

## 유도전동기의 토크 속응제어법에 관한 벡터적해석

정 석 권 · 양 주 호

부산수산대학교

(1995년 8월 31일 접수)

### **Vector Analysis on the Quick Torque Control of Induction Motors**

**Seok - Kwon JEONG and Joo - Ho YANG**

National Fisheries University of Pusan

(Received August 31, 1995)

#### Abstract

In this paper, vector analysis on the novel quick torque control of Induction Motors(I.M) based on voltage - controlled type is conducted. It was very difficult to get a step response of torque when the primary voltage was selected as control input of induction motors in conventional quick torque control methods. To solve this problem, the new control method was developed using a new concept of pulse addition which can realize the stepwise torque response of a specified settling time of  $\Delta$ . The new method was successfully confirmed through DSP(Digital Signal Processor) system-based experiments. However, it was a little difficult to understand the control mechanism intuitively. The purpose of this paper is to provide more understanding about the quick torque control mechanism using the vector analysis.

#### 1. 서 론

근년 산업계의 FA(Factory automation)화가 급속히 진행되는 가운데 로보트, NC(Numerical control)기기를 포함한 공작기계를 비롯하여 철강, 전력, 선박등 산업용 가변속 구동장치에 사용하는 서보모터의 중요성이 한층 증대되고 있다. 종래 이와 같은 서보모터로서는 주로 직류전동기가 이용되어져 왔으나, 현재는 보수의 필요성이 거의 없고, 내환경성, 중량대비 고파워의 장점을 갖는 교류전동기가 주류를 차지하고 있다. 그 가운데서도 특히 농형 유도전동기는 구조상 정류자와 브러시의 접촉기구를 갖지 않으므로 경량, 저가격, 보수 시간 및 경비의 절감 등이 가능하다는 잇점이 있어

최근의 파워일렉트로닉스 분야의 비약적인 발전과 더불어 중·대형 용량의 가변속 구동장치로서 중요한 위치를 점하고 있다.

서보모터로서 유도전동기를 이용하여 고정도 고성능 제어를 행할 경우, 유도전동기의 전자기적 출력인 토크의 과도특성이 중요한 문제로 된다. 즉, 속응성 향상을 위해서는 전자기적 토크를 오브슈터와 같은 과도현상을 수반함이 없이 최단시간 내에 토크지령치에 추종시키는 것이 바람직하다.

제어입력을 전류로 하는 전류형제어에서는 이상전류원을 갖는 것을 전제로 이론적으로는 과도 현상없이 토크를 목표치에 추종시키는 것이 가능하다. 그러나 전압을 제어입력으로 하는 전압형제어일 경우, 전류에 나타나는 두개의 과도항을 동

시에 제거할 수 있는 전압을 구하기가 거의 불가능하다. 따라서 두개의 과도항 중 시정수가 보다 작은쪽을 제거하는 근사적 전압 조건을 도출하여 이를 제어입력으로 하는 방법이 제안되어져 있다<sup>1)</sup>. 이 경우, 토크의 과도특성은 결과적으로 시정수가 작은 쪽에 의해 지배를 받게 되며 그 이상의 속용성을 갖는 제어법을 기대하기가 어렵다. 또한, 이러한 근사적 접근법은 전류해에 나타나는 두 과도항을 동시에 제거 가능한 전압해의 존재성에 대해서도 충분히 설명을 해주지 못한다. 따라서 기존의 접근법은 금후의 새로운 토크 속응제어법 개발을 위한 시스템적인 문제 해결에 아무런 도움을 주지 못한다.

이와같은 문제점을 해결하기 위하여, 저자 등은 기존의 근사적 접근법에서 탈피, 전압제어형 모델에서도 유도전동기의 전자기적 토크를 과도현상 없이 스텝적으로 제어 가능한 전압해 도출 방법을 제안해 왔다<sup>3), 4)</sup>. 또한, 제안된 방법은 미소 유한 정정시간  $\Delta$ 를 도입하여 정식화를 행함으로써 일정 전압 제약조건 하에서 운전되는 실시스템에서의 적용가능성이 실험을 통해 이미 입증되었다<sup>5)</sup>. 한편, 제안방식에서는 과도토크 소거를 위해 펄스전압 인가의 새로운 개념이 도입되어졌으나, 제어원리적 측면에서의 고찰 부족으로 이를 직관적으로 이해하기 어려운 문제점이 있다.

본 논문에서는 이상의 문제점에 주목하여, 펄스전압 인가에 의한 토크 속응제어법<sup>6)</sup>을 과도토크 소거의 측면에서 재구성하고, 벡터도를 이용한 이론적 고찰을 행한다. 고찰을 통하여 펄스전압 인가에 의한 토크 속응제어의 메카니즘을 상세히 기술함과 동시에 그 이론적 타당성을 검증한다.

## 2. 과도가 없는 토크 제어

### 2. 1 유도전동기의 상태방정식과 순시토크식

유도전동기의 회로방정식은 정지좌표계에서 대칭인 3상 권선형 전동기를 모델로서 대칭 좌표변환법을 이용하여, 일반적으로 다음식과 같이 나타낼 수 있다<sup>2)</sup>.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_1 p & mp \\ m(p - j\dot{\theta}_e) & R_2 + L_2(p - j\dot{\theta}_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서,

$$L_i = \frac{3}{2}L'_i + l_i, \quad m = \frac{3}{2}M$$

$R_i, L'_i, l_i : 1차, 2차권선의 각 상저항, 주 인덕턴스, 누설 인덕턴스$

$\theta_e : 1차, 2차권선간 전기각$

$M : 상호 인덕턴스$

$p : 미분 연산자$

$$j = \sqrt{-1}$$

또한,  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ 는 1차, 2차 전류를,  $\mathbf{u}$ 는 제어입력인 전압을 나타내고 있다. 더욱이  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u}$ 는 (2), (3)식과 같이 정의되는 복소변수로서 3상으로부터 2상으로 변환시, 실수부가 d축, 허수부가 q축에 대응하고 있다. 또, 위 식에서 1차, 2차축 모두 성형결선(Star connection)을 상정하고 있다.

$$\mathbf{x}_i = x_{id} + jx_{iq}, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

$$\mathbf{u} = u_d + ju_q \quad (3)$$

위의 (2), (3)식에 있어서 전류 및 전압의 d, q축 성분은 정지좌표계상에서의 양이므로 교류치를 각각 나타내고 있다. Fig. 1은 본 논문에서 수식 유도에 관련하여 설정된 좌표계를 나타낸다.

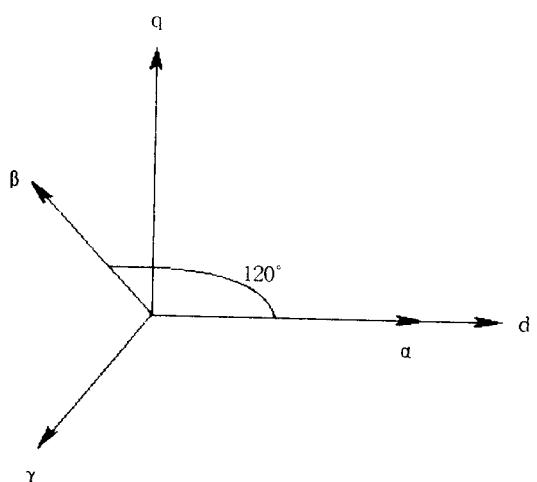


Fig. 1. Setting of the coordinate

유도전동기의 상태방정식은 (1)식으로부터 1차 전류 및 2차전류를 상태변수, 1차측의 전압  $u$ 를 제어입력으로서 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} L_2 \\ -m \end{bmatrix} u \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} A_{11} &= -R_1L_2 - jm^2\theta_e, A_{12} = R_2m - jL_2m\dot{\theta}_e \\ A_{21} &= R_1m + jL_1m\dot{\theta}_e, A_{22} = -R_2L_1 + jL_1L_2\dot{\theta}_e \\ \sigma^2 &= L_1L_2 - m^2 \end{aligned}$$

(4)식은 다음과 같은 일반적인 상태방정식 표현으로 쓸 수 있다.

$$\mathbf{x}' = A\mathbf{x} + Bu \quad (5)$$

순시전류를 구하기 위해 위식을 라플라스 변환하면 다음과으로 된다.

$$\mathbf{X}(s) = [sI - A]^{-1} \mathbf{x}(0) + [sI - A]^{-1} BU(s) \quad (6)$$

$\mathbf{x}(0)$ 은  $t=0$ 의 순간에 있어서 초기전류치,  $s$ 는 라플라스 연산자를 각각 나타낸다.

다음과 같은 전압벡터(이하 전압으로 약칭)  $u_1$ , 각주파수  $\omega_1$ 을 갖는 정현파 입력에 대해서

$$u(t) = u_1 \exp(j\omega_1 t), t \geq 0 \quad (7)$$

순시전류는 (7)식을 라플라스 변환한 후, (6)식에 대입하고 역 라플라스 변환을 통해 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(t) &= \mathbf{x}_{i1} \exp(-\tau_1 t) + \mathbf{x}_{i2} \exp(-\tau_2 t) \\ &\quad + \mathbf{x}_{iu} \exp(j\omega_1 t), i = 1, 2 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,  $-\tau_i$  ( $\tau_1 \neq \tau_2$ )는 (5)식의 시스템행렬  $A$ 의 고유치,  $\mathbf{x}_{ij}$  ( $j = 1, 2$ ),  $\mathbf{x}_{iu}$ 는 전동기 정수 및 전류의 초기치로부터 정해지는 상수이다. (8)식의 우변 제1, 제2항은 과도전류를 나타내며, 제3항이 정상상태의 전류를 나타내고 있다. 이 식으로부터 임의의 전압을 제어입력으로 하는 경우는 전류해에 시정수가 각각  $1/\tau_i$ 인 두개의 과도항이 발생함을 알 수 있다.

한편, 유도전동기의 전자기적 순시ток T는 (8)

식의 전류  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ 를 이용해서, 일반적으로는 다음과 같이 나타내어진다.

$$T = Nm \operatorname{Im}[\mathbf{x}_1 \overline{\mathbf{x}_2}] \quad (9)$$

여기서,  $N$ 은 극대수(Pole pair number),  $\operatorname{Im}$ 는 허수부,  $\overline{\cdot}$ 는 켤레 복소수를 각각 나타낸다. (7)식과 같은 임의의 전압을 제어입력으로 할 경우는 (8)식과 같이 전류해에 두개의 과도항이 발생, 그로인하여 (9)식의 순시ток에도 과도현상이 발생하는 것을 알 수 있다.

## 2.2 과도토크의 제거

과도토크를 발생시키지 않고 스텝적인 토크응답을 실현할 수 있는 전압은, (8)식을 (9)식에 대입해서, 과도전류항이 0으로 되는 전압을 구하는 문제로 귀착된다. 그러나, 이와같은 필요 충분 조건으로부터 해를 구해보면, 방대한 계산 만을 필요로 할 뿐 용이하게 구해지지 않는다. 오히려 (8)식의 과도전류항을 0으로 하는 해 즉, 과도토크를 발생시키지 않기 위한 충분조건으로부터 해를 구하는 것이 보다 실용적이다. 따라서 본 논문에서는 과도토크를 발생시키지 않는 전압해를 과도전류항을 소거하는 조건으로부터 도출한다.

(8)식에 나타나는 두개의 과도전류항을 동시에 소거할 수 있는 전압은 1차측 전압에 (10)식과 같이 임펄스전압을 인가함으로써 구해질 수 있다<sup>3)</sup>.

$$U(s) = U_c + U \frac{1}{s - j\omega} \quad (10)$$

그러나, 임펄스는 수학적으로 정의되는 양으로서 실제시스템에서는 구현하기 어렵다. 또한, 실제시스템은 전원전압이 일정 크기로 제약된 상태에서 구동되는 것이 일반적이므로 임펄스에 근사한 순간적인 고전압 발생법도 이를 위한 부가적 장치가 필요하게 되어 결국 제어장치의 코스트 상승에 직결되므로 비경제적이다. 따라서, 제안된 방식은 Fig. 2에서와 같이 유한 미소 정정시간  $\Delta$  이후의 토크를  $T_1$ 에서  $T_2$ 까지 정정시키는 제어를 생각한다. 즉 Fig. 2와 같은 토크제어를 다음의 (11)식으로 주어지는 정현파전압에 펄스전압을 중첩시킨 1차측 전압으로 실현하도록 한다.

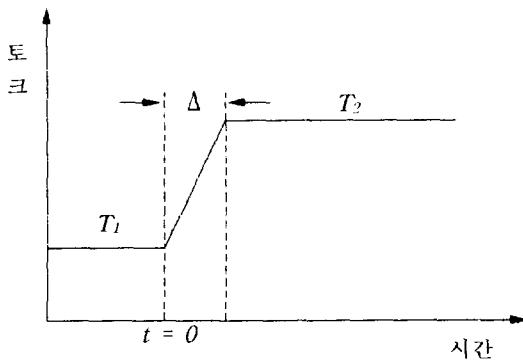


Fig. 2. Desired very quick torque control pattern

$$\mathbf{u}(t) = \begin{cases} \mathbf{u}_1 \exp(j\omega_1 t) & t < 0 \\ \mathbf{u}_2 \exp(j\omega_2 t) + \mathbf{u}_c & 0 \leq t < \Delta \\ \mathbf{u}_3 \exp(j\omega_2 t) & \Delta \leq t \end{cases} \quad (11)$$

여기서,  $\mathbf{u}_2$ 와  $\omega_2$ 는 토크 가변시 및 토크 가변후의 정현파전압과 각주파수를 각각 나타내며  $\mathbf{u}_c$ 는  $\Delta$ 이후의 과도토크를 소거하기 위해  $\Delta$ 시간 동안 인가해야 하는 멸스전압을 나타낸다. 또한, 아래첨자 1과 2는 토크의 변화 전, 후 상태를 각각 가르킨다. Fig. 3은 (11)식에 대응하는 전압의 1상분의 변화를 모식적으로 나타낸 것이다.

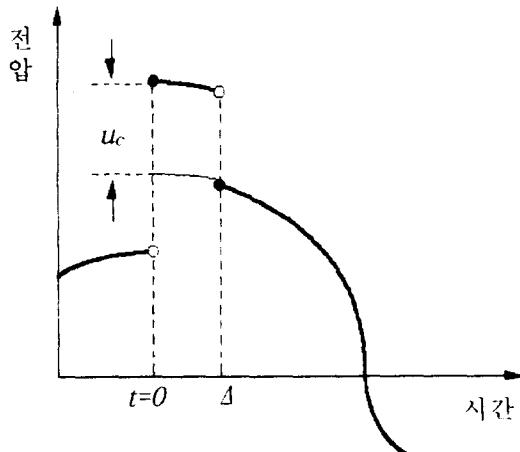


Fig. 3. Voltage variation before and after torque change

Fig. 3에서 보듯이, 토크의 스텝응답 실현을 위한 이론적인 해는,  $\Delta$ 간 과도토크를 허용하고 있는 (11)식으로  $\Delta$ 이후의 과도전류 소거조건을 구한다

음, 얻어진 전압해에  $\Delta=0$ 을 대입함으로써 쉽게 구해진다. 이렇게 해서 구해진 해는 임펄스전압(10)식의 인가에 의해 얻어지는 해와 일치하게 된다. 결과적으로, 전압형제어에 있어서 토크의 스텝응답 실현을 위한 이론적인 해는 임펄스임을 알 수 있다. 이는 전술한 바와 같이 이론적인 해일 뿐 실시스템에 적용 불가능하다. 따라서 전압형제어에 있어서 실제 실현 가능한 전압을 도출하기 위해서는 유한정정시간  $\Delta$ 를 매개로 정식화를 행하는 것이 바람직하다. 이렇게 함으로써 토크의 과도상태를 0으로 하는 이론적인 해도 동시에 구할 수 있게 된다.

### 2.3 과도항 소거조건을 만족하는 전압의 도출

$\Delta$ 이후의 과도토크를 소거하는 제어입력  $\mathbf{u}(t)$ 은 (11)식을 상태방정식인 (5)식에 대입하여 과도전류를 0으로 하는  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$ ,  $\mathbf{u}_c$ 관계를 유도하므로써 구해진다. 계산과정의 간략화를 위하여 (5)식을 시스템행렬  $A$ 의 고유치 및 고유벡터를 이용하여, 다음의 (12)식과 같은 대각표준형으로 고쳐서 제어입력  $\mathbf{u}(t)$ 을 구하도록 한다. 그리고, 이하에서의 '과도토크 소거'라고 하는 용어는 특별한 언급이 없는 한 정정시간  $\Delta$ 이후의 과도토크 소거의 의미로 한정하여 사용한다.

$$\dot{\tilde{x}} = \Lambda \tilde{x} + Bu \quad (12)$$

여기서,

$$\Lambda = P^{-1}AP = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

$$P = [\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2]$$

$$\tilde{x} = P^{-1}x$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \tilde{b}_2 \end{bmatrix} = P^{-1}B$$

또,  $\lambda_i (= -\tau_i)$ ,  $\mathbf{v}_i (i=1, 2)$ 는 시스템행렬의 고유치 및 고유벡터를 각각 나타낸다. 먼저 (12)식을 라플라스 변환하면 (13)식과 같이 된다.

$$\tilde{X}_i(s) = [\tilde{x}_i(0) + \tilde{b}_i U(s)]/(s + \tau_i), i=1, 2 \quad (13)$$

여기서,  $x_i(0)$ 는  $\tilde{x}_i(0)$ 으로부터 변환된 초기 전류치

를 나타낸다. 다음으로 (11)식의 토크 변화시의 펠스전압이 중첩된 입력전압을 라플라스 변환하면 다음과으로된다.

$$U(s) = \mathbf{u}_2 \frac{1}{s - jw_2} + \mathbf{u}_c \frac{1}{s} (1 - e^{-\Delta s}) \quad (14)$$

입력전압 (14)식에 대한 전류해는, 위식을 (13)식에 대입하고 그 역 라플라스변환을 통해서 얻어진다. 정정시간  $\Delta$ 이후의 과도토크를 소거하기 위해서는  $\Delta$ 시각 이후의 과도전류항 만을 소거하면 되므로  $\Delta$ 시각 이후의 전류는 다음 식과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_i(t) &= e^{-\tau_i t} \left\{ \tilde{\mathbf{x}}_i(0_-) - \frac{\tilde{b}_i \mathbf{u}_2}{(\tau_i + jw_2)} - \frac{\tilde{b}_i \mathbf{u}_c}{\tau_i} (1 - e^{\tau_i \Delta}) \right\} \\ &\quad + \frac{\tilde{b}_i \mathbf{u}_2}{\tau_i + jw_2} e^{jw_2 t}, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{x}}_i(0_-)$ 은 토크 변화 직전 ( $t=0_-$ )에서의 전류치를 나타낸다. 위 식에서는 우변의 제1항이 과도항을, 제2항이 정상항을 나타내고 있다. 따라서 정정시간  $\Delta$ 후의 과도전류를 0으로 하기 위해서는 위식의 우변 제1항의 중괄호 '{ }' 내의 값을 0으로 하는 정현파전압  $\mathbf{u}_2$  및 펠스전압  $\mathbf{u}_c$ 를 구하면 된다. 이 조건을 만족하는 전압을 제어입력으로 취함으로써 설정시간  $\Delta$ 후의 토크상태를 과도현상 없이 제어할 수 있다. 따라서 제안된 제어방식은 토크의 상태를 임의의 정상상태에서 정정시간  $\Delta$ 에의해 소정의 정상상태로 추이하는 것을 가능하게 한다.

토크 변화전의 상태를 정상상태로 상정할 수 있으므로 토크 변화 직전의 전류치는 (11)식의  $t<0$ 시의 입력전압을 (13)식에 대입함으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\tilde{\mathbf{x}}_i(0_-) = \frac{\tilde{b}_i \mathbf{u}(0_-)}{\tau_i + jw_1}, \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

여기서,  $\mathbf{u}(0_-)$ 은 토크 변화직전의 전압을 나타낸다. 또한, 위의 (16)식의 관계를 이용하므로써 전동기의 1차, 및 2차전류는 전동기정수와 제어입력인 전압의 관계식으로부터 이론적으로 계산이 가능해 진다. 따라서 본 논문에서 제안하는 제어방식은 전동기정수가 불변한다는 가정하에서 전류정보를 직접 이용하지 않고서도 피드포워드적으로

토크제어가 가능하다.

한편 (15)식의 과도전류항을 0으로하는 정현파전압 및 펠스전압은 (16)식을 이용하여 다음과 같이 유도되어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_2 &= \frac{(\tau_1 + jw_2)(\tau_2 + jw_2)}{(\tau_1 + jw_1)(\tau_2 + jw_1)} \times \\ &\quad \frac{\{D_2(\tau_2 + jw_1) - D_1(\tau_1 + jw_1)\}}{\{D_2(\tau_2 + jw_2) - D_1(\tau_1 + jw_2)\}} \mathbf{u}(0_-) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mathbf{u}_c = \frac{\frac{(\tau_2 + jw_2)}{(\tau_2 + jw_1)} - \frac{(\tau_1 + jw_2)}{(\tau_1 + jw_1)}}{D_2(\tau_2 + jw_2) - D_1(\tau_1 + jw_2)} \frac{\mathbf{u}(0_-)}{\Delta} \quad (18)$$

여기서,

$$D_i = \frac{1 - \exp(-\tau_i \Delta)}{\tau_i \Delta}, \quad i = 1, 2$$

유도전동기의 토크지령이  $\Delta$ 간격으로 변화하는 일반적인 경우로 이론을 확장한다. 우선 토크지령의 변화시점을  $n$ 시각으로 해서 이 시점 전,후의 전압 및 각주파수를 첨자  $n-1$ 과  $n$ 을 이용하여 다시 표현하여 보면 (17), (18)식은 각각 다음 식과 같이 표현되어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_n &= \frac{(\tau_1 + jw_n)(\tau_2 + jw_n)}{(\tau_1 + jw_{n-1})(\tau_2 + jw_{n-1})} \times \\ &\quad \frac{\{D_2(\tau_2 + jw_{n-1}) - D_1(\tau_1 + jw_{n-1})\}}{\{D_2(\tau_2 + jw_n) - D_1(\tau_1 + jw_n)\}} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{cn} &= \frac{\frac{(\tau_2 + jw_n)}{(\tau_2 + jw_{n-1})} - \frac{(\tau_1 + jw_n)}{(\tau_1 + jw_{n-1})}}{D_2(\tau_2 + jw_n) - D_1(\tau_1 + jw_n)} \times \\ &\quad \frac{\mathbf{u}_{n-1} \exp(j\Delta\omega_{n-1})}{\Delta} \end{aligned} \quad (20)$$

여기서,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_n \exp(j\omega_n t) + \mathbf{u}_{cn}, \quad n\Delta \leq t < (n+1)\Delta$$

위식으로의 변환 과정에서 (17), (18)식의  $\mathbf{u}(0_-)$ 은 (19), (20)식에 있어서 단순히  $\mathbf{u}_{n-1}$ 로 변환되는 것이 아니라 Fig. 4에서와 같이  $\Delta$ 간의 회전분을 고려해서  $\mathbf{u}_{n-1} \exp(j\Delta\omega_{n-1})$ 로 된다.

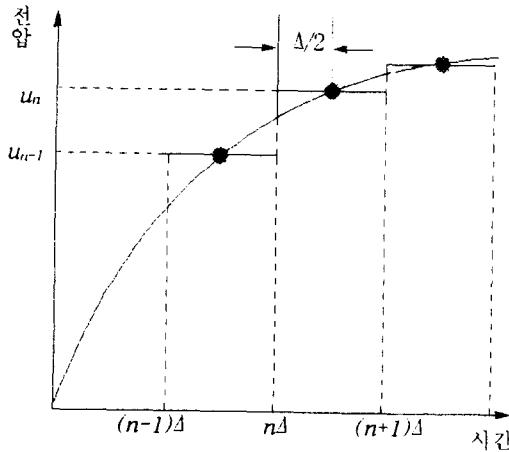


Fig. 4 Voltage command considering phase rotation during  $\Delta$

한편, 토크 변화직전의  $u_{n-1}$ ,  $\omega_{n-1}$ 의 값은 기지의 값으로 둘 수 있으며, 미소시간  $\Delta$ 간에는 속도를 일정으로 둘 수 있으므로 (19), (20)식은 각주파수 만의 함수로 된다. 따라서 각주파수  $\omega_n$ 을 구하여 이를 (19), (20)식에 대입함으로써 전압지령을 구해낼 수 있다. 본 수법은 앞서 기술한 바와 같이 정상상태간 추이가 가능하도록 하는 제어이므로 토크지령이  $\Delta$ 간격으로 바뀌더라도  $n$  시각에 있어서 순시토크를 정상상태의 토크식을 이용하여 표현할 수 있다. 따라서  $n\Delta$ 시각에 있어서 토크  $T_n$ 은 (19)식의 정현파전압을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_n = \left| \frac{\mathbf{u}_n}{(\tau_1 + jw_n)(\tau_2 + jw_n)} \right|^2 \frac{NR_2 m^2}{\sigma^4} (\omega_n - \dot{\theta}_{en}) \quad (21)$$

여기서,  $\dot{\theta}_{en}$ 은  $n\Delta$ 시각에서의 전동기의 회전속도로부터 환산된 전기각속도를 나타낸다.

각주파수  $\omega_n$ 은 엄밀하게는 정현파전압 (19)식을 (21)식에 대입하여 얻어지는 2차방정식의 해를 구하므로써 얻을 수 있다. 한편 (21)식으로부터  $\omega_n$ 의 결정에는 평방근과 지수함수 등의 복잡한 계산을 필요로 한다. 이러한 문제는 실제 시스템 적용 시, DSP등의 고속 연산소자를 이용한 디지털 제어계에서의 실시간 제어를 고려할 경우, 연산시간 증가 및 메모리 용량의 증대를 초래한다. 그러나, 이

러한 문제는 (19), (20)식에 대해 적절한 근사를 행함으로써  $\omega_n$ 은 (22)식과 같이 간단히 계산된다<sup>6)</sup>.

$$\omega_n = \frac{\sigma^4 T_n^*}{NR_2 m^2 C^2} + \dot{\theta}_{en} = (\omega_{rat} - \dot{\theta}_{erat}) \frac{T_n^*}{T_{rat}} + \dot{\theta}_{en} \quad (22)$$

여기서,  $T_{rat}$ 는 정격 토크,  $\omega_{rat}$ 는 정격 전원 각주파수를 그리고  $\dot{\theta}_{erat}$ 는 전동기의 정격 회전수로부터 환산된 전기각속도를 나타낸다. 한편  $C$ 는 다음의 (23)식으로 표현되는 양의 값으로서 전동기의 동작점을 결정하는 파라미터로 해석하는 것이 가능하다.

$$C = \sqrt{\frac{\sigma^4 T_{rat}}{NR_2 m^2 (\omega_{rat} - \dot{\theta}_{erat})}} \quad (23)$$

한편, (22)식의 각주파수를 이용하여 전압지령은 최종적으로 다음과 같이 구해진다<sup>6)</sup>.

$$\mathbf{u}_n = (\tau_1 + j\omega_n)(\tau_2 + j\omega_n) \mathbf{C}_n \quad (24)$$

$$\mathbf{u}_{cn} = j(\omega_n - \omega_{n-1}) \{1/\Delta - (j\omega_n + \tau_1 + \tau_2)/2\}$$

$$(1 - j\Delta\omega_{n-1}/2) \mathbf{C}_n \quad (25)$$

위의 (25)식을 전개하여 정정시간  $\Delta$ 가 미소한 값이므로 제곱항 이상을 무시한 근사적 값을 구해보면 다음의 (26)식이 유도된다.

$$\mathbf{u}_{cn} = j \frac{(\omega_n - \omega_{n-1})}{\Delta} \left\{ 1 - \frac{\Delta}{2} (j\omega_n + j\omega_{n-1} + \tau_1 + \tau_2) \right\} \mathbf{C}_n \quad (26)$$

위 식에서 우변 제1항은  $\Delta$ 가 작은 값일수록 큰 값으로 되는 반면, 우변 제2항은  $\Delta$ 에 무관한 값으로 된다. 즉 제1항은 정정시간  $\Delta$ 가 극한치 0에 접근할 경우, 토크의 스텝 응답을 위해 임펄스를  $q$ 축 방향으로 인가해야 함을 나타내 주고 있다. 또한, 우변 제2항은  $\Delta$ 가 커짐에 따라  $\Delta$ 이후의 과도항 소거를 위한 펄스전압의 보정항으로 해석할 수 있다. 한편, 펄스전압은  $\omega_n = \omega_{n-1}$ 인 정상상태에서는 그 값이 0으로 연산되어 인가되지 않음을 알 수 있다.

Fig. 5에 제안방식의 제어 블록선도를 보이고 있다. 그럼에서 보는 것과 같이 제안방식은 전류정보를 직접 이용하지 않고도 제어연산을 수행하여 피드포워드적으로 전압지령을 결정할 수 있으며, 제어치 또한 간단하면서도 토크의 속응제어성은 뛰

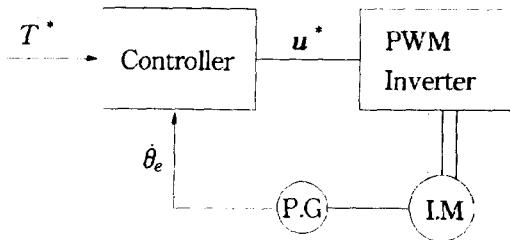


Fig. 5. Block Diagram of the proposed control system

어나다<sup>6)</sup>. 따라서, 제안방식은 유도전동기를 이용한 속응성이 요구되는 고정도의 토크제어에 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

### 3. 벡터도에 의한 제안방식의 검토

펄스전압을 인가하여 과도토크를 발생하지 않으면서 토크의 속응제어가 가능하도록 하는 제안방식을 보다 직관적으로 이해하기 위하여 벡터도를 이용하여 고찰한다.

순시토크를 나타내는 (9)식에서, 과도현상을 동반함이 없이 토크의 속응제어를 실현하기 위해서는 전류를 초기의 정상상태로부터 토크지령치에 비례하는 소정의 정상상태 값으로 과도현상 없이 제어해야 한다. 제안방식은 1차측 전압을 조작량으로 하여 토크 가변시 정현과전압에 소정의 방향으로 펄스전압을 중첩시킴으로써 이를 실현시키고 있다. 따라서 여기서는 벡터도를 이용하여 펄스입력에 의해 과도향이 소거되는 메카니즘에 대해 구체적으로 기술하여 이론적인 측면에서 제안방식의 타당성을 입증한다.

상태방정식 (5)의 해는 일반적으로 (27)식과 같이 구해진다.

$$\mathbf{x}_i = \exp(At)\mathbf{x}_i(0) + \int_0^t \exp\{A(t-\tau)\}B\mathbf{u}(\tau)d\tau \quad (27)$$

위 (27)식은 전류의 초기상태를 정상상태로 설정하고,  $B$ 가 정수 벡터이므로 미소 유한 정정시간  $\Delta$ 에 대해서는 다음식과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{x}_i \equiv \mathbf{x}_i(0) + B \int_0^\Delta \mathbf{u}_{cn} dt \quad (28)$$

여기서,

$$\exp(At) = 1, \exp\{A(t-\tau)\} \approx 1$$

$$B = \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} L_2 \\ -m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{cn}, 0 < t < \Delta, \mathbf{u}_{cn} \gg \mathbf{u}_n$$

단, 여기서는 조작량의 전압  $\mathbf{u}(t)$ 의 인가는  $t=0$ 의 시각으로부터 미소시간  $\Delta$ 까지로 가정한다. 또, 위 (28)식은 다음식과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{x}_i \equiv \mathbf{x}_i(0) + BK \quad (29)$$

$$K = \int_0^\Delta \mathbf{u}_{cn} dt$$

한편, 정상상태에서의 1차, 2차전류는 회로방정식 (1)로부터 다음의 (30)식과 같이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & j\omega m \\ jm(\omega - \dot{\theta}_e) & R_2 + jL_2(\omega - \dot{\theta}_e) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (30)$$

여기서, 위첨자  $-1$ 은 역행렬을 나타낸다. 위식으로부터 1차, 2차전류는 다음식과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\mathbf{x}_1 = \frac{R_2 + jL_2\omega_s}{\sigma^2(\tau_1 + j\omega)(\tau_2 + j\omega)} \mathbf{u} \quad (31)$$

$$\mathbf{x}_2 = \frac{-jm\omega_s}{\sigma^2(\tau_1 + j\omega)(\tau_2 + j\omega)} \mathbf{u} \quad (32)$$

여기서,

$$\omega_s = \omega_n - \dot{\theta}_{en} = K_t T_n$$

한편, 제안의 제어방식에서는 미소의  $\Delta$ 에 대해서 근사적으로 다음의 관계가 성립한다<sup>6)</sup>.

$$\begin{aligned} |\mathbf{C}_n| &= \left| \frac{\mathbf{u}_1}{(\tau_1 + j\omega_1)(\tau_2 + j\omega_1)} \right| = \left| \frac{\mathbf{u}_2}{(\tau_1 + j\omega_2)(\tau_2 + j\omega_2)} \right| \\ &= \dots = \left| \frac{\mathbf{u}_n}{(\tau_1 + j\omega_n)(\tau_2 + j\omega_n)} \right| = C \end{aligned} \quad (33)$$

위의  $C$ 를 이용하여 (31), (32)식을 다시 쓰면, 다음식이 유도된다.

$$\mathbf{x}_1 = \frac{C}{\sigma^2} (R_2 + jL_2\omega_s) \exp(j\theta) \quad (34)$$

$$\mathbf{x}_2 = \frac{C}{\sigma^2} (-jm\omega_s) \exp(j\theta) \quad (35)$$

여기서

$$\theta = \varphi + \sum_{k=0}^{i-1} \omega_k$$

위의 (34)식에서  $\theta=0$ 의 경우, 1차전류의 d축 성분의 크기는 토크의 지령에 관계없이 일정치로 유지되어진다. 또한, 1차전류 및 2차전류의 q축 성분은 토크지령에 따라 변화하는 값으로서 상호 역방향 벡터임을 알 수 있다.

Fig. 6은 (34), (35)식의 관계를 나타낸다. 그럼에서는 고정좌표계에서의 1차전류의 실축 성분이 d축에 일치하고 있다.

토크는 1차측 전류와 2차측 전류의 외적으로부터 구해지므로, Fig. 6에서 그 크기는 두 전류벡터에 의해 만들어지는 평행4변형의 면적과 같다. 따라서 토크는 1차측 전류의 d축 성분의 크기가 일정치로 유지되고 있으므로 2차전류를 가변시킴으로써 그 크기가 제어될 수 있음을 직관적으로 알 수 있다. 그러나, 농형 유도전동기의 경우에는 2차측 전류를 제어하는 것은 불가능하므로 1차측 전류의 q축성분이 가변될 수 있도록 조작량인 전압을 제어하므로써 동일한 결과를 얻을 수 있다.

(28)식으로부터 1차전류를 d, q축 성분으로 분해하면, 다음식으로 된다.

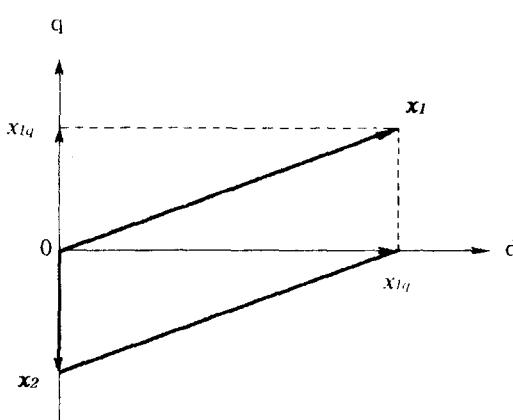


Fig.6. Vector diagram of primary current and secondary current on steady-state

$$\begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1d}(0) \\ x_{1q}(0) \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma^2} [L_2 - m] \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \quad (36)$$

위식의 우변 제1항은 임의 시각에서의 초기전류를 나타낸 것으로서, 정상상태에서의 1차 및 2차 전류는 (34), (35)식으로 각각 나타나는 값이다. 따라서 이 초기전류를 토크지령에 비례하는 소정의 전류치로 과도현상 없이 추종시키기 위해서는 1차 전류의 q축 성분을 제어할 필요가 있다. 따라서 위 (36)식에서 제어입력인 펄스전압의 인가방향은 q 축 성분이어야 함을 알 수 있다. 이 결과는 제안의 제어방식에서 유도된 펄스전압인 (26)식의 성분이 q축 성분이라는 사실과 일치한다. 한편, (36)식의 전압을  $t=0$ 의 시각으로부터 미소 정정시간  $\Delta t$ 간 q 축 성분으로서 입력한 경우를 상정하고 그 때의 적분치를 구하여, 1차전류 및 2차전류의 정량적 변화를 조사해 본다. (29)식으로부터 계산의 간이화를 위해 단위임펄스를 q축 성분으로 입력하는 경우를 고려한다. 이때 전동기의 1차측 및 2차측 전류의 d, q축 성분은 그 크기가  $L_2/\sigma^2$ 배,  $-m/\sigma^2$ 배로 각각 증가함을 알 수 있다. Fig. 7에 단위임펄스 입력후의 1차 및 2차전류의 벡터도를 보인다.

단위임펄스 입력후의 1차전류는 임펄스입력에 의해 가변된 q축 성분인 (37)식과 토크지령에 무관하게 일정치인 (34)식에서의 d축 성분을 합성한 크기로 나타난다. 또한, 2차전류는 d축 성분을 갖지 않으므로 (38)식 만으로 주어진다. 결과적으로

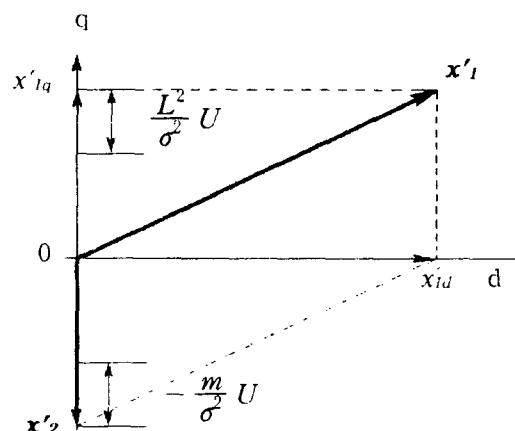


Fig.7 Vector diagram of primary current and secondary current after pulse input

(34), (35)식과는 또 다른 새로운 정상상태에 도달해 있음을 알 수 있다.

$$x'_{1q} = \frac{C}{\sigma^2} L_2 \omega_s + \frac{L_2}{\sigma^2} = \frac{C}{\sigma^2} L_2 \omega'_s \quad (37)$$

$$x'_{2q} = -\frac{C}{\sigma^2} m \omega_s - \frac{m}{\sigma^2} = -\frac{C}{\sigma^2} m \omega'_s \quad (38)$$

여기서,

$$\omega'_s = \omega_s + \frac{1}{C}$$

이렇게 하여 제안방식은 염밀하게는 특정방향(q축)으로 임펄스를 입력하므로써 전류의 정상상태간 추이를 가능하게 하여 토크의 스텝응답을 실현하고 있다. 실제 실현문제에 있어서는 펠스전압을 인가하므로써 설정된 미소정정시간  $\Delta$ 후의 토크를 정상상태로 제어하게 된다. 정식화의 과정에서 과도전류를 소거하는 조건으로부터 펠스전압의 크기를 산정해 내고 있으므로 펠스입력으로 인한 스파이크성 전류는 발생하지 않는다. 결과적으로 제안된 제어방식은 주어진 토크지령에 대해 오버슈터와 같은 과도현상을 동반함이 없이 최단시간내에 목표치에 추종시키는 속응제어법임을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 전압형제어에 의한 유도전동기의 토크 속응제어법의 메카니즘이 기술되어졌다. 특히 본 논문에서는 펠스전압 인가에 의한 과도토크 소거원리를 전류레벨에서 해석함과 동시에 직관적 이해를 돋기 위해 벡터표현을 이용하여 제안방식의 이론적 타당성을 입증하였다. 이상의 검토에서 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 전압형제어에 있어서는 임펄스를 인가하므로써 스텝응답을 실현할 수 있다.

(2) 유한 미소정정시간  $\Delta$ 를 매개로 정식화를 행함으로써, 토크의 스텝응답을 실현할 수 있는 이론적인 전압해 및 현실적으로 실현가능한 전압해를

동시에 구할 수 있다.

(3) 토크 속응제어를  $\Delta$ 이후의 과도전류가 0으로 되는 전압지령에 의해 실현하므로 펠스전압인가에 의한 스파이크 전류는 발생하지 않는다.

(4) 전동기 정수가 불변 또는 실시간으로 동정된다면, 제안방식은 제어지령을 결정함에 있어서 전류정보에 직접 의존하지 않고도 피드포워드적으로 전압지령의 연산이 가능하다. 따라서 제어 시스템 구성의 간략화와 동시에 제어정도가 전류정보에 전적으로 의존하지 않는 제어계의 구축이 가능하다.

#### 참고문헌

- 1) S. Yamamura, S. Nakagawa, and A. Kawamura, "Voltage Type Control of Induction Motor by means of Field Acceleration Method", IEE Japan, Vol. 104, No. 7, 449 - 453, 1984.
- 2) I. Takahashi and T. Noguchi, "A New Quick-Response and High-Efficiency Control Strategy of an Induction Motor", IEEE, Trans. Ind. Appl., IA-22, No. 5, 820 - 827, 1986.
- 3) S. K. Jeong, T. Sekiguchi, H. Kobayashi and K. Fujikawa, "A Method to Eliminate Transient Torque of Induction Motors", Proc. Int. Conf. on Power Conversion, 456 - 460, 1993.
- 4) A. Kawamura and R. G. Hoft, "An Analysis of Induction Motor Field Oriented or Vector Control", IEEE Pow. Elec. Spec. Conf., 91 - 101, 1983.
- 5) S. K. Jeong, Y. Fujii, T. Sekiguchi, H. Kobayashi and K. Fujikawa, "A Method to Realize Very Quick Torque Control of Induction Motors in Voltage-Controlled System", Proc. Int. Workshop on Advanced Motion Control, 321 - 328, 1994.
- 6) S. K. Jeong, Y. Fujii, T. Sekiguchi, "A Method to Realize Very Quick Torque Control of Induction Motor Systems with Voltage-Source Inverter", Trans. IEE Japan, Vol. 115 - D, No. 4, 1995.