

## 급경사에서 고립파의 처오름과 진행과정 Run-up and Evolution of Solitary Waves on Steep Slopes

조 용 식\*  
Cho, Yong Sik

---

### Abstract

The run-up and the evolution of solitary waves on steep beaches are investigated by using a two-dimensional boundary integral equation model. The model is first used to compute the run-up heights of solitary waves on a relatively mild slope. The model is verified by comparing the computed numerical solutions with available experimental data, other numerical solutions and approximated analytical solutions. The agreement between the present numerical solutions and the other data is found to be excellent. The model is then applied to the calculation of run-up heights on very steep slopes. As far as the maximum run-up of solitary waves is concerned, the boundary integral equation model provides reasonable and reliable solutions. Finally, the evolution on steep beaches is also examined and the obtained wave heights are compared with those calculated from the Green's law.

---

### 요 지

본 논문에서는 2차원 경계요소법 수치모형을 이용하여 급경사에서 고립파의 처오름과 진행 과정을 연구하였다. 먼저 수치모형을 상대적으로 완만한 경사에 적용하여 처오름 높이를 산정하여 기존의 수리모형실험의 결과, 수치해 및 해석해 등과 비교하여 수치모형의 정확도를 검증하였다. 경계요소법에 의한 수치해는 전체적으로 기존의 자료 등과 잘 일치하였다. 다음에 수치모형을 급경사 지형에 적용하여 처오름 높이를 산정한다. 경계요소법은 완경사 뿐만 아니라 급경사에서도 고립파의 최대 처오름 높이를 산정에 매우 효율적이며, 경계요소법에 의한 결과는 인공수로의 제방 또는 방파제의 설계에 이용될 수 있을 것이다. 마지막으로, 급경사에서의 고립파의 파고를 계산하여 Green의 법칙에 의한 결과와 비교하였다.

---

\* 한양대학교 공과대학 토목공학과 강사

## 1. 서 론

해안에서의 지진해일(tsunami)과 같은 장파의 처오르내림(run-up and run-down)은 고립파(solitary wave)를 입사파로 하여 수리실험, 수치모형 및 해석적 방법 등을 이용하여 오랫동안 연구되어 왔다(Hall과 Watts, 1953; Kim 등, 1983; Pedersen과 Gjevik, 1983, Synolakis, 1987, Zelt, 1991; Liu와 Cho, 1994). 이와 같은 기존의 연구는 모두 경사가 대략  $45^\circ$  이하인 경우에 대해서 수행한 것으로서 연구결과를 자연지형과 같은 완만한 경사에는 적용할 수 있으나, 인공수로의 제방 또는 방파제 등과 같이  $45^\circ$  이상의 급경사를 갖는 지형 또는 구조물의 설계와 해석에 적용하기에는 다소 어려움이 있다. 내륙운하와 같은 인공수로의 제방높이를 결정하기 위해서는 수로내를 운항하는 배에 의해 발생하는 파가 제방에 미치는 여러 영향을 반드시 고려해야 하며, 이러한 영향 중에서 가장 중요한 것은 발생한 파가 제방에 처오름 때의 최대높이일 것이다. 최대 처오름 높이는 제방설계시 제방높이에 관한 기준을 제공할 뿐만 아니라 이를 이용하여 제방에 작용하는 파력 또한 계산할 수 있다. 최대 처오름 높이의 정확한 산정은 범람으로 인해 예상되는 엄청난 인명피해와 재산피해를 사전에 예방할 수 있으므로, 발생 가능한 파의 형태를 결정한 후 수치모형을 이용하여 최대 처오름 높이를 설정하여 설계에 반영하는 것이 방재측면에서 가장 안전하고 또한 경제적이다.

고립파는 크노이달파(cnoidal wave) 또는 정현파(sinusoidal wave) 등과 같은 주기파와는 달리 파고가 결정되면 수리실험실 또는 수치모형에서 발생시키기가 상대적으로 쉬울 뿐만 아니라 초기의 파형이 변하지 않고 먼 거리를 진행할 수 있기 때문에 처오름 높이 산정에 관한 연구에서 입사파로써 널리 사용되고 있으며, 결과 또한 매우 만족스러운 것으로 알려져 있다. 더우기, 천수수로(shallow water channel)에서 배와 같은 물체가 한계 속도에 근접하여 이동하면 1차원 비균질 KdV 방정식(one-dimensional inhomogeneous KdV equation)에 의해 지배되는 고립파(upstream sol-

itary waves)가 발생하는 것으로 알려져 있다 (Mei, 1986).

Pedersen과 Gjevik(1983)은 경사각이  $20^\circ$  인 해안에 고립파가 처오름 경우 최대 처오름 높이를 결정하기 위한 수리실험을 수행하였다. 실험결과는 Boussinesq 방정식을 유한차분법으로 해석한 수치해와 비교하여 서로 잘 일치하는 것으로 알려져 있다. Synolakis(1987)는 좌표변환을 이용하여 비선형 천수방정식의 해석해를 구하고 이를 매우 완만한 경사( $2.86^\circ$ )에 처오르는 고립파에 적용시켜, 해안에서의 최대 처오름 높이를 산정하는 공식(run-up law)을 유도하였다. 경사각이 작을 경우 처오름 공식에 의한 최대 처오름 높이는 수리모형 실험의 결과와 매우 잘 일치하는 것으로 보고되었다. Zelt(1991)는 Boussinesq 방정식에 바닥마찰항과 쇠파항을 첨가한 후 유한요소법을 이용하여  $20^\circ$ 의 경사를 갖는 해안에서 고립파의 최대 처오름 높이를 계산하였다. Zelt는 또한 동일한 경사의 조파수조에서 수리실험을 수행하여 그 결과를 수치해와 비교하여 수치모형의 정확도를 검증하였다. Zelt는 경사각이 대략  $20^\circ$  보다 작으면 바닥마찰저항을 고려해야 한다고 제안하였다. 최근에 Liu와 Cho(1994)는 Kim 등(1983)의 2차원 경계요소법을 이용한 수치모형을 확장하여 고립파와 크노이달파의 처오름을 연구하였다. Liu와 Cho는 경계층 이론을 이용하여 바닥마찰저항을 고려하였으며, Zelt와 마찬가지로 경사각이  $20^\circ$  보다 작으면 바닥마찰저항을 고려해야 한다고 보고하였다.

본 연구에서는 Kim 등(1983)과 Liu와 Cho(1994)가 사용하였던 경계요소법(boundary integral equation method, BIEM)을 수정확장하여 급경사를 포함하는 지형 또는 구조물에서의 고립파의 처오름과 진행과정을 수치해석한다. 먼저, 수치모형을 이용하여 다소 완만한 경사에서의 처오름 높이를 산정하여 기존의 수치모형과 수리모형실험의 결과 및 해석해와 비교하여 수치모형의 정확도를 검증하고, 다음으로 급경사에서의 고립파의 처오름과 진행과정을 조사한다. 경사에서의 고립파의 수면변화는 Green의 법칙(Green's law)에 의한 결과와 비교한다. 본 연구에서 고려되는 해안경사는 모두 급경사이므로 바닥마찰과 쇠파(breaking)

는 고려하지 않는다.

본 논문에서 제1장은 최대 처오름 높이 산정의 필요성과 고립파의 처오름 높이 산정에 관한 기존의 연구를 간략히 기술한다. 제2장은 지배방정식, 경계조건 및 경계요소법에 관한 설명을 포함하며, 제3장에서는 고립파의 발생, 수치해석을 위한 경계조건의 이산화에 대하여 서술한다. 마지막으로 제4장과 제5장은 각각 수치해석의 결과와 결론을 기술한다.

## 2. 지배방정식과 수치모형

경계요소법은 비회전 흐름(irrotational flow 또는 potential flow) 문제의 수치해석에서 임의의 형태를 갖는 지형에도 큰 어려움 없이 적용할 수 있으며, 요소의 크기를 쉽게 조절할 수 있고, 또한 모든 수치오차는 경계에 제한할 수 있어 유한차분법 또는 유한요소법에 비하여 매우 효율적이며, 정확한 수치해를 제공하는 것으로 알려져 있다(Liggett과 Liu, 1983).

2차원 비회전 흐름의 지배방정식은 Laplace 방정식, 즉  $\nabla^2\Phi=0$ 으로 주어진다. 포텐셜 함수  $\Phi$ 는 비회전 흐름 가정하에서 속도벡터  $\vec{u}$ 와의 관계인  $\vec{u}=\nabla\Phi$ 로 정의되며, 이를 비압축성 흐름의 연속방정식  $\nabla\cdot\vec{u}=0$ 에 대입하여 Laplace 방정식을 유도할 수 있다. Laplace 방정식을 해석하기 위한 경계요소법에서는 포텐셜 함수 ( $\Phi$ ) 및 포텐셜 함수에 관한 1차 도함수( $\partial\Phi/\partial n$ )에 관한 적분 방정식 (1)을 해석하여야 한다(Kim 등, 1983; Liu와 Cho, 1994).

$$\alpha\Phi_P = \int_{\partial D} \left[ \Phi_Q \frac{\partial}{\partial n} (\ln r) - \ln r \frac{\partial \Phi_Q}{\partial n} \right] ds \quad (1)$$

식 (1)에서 아래첨자 P와 Q는 각각 기저점(base point)과 목표점(target point)을 나타내며,  $\partial D$ 는 영역 D의 경계, r은 기저점과 목표점 사이의 직선 거리를 나타내며,  $\alpha$ 는 P에서의 각도를 나타낸다. 만일 P가 영역의 내부에 존재하면  $\alpha$ 는  $2\pi$ , P가 영역의 경계상에 존재하면  $\alpha$ 는  $\pi$ , P가 영역의 외부에 존재하면  $\alpha$ 는 0이 된다. 또한, 식 (1)의 우

변항에서  $\vec{n}$ 은 영역으로부터 외부로 향하는 단위수직벡터(outward unit normal vector)를 표시하며, ds는 요소의 길이,  $\ln r$ 은 2차원 Laplace 방정식의 free space Green 함수이다. 적분방정식 (1)의 상세한 유도과정은 경계요소법에 관한 문헌을 참조할 수 있다(Liggett과 Liu, 1983). 참고로 식 (1)에 포함된 2차원 Laplace 방정식의 free space Green 함수  $\ln r$ 의 유도과정을 부록에 첨부한다.

Fig. 1과 같은 수치모형을 위한 조파수조에서 자유수면에는 두 개의 경계조건, 즉 운동학적 경계조건과 동력학적 경계조건이 설정된다. 최대 처오름 높이를 결정하기 위해 경사부분의 격자점은 경사를 따라서 이동한다. 초기조건은 조파기에 의해 발생하는 파의 수평성분 유속으로 주어지며, 조파기에는 경사에서 되돌아 오는 반사파가 조파기와 어떠한 간섭없이 영역을 빠져나갈 수 있도록 하기 위한 방사경계조건이 설정된다. Kim 등(1983)과 Liu와 Cho(1994)에서 사용되었던 자유수면의 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{\cos(\beta-\gamma)} \frac{\partial \Phi}{\partial n} \quad (2)$$

$$\left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{x_s} = -(x_s \sin \gamma + \zeta \cos \gamma)$$

$$-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial s} \right)^2 - \left( \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)^2 - 2 \tan(\beta-\gamma) \frac{\partial \Phi}{\partial s} \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right] \quad (3)$$

식 (2)와 (3)은 각각 운동학적 경계조건과 동력학적 경계조건을 나타낸다. Fig. 1에 표시된 것과 같이 새로운 좌표계 ( $x_s, z_s$ )는 경사지역의 자유수면 격자점을 이동시키기 위해 설정한 좌표이며, 하부첨자 \*는 고정된 것을 의미한다, 즉  $x_s$ 는  $x$ 축을 고정시켰음을 의미한다. 따라서 자유수면 격자점은 수심이 일정한 지역에서는 수직으로만 이동하며, 수심이 변하는 경사지역에서는 경사각  $\theta$ 에 따라 미리 설정해 놓은 경로를 따라 이동한다.  $\beta$ 는 자

유수면과 수평축이 이루는 각이며,  $\gamma$ 는 경사부분의 자유수면의 격자점의 이동경로를 지정하기 위한 각으로  $\theta$ 에 따라 결정되며,  $\beta$ 와  $\gamma$ 는 모두 반시계 방향으로 측정된 것이다. 식 (2)와 (3)은 모두 Crank-Nicolson 기법으로 차분화하여 적분한다.

유한차분법 또는 유한요소법에서와 같이 경계요소법에서도 영역을 이산화하여 일정한 수의 요소로 근사화한다. 경계요소법에서는 영역을 이산화하는 방법에 따라 크게 균일요소 방법 또는 선형요소 방법으로 구분할 수 있으며, 균일요소 방법은 각각의 요소내에서 구하고자 하는 물리적인 양, 즉 식 (1)의 포텐셜 함수와 포텐셜 함수의 1차 도함수 등이 균일하다고 가정하는 방법으로, 수학적인 유도과정은 쉽지만 정확도는 다소 떨어진다. 반면에 선형요소 방법은 요소내의 물리적인 성질이 요소내에서 선형으로 변한다고 가정하는 방법으로, 일반적으로 수학적인 전개과정이 다소 복잡하지만 수치해의 정확도가 높은 것으로 알려져 있다(Liggett과 Liu, 1983). 본 연구에서는 영역을 선형요소로 이산화한다. 즉, 각 요소내에서 포텐셜 함수와 포텐셜 함수의 1차 도함수는 각 요소내에서 선형으로 변한다.

경계요소법을 이용한 수치해석 과정을 요약하면, 첫째, 주어진 영역에서 적분방정식 (1), 즉 Laplace 방정식을 해석한다. 둘째, 유한차분법으로 차분화한 자유수면 경계조건, 즉 식 (2)와 (3)을 이용하여 다음 시간단계로 자유수면을 이동시킨다. 자유수면 경계조건은 비선형항을 포함하므로 반복 계산에 의해 선형화한다. 셋째, 새로이 계산된 자유수면을 경계로 하여 다시 Laplace 방정식을 해석한다. 이와 같은 과정을 입사파가 경계에서 반사되어 영역을 빠져 나갈 때까지 반복한다. 본 연구에서 사용된 경계요소법과 경계조건 처리에 관한 상세한 설명은 Kim 등(1983) 또는 Liu와 Cho (1994)를 참조할 수 있으므로 여기서는 생략한다.

### 3. 수치해석

본 장에서는 제2장에서 언급한 2차원 경계요소법을 이용하여 급경사에서의 고립파의 처오름 높이와 진행과정을 연구한다. Fig. 1은 수치모형에 사용된 조파수조로써 한 편에는 피스톤 형식의 조파

기가 설치되어 있으며, 다른 편에는 경사부분이 설치된다. 수심은 조파기에서 경사가 시작되는 곳까지는  $h=h_0$ 로 일정하며, 경사부분에서는 경사각  $\theta$ 에 따라 수심이  $h=h(x)$ 로 선형으로 변한다. 본 연구에서 처오름 높이는 경사를 따라 파가 도달한 최고지점의 평균해수면으로부터의 수직거리로 정의되며,  $R$ 로 표시한다.

고립파는 Boussinesq 방정식에서 유도된 KdV 방정식의 두 개의 정확해 중의 하나이며 또 다른 하나의 해는 크노이달파로써, 고립파와 크노이달파는 모두 약비선형항과 약분산항(weakly nonlinear and weakly dispersive)을 포함하며 두 항의 적절한 균형으로 파형의 변화없이 오랫동안 진행이 가능하다. 고립파의 자유수면변위  $\zeta$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\zeta(x, t) = A \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{3A}{4h^3} \right]^{1/2} (x-ct) \quad (4)$$

식 (4)에서  $A$ 는 입사파의 파고,  $h$ 는 수심,  $c$ 는 전파속도로  $c=\sqrt{g(h+A)}$ 로 계산되므로 파고가 결정되면 식 (4)를 연속방정식에 대입하여 식 (5)로 표시되는 장파의 발생식을 유도할 수 있으며, 식 (5)를 이용하여 조파기의 수평성분 유속을 계산할 수 있으므로 고립파를 발생시킬 수 있다(Goring, 1978).

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{c\zeta}{h_0 + \zeta} = -u \quad (5)$$

식 (5)에서  $\xi$ 는 조파기의 수평변위,  $u$ 는 조파기의 수평성분 유속 또는 발생하는 파의 수평성분 유속을 의미한다.

일반적으로 유한차분법과 유한요소법이 고려되는 영역전체를 이산화하여 수치계산하는 반면에 경계요소법은 영역전체를 이산화할 필요없이 영역의 경계만을 따라 이산화하여 문제를 해석한다. 표 1은 Fig. 1의 각 경계를 따라 사용된 요소의 수를 경사각에 따라 도표화한 것이다. 표 1에서 해안의 경사부분을 제외한 조파수조의 길이는 파고의 평균해수면 수심에 대한 비율, 즉  $\epsilon(=A/h_0)$ 이 0.1일

표 1. 경계요소법 수치모형에 이용된 선형요소의 수

$\theta$ (deg)	조파기	자유수면	경사부분	바닥	계
20	5	56	9	48	118
45	5	54	5	48	112
60	5	54	5	48	112
75	5	54	5	48	112
90	5	48	5	48	106

매의 입사파 파장의 1.5배로 설정되었다. 고립파의 파장은 이론적으로 무한대이지만 수치실험 또는 수치모형 등과 같은 실제 문제에서는 다음과 같은 식을 이용하여 고립파의 파장을 계산한다(Goring, 1978; Briggs 등, 1994)

$$\lambda = 2 \left[ \frac{4h_0^3}{3A} \right]^{1/2} \cosh^{-1}(20)^{1/2} \quad (6)$$

식 (6)에서 고립파의 파장  $\lambda$ 는 고립파 중심의 전후에서 자유수면변위의 크기가 각각 입사파고의 5%가 되는 곳까지의 거리를 의미한다. 예를 들면, 평균해수면 수심이  $h_0$ , 파고  $A=0.1h_0$ 일 때 고립파의 파장은 식 (6)에서  $\lambda=16h_0$ 가 되며, 경사부분을 제외한 조파구조의 길이는  $24h_0$ 가 된다.

공간격자의 크기는 경사부분을 제외한 자유수면과 바닥에서  $\Delta x=0.5h_0$ , 조파기에서는  $\Delta x=0.2h_0$ , 경사부분의 자유수면과 바닥에서는 앞에서 언급한 것과 같이 경사각에 따라 변하며, 시간격자의 크기는  $\Delta t=0.25(h_0/g)^{1/2}$ 로 고정되었다. 그림 1에서 조파기의 위치에는 방사경계조건이 설정되어 있어 입사파는 해안경사에서 반사한 후에 조파기에서 재반사하지 않고 영역밖으로 빠져 나갈 수 있다. 수치모형에서 이용된 경사부분의 격자와 방사경계조건의 상세한 설명은 Kim 등(1983) 또는 Liu와 Cho(1994)를 참조할 수 있으므로 여기서는 생략한다.

#### 4. 수치해석 결과

고립파는 일반적으로 비선형의 크기를 나타내는  $\epsilon$ 이 커지면 쇄파가 되는데 Synolakis(1987)는 고

립파의 파형을 이용하여 고립파가 경사지역에서 쳐오를 때  $A \geq 0.818h_0(\tan \theta)^{10/9}$ 이면 쇄파가 되며, Pedersen과 Gjevik(1983)은 고립파에 근사한 정현파의 파형을 이용하여 고립파가 처내릴 때  $A \geq 0.479h_0(\tan \theta)^{10/9}$ 이면 쇄파가 된다고 각각 제안하였다. Synolakis(1987)와 Pedersen과 Gjevik(1983)이 제안한 식을 근거로 평균해수면 수심이 1m일 때 고립파의 한계파고는 표 2와 같다.

표 2. 경사각에 따른 고립파의 한계 입사파고

$\theta$ (deg)	쳐오름 (m)	쳐내림 (m)
20	0.2662	0.1558
45	0.8180	0.4790
60	1.5060	0.8819
75	3.5339	2.0693

표 2에 나타난 것과 같이 고립파는 경사각이 작을수록 쳐오르내림의 한계파고가 감소하는데 이는 경사각이 작을수록 경사부분의 길이가 증가하므로 이에 비례하여 비선형성이 발달할 수 있는 거리가 증가하기 때문이다. 본 연구에서 쇄파는 고려하지 않는다.

수치모형의 정확성을 검증하기 위해서 먼저 경사각  $\theta=20^\circ$  및  $\theta=45^\circ$  일 때 최대 쳐오름 높이를 계산하여 기존의 다른 수치해, 수치실험 결과 및 근사해와 비교한다. 표 3은  $\theta=20^\circ$  일 경우 최대 쳐오름 높이를 도표화한 것으로 입사파고  $A$ 와 쳐오름 높이는 모두 평균해수면 수심  $h_0$ 로 무차원화하였다. 표에서 BIEM은 본 연구의 경계요소법에 의한 결과를 나타내며, Synolakis는 Synolakis(1987)에 의해 제안된 쳐오름 공식에 의한 결과로서 다음과 같이 계산된다.

$$R = 2.831 (\cot \theta)^{1/2} \left( \frac{A^5}{h_0} \right)^{1/4} \quad (7)$$

식 (7)은  $A \gg 0.083 h_0 (\tan \theta)^2$  일 경우에 유효한 것으로 알려져 있으며, 경사가 완만한 경우에 매우 만족할만한 결과를 제공한다. 표 3에서 Pedersen-e과 Pedersen-n는 Pedersen과 Gjevik (1983)의 수리실험 결과와 유한차분법에 의한 수치해를, Zelt-e와 Zelt-n로 표시된 자료는 Zelt (1991)의 수리실험 결과와 유한요소법에 의한 수치해를 각각 의미한다. 전체적으로 경계요소법에 의한 수치해는 수리실험 결과에 비해 다소 큰 처오름 높이를 제공하며, Synolakis의 근사해도 경계요소법의 결과와 비슷한 경향을 보이고 있다. 수치해 및 근사해 등과 수리실험 결과의 차이는 주로 바닥마찰저항에 기인한 것으로 생각되며, 수심이 깊은 지역에서는 바닥마찰저항의 영향이 적으나 수심이 얕아지면 그 영향이 매우 커질 수 있으므로 경사가 완만한 지형에서는 바닥마찰을 고려해야 한다(Zelt, 1991; Liu와 Cho, 1994). 전체적으로 경계요소법에 의한 수치해는 기존의 수치해, 실험 결과 및 해석해 등과 잘 일치한다.

Fig. 2는  $\theta = 20^\circ$ ,  $A = 0.1h_0$ 일 때 조파수조, 경사가 시작되는 지점과 해안선에서 자유수면변위의 시간변화율을 도시한 것으로, Fig. 2(a)에서  $x = 0$ 은 조파기 위치와 일치하므로 초기에 고립파가 발생되며 경사에서 반사된 고립파가 재반사하지 않고 영역 밖으로 빠져나가고 있음을 보여준다. 입사파의 파고는  $0.1h_0$ 이었으나 경사에서 처오름 후에는 분산효과에 의해 파고가 다소 감소하며, 작은 파들이 발생하여 뒤를 따르고 있다.  $x = 24h_0$ 는 경

사가 시작되는 지점으로 입사파의 일부는 계속 경사를 오르고 있고, 일부는 반사되고 있음을 보여준다. 끝으로, Fig. 2(c)는 해안선에서의 자유수면변화를 도시한 것이다. 수면의 최대값과 최소값은 각각 최대 처오름 높리와 처내림 높리를 나타낸다.

Fig. 3은  $\theta = 45^\circ$  일 때 최대 처오름 높리를 비교도시한 것으로, Hall and Watts-e와 Hall and Watts-f는 Hall과 Watts(1953)의 수리실험에 의한 결과와 실험자료를 회귀분석하여 유도한 공식에 의한 결과를 각각 의미한다. 실험 결과는 부분적으로 채워진 자료를 포함하고 있어 분포가 다소 산만하지만 공식에 의한 결과는 신뢰할 만하다. 전체적으로 경계요소법에 의한 수치해는 Hall과 Watts의 공식에 의한 결과와 잘 일치한다. Synolakis의 근사해는 경계요소법의 수치해 뿐만 아니라 Hall과 Watts의 공식에 의한 결과에 비하여 매우 작은 처오름 높리를 제공한다. 따라서, 급경사 지역에서 Synolakis가 제안한 처오름 공식에 의한 결과는  $A \gg 0.083 h_0 (\tan \theta)^2$ 를 만족하는 경우에도 신뢰할 수 없다. 경계요소법에 의한 수치해와 수리실험 결과의 차이가  $\theta = 20^\circ$ 의 것에 비해 적은 것은 상대적으로 경사부분 길이가 짧아져 바닥마찰저항의 영향이 감소하기 때문이다.

Fig. 4는 경사각이  $20^\circ$ 에서  $90^\circ$ 까지 변할 때 경계요소법에 의해 계산된 최대 처오름 높리를 비교한 것으로 파고와 처오름 높리는  $h_0$ 로 무차원화한 것이다. 경사각이 커질수록 최대 처오름 높리는 급격히 감소하는데 경사각이  $45^\circ$ 보다 커지면 그 감소폭이 크지않다. 이는 경사부분의 길이가 짧아져 입사파가 처오르는데 필요한 운동량이 감소하기 때문이다. 경사각이  $90^\circ$ 일 때는 완전반사인 경우,

표 3. 고립파의 무차원 최대 처오름 높리 비교:  $\theta = 20^\circ$

A	BIEM	Synolakis	Pedersen-e	Pedersen-n	Zelt-e	Zelt-n
0.050	0.1266	0.1109	0.1150	0.1270	-	-
0.098	0.2734	0.2573	0.2520	0.2750	-	-
0.120	0.3454	0.3314	-	-	0.3440	0.3590
0.193	0.6023	0.6003	0.5520	0.5990	-	-
0.200	0.6294	0.6276	-	-	0.5990	0.6300
0.294	1.0136	1.0159	0.8980	0.9580	-	-

표 4. 수심에 따른 고립파의 최대 수면 높이 비교( $\theta = 20^\circ$ ,  $A = 0.1h_0$ )

$h$	1.0000	0.9440	0.8852	0.8205	0.7451	0.6516	0.5257	0.3366
Green's law	0.1000	0.1015	0.1031	0.1051	0.1076	0.1113	0.1174	0.1313
BIEM	0.1000	0.1291	0.1325	0.1356	0.1403	0.1468	0.1580	0.1829

즉 직벽에서 고립파가 정체파를 형성하는 경우 ( $R=2A$ )에 비해 다소 큰 처오름 높이를 보여주고 있다.

마지막으로, 경사부분에서 고립파의 진행과정을 조사하기 위해 몇 개 지점에서 최대 수면 높이를 계산하여 Green의 법칙에 의한 결과와 비교한다. Green의 법칙은 선형파 이론에 근거한 것으로 임의의 지점에서 최대 파고를 계산하는 공식으로 다음과 같이 표현된다.

$$A_{\max} = A_0 \left( \frac{h_0}{h} \right)^{1/4} \quad (8)$$

식 (8)에서  $A_0$ 와  $h_0$ 는 기준점의 파고와 수심을,  $A$ 와  $h$ 는 처오름 높이를 구하고자 하는 지점의 파고와 수심을 각각 나타낸다. Miles(1980)에 따르면 충분히 큰 경사를 갖는 지형에 미소진폭파가 입사할 때 Green의 법칙은 매우 양호한 파의 변화과정을 제공하며, Synolakis(1991)는 2차원 경사에서 고립파의 진행은 Green의 법칙으로 잘 표시할 수 있다고 보고하였다. 표 4는  $\theta = 20^\circ$ ,  $A = 0.1h_0$ 일 때 경사부분에서 수심에 따른 최대파고를 계산하여 Green의 법칙과 비교한 것이다. 전체적으로 Green의 법칙에 의한 결과는 경계요소법의 수치해에 비해 20~30% 정도 작은 값을 제공하며, 수심이 작아질수록 그 차이가 증가하는데 이는 Green의 법칙이 선형이론에 근거한 식이기 때문이다. 따라서, 고립파의 최대 처오름 높이를 계산할 때는 경계요소법과 같은 수치모형을 이용하는 것이 바람직하다(Liu와 Cho, 1994).

## 5. 결 론

본 연구에서 2차원 경계요소법을 이용하여 급경사에서의 처오름 높이와 수면변화를 계산하여 기존의 실험자료, 수치해 및 해석해 등과 비교하였다.

경계요소법으로 계산된 고립파의 최대 처오름 높이는 해안선을 따라 지진해일에 의한 예상범람구역을 설정하는데 사용될 수 있을 뿐만 아니라 내륙운하와 같은 인공수로의 제방높이 결정에도 참고가 될 수 있을 것이다. 최대 처오름 높이는 또한 해양시설물을 지탱하는 하부구조물에 작용하는 파력의 산정에도 이용이 가능하다(Herbich, 1990). 본 연구에서는 입사파를 고립파로 한정하였으나 크노이달파 및 정현파와 같은 주기파는 물론 N-파(Tadepalli와 Synolakis, 1994) 등에 대해서도 초기조건을 변형하면 적용이 가능하다. 바닥마찰저항은 인공수로 등에서는 제방의 재료에 따라 커질 수도 있으므로 이를 고려할 필요가 있으며, 현재 여러가지 마찰저항을 이용한 연구가 진행중이고, 결과는 추후 발표될 예정이다.

## 감사의 글

본 연구의 일부는 한국과학재단의 국내 Post-Doc. 연구지원비에 의해 수행되었다.

## 참 고 문 헌

- Briggs, M.J., Synolakis, C.E., and Harkins, G.S. (1994). "Tsunami runup on a conical island." *Proc. of Int. Sym.: Waves-Physical and Numerical Modelling*, Canada, pp. 446-455.
- Goring, D.G. (1978). "Tsunamis-the propagation of long waves onto a shelf." *Rep. No. KH-R-38*, W.M. Keck Laboratory of Hydrodynamics and Water Resources, California Institute of Technology, USA.
- Hall, J.V., and Watts, J.W. (1953). "Laboratory investigation of the vertical rise of solitary waves on impermeable slopes." *Technical Memorandum 33*, Beach Erosion Board, US Army of Corps of Engineers, USA.

- Herbich, J.B. (1990). "Wave run-up and overtopping." *Handbook of coastal and ocean engineering*, edited by J.B. Herbich, Gulf Publishing Company, pp. 727-834.
- Kim, S.-K., Liu, P.L.-F., and Liggett, J.A. (1983). "Boundary integral equation solutions for solitary wave generation, propagation and runup." *Coastal Engineering*, Vol. 7, pp. 299-317.
- Liggett, J.A., and Liu, P.L.-F. (1983). *Boundary integral equation method for porous media flow*. George Allen and Unwin, UK.
- Liu, P.L.-F., and Cho, Y.-S. (1994). "Integral equation model for wave propagation with bottom frictions." *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, ASCE, Vol. 120, No. 6, pp. 594-608.
- Mei, C.C. (1986). "Radiation of solitons by slender bodies advancing in a shallow water." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 162, pp. 53-67.
- Miles, J.W. (1980). "Solitary waves." *Ann. Rev. of Fluid Mechanics*, Vol. 12, pp. 11-43.
- Pedersen, G., and Gjevik, B. (1983). "Run-up of solitary waves." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 135, pp. 283-299.
- Synolakis, C.E. (1987). "The runup of solitary waves." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 185, pp. 523-545.
- Synolakis, C.E. (1991). "Green's law and the evolution of solitary waves." *Physics of Fluids A*, Vol. 3, pp. 490-491.
- Tadepalli, S., and Synolakis, C.E. (1994). "The run-up of N-waves on sloping beaches." *Proceedings of Royal Society, London, Series A*, Vol. 445, pp. 99-112.
- Zelt, J.A. (1991). "The run-up of nonbreaking and breaking solitary waves." *Coastal Engineering*, Vol. 15, pp. 205-246.

부록 : Laplace 방정식의 free space Green 함수 유도

본 부록에서는 2차원 Laplace 방정식의 free space Green 함수의 유도과정을 기술한다. 2차원 Laplace 방정식의 free space Green 함수는 특이점(singular point)  $(x_i, y_i)$ 를 제외한 영역의 모든 점에서 Laplace 방정식을 만족하므로(Liggett과 Liu, 1983), free space Green 함수  $V$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\nabla^2 V = 2\pi\delta(x-x_i)(y-y_i) \quad (9)$$

식 (9)에서  $\delta(r)$ 은 Dirac delta 함수로써 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \delta(r) &= 0 \text{ if } r \neq 0, \\ \delta(r) &= 1 \text{ if } r = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

식 (9)는 특이점  $(x_i, y_i)$ 에 강도  $2\pi$ 를 갖는 점 유원(point source)에 대응하는 속도 포텐셜을 의미한다. 원주좌표  $(r, \theta)$ 에서 특이점  $(x_i, y_i)$ 를 원점으로 하는 Laplace 연산자를 이용하여 식 (9)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = 2\pi\delta(r) \quad (11)$$

식 (11)에서 유원(source)을 나타내는 우변항이  $r$ 만의 함수이므로  $r > 0$ 을 만족하는 모든 점  $r$ 에 대해서 식 (11)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = 0 \quad (12)$$

식 (12)를 두 번 적분하면

$$V = C_1 \ln r + C_2 \quad (13)$$

이 되며,  $C_1$ 과  $C_2$ 는 모두 적분상수이다. 적분상수를 결정하기 위해 식 (11)을 반지름이  $\epsilon$ 이며 중심이  $(x_i, y_i)$ 인 미소원의 면적에 대하여 적분하면



$$\int_D \nabla^2 V dA = 2\pi \int_D \delta dA = 2\pi \quad (14)$$

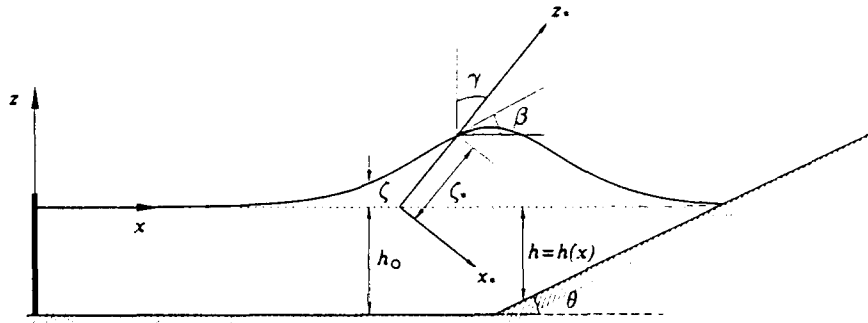
가 된다. Divergence 정리를 이용하여 식 (14)의 좌변항을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\int_D \nabla^2 V dA = \int_{\partial D} \nabla V \cdot \vec{n} ds = \int_0^{2\pi} \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{r=\epsilon} \epsilon d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{\epsilon C_1}{\epsilon} d\theta = 2\pi C_1 \quad (15)$$

식 (15)에서  $D$ 는 영역,  $\partial D$ 는 영역의 경계를 의미하며, 식 (14)와 (15)로부터  $C_1=1$ 이며,  $C_2$ 는 임의의 값이므로 0으로 놓을 수 있다. 식 (13)으로부터 2차원 Laplace 방정식의 free space Green 함수는

$$V = \ln r \quad (16)$$

이 되며, 이 때  $r^2 = (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2$ 이다.



wave-maker

Fig. 1. The Schematic Sketch of the Wave Tank and the Wave-Maker

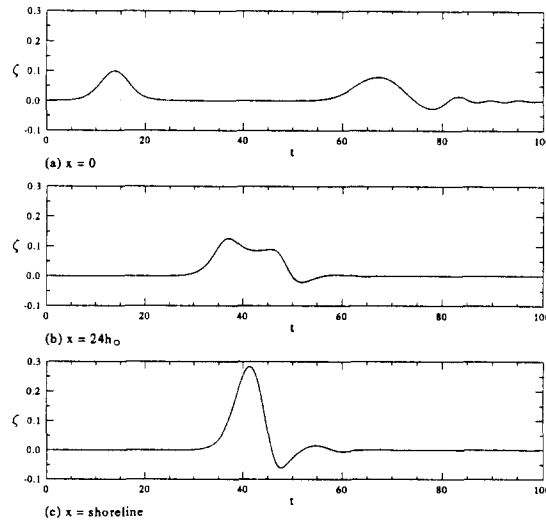


Fig. 2. Time Series of Free Surface Displacements ( $A=0.1h_0$ ,  $\theta = 20^\circ$ )

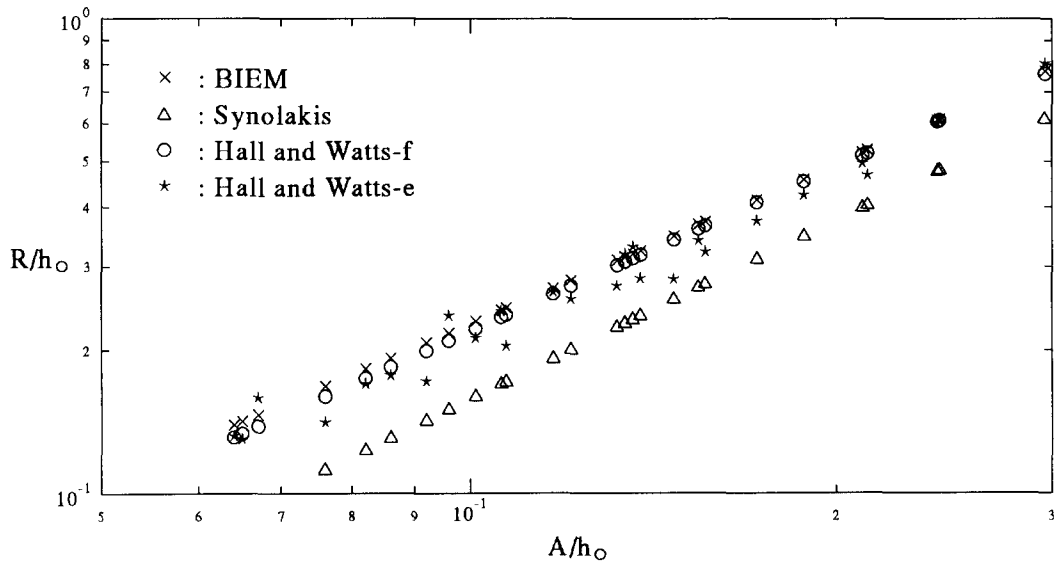


Fig. 3. The Comparison of Maximum Run-up Heights of Solitary Waves :  $\theta = 45^\circ$

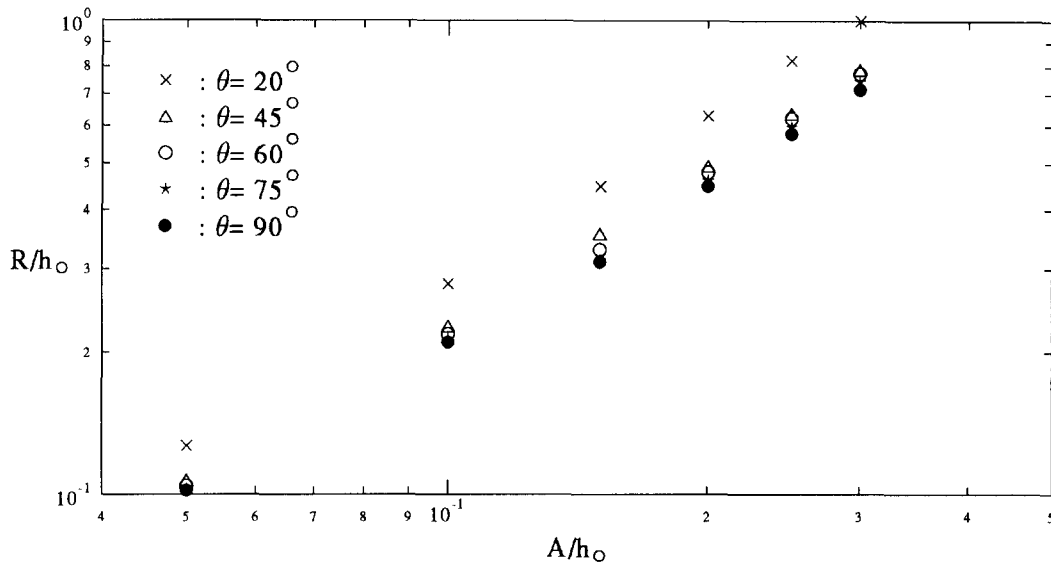


Fig. 4. The Comparison of Maximum Run-up Heights of Solitary Waves

(접수: 1995년 8월 24일)