션 부호는 부호화율이 낮은 부호의 부호화기 출력비트 심볼들 중 특정 패턴에 의해 주기적으로 몇 개의 비트 심볼들을 제거(puncturing) 하므로써 높은 부호화율을 얻는 콘볼루션 부호를 말한다. 이 때 제거되는 심볼들을 규정하는 특정 패턴을 평처드 부호의 perforation패턴이라하여 일반적으로 행렬로서 표현한다.

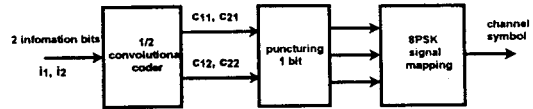
$R = 1/v_0$ 인 저효율 부호로부터 $R = b/v$ 인 평처드 콘볼루션 부호를 얻는다고 할 때 $R = 1/v_0$ 인 부호의 부호화기에 의해 b 개의 정보비트를 부호화하면 bv_0 개의 부호화된 비트가 생성되고 이들 중 $S = (bv_0 - v)$ 개의 비트심볼을 제거하므로써 $R = b/v$ 인 평처드 콘볼루션 부호를 얻을 수 있다.

따라서, 저 효율부호와 perforation패턴을 적절히 선택하면 어떠한 부호화율을 가지는 부호도 얻을 수 있다. 비트 심볼이 제거되는 부호화율이 낮은 부호화기로서 1/2부호가 일반적으로 많이 사용된다. 평처드 부호의 비터비 복호과정은 제거된 비트에 해당하는 비트 심볼에 일정한 값의 메트릭을 지정함으로써 원래의 1/2 복호화기를 그대로 사용하여 이루어질 수 있고 그 계산 복잡도는 본래의 1/2부호의 복잡도와 거의 같게 된다. 이와같이 본래의 부호화기를 사용하여 복호화 과정이 이루어질 때 복호화기의 복호깊이(decoding depth)는 평처드되지 않는 부호를 복호하는 경우보다 더 길어져야 한다.

평처드 트렐리스부호화 변조는 TCM과 동일한 성능을 가지면서 그 복잡도에 있어서 TCM보다 우수하여 간단한 디코더를 구성할 수 있는 변조방식이다. 평처드 트렐리스부호화 변조를 구성하기 위해서는 위의 평처드 부호의 원리를 이용하여 부호화기를 구성하고 TCM과 같은 성능을 나타내는 발생다항식과 perforation패턴을 구하여야 한다.

8PSK 변조방식을 사용하고 1/2부호를 본래의 저효율 부호화기로 구성한다면 2개의 비트가 입력되어

4개의 출력비트를 얻고 이중 한 비트를 제거하므로써 3개의 비트를 얻고 2/3부호화기를 구성하여 2개의 정보비트에서 3비트로 결정되는 8PSK신호를 지정하게 된다. 8PSK의 경우, 이러한 과정은 [그림 2]에 나타나 있다.



[그림 2] 8PSK PTCM개념도

평처드 트렐리스 부호화 변조의 경우 평처드 콘볼루션 부호를 BPSK와 같은 이진변조와 결합할 때에는 다르게 복호과정에서 메트릭 왜곡(metric distortion)문제가 발생한다. 위의 8PSK 2/3부호화율 PTCM의 경우, 메트릭 왜곡은 복호기에서 한 개의 채널심볼에서 두 개의 트렐리스 단계에 해당하는 메트릭을 계산해야하기 때문에 발생한다.

[3]에서는 QAM신호와 PSK신호에 대한 평처드 코드의 구성방법, 발생다항식을 구하고 다차원 PTCM(Multidimensional Punctured TCM)으로 PTCM을 확장하였으며, 메트릭 왜곡을 해결하는 방법을 제안하였다.

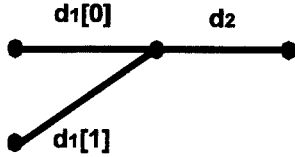
메트릭왜곡을 해결하기 위해서는 다음과 같은 두 개의 조건들이 만족되어야 한다.

첫째, 각 단계에서 가지 메트릭(branch metric)은 전단계의 결정결과에 독립적으로 결정되어야 한다.

즉, 비터비 복호과정에서 8PSK 2/3 부호화율 PTCM의 경우, 한 개의 심볼에 의해서 처음 결정되어야 할 트렐리스단계를 '단계 1'이라 하고 두번째 단계를 '단계 2'라고 정의할 때, 단계 1의 결정이 단계 2의 메트릭계산에 영향을 주지않아야 한다. 예를 들어 메트릭 왜곡이 발생하는 과정을 나타내면 다음과 같다.

[그림 3]과 같이 단계 1과 단계 2의 가지가 구성되어 있는 경우, $d_1[0]$, $d_1[1]$ 을 단계 1에서의 메트릭 값이라 하고, d_2 를 단계 2에서의 메트릭값이라고 하고 위의 가지가 선택되어질 d_2 값을 $d_2[0]$ 라 하고

아래의 값이 선택되어질 경우 d_2 값을 $d_2[1]$ 이라고 한다. 첫번째 조건이 성립되어지지 않는 경우, $d_1[0]$ 이 $d_1[1]$ 보다 작다면 단계 2에서의 메트릭값은 $d_1[0] + d_2[0]$ 가 되는데 $d_2[1]$ 가 $d_2[0]$ 보다 매우 작다고 한다면 $d_1[1] + d_2[1]$ 가 선택되어지고 오류가 발생한다.



[그림 3] 조건 1의 만족

두번째 조건은 평처드 트렐리스에서 각 단계의 가지 메트릭의 합은 그에 따르는 채널심볼의 메트릭이 되어야한다는 것이다. 이것은 8PSK의 경우, 단계 1과 단계 2에서의 메트릭값의 합이 단계 1과 단계 2의 평처드 부호의 트렐리스 가지에서 발생하는 비트열로 표현되는 8PSK신호의 값과 같아야 한다는 것을 의미한다.

위와 같은 두 가지 조건을 만족하면서 [3]에서는 두가지의 제약을 부과하여 평처드 TCM을 구성하였다. 첫번째 제약으로 단계 2에서 합쳐지는 2개의 가지의 두번째 비트는 같은 값을 가진다.

두번째 제약으로 단계 2에서 분기하는 두 개의 가지의 두번째 비트는 같은 값을 가진다.

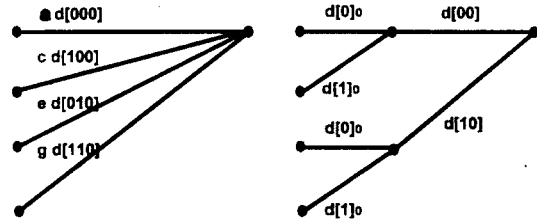
“kind 0”가지들을 단계 2에서 두번째 비트가 0이 되는 가지들로 정의하고 “kind 1”가지들은 그 반대의 경우로 정의한다.

이러한 조건에서 트렐리스를 구성하고 신호의 perforation은 출력되어진 4개의 비트중 두번째 비트에 대하여 행한다.

위에서 언급된 두가지 조건을 만족시키기 위해 8PSK신호의 맵핑은 일반적인 8PSK의 맵핑과는 다르게 [그림 5]와 같이 이루어진다. 또한 메트릭을 구하기 위하는 방법에도 다른 좌표계를 사용하여 구하게 된다.

이차원 신호에서 수신된 신호벡터 \vec{r} 는 다음 식과 같이 두개의 단위성분 벡터의 합으로서 표현된다.

$$\vec{r} = r_1 \vec{u}_1 + r_2 \vec{u}_2$$



[그림 4] TCM가지와 등가 평처드 가지

여기서, \vec{u}_1 과 \vec{u}_2 는 서로 직교성을 가지는 단위 벡터이다. 거리 \vec{d}_ξ 는 $\vec{r} - \vec{C}_\xi$ 로서 정의된다. 여기서 \vec{C}_ξ 는 \vec{r} 에 가장 가까운 신호를 나타내고 $\vec{r} = C_{e1} \vec{u}_1 + C_{e2} \vec{u}_2$ 로 표현된다. 신호 ξ 에 대한 자승메트릭은 $d^2[\xi]$ 은 다음과 같이 구하여 진다.

$$\begin{aligned} d^2[\xi] &= |\vec{d}_\xi|^2 = |\vec{r} - \vec{C}_\xi|^2 \\ &= |(r_1 - C_{e1})\vec{u}_1 + (r_2 - C_{e2})\vec{u}_2|^2 \\ &= (r_1 - C_{e1})^2 + (r_2 - C_{e2})^2 \end{aligned}$$

$d^2[a]$ 는 $d^2[0]$ 와 $d^2[00]$ 의 합이고 조건 1, 2를 고려하면 그림의 신호들의 메트릭은 다음과 같이 구할 수 있다.

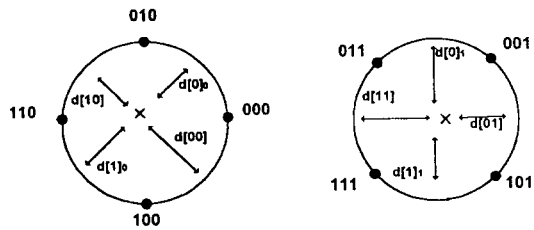
$$\begin{aligned} d^2[0]_0 &= (r_1 - C_{a1})^2 \quad \text{그리고} \quad d^2[00] = (r_2 - C_{a2})^2 \\ d^2[0]_1 &= (r_1 - C_{c1})^2 \quad \text{그리고} \quad d^2[10] = (r_2 - C_{c2})^2 \\ d^2[0]_2 &= (r_1 - C_{e1})^2 \quad \text{그리고} \quad d^2[00] = (r_2 - C_{e2})^2 \\ d^2[0]_3 &= (r_1 - C_{g1})^2 \quad \text{그리고} \quad d^2[10] = (r_2 - C_{g2})^2 \end{aligned}$$

조건 1, 2를 만족시키기 위해서는 $C_{a1} = C_{c1}$, $C_{e1} = C_{g1}$, $C_{a2} = C_{e2}$, $C_{c1} = C_{g1}$ 의 관계를 만족시켜야 한다.

조건 1, 2를 신호의 구성과 \vec{u}_1 과 \vec{u}_2 를 적절하게 구성하여야 하는데 8PSK의 경우 앞에서 언급한 바와 같이 [그림 5]에 나타나 있는 것과 같이 구성된다.

최적화된 발생다항식은 위와같은 신호구성을 가지고 2/3 펄치드 부호화기의 모든 가능한 발생다항식을 구성하여 자유 유클리드 거리(free Euclidean distance)를 비교하여 가장 큰 값을 갖는 다항식을 선택하므로써 구해진다.

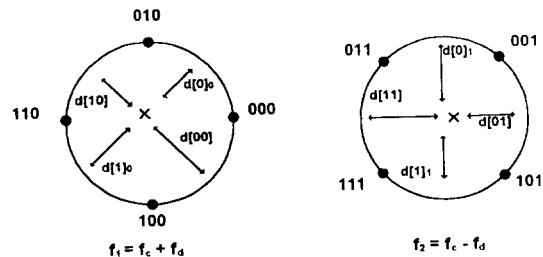
[그림 5]에서 클래스 2에 해당하는 신호들은 회전한다고 해도 조건 1, 2에서 벗어나지 않지만 거리구조(distance structure)에 영향을 줄 수 있으므로 발생다항식을 찾는 경우에 클래스 2에 해당하는 신호들을 회전시키면서 가능한 모든 다항식에 대하여 자유 유클리드 거리를 구한다.



[그림 5] 8PSK신호구성

IV. 펄치드 트렐리스 부호화된 위상주파수 변조

위상변조의 경우, 신호는 이차원 평면상의 한 점으로 표현되어진다. 따라서, 유클리드 거리를 구하는 데에 있어서 두 개의 단위기본벡터를 이용하여 충분하다. 위상 주파수 변조에서 여러개의 주파수를 사용하므로써 신호는 다차원상의 한점으로 표현하고 위상변조와 같이 두 개의 벡터로써 표현할 수 없고 여러개의 벡터를 사용해야 한다. 두 개의 주파수를 사용하는 경우, 신호는 사차원공간상의 한 점으로 표현되고 앞에서 설명한 매트릭계산방법에 추가적인 사항을 덧붙여야 한다.



[그림 6] 2FSK/ 4PSK 신호구성

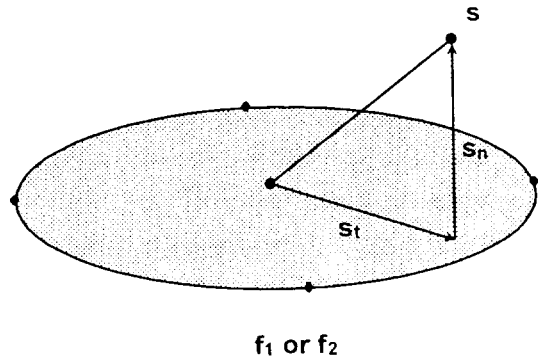
신호는 [그림 6]에 나타나 있는 것과 같은 f_1 주파수이나 f_2 주파수평면의 원에 위치한다. 두 개의 원은 신호의 전력이 정규화되었을 경우에, 반지름이 1이고 원점에 중심을 가진다. 채널을 통과할 때 잡음이 더해지면 평면상의 원에서 벗어나 사차원상의 점이 되고 신호는 각 주파수 평면에 대하여 수직인 성분과 수평인 성분으로 나누어질 수 있다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{s} = \vec{s}_t + \vec{s}_n$$

\vec{s}_t : f_1 나 f_2 평면에 평행한 성분

\vec{s}_n : f_1 나 f_2 평면에 수직인 성분

f_1 나 f_2 평면에 수평인 성분은 앞에서 설명되어진 방법에 의해 매트릭을 지정하면 되고, 수직인 성분은 트렐리스 가지에 해당하는 주파수에 대하여 계산하여 더해 주면 된다. 위의 관계를 도시적으로 표현하면 [그림 7]과 같다.



[그림 7] 신호의 수직성분과 수평성분

부호화기의 복잡도(complexity)를 고려할 때 비트 당 이진 비교와 이진 매트릭 가산수로서 그 척도를 삼는다. $(n-1)/n$ TCM와 펄치드 부호의 경우를 고려하면 2의 상태를 가질 때 다음과 같은 복잡도를 가진다.[4]

$$L_{TCM} = \frac{2^n(2^{(n-1)} - 1)}{n-1}$$

$$L_{PCC} = 2^n$$

평처드 TCM이 평처드 부호와 같은 복잡도를 갖는다고 할 수 있으므로 8PSK 2/3부호화율을 고려하면 $L_{TCM} = 2^{(v-1)} \cdot 3$, $L_{PTCM} = 2^v$ 이 되고

$$\frac{L_{PTCM}}{L_{TCM}} = \frac{2}{3} \approx 0.67$$

고 같이 되어 평처드 TCM은 TCM의 67%의 계산량만을 요구한다는 것을 알 수 있다.

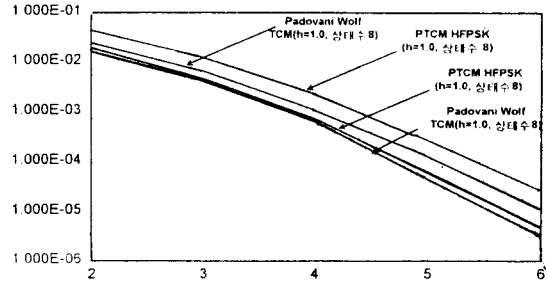
V. 발생다항식 및 시뮬레이션 결과

<표 2>는 위상주파수변조방식에 대하여 평처드 TCM을 적용한 경우의 발생다항식(8진수로 표현)과 그 이득을 Padovani와 Wolf의 트렐리스 부호화된 위상주파수변조와 비교하고 있다. 생성다항식은 [그림 9]에 나타나있는 것과 같은 과정에 의해 구해졌다. [그림 9]에서 자유 유클리드거리를 구하는 방법은 [5]에 나타나있는 것과 같은 쌍상태(pair state) 트렐리스를 이용하여 구하는 방법을 채택했다. 표에서 알 수 있듯이 Padovani와 Wolf의 트렐리스 부호화된 위상주파수변조의 부호화 이득과 같은 이득을 보이고 있다. 여기서 부호화 이득은 다음과 같은 식에 의해서 구하여졌다.

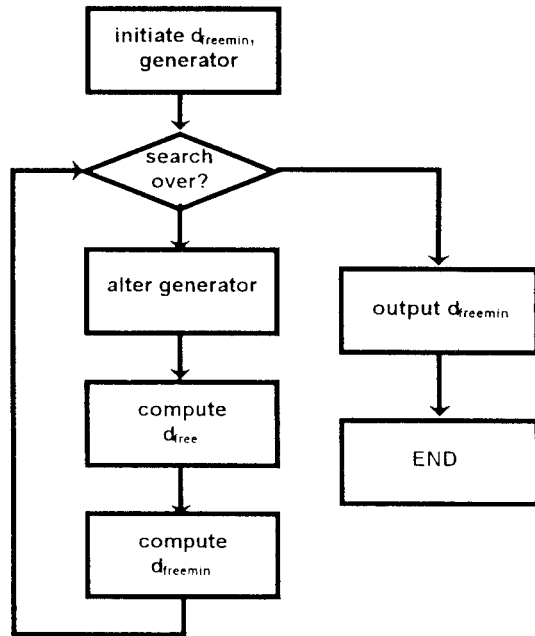
$$G = 10 \log_{10} \left[\frac{\Delta_{free}^2}{d_0^2} \right]$$

Δ_{free}^2 은 자유유클리드 거리이고 d_0 는 이 경우 QPSK의 최소거리가 된다.

[그림 8]에는 Padovani와 Wolf의 트렐리스 부호화된 위상주파수변조와 평처드 트렐리스 부호화된 위상주파수 변조를 상태수가 8이고 $h=0.5, 1.0$ 인 경우에 비트오



[그림 8] 평처드트렐리스 부호화된 2FSK/ 4PSK 비트오율($h=1.00$, 상태수 8)



[그림 9] 발생다항식 검색과정

율(bit error rate)을 시뮬레이션한 결과를 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 거의 같은 예리성능을 보여주고 있다.

<표 2> 평처드 트렐리스 부호화된 2FSK/ 4PSK 발생다항식(8진)

v	h = 0.25			h = 0.50			h = 0.75			h = 1.00		
	gen.	d_{free}^2	이득	gen.	d_{free}^2	이득	gen.	d_{free}^2	이득	gen.	d_{free}^2	이득
3	15,2	4.7	3.7	15,2	5.1	4.1	15,2	5.6	4.5	15,2	6.0	4.8
4	31,2	5.5	4.4	31,2	6.0	4.8	31,2	6.0	4.8	31,2	6.0	4.8
5	61,2	6.0	4.8	61,6	6.2	4.9	61,6	7.2	5.5	61,6	8.0	6.0
6	141,24	6.0	4.8	141,14	6.2	4.9	141,14	7.2	5.5	141,14	8.0	6.0

VI. 결 론

본 논문에서는 평처드 트렐리스 부호화된 위상주파수변조시스템을 자유유클리드거리, 발생다항식, 복잡도의 관점에 Padovani와 Wolf의 트렐리스 부호화된 위상주파수 변조시스템과 비교하였으며, 위상주파수 변조에 있어서 매트릭지정방법에 대하여 논하였다. 시뮬레이션결과에서 평처드부호화된 변조시스템은 8ary인 경우에 67%의 복잡도를 가지면서 Ungerboeck형태로 이루어진 Padovani와 Wolf의 트렐리스부호변조에 대하여 거의 같은 성능을 보여주었다. 본 논문에서는 2FSK /4PSK의 경우에 대하여만 그 결과를 보여주었는데 그외에 위상주파수변조의 다른 구조에 대해서도 위의 결과가 적용될 수 있을 것이 예상된다.

참 고 문 헌

- [1] G. Ungerboeck, "Channel Coding with Multilevel/Phase Signals", IEEE Trans. Information Theory, vol. IT-28, pp.55-67, Jan. 1982.
- [2] R. Padovani and J.K. Wolf, "Coded Phase/Frequency modulation", IEEE Trans. Commun., vol. COM-34, pp.446-453, May 1986.
- [3] Jaehyeong Kim and Gregory J. Pottie, "On Punctured Trellis Coded Modulation", ICC95', Seattle, WA, pp.678-685, June 1995.
- [4] Yosef Kofman, Ephraim, and Shlomo Shamai, "Performance Analysis of a Multilevel Coded Modulation System", IEEE Trans. Commun., vol.42, pp.299-311, February 1994.
- [5] Ezio Biglieri, Dariush Divsalar, Peter J. McInae, and Marvin K. Simon, "Introduction to Trellis Coded Modulation with Applications", 1991, Macmillan, pp.128-131