

〈논문〉 SAE NO. 953744

## 능동형 현가시스템을 위한 모드 SKY-HOOK 감쇠 제어기

### Modal Sky-Hook Dampers for Active Suspension Control

곽 병 학,\* 박 영 진\*\*  
B. H. Kwak, Y. G. Park

#### ABSTRACT

Acitive suspension control for vehicles is developed to improve both ride comfort and steering stability which are in trade off relation. In this study, the modal sky-hook controller for 7 D. O. F. model is proposed to resolve the problems such as computaional power restriction and uncertainties in modeling of systems and environments. Modal sky-hook controller reduces the coupling between the modes to be controlled. The simulation result for ride comfort shows that the performance of the proposed controller matches that of the optimal controller. Systematic method of determining its gain is proposed. The modal sky-hook controller shows the robustness to road irregularity and modeling error.

주요기술용어 : Active Suspension(능동형 현가장치), modal sky-hook damper(모드 sky-hook 감쇠 제어기), output optimal controller(출력 최적 제어기)

#### 1. 서 론

차량에서의 현가장치는 크게 2가지의 역할을 분담한다. 첫번째는 노면의 불량에 의한 차량의 상하, 좌우 진동을 완화 흡수하여 차체구조 및 승객, 화물을 보호(ride comfort)하는 것이고, 두번째는 차륜과 노면사이의 각종 노면 반력을

정확하게 차체부에 전달하여 차량의 운동성을 유지(stability)하는 것이다. 이 두 가지 역할은 서로 상쇄적인 관계에 있으며, 일반적인 차량에서는 이 조건을 모두 만족시킬 수 없다. 이 문제를 기존의 제어 이론을 사용하여 인위적으로 극복하고자 하는 능동식(active)현가장치가 과거 70년 대 이후 대두되었다<sup>1)</sup>.

고대역 완전 능동식(high band full-active) 현가 장치는 유, 공압 및 전기적 힘 작동기만으로 현가 장치를 구성하게 된다. 이 현가 장치는

\* 만도기계 중앙연구소

\*\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

차량의 정적 상태에서 하중을 지지하기 위하여 과다한 에너지를 필요로 하는 제한성을 가진다. 따라서 본 연구에서의 능동식 현가 장치는 정적 상태에서의 차량의 하중을 지지하는 스프링과 감쇠기 그리고 힘 작동기로 구성된 저대역 능동식 현가 장치를 지칭한다<sup>2)</sup>. 이런 능동식 현가 장치의 목표는 승차감, 현가 장치의 변위, 차축 하중의 변화 그리고 조종성에 해당하는 성능 계수(performance index)인 차체의 수직 방향 가속도, 현가 장치 변위, 타이어 접촉력을 개선하는 것이다.

능동형 현가 장치에 대한 기존의 연구는 Sharp, Claar, Hac 등에 의해서 정리되었다<sup>1), 3)</sup>. 기존 연구에서는 최적 제어 이론을 응용해서 성능 계수를 만족하는 제어기를 설계하였으며 최근에는 계산기의 능력 향상에 따라서 수학적 모델 오차에 따른 강인성(robustness)을 갖는 제어기 설계 방법에 대한 연구가 진행되고 있다<sup>5)</sup>.

차량에서의 능동식 현가 장치는 일반적인 진동 제어 문제와는 다르게 서로 상충되는 세 가지 성능 조건과 실제 주행 조건의 변화, 승차자와 화물의 증감에 의한 모델의 불확실성에 대한 강인성을 만족시켜야 한다. 또한 실제 적용에서는 경제성을 고려하여 제한된 정보만을 사용하여 0.5 ~ 5Hz 범위의 공진을 제거, 승차감 개선을 꾀하여야 한다. 이러한 성능 조건을 만족시키는 “모우드 sky-hook 감쇠 제어기”를 출력 최적 제어 이론과 sky-hook 감쇠기를 근거로 하여 제안하고, 이를 기존의 최적제어 이론에 의한 제어기와 모의 실험을 통해서 비교한다.

## 2. 차량 모델링(modeling) 및 해석

차량을 수학적으로 모델링하기 위해서 차체(sprung mass)와 차축(unprung mass)만의 형태로 간략화하여 나타낸다. 타이어는 감쇠가 없이 노면과 점 접촉하는 선형스프링으로, 현가 장치의 감소기와 스프링은 선형구간에서 작동하는 것으로 가정한다.

차체는 강체 운동인 상하(heaving), 피칭(pitching), 롤링(rolling) 운동을 고려하여 3자

유도로 모델링하고, 차축은 독립 현가 차축으로 각각 1자유도 씩을 갖는 것으로 모델링한다. 그림 1은 본 연구에서 사용한 7 자유도 모델을 보여주고 있다. 모의 실험등에 사용된 계수들은 부록의 값들을 근거했다. 그림 1의 모델로 부터식 (1), (2)의 운동 방정식을 얻는다.

$$M_s \ddot{z}_c + G C_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + G K_s (z_s - z_u) = G u \quad (1)$$

$$M_u \ddot{z}_u - C_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) - K_s (z_s - z_u) + K_t (z_u - z_r) = -I_u u \quad (2)$$

$z_c = \{z \ \theta \ \phi\}^T$  : 차체 질량 중심 좌표,

$z_u = \{z_{u1} \ z_{u2} \ z_{u3} \ z_{u4}\}^T$  : 차축 Z방향 좌표

$u = \{f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4\}^T$  : 힘 작동기,

$z_r = [z_{r1} \ z_{r2} \ z_{r3} \ z_{r4}]$  : 노면 변위

$Z_s = G^T z_c = [z_{s1} \ z_{s2} \ z_{s3} \ z_{s4}]$

$Z_u$  : 차체의 각 바퀴 z방향 좌표

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -t_f & t_f & -t_f & t_f \\ -L_f & -L_f & L_r & L_r \end{bmatrix},$$

$$M_s = \begin{bmatrix} M_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_y \end{bmatrix},$$

$$M_u = \begin{bmatrix} m_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_r \end{bmatrix},$$

$$C_s = \begin{bmatrix} c_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix}$$

$$K_t = \begin{bmatrix} k_{ft} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{ft} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{rt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{rt} \end{bmatrix},$$

$$K_s = \begin{bmatrix} k_f + R_f/2 & -R_f/2 & 0 & 0 \\ -R_f/2 & k_f + R_f/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_r + R_r/2 & -R_r/2k_r \\ 0 & 0 & -R_r/2 & k_r + R_r/2 \end{bmatrix}$$

여기서 행렬  $M_s$ ,  $M_u$ 는 차체와 차축의 질량이며,  $C_s$ 는 현가 장치의 감쇠를,  $K_t$ 는 타이어의 강성을,  $K_s$ 는 현가장치와 안티 로울 바(anti-roll bar)의 강성을 나타낸다. 각 변수의 정의는 부록을 참조한다. 차체는 3자유도이고 이를 제어하기 위한 입력은 각축에 한개씩 4개만 있으므로 차체 제어만의 입장에서 보면 한개의 여유 입력이 존재한다. 이를 해결하기 위하여 차체의 각자유도에 걸리는 힘을 등가입력  $u_e$ 라 정의한다.

$$u_e \equiv \{f_z, f_\theta, f_\phi\} \equiv Gu \quad (3)$$

식 (1)과 식 (2)로 부터 식 (4)의 상태 공간 방정식을 얻는다.

$$\dot{x}_t = A_t x_t + B_t u + T_t z_r \quad (4)$$

$$y = C_t x_t$$

이 식의  $x_t = \{z_c, \dot{z}_c, z_e, \dot{z}_e\}^T$   
 $u = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}^T$   
 $y = \{z_c, \dot{z}_c, \theta, \phi\}^T$

$$A_t = \begin{bmatrix} -M_s^{-1}GC_sG^T & M_s^{-1}GC_s & -M_s^{-1}GK_sG^T & M_s^{-1}GK_sG^T \\ M_u^{-1}C_sG^T & -M_u^{-1}C_s & M_u^{-1}K_tG^T & -M_u^{-1}(K_s + K_t) \\ I_3 & O_{3,4} & O_{3,3} & O_{3,4} \\ O_{4,3} & I_4 & O_{4,3} & O_{4,4} \end{bmatrix}$$

$$B_t = \begin{bmatrix} M_s^{-1}G \\ -M_u^{-1}C_sG^T \\ O_{3,3} \\ O_{4,4} \end{bmatrix}, \quad T_t = \begin{bmatrix} O_{3,4} \\ M_u^{-1}K_t \\ O_{3,4} \\ O_{4,4} \end{bmatrix}, \quad C_t = \begin{bmatrix} I_3 \\ O_{4,3} \\ O_{3,3} \\ O_{4,3} \end{bmatrix}^T$$

$I_j$ 는  $j \times j$ 단의 행렬(matrix)를 나타내고,  $O_{i,j}$ 는  $i \times j$  공 행렬(null matrix)를 나타낸다.

이 상태 공간 방정식은 상태 변수  $x_t$ , 제어 입력  $u$ , 노면 변위  $z_r$ , sky-hook 감쇠기에 필요한 출력변수  $y$ 로 구성된다. 노면 변위는 밴드 필터 통과(band filtered) 잡음으로, 노면 속도는 백색 잡음(white noise)으로 가정할 수 있다<sup>6)</sup>. 앞 바퀴와 뒷바퀴에 들어오는 노면외란은 시간 지연 만이 있는 동일한 신호로 가정하여 모의 실험 결과를 얻었으나 이론 전개시에는 편의상 상관관계가 없는 신호로 가정하였다. 따라서 노면 변위는 백색 잡음인 노면 속도를 외란으로한 상태 공간 방정식으로 다음과 같이 나타낸다.

$$\dot{x}_{fw} = A_{fw} X_{fw} + B_{fw} u + T_{fw} Z_r$$

$$y = C_{fw} X_{fw}$$

$$x_{fw} = \{X_f^T Z_r^T\}^T$$

$$A_{fw} = \begin{bmatrix} A_f & T_f \\ O_{4,14} & a_w I_4 \end{bmatrix}, \quad B_{fw} = \begin{bmatrix} B_f \\ O_{4,4} \end{bmatrix},$$

$$T_{fw} = \begin{bmatrix} O_{14,4} \\ I_4 \end{bmatrix}, \quad C_{fw} = [C, 0]$$

여기서  $a_w$ 는 통과 주파수(rad/sec)를 나타낸다.

이 상태 공간 방정식의 각 제어 모드에 해당하는 등가 입력에 대한 주파수역 응답으로연성(coupling)을 확인한다. 그럼 2는 수직 운동 모드의 등가입력  $f_z$ 에 대한 각 센서 출력의 주파수 응답을 나타낸 것이다. 이 그림에서 수직 모드와 피칭 모드는 연성되어 있고 롤링 모드는 연성되지 않음을 확인할 수 있다. 이는 각 모드 사이에

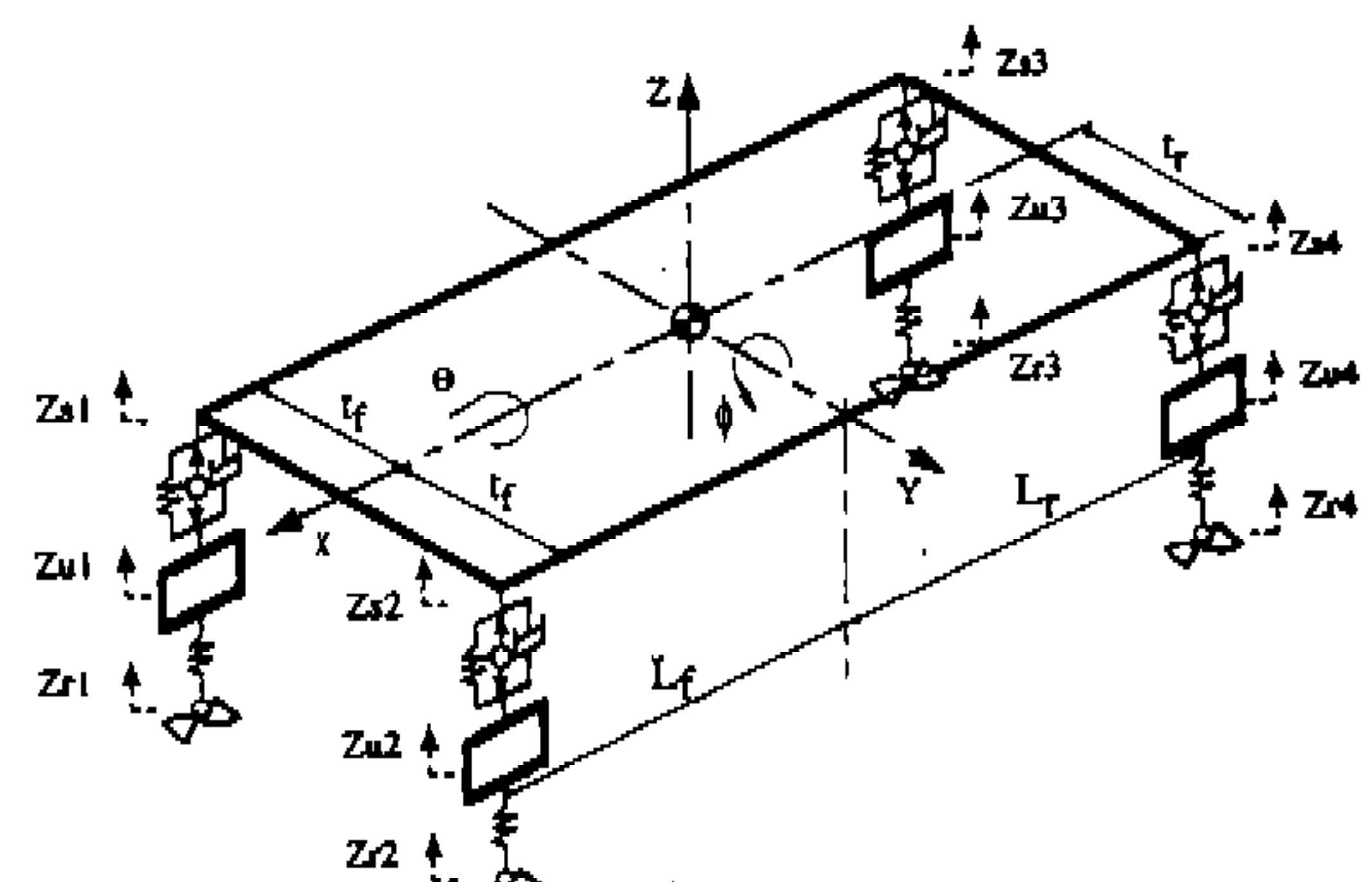


Fig.1 7D.O.F. model of full car

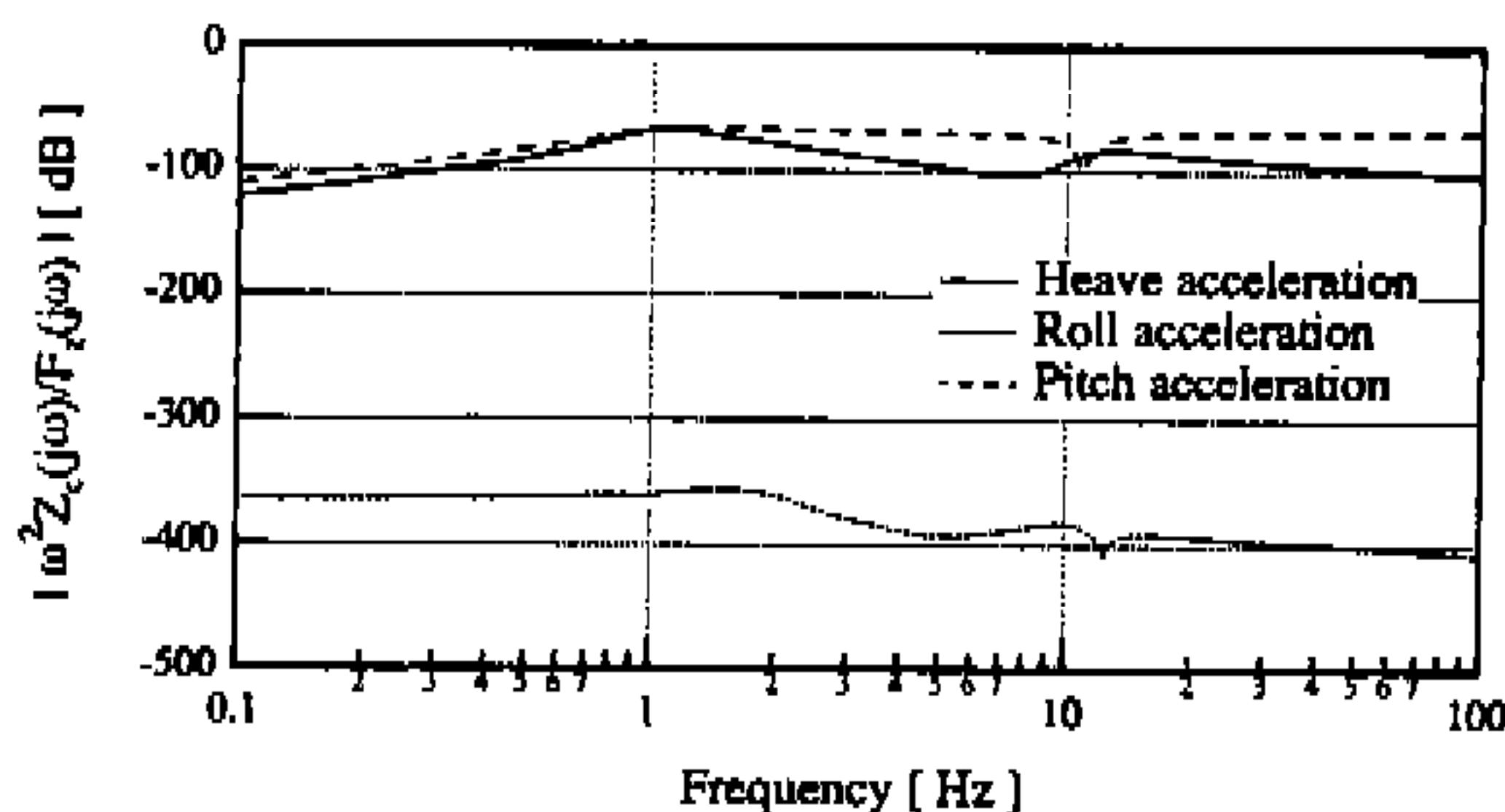


Fig.2 Frequency Response Functions for Equivalent Force Input,  $f_z$

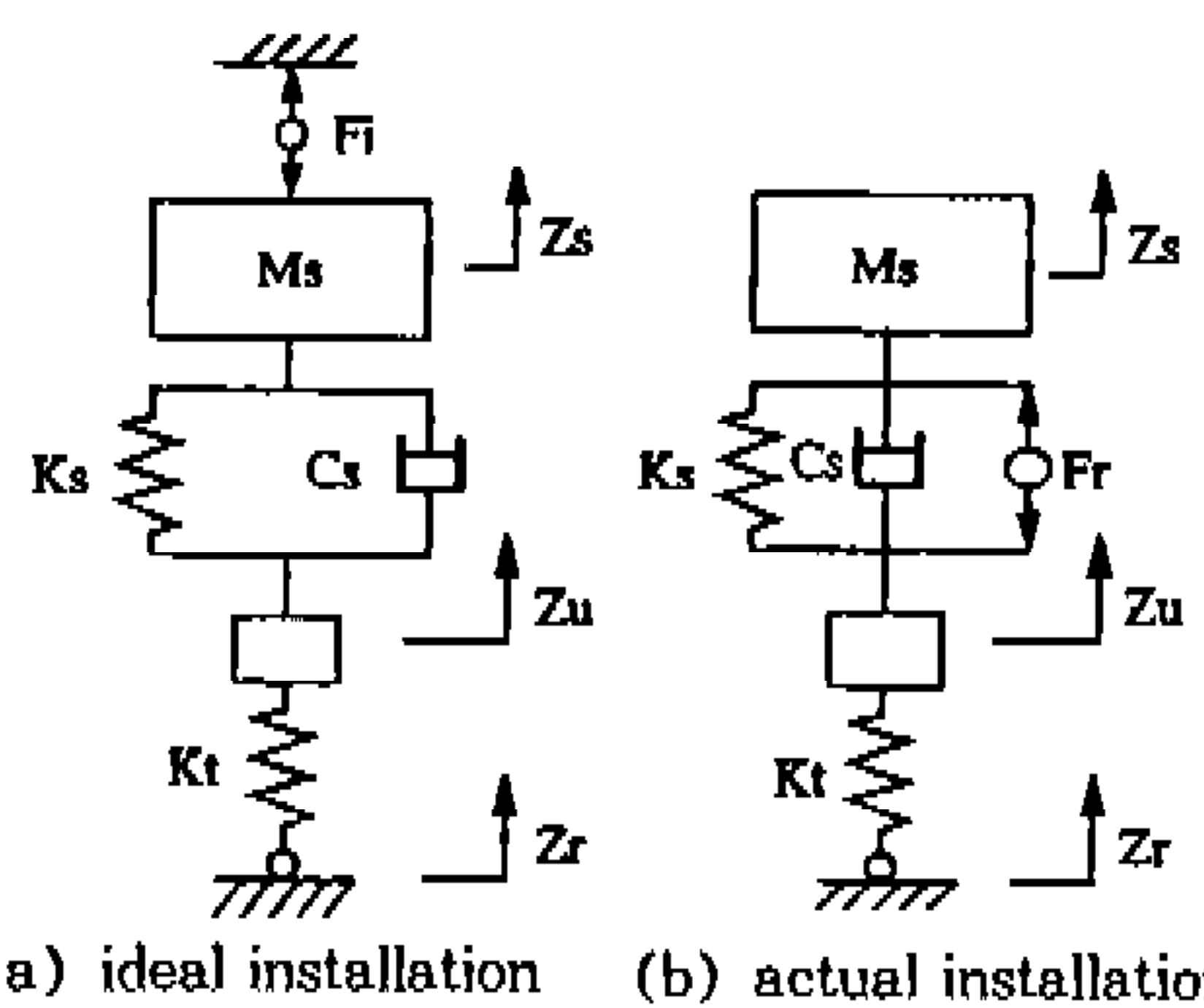


Fig.3 Sky-hook Controllers for Quarter Car

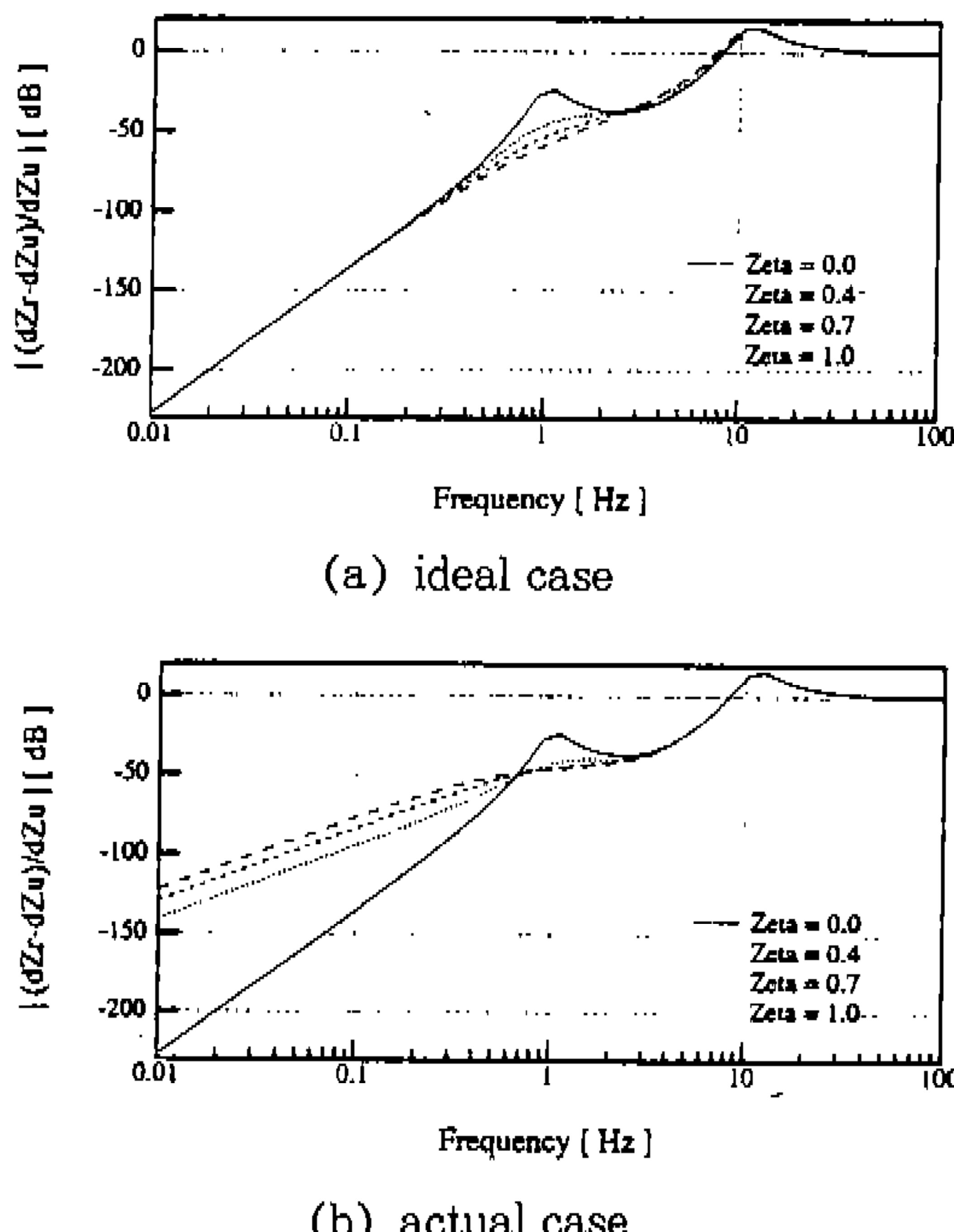


Fig.4 FRFs between Road Profile and Suspension Displacement

연성이 존재하므로 제어기 설계시 각 제어 대상 모드의 비 연성화가 필수적인 고려 사항이어야 함을 나타낸다. 실제 차량에서 차체가 전후 방향으로 질량 중심에 대해서 대칭되지 않고 좌우적으로 대칭인 점을 고려할 때 위의 결과는 타당하다 하겠다. 각 모드간 연성이 심하면 한개의 모드를 제어하기 위한 입력이 다른모드에서는 외란으로 작용하여 불필요한 제어력의 소모와 성능의 저하를 가져온다.

### 3. 이론적 배경

모우드 sky-hook 감쇠 제어기의 이론적 배경인 sky-hook 감쇠 제어기와 비교 대상 이론인 최적 제어 이론을 소개한다.

#### 3.1 sky-hook 감쇠 제어기

Karnopp에 의해서 제안된 sky-hook 감쇠 제어기는 최적 제어 이론에 근거하여 노면외란에 의한 차체의 가속도를 줄이기 위하여 가상적 기준면(reference frame)에 감쇠기를 설치한다<sup>7)</sup>. 이 제어기는 차체공진점 근방의 주파수 영역에서 모든 성능 계수에 대해서 모든 상태 변수 피이드 백에 의한 최적 제어기와 유사한 개선을 가져올 수 있다<sup>8)</sup>. 하지만 그림 3 (b)의 sky-hook 감쇠 제어기는 실제적 구현에서는 가상적 기준면을 만들 수 없기 때문에 그림 3(a)의 능동형 현가 장치를 사용하여 구현하는 방법을 찾아야 한다.

$$F_i = c_a z_s \quad (6)$$

$$F_r = -c_a z_s \quad (7)$$

여기서  $F_i$ 는 이상적인 제어힘,  $F_r$ 은 실제 제어힘이고,  $c_a$ 는 설계자가 정하는 감쇠 계수이다.

이상적으로는 힘 작동기를 가상적 기준면과 차체사이에 그림 3(a)와 같이 설치하여 식 (6)을 사용하여 제어하여야 한다. 하지만 이런 설치는 실제로 불가능하므로 그림 3(b)에서와 같이 설치하여 식 (7)처럼 차체의 속도만을 피이드 백하여 제어 한다. 그림 3 (b)의 경우를 실제적 sky-hook 감쇠 제어기라 한다. 이에 반하여 그

그림 3(a)의 경우를 이상적 sky-hook 감쇠 제어기한다. 이 두가지 경우를 주파수역 전달율(frequency transmissibility), 승차감(ride comfort) 그리고, 노면 접촉력(tire contact with road face)에 대해서 비교하여 보면 주파수역 전달율과 승차감에서의 비교에서는 차체 공진(1Hz)을 방지하는 동일한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다<sup>4)</sup>. 그럼 4의 노면 접촉력의 결과는 저주파 수역(<1Hz)에서 이상적 경우와 실제적 경우에 차이가 있으나 절대치가 매우 적으로 무시될 수 있다. 승차감은 차체 공진점에서 개선되고, 4Hz이상에서는 상쇄적 관계로 악화되지만 전반적으로 개선되는 것을 확인할 수 있다. 타이어 변위에서는 동일한 상쇄를 가지며 능동 감쇠에 대해서 2Hz지점에서 불변점의 존재를 볼 수 있다. 이는 문헌<sup>7)</sup>과 동일한 결과로서 sky-hook 감쇠 제어기에 의한 장점을 보여준다. 따라서 실제적 sky-hook감쇠 제어기를 설치하여도 이상적 경우의 sky-hook감쇠 제어기의 잇점을 동일하게 얻을 수 있다.

### 3.2 LQ 제어기(Linear Quadratic Regualtor : LQR)

본 절에서는 모든 상태 변수의 정보를 알 수 있다는 이상적 가정아래 LQR 제어기의 이론을 차량에서의 각 성능 조건에 적용시키는 방법을 소개한다<sup>9)</sup>. 이 최적 제어 이론은 본 연구에서 제시한 모우드 sky-hook 감쇠 제어기의 성능 향상 목표치를 제시한다.

본 연구에서는 차량 성능 계수를 식 (8)와 같이 최적 제어의 성능 계수화 한다.

$$\begin{aligned} J = \lim_{t \rightarrow \infty} E \left[ \int_0^t \rho_1(\bar{z})^2 + \rho_2(\bar{\theta} + \rho_3(\bar{\phi}))^2 \right. \\ \left. + \rho_4 \sum_{i=1}^4 (z_{si} - z_{ui})^2 + \rho_5 \sum_{i=1}^4 (z_{ui} - z_{ni})^2 \right. \\ \left. + \rho_6 \sum_{i=1}^4 (f_i) \right] \quad (8) \end{aligned}$$

식 (8)은 식 (9)의 일반적인 최적 제어의 성능 계수 형태로 변형된다<sup>4)</sup>. 이 성능 계수는 제어 대상이 가속도를 포함하기 때문에 식 (9)은 가

중치 Q, R과 교차 가중치(cross weigh) N으로 표시하게 된다.

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} E \left[ \int_0^t [x^T x^T] \begin{bmatrix} Q & N \\ N^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} dt \right] \quad (9)$$

Q, R : positive definite symmetric matrices,  
 $Q - NR^{-1}N^T \geq 0$

이때 해의 존재조건은  $(A_{fw}, B_{fw}, Q^{1/2})$ 가 안정가능, 검출가능이며 제어 입력은 식 (11)과 같이 표시된다<sup>10)</sup>.

$$\begin{aligned} (A_{fw}^T - NR^{-1}B_{fw}^T)P + P(A^T - B_{fw}R^{-1}N^T) \\ + Q - NR^{-1}N^T - PB_{fw}R^{-1}B_{fw}^TP = 0 \quad (10) \end{aligned}$$

$$u^* = -K_c x, \quad K_c = R^{-1}[B_{fw}^T P + N^T] \quad (11)$$

최적이론은 모든 상태 변수를 피이드백한다는 가정이 필요하므로 우리가 도달할 수 있는 상황으로 비교의 대상은 되지만 제한적 정보만을 사용하는 본 연구에서의 제어기에 직접 적용할 수 없다.

식 (8)의 6개 성능 계수 가중치는 모의 실험을 통해서 시간영역에서의 모든 성능을 고려하여 표1과 같이 결정한다. 물론 아래의 가중치를 변경하면 모의 실험 결과는 상당히 달라질 수 있다.

### 4. 모우드 Sky-hook 감쇠 제어기

1/4차 모델에 적용된 sky-hook 감쇠 제어기는 차체 공진점에서의 공진제거 성능면과 차축 공진점 이후의 고주파수 영역에서 roll off를 순상시키지 않는 점에서 모든 상태 변수 피이드백과 유사한 성능을 갖는다<sup>7)</sup>. 모우드 sky-hook 감쇠 제어기는 등가 입력을 사용하여 각 제어 대상

Table 1 The weight of optimal controller

$\rho^1$	$\rho^2$	$\rho^3$	$\rho^4$	$\rho^5$	$\rho^6$
$1 \times 10^6$	$3 \times 10^5$	$3 \times 10^5$	$1 \times 10^8$	$1 \times 10^8$	1

차체 운동 모드에 가상적인 sky-hook 감쇠기를 설치하는 것이다. 이는 3개의 차체 운동 모드 (heaving, pitching, rolling)의 가상적인 기준면과 차체사이에 감쇠기를 설치하였을 경우 차체에 전달되는 힘을 계산하여 동일한 힘이 4개의 유압 실린더에 의하여 차체에 가하여 지도록 제어하여 실제로 구현된다. 이를 위하여 차체의 질량 중심에서의 수직 방향 속도, 롤링 및 피칭 각속도 3개의 출력을 필요로 한다. 실제로 이들 속도는 자이로를 이용하여 직접 측정되거나 가속도계의 출력으로부터 계산되어진다. 각 축마다 한개씩 있는 4개의 제어 입력은 각 제어 대상 모드에 대한 등가입력 3개로 부터 변환되어 각각의 모드에서 sky-hook 감쇠 제어를 구현하는데 사용한다. 등가입력에서 실제 입력으로의 변환은 식 (3)의 관계로부터 구하여 지는데 특정한 등가입력을 상응하는 힘 작동기 입력이 무한개 존재하므로 이중 에너지 소비를 최소화하는 최소해 (Minimum norm solution)를 이용한다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}\mathbf{u}_e \quad (12)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}^T (\mathbf{G}\mathbf{G}^T)^{-1}$$

이때 모드 sky hook 감쇠제어기의 등가입력과 각각의 제어입력 즉 유압 실린더에 걸리는 힘은 다음과 같다.

$$\mathbf{u}_e = -K_{MSD} \bar{\mathbf{z}}_e = -K_{MSD} \mathbf{y} \quad (13)$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{H} K_{MSD} \bar{\mathbf{z}}_e = -\mathbf{H} K_{MSD} \mathbf{y} \quad (14)$$

$$K_{MSD} = \begin{bmatrix} K_z & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_\theta & K_{23\theta} \\ K_{31} & K_{32} & K_\phi \end{bmatrix}$$

모우드 sky-hook 감쇠 제어기의 대각선항은 sky-hook 감쇠 제어기를 각 운동 모드에 독립적으로 설치해준 감쇠기의 세기를 나타낸다. 그리고 비대각선항은 일반적인 차량의 차체 운동 모드의 연성을 제거하기 위한 것으로 각 모드 사이의 제어기 연성을 나타낸다. 모우드 sky-hook

감쇠 제어기는 이상적 감쇠를 제어 대상 운동 모드에 설치하므로 차량에서의 상쇄적인 성능 계수를 제한적인 범위에서 만족시키는 것이다. 그리고 물리적인 감쇠기의 성질에 의해서 제어 계의 안정성은 항상 보장된다. 이 제어기의 설계 방법은 해석적 방법과 수치적 방법이 있을 수 있다. 해석적 방법은 제어 대상계의 주파수역 응답을 통해서 모우드 sky-hook 감쇠 제어기의 이득을 결정하는 것이다. 이에 반해서 수치적인 방법은 출력 최적 제어 방법에 의해서 수치해를 구하는 것이다.

#### 4.1 수치적 이득 결정 방법(출력 최적 제어)

출력 최적 제어는 모든 상태 변수를 피이드백하는 기존의 최적제어와는 달리 제한된 상태변수의 정보만을 가진 출력을 피이드 백하여 주어진 성능 계수를 최소화하는 방법이다<sup>11)</sup>. 만일 제어 입력을 식 (14)로 정하여 식 (5)에 대입하면 폐루프는 식 (15)으로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_{fw} &= \mathbf{A}_c \mathbf{x}_{fw} + \mathbf{T}_{fw} \mathbf{W} \\ \mathbf{A}_c &= \mathbf{A}_{fw} - \mathbf{B}_{fw} \mathbf{H} K_{MSD} \mathbf{C}_{fw} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 노면속도는 백색 잡음  $w$ 로 대치되었다.

기존의 최적제어 이론에 의한 성능 계수를 만족하는 제어 입력은 아니지만 출력에 의해서 제한된 성능 계수를 식 (16)으로 쓸 수 있다. 식 (16)의  $W_c$ ,  $W_o$ 는 식 (17), (18)을 만족시키는 해이다. 간편한 수식 전개를 위해 첨자를 생략하기로 한다.

$$\begin{aligned} J &= \text{trace}[\mathbf{W}_c(\mathbf{Q} + \mathbf{C}^T \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K} \mathbf{C})] \\ &= \text{trace}[\mathbf{W}_o \mathbf{V}] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\mathbf{A}_c \mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c \mathbf{A}_c^T + \mathbf{V} = 0 \quad (17)$$

$$\mathbf{A}_c^T \mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c \mathbf{A}_c + \mathbf{Q} + \mathbf{C}^T \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K} \mathbf{C} = 0 \quad (18)$$

여기서  $\mathbf{Q}$ 와  $\mathbf{R}$ 은 식(9)에서 사용한 값을 그대로 사용할 수 있다. 그러나  $\mathbf{N}$ 은 고려되지 않았다.

으므로 LQ제어기의 결과와 출력 제어의 결과를 직접 비교할 수 없다. 본 논문에서는 다만 경향만을 비교하기로 한다.

$K$ 를 결정하기 위해 식 (19)의 기울기 방법(gradient search)을 사용하여 수렴하는 피드백 이득을 결정한다.

$$K_{i+1} = K_i - \mu \frac{\partial J}{\partial K} \quad (19)$$

$$\frac{\partial J}{\partial K} = 2[R K C W_c C^T - (BH)^T W_o W_c C^T] \quad (20)$$

여기서  $\mu$ 은 수렴 상수로 보통 시행착오법을 사용하여 식 (19)가 발산하지 않으면서도 충분히 빨리 수렴하는 작은 양의 실수값을 구하여 사용한다.

이 방법은 최적 제어 이론에서  $(A_{fw}, B_{fw}H, C_{fw})$ 의 안정화 가능하고, 관측가능 조건에서도 유일한 해의 존재를 보장할 수 없는 한계를 가지고 있다. 하지만 본 연구에서 제시한 모우드 sky-hook 감쇠 제어기의 피드백 이득은 물리적으로 감쇠의 의미가 있으므로 신뢰할 수 있는 초기 값을 결정할 수 있다. 이 출력 최적 제어 이론에 의해서 모우드 sky-hook 감쇠 제어기의 이득을 결정하면 다음과 같다.

$$K_{MSD} = \begin{bmatrix} 4394.2 & 0 & -1675.1 \\ 0 & 2566.7 & 0 \\ 5880.4 & 0 & 10279 \end{bmatrix} \quad (21)$$

이 결과에서 비연성된 룰링 운동에 해당하는 값  $K_{12}=K_{21}=K_{23}=K_{32}=0$ 임을 확인할 수 있다. 하지만 연성된 제어 모드의 비연성화에 필요한 이득  $K_{13}, K_{31}$ 은 0이 아닌 값이 얻어졌다.

#### 4.2 해석적 이득 결정 방법

해석적인 방법은 각 대각선항을 식 (22)와 같이 각 제어 대상 모드에 기준 감쇠 0.7이 되도록 결정한다. 기준 감쇠는 최적 제어의 결과에서 대표 극점(dominant pole)의 위치에서 추정한다.<sup>12)</sup>

$$K_{ii} = (\zeta_s - \zeta_i) C_i \quad (22)$$

$$C_i = 2\sqrt{K_{ei}M_{ei}} : \text{임계 감쇠 계수}$$

$$\zeta_s = 0.7 : \text{기준 감쇠 계수},$$

$$\zeta = \frac{C}{C_c} : \text{시스템 감쇠 계수}$$

$$K_{ei} : \text{각 모드의 등가 스프링},$$

$$M_{ei} : \text{각 모드의 등가 질량},$$

$$C_i : \text{각 모드의 시스템 감쇠}$$

비 대각선항은 비연성 모드의 개인은 “0”으로 가정하고 연성된 개인  $K_{13}, K_{31}$ 의 결정은 상하(heaving), 페칭 운동모드를 최대한 비연성시키도록 결정한다. 그럼 5는 모드 sky-hook 제어기가 부착된 시스템의 블럭선도를 보여주고 있다. 기준신호와 출력사이의 전달함수는 다음과 같다.

$$E(s) = C_f(sI - A_f)^{-1} B_f H K_{MSD} [I + K_{MSD} C_f(sI - A_f)^{-1} B_f H]^{-1} \\ = [I + C_f(sI - A_f)^{-1} B_f H K_{MSD}]^{-1} C_f(sI - A_f)^{-1} B_f H K_{MSD} \quad (23)$$

기준신호와 출력사이의 연성을 최소화하기 위하여 E(s)의 비대각선항이 최소화되도록 제어이득을 결정하여야 한다. 원래 연성이 없는 모드사이의 제어 이득을 0으로하면  $E_{13}(s)$ 와  $E_{31}(s)$ 를 제외한 비대각선항은 0이된다.  $K_{13}$ 와  $K_{31}$ 은 관심있는 주파수 대역에서 비대각선 항들의 노음(norm)이 최소화되도록 결정한다.

결과는  $K_{13} = K_{13}(K_{11}, K_{33}), K_{31} = K_{31}(K_{11}, K_{33})$ 의 함수 형태로 나타나지만  $K_{11}, K_{33}$ 의 변화에는 일반적으로 민감하지 않다.<sup>4)</sup>  $K_{13}, K_{31}$ 의 값은 노음의 설정에 따라서 Table3처럼 결정된다. 3행은 공진주파수(resonance frequency : 1Hz)만을 고려한 경우이다.

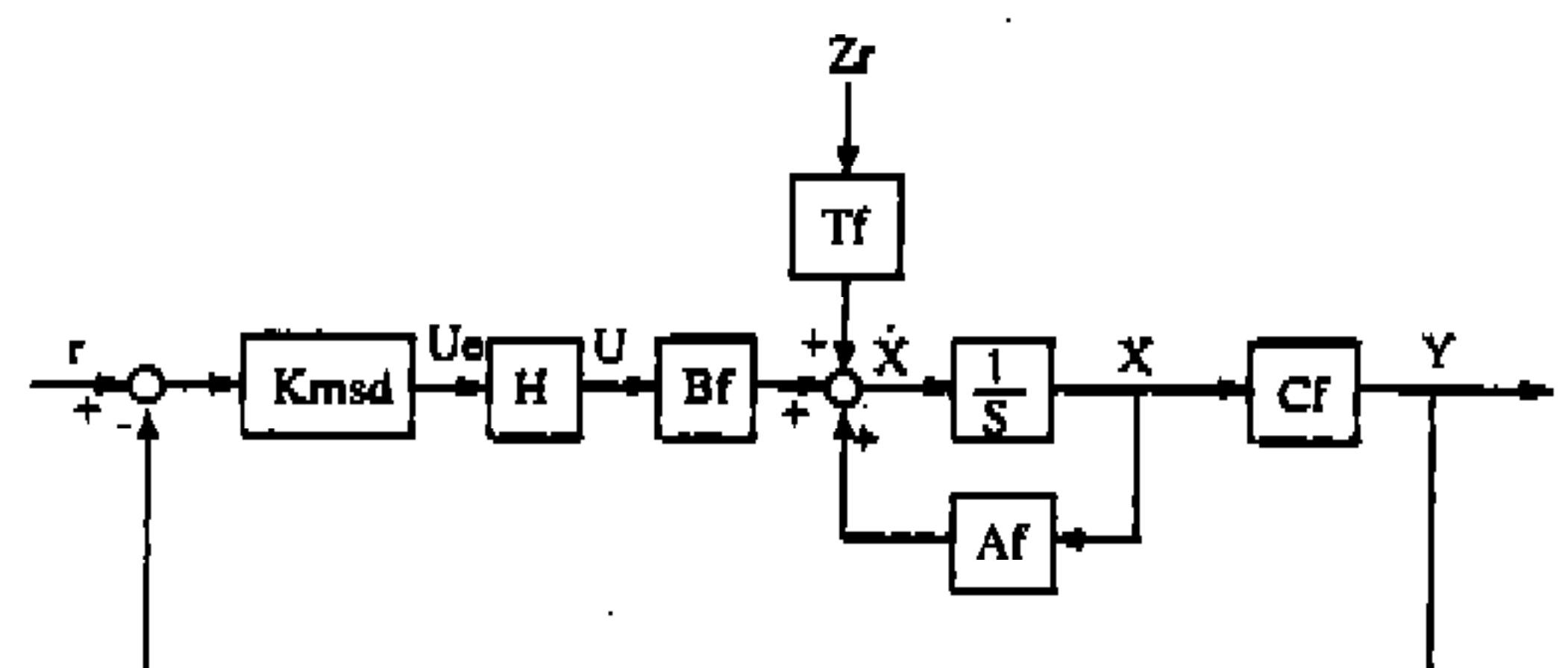


Fig.5 Block Diagram for Modal Sky-hook controller

$$\min\|E_{13}(j\omega)\|, \min\|E_{31}(j\omega)\| \text{ for } 0.5*2\pi \leq \omega \leq 5*2\pi \quad (24)$$

2-노음을 사용한 경우는 출력 최적 제어에 의한 경우와, 무한-노음을 사용한 경우는 공진점만을 고려하여 결정한 경우와 각각 유사한 결과를 가진다. 2-노음을 사용한 경우는 일반적으로 반공진점(anti-resonance)을 과대 평가하여 무한-노음보다 성능이 떨어진다. 이 결과를 종합해 보면 공진점만을 고려하여 비대각선형 제어 이득을 결정할 수 있음을 알 수 있다. 다음장에서는 공진점에서 연성이 최소화되도록 해석적 방법으로 설계된 모우드 sky-hook제어기의 성능을 알아본다.

## 5. 모우드 sky-hook 감쇠 제어기의 성능 평가

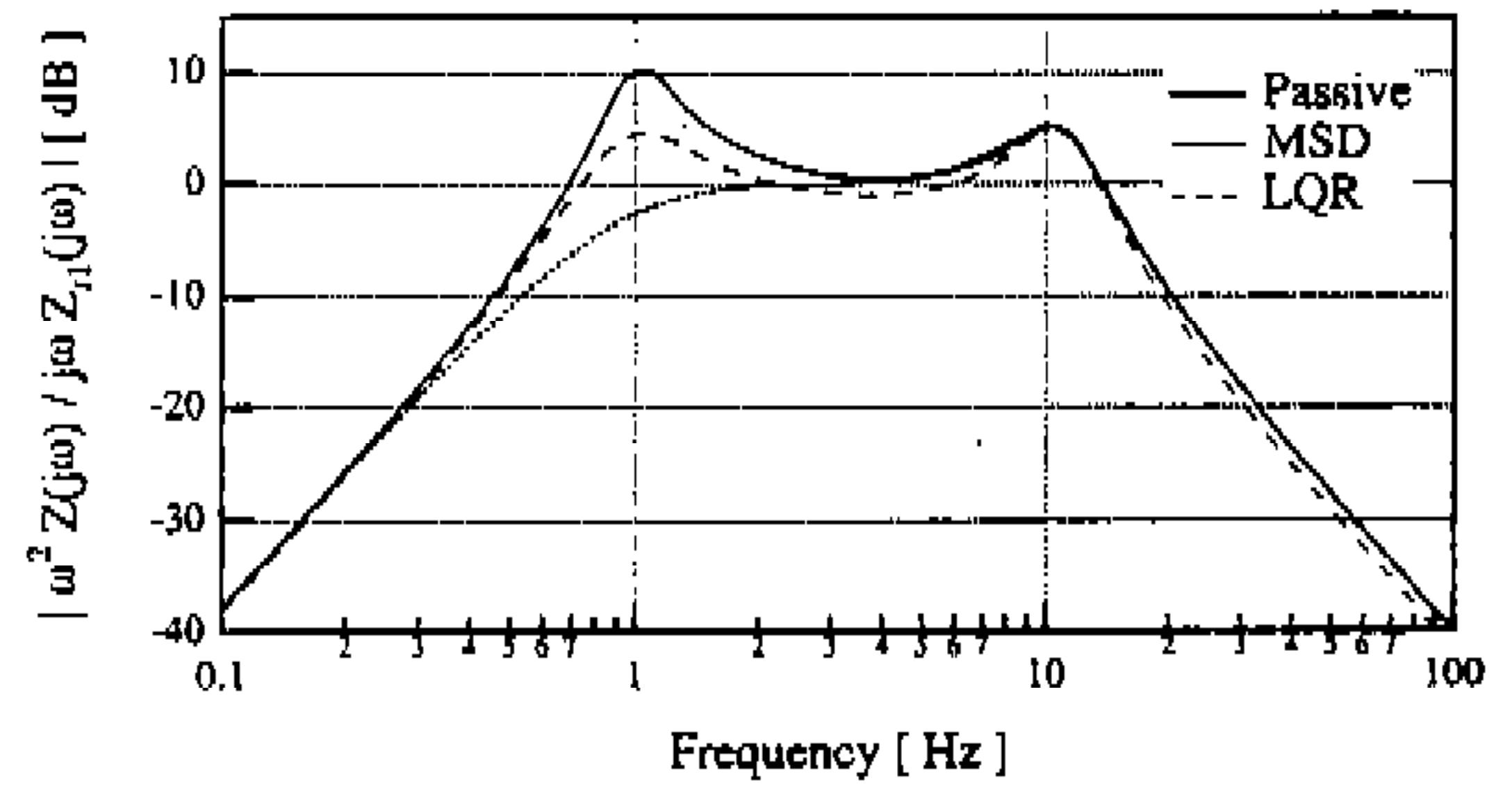
### 5.1 주파수역 해석

모우드 sky-hook 감쇠 제어기를 2가지 성능 관점에서 해석한다. 첫번째는 승차감에 해당하는 노면 속도에 대한 차체 가속도 응답이며, 두번째는 제어 대상 모드를 독립적으로 제어하는 것에 해당하는 명령의 추종성능이다. 그림 6은 오른쪽 앞바퀴에 들어오는 노면 속도에 대한 각모드별 가속도의 주파수역 응답이다. 모우드 sky-hook 감쇠 제어 제어기의 비교 평가를 위해 모든 상태 변수 피이드에 의한 최적 제어 이론의 결과와 비교한다.

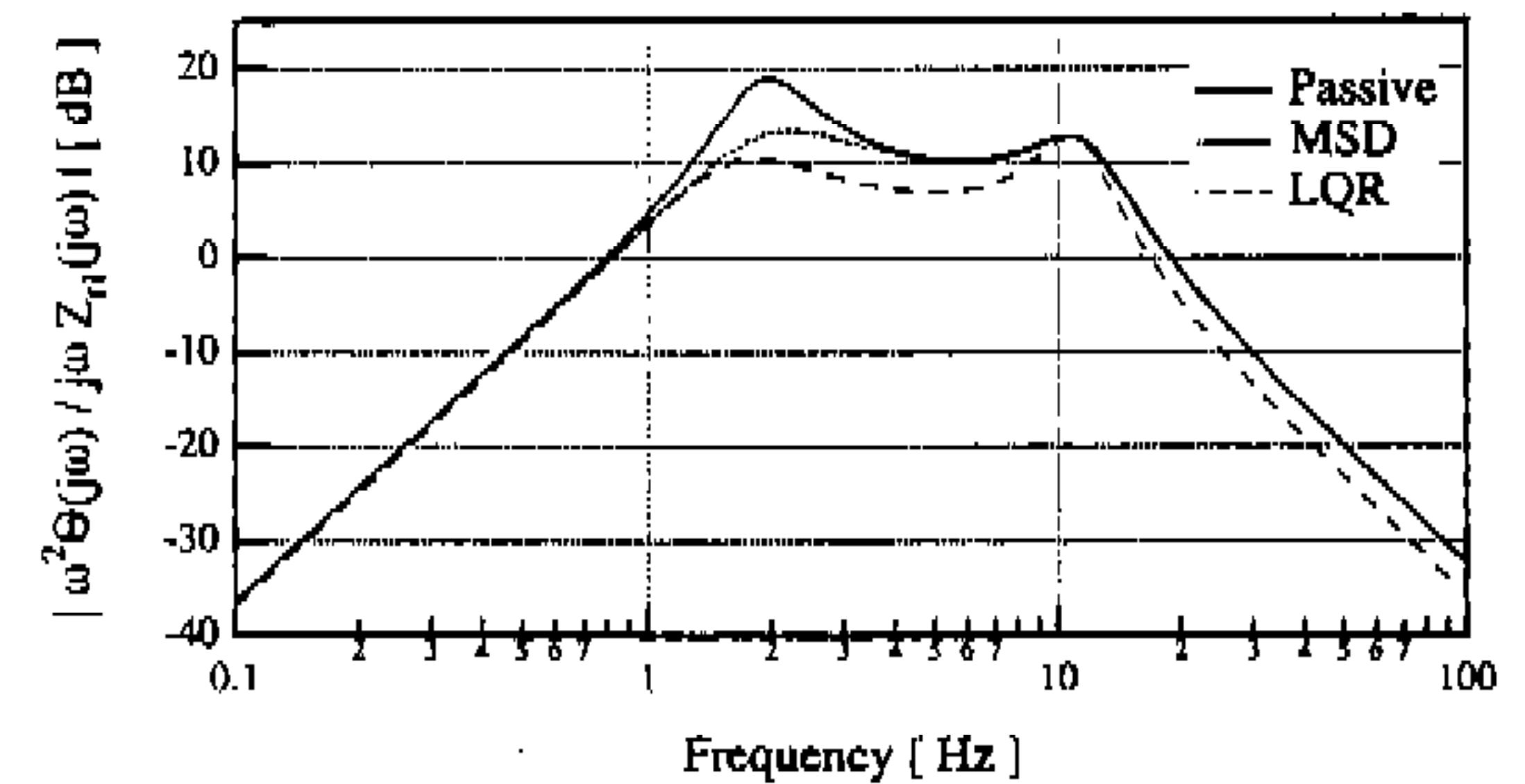
그림 6(a)의 결과에서 모우드 sky-hook 감쇠 제어기는 승차감에 가장 큰 영향을 주는 수직 방향 가속도를 수동식 현가 장치에 비해서 차체 공진점에서 13dB의 개선을 가져왔다. 또한 최적제어의 경우에 비해 8dB이상의 개선을 확인할 수 있다. 최적 제어의 경우는 모우드 sky-hook 감쇠 제어기가 5Hz 이상에서 수동식에 비해서 적게나마 성능을 악화시킬 수 있는 문제점을 가지지 않으며 차축의 운동 변위나 에너지 소비량등에서 본장에서 사용하는 제어기보다 우수하다. LQ제어기의 가중치를 변경하여 보다 많은 승차감 개선을 이를 수도 있으나 조정성과 밀접한 관계가 있는 차축의 운동 변위나 롤링 성능등이 나

Table 2 The gain of modal sky-hook controller

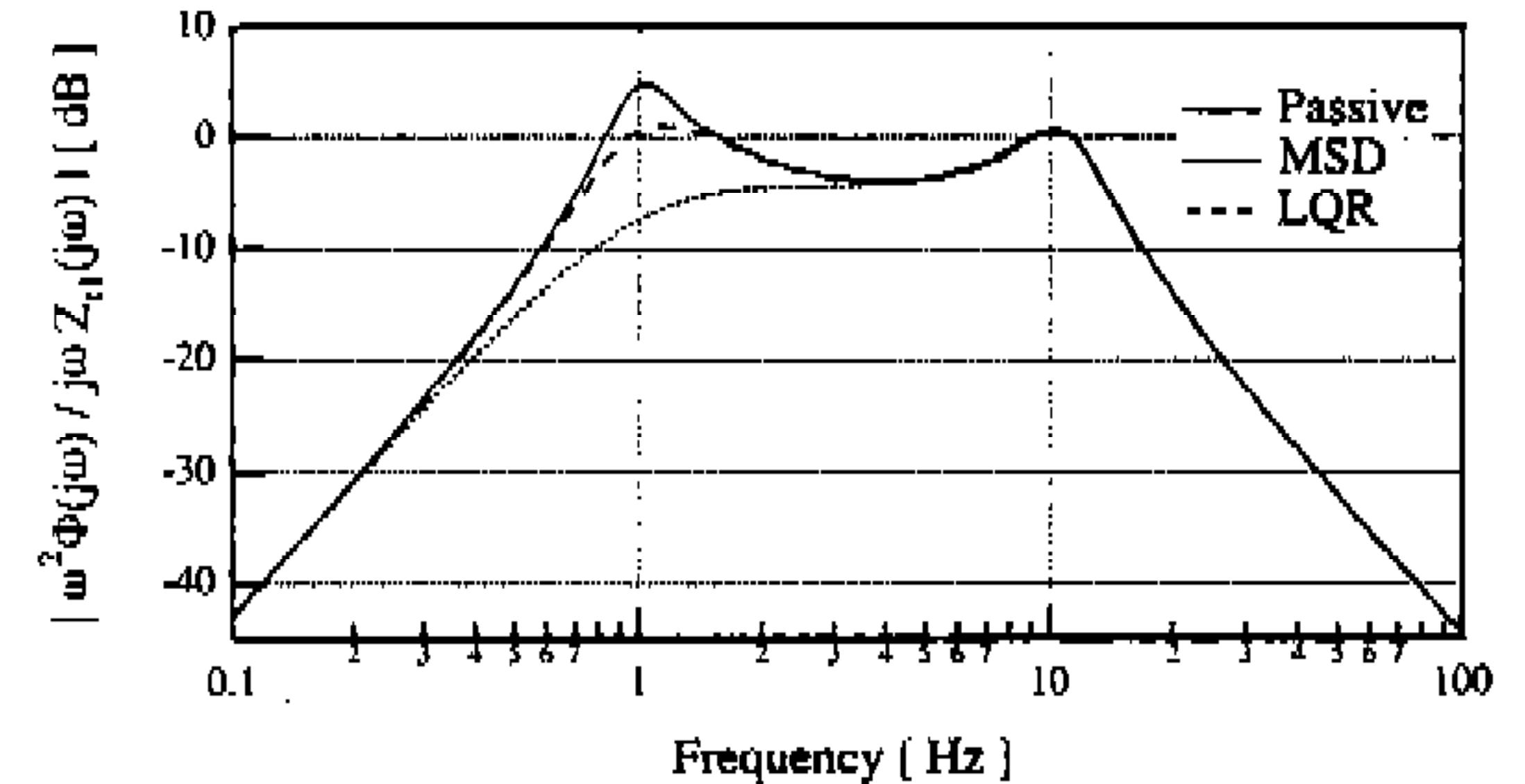
norm	K11	K22	K33	K13	K31
infinite	8994.4	2760.3	13380	-4313.7	-5098
two	8994.4	2760.3	13380	-4313.7	1176.5
reso	8994.4	2760.3	13380	-5882.4	-3921.6



(a) Frequency Response Function of Heaving Mode



(b) Frequency Response Function of Rolling Mode



(c) Frequency Response Function of Pitching Mode

Fig.6 Frequency Response Function for Front Right Road Velocity Input,  $Z_{11}$

빠진다. 그림 6, (b)의 비연성된 롤링 운동 모드는 모우드 sky-hook 감쇠 제어기의 롤링모우드의 제어이득 조정을 통해서 성능을 향상시킬 수 있다. LQ제어기는 모든 주파수 영역에서 수동 현가 장치에 비하여 성능 개선을 가져오는 반면 모우드 sky-hook 감쇠 제어기는 연성된 상하와 피칭 운동모드 사이의 가장 연성이 큰 1Hz 근방의 차체 공진점에서만 성능 개선을 가져온다.

## 5.2 모의 실험

주파수역 해석만으로는 모델링 오차가 존재하는 시스템에 영향을 고려할 수 없으나 시간역 해석은 모델링 오차와 동시에 모든 외란이 동시에 작용하는 시스템의 응답을 해석할 수 있고 또한 제어시스템에 필요한 입력을 산출할 수 있다. 시간역 모의 실험은 식 (25), (26)에서 거친 노면 상태 ( $a=0.45$ ,  $\sigma^2=300$ )<sup>6)</sup>과 차량 속도 80km/h

를 기준하여 실행한다.

$$E[\xi(t)\xi(\tau)] = 2\sigma^2 a v \delta(t-\tau) \quad (25)$$

$$\dot{w} = a_w w + \zeta \quad (26)$$

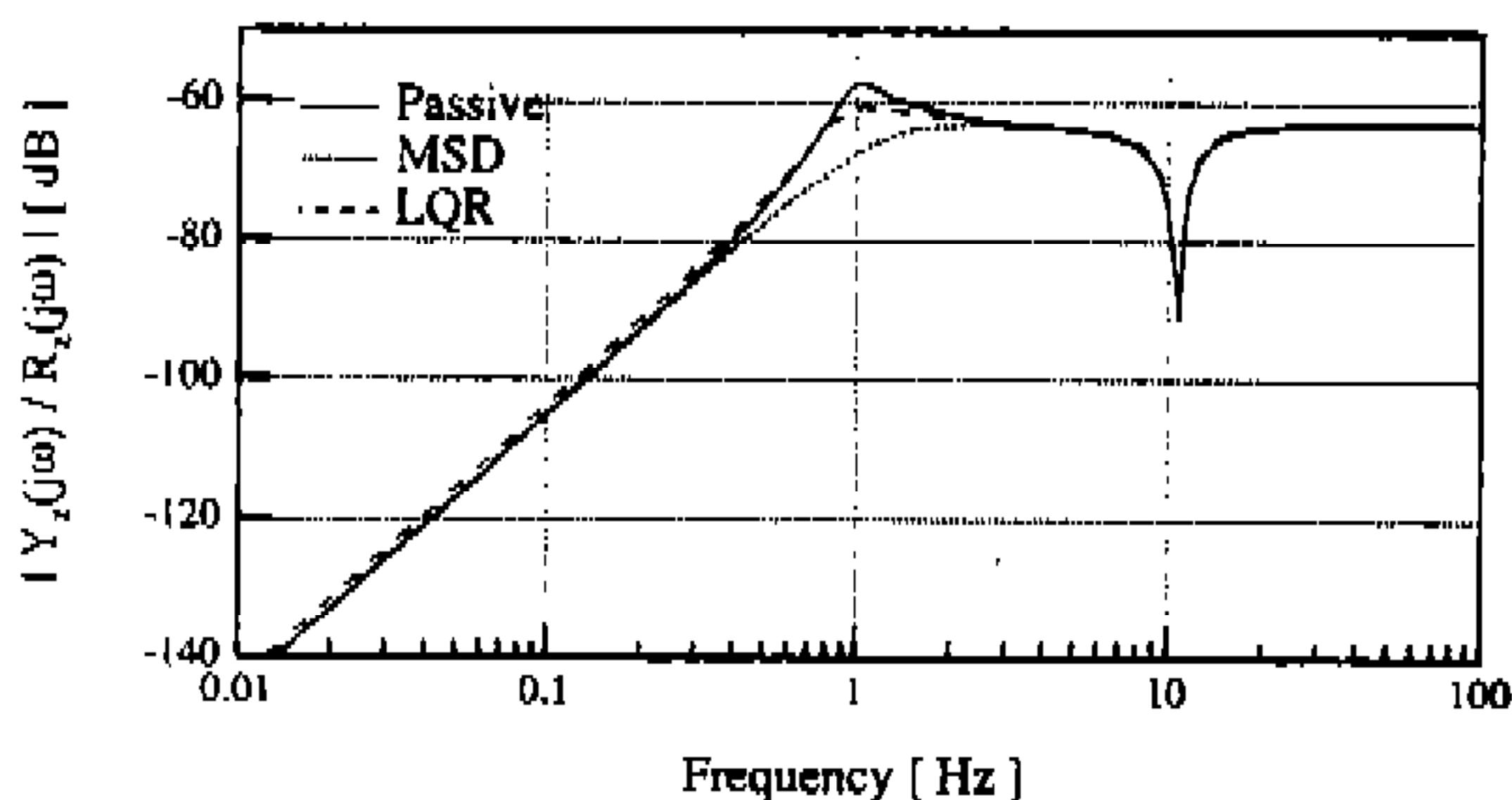
$$a_w = -a v$$

$\sigma^2$  : 노면 요철의 시차  
(the variance of the road irregularities)

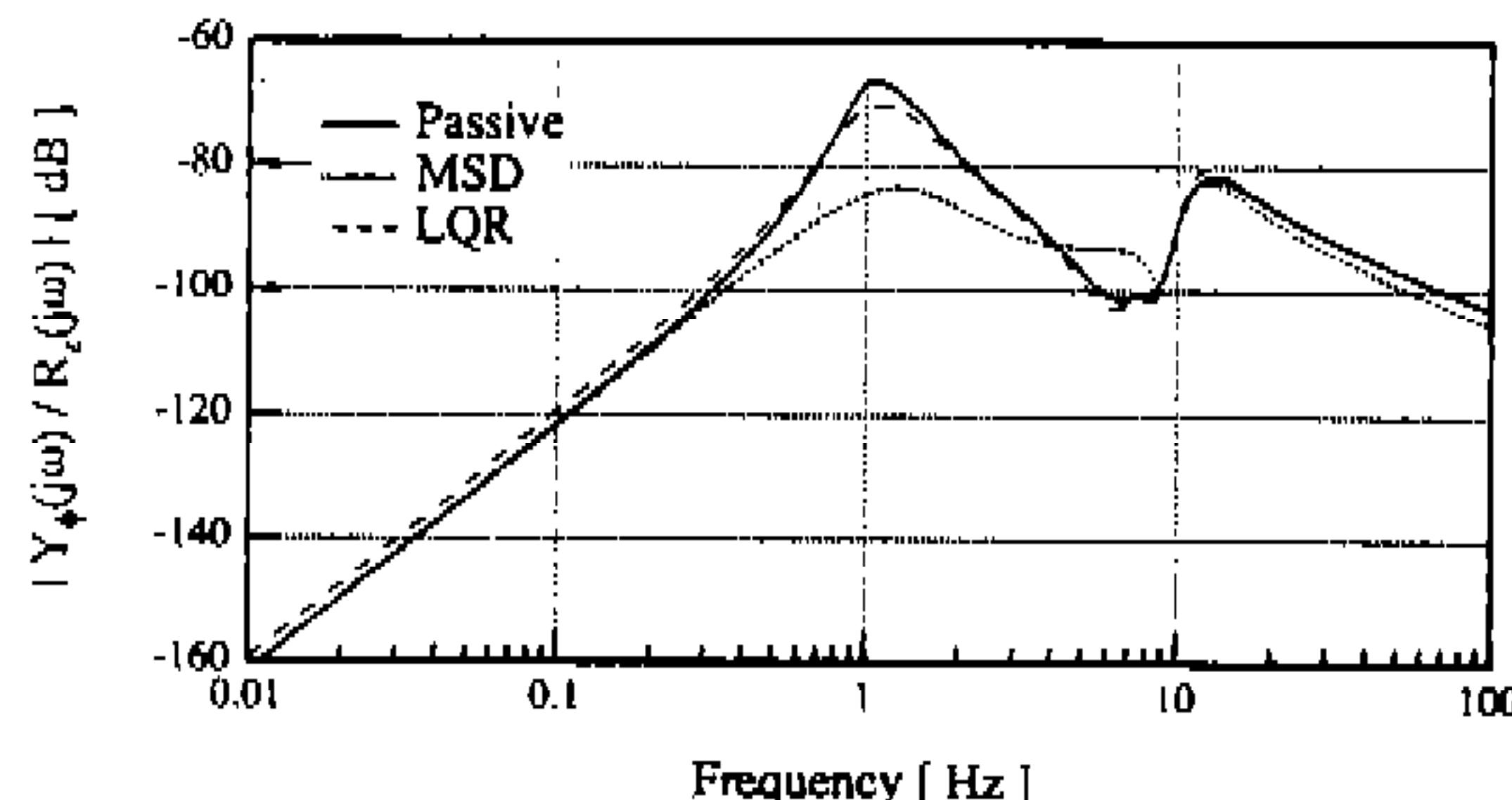
v : 차량 속도

a : 노면 종속 계수

모우드 sky-hook 감쇠 제어기는 그림 8에서 1Hz 근처의 차체 공진을 1/7로 감소시키므로 만족할만한 승차감 개선을 얻었다. 모델링 오차가 존재하는 경우에는 1Hz 공진을 효과적으로 감소시키지만 2Hz이상의 영역에서는 수동식과

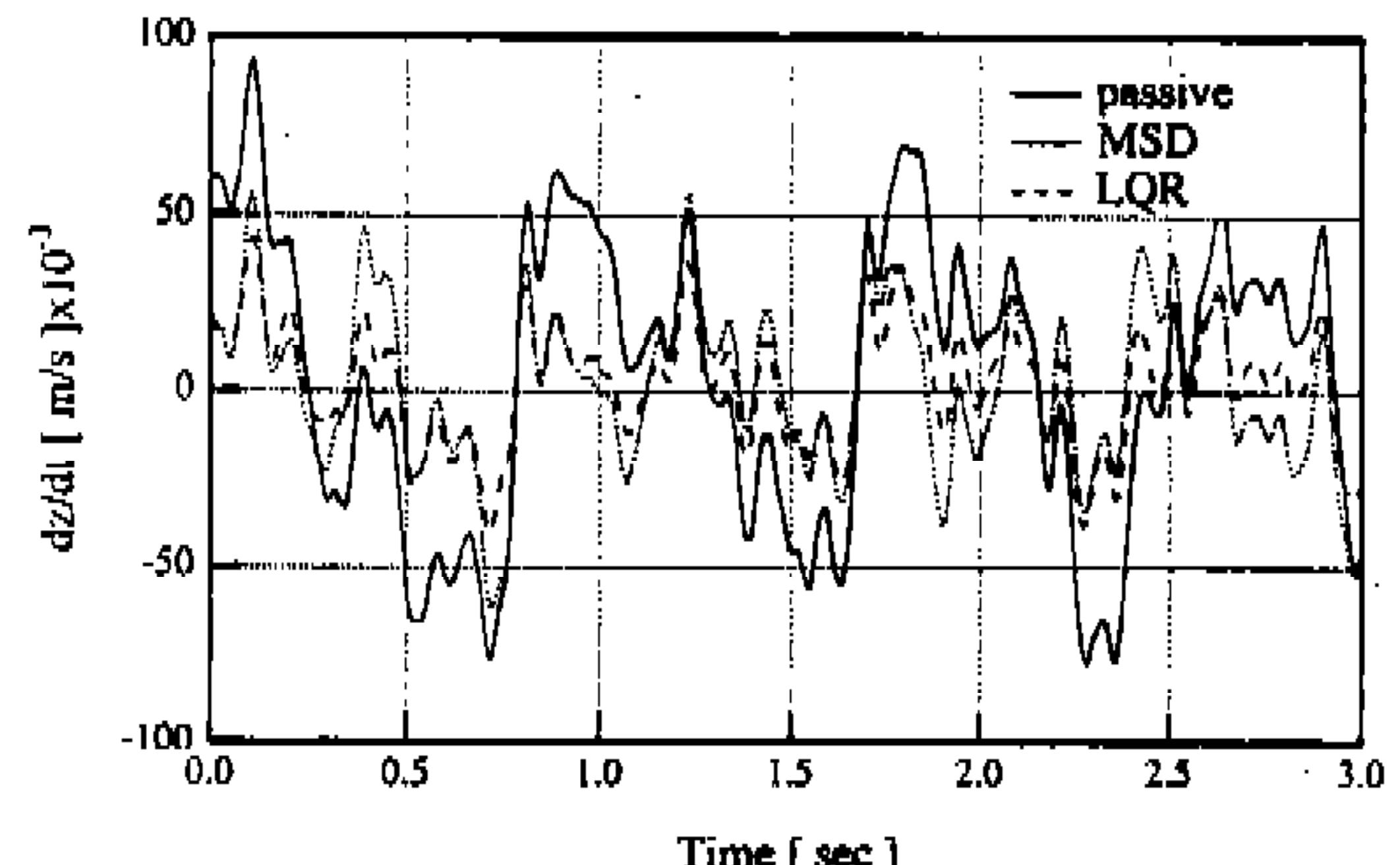


(a) Frequency Response Function of Heaving Mode Velocity Output

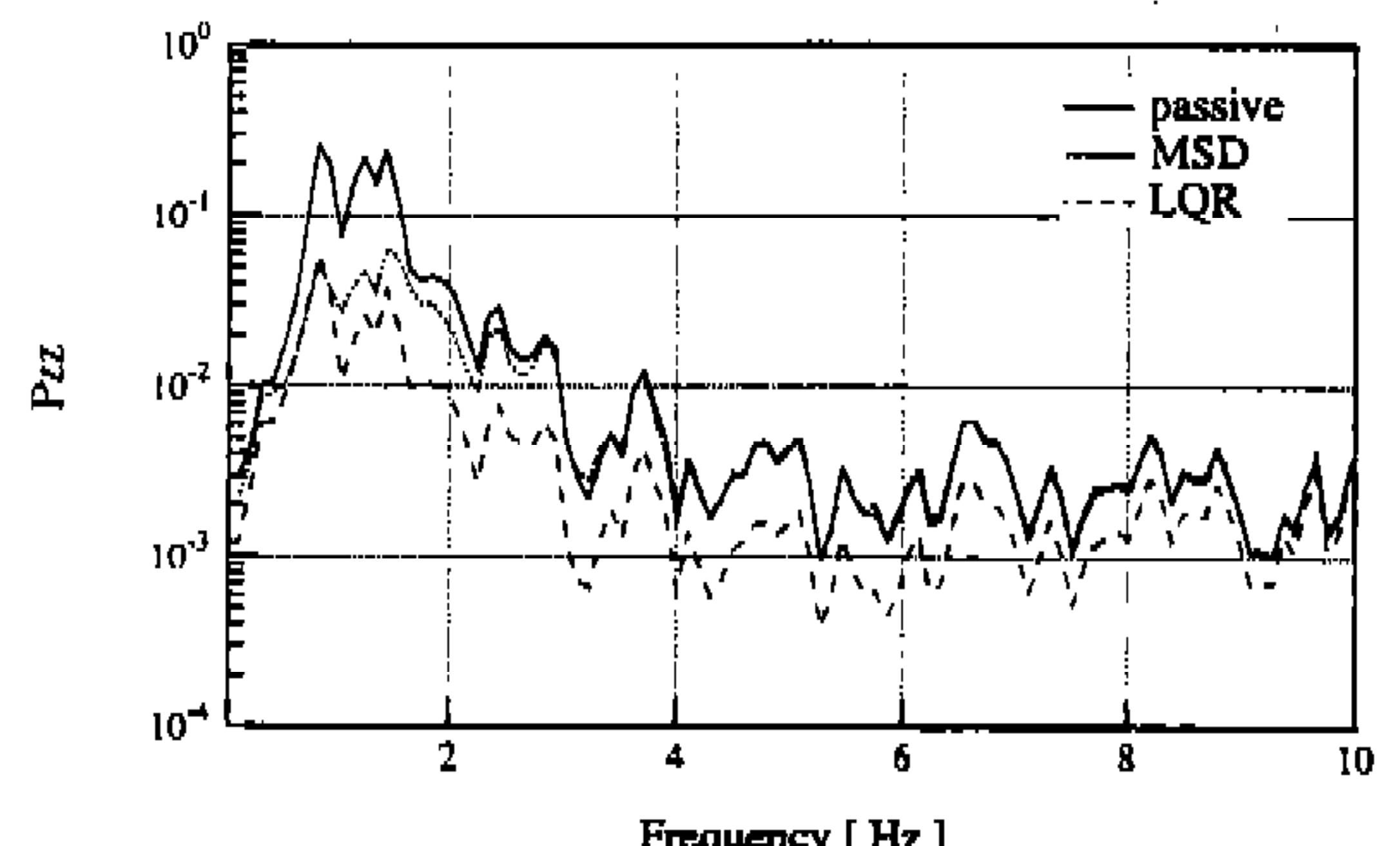


(b) Frequency Response Function of Pitching Mode Velocity Output

Fig.7 FRFs with Heaving Mode Reference Velocity Input



(a) Time history of Heaving Velocity



(b) PSD of Heaving Velocity

Fig.8 Simulation result with speed=80km/h

동일한 결과를 가진다<sup>3), 4)</sup>. 종합적으로 모우드 sky-hook 감쇠 제어기는 도로 노면 외란에 대해서 원하는 주파수 영역에서 만족하는 개선을 가지며, 차량 질량과 위치에 대한 모델링 오차가 존재하는 모든 경우에도, 수동 시스템에 감쇠요소만을 단 경우와 동일하므로 항상 계로부터 에너지를 빼내기만 하여 전체 제어계의 안정성을 보장한다.

LQ최적제어의 경우 가중치가 각모우드의 분리보다는 모든 사항들의 개선을 주목적으로 하여 선택되었으므로 각 운동모드의 연성이 자연스럽게 고려되어 그림6(a)에서 예측한 바와는 다르게 모든주파수 영역에서 최적 출력 제어보다 나은 성능을 보인다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 실차 모델의 능동형 현가 장치 제어기로서 “모우드 sky-hook 감쇠 제어기”를 제안하였다. 모우드 sky-hook 감쇠 제어기는 기존 1/4차 모델에 기초한 여타 제어기들의 한계성을 극복하도록 3차원 모델을 기초로하여 개발되었고 간단한 구조를 가지고 있으므로 실제 차량에 적용시 제어기를 간략화 할 수 있다. 비교 대상인 최적 제어에 상당하는 승차감 향상을 이룩하며, 차체 모델이나 하중의 변화에도 안정성을 유지함을 모의 실험을 통해서 검증하였다. 출력 최적 제어 방법과 비연성화 방법등 두가지 제어이득 결정방법을 제시하였다.

## 후 기

본 연구는 한국 과학 기술 연구원의 지원에 의해 수행된 “승용차용 능동형 현가 장치 제어기 설계에 관한 연구” 결과의 일부이다.

## 참 고 문 헌

- P. W. Claar II and J. M. Voge, “A review of active suspension control for on and off-highway vehicles”, Society of Automotive Engineers Paper Number 892482, 1989.

- T. D. Gillespie, Fundamentals of Vehicle Dynamics, Society of Automotive Engineers, 1992.
- R. S. Sharp and D. A. Crolla, “Road vehicle suspension system design-a review”, Vehicle System Dynamics, Vol. 16, pp. 167-192, 1987.
- 곽병학, “강인한 능동형 현가 장치 제어기 설계에 관한 연구”, 한국 과학기술원 석사 학위 논문, 1993.
- S. Kiriczi, “Control of Active Suspension with parameter Uncertainty and Non-White Road Unevenness Disturbance Input”, Society of Automotive Engineers Paper Number 902283, 1990.
- A. Hac, “Adaptive control of vehicle suspension”, Vehicle System Dynamics, Vol. 16, pp. 57-74, 1987.
- D. Karnopp and M. J. Crosby, “Vibration control using semi-active force generators”, Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, May, 96, pp. 619-626, 1974.
- C. Yue and T. Butsuen, “Alternative control laws for automotive active suspension”, Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Trans. ASME, Vol. 111, pp. 286-291, 1989.
- H. Kwakernak and R. Sivan, Linear Optimal Control System, John Wiley, 1972.
- J. M. Maciejowski, Multivariable Feedback Design, Addison Wesley, 1989.
- D. A. Wilson and R. S. Sharp., “The application of linear optimal theory to the design of active automotive suspension”, Vehicle System Dynamics, Vol. 15, pp. 105-118, 1986.
- P. Barak and D. Hrovat, “Application of the LQG approach to design of an automotive suspension for three-dimensional vehicle models”, Proc. of IMechE, pp. 11-26, 1988.

## 부 록

실차 (full-car) 모델의 모델링 변수

model name	symbol	unit	value
sprung mass	Mz	kg	1,460
roll moment of inertia	Ix	kg m <sup>2</sup>	460
pitch moment of inertia	Iy	kg m	2,460
unsprung mass (front)	mf	kg	40
(rear)	mr	kg	35.5
damper rate (front)	Cf	Nsec/m	1,290
(rear)	C <sub>r</sub>	Nsec/m	1,620
spring rate (front)	Kf	N/m	19,960
(rear)	Kr	N/m	17,500
anti-roll bar rate (front)	Af	N/m/rad	19,200
(rear)	Ar	N/m/rad	9,600
tire stiffness (front)	Kft	N/m	175,500
(rear)	Ktr	N/m	175,500
distance from C. G. to axle (front)	Lf	m	1.011
(rear)	Lr	m	1.803
half-track (front)	tf	m	0.761
(rear)	tr	m	0.755