

자연하천에서 오염물질의 횡확산에 관한 수치모형 Numerical Investigation of Transverse Dispersion in Natural Channels

서 일 원* · 김 대 근**
Seo, Il Won · Kim, Dae Geun

Abstract

A two-dimensional stream tube dispersion model is developed to simulate accurately transverse dispersion processes of pollutants in natural channels. Two distinct features of the stream tube dispersion model derived herein are that it employs the transverse cumulative discharge as an independent variable replacing the transverse distance and that it is developed in a natural coordinate system which follows the general direction of the channel flow. In the model studied, Eulerian-Lagrangian method is used to solve the stream tube dispersion equation. The stream tube dispersion equation is decoupled into two components by the operator-splitting approach; one is governing advection and the other is governing dispersion. The advection equation has been solved using the method of characteristics and the results are interpolated onto Eulerian grid on which the dispersion equation is solved by centered difference method. In solving the advection equation, cubic spline interpolating polynomials is used. In the present study, the results of the application of this model to a natural channel are compared with a steady-state flow measurements. Simulation results are in good accordance with measured data.

요 지

자연하천에서 오염물질의 횡확산과정을 정확하게 모의하기 위하여 2차원 유관확산모형을 개발하였다. 본 모형에서는 독립변수로서 횡방향거리 대신에 횡방향누가유량을 도입하였고, 하천의 주흐름을 따라 좌표축을 설정하는 자연좌표계를 사용하였다. 유도한 유관확산방정식을 풀기 위한 수치방법으로서 Eulerian-Lagrangian method를 이용하였다. 유관확산방정식을 연산자분리방법을 이용하여 이송을 지배하는 방정식과 확산을 지배하는 방정식으로 분리하였다. 그리고 이송방정식은 Eulerian 계산격자상에서 특성곡선법을 이용하였고 확산방정식은 중앙차분법을 이용하여 수치모의 하였다. 본 연구에서는 이송방정식의 풀이에서 사용되는 보

* 서울대학교 공과대학 토목공학과 조교수
** 서울대학교 대학원 토목공학과 박사과정

간다항식으로 cubic spline 보간다항식을 이용하였다. 본 연구에서 개발한 모형을 적용하여 실제 자연하천에서 행해진 정상상태의 색소실험 결과를 모의한 결과 개발된 모형이 우수한 거동을 보이고 있음이 밝혀졌다.

1. 서 론

자연하천에 유입된 오염물질의 효과적인 제어를 위해서는 자연하천의 혼합 및 이동특성을 이해하는 것이 필요하며, 이동특성을 정확하게 규명하여야 한다. 나아가서 이러한 이해에 기초한 종합적인 수질예측모형의 개발이 필요하다. 하지만 지금까지 수행된 대부분의 연구에서는 하천단면 전체에 걸쳐 완전한 혼합이 이루어졌다는 가정하에 1차원 종확산모형(one-dimensional longitudinal dispersion model)을 개발하는데 주안점이 주어져 왔다. 그러나 중규모 이상의 하천의 경우, 연직(수심)방향의 혼합은 짧은 시간에 완료되지만, 횡방향의 혼합은 오염물의 유입지점으로부터 상당히 먼 하류에서 완료된다. 따라서 횡방향 혼합이 완료되지 않은 구간에서의 농도장을 예측하기 위해서는 2차원 확산모형을 적용하여야 한다.

하천에서의 횡혼합특성에 관한 연구는 Yotsukura와 Cobb(1972)에 의해 횡확산계수를 일정한 상수로 가정하고 정상상태의 등류흐름에 대한 직선 사각형수로에서의 농도장의 해석해를 구하는 연구가 수행된 이래, Sayre와 Yeh(1973)는 Missouri 강 하류의 Cooper 원자력발전소에서 방류되는 온배수의 2차원적인 혼합특성을 정상상태의 유관확산모형을 이용하여 해석하였으며, Yotsukura와 Sayre(1976)는 Yotsukura와 Cobb의 연구결과를 개선하여 좀 더 일반적인 경우의 정상상태의 농도장을 예측할 수 있는 모형을 개발하였다. 그들은 사행하는 하천의 부등류흐름에서의 농도장을 예측하기 위하여 유관확산모형을 수치모형화 하였으며 그 계산결과를 현장자료와 비교하였다. Harden과 Shen(1978)은 자연하천에서의 비정상상태의 횡혼합을 해석하기 위하여 유관확산모형을 사용하였고 이의 검증을 위하여 Missouri 강

의 지류에서 행하여진 확산실험을 이용하였다. Bird와 Holley(1985)는 실험실실험을 통하여 사행하는 수로에서의 횡혼합특성을 연구했으며 이 실험결과와 수치모형의 결과를 비교하였다. Luk 등(1990)은 유관확산모형을 이용하여 비보존성 물질을 해석할 수 있는 수치모형을 제안하였다. 국내의 연구로는 강주복 등(1990)이 정상상태의 유관확산모형을 이용하여 실험실에서의 모형실험의 결과와 비교하였으며, 이낙구(1991)는 비정상상태의 유관확산모형을 구성하여 Missouri 강의 지류에서 행하여진 현장 색소실험 결과를 이용하여 검증하였다.

하지만 상술한 국내 외의 연구 모두 유관확산모형의 수치해석시 발생하는 수치진동의 문제를 해결하지 못하였다. 또한 2차원 확산모형의 적용시 가장 중요하고도 어려운 문제인 횡확산계수의 선정에 대한 고찰이 미흡하였다.

본 연구에서는 자연하천에서 오염물질 농도장의 2차원적인 해석을 위하여 유관확산모형을 유도하였다. 본 연구에서 개발한 모형에서는 곡선좌표계를 이용하였으며 누가유량이라는 새로운 독립변수를 도입하였다. 수치해석방법으로는 수치적인 거동이 우수한 Eulerian-Lagrangian Method(이하 ELM이라 명함)를 적용하였다(Holly와 Preissmann, 1977; 서일원과 김대근, 1993; 서일원과 김대근, 1994).

2. 수학적 모형

2.1 곡선좌표계

본 연구에서는 Fig. 1과 같은 곡선좌표계를 도입하였다. x 축은 하천의 흐름방향을 따라 좌안에 일치시켰으며 흐름방향을 양의 방향으로 하였다. z 축은 해석구간의 상류단에 일치시켰으며 하류쪽

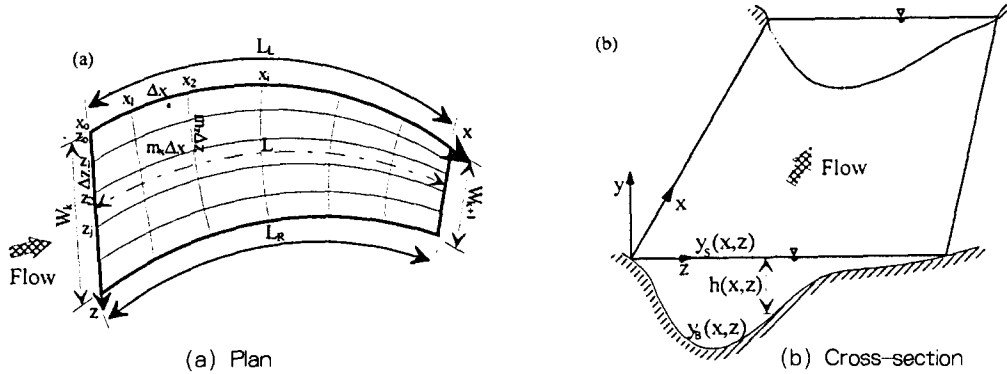


Fig. 1. Curvilinear Coordinate System of Natural Streams

을 바라보며 좌안에서 우안쪽을 향하여 양의 방향으로 하였다. Fig. 1의 a)에서 m_x , m_z 는 각각 x 방향 및 z 방향의 거리보정계수(metric)이다. 단, y 방향의 거리보정계수 m_y 는 항상 1이다. Fig. 1의 b)에서 $y_B(x,z)$, $y_S(x,z)$, $h(x,z)$ 는 각각 하천의 하상고, 수위 및 수심이다.

2.2 지배방정식

2.2.1 연속방정식

곡선좌표계에서 연속방정식은 다음과 같다 (Hilderbrand, 1976).

$$\frac{1}{m_x m_y m_z} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (m_x m_y U) + \frac{\partial}{\partial y} (m_x m_z V) + \frac{\partial}{\partial z} (m_x m_y W) \right\} = 0 \quad (1)$$

식 (1)에서 U , V , W 는 각각 x , y , z 방향의 난류에 의한 변동성분을 제거한 시간평균유속이다. 식 (1)을 수심평균하여 Leibnitz's rule을 이용하면 다음과 같은 2차원 수심평균한 연속방정식을 얻을 수 있다.

$$m_x m_z \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (m_x h \bar{U}) + \frac{\partial}{\partial z} (m_x h \bar{W}) = 0 \quad (2)$$

식 (2)에서 \bar{U} , \bar{W} 는 각각 x , z 방향의 수심평균 유속이다. 정상상태의 흐름에 대해서 식 (2)는 다음과 같이 간략화된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} (m_x h \bar{U}) + \frac{\partial}{\partial z} (m_x h \bar{W}) = 0 \quad (3)$$

2.2.2 난류확산방정식의 유도

곡선좌표계에서 3차원 이송·확산방정식은 일반적으로 다음과 같다 (Hilderbrand, 1976).

$$\begin{aligned} & \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{u}{m_x} \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{v}{m_y} \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{w}{m_z} \frac{\partial c}{\partial z} \\ &= \frac{D}{m_x m_y m_z} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m_x m_z}{m_x} \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{m_x m_z}{m_y} \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{m_x m_y}{m_z} \frac{\partial c}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서 u , v , w 는 각각 x , y , z 방향의 순간 속도이고, D 는 분자확산계수이며 c 는 순간농도이다. 자연하천에서 흐름은 통상 난류이므로 유속 및 순간농도를 시간평균치와 변동성분의 합으로 표시하여 난류확산항은 Boussinesq 상사성을 이용하여 표현하고 흐름이 난류일 때 분자확산은 난류확산에 비해 아주 작은 값을 가지므로 무시하면 다음과 같은 난류확산방정식을 유도할 수 있다 (김대근, 1995).

$$\begin{aligned} & m_x m_z \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (m_x U C) + \frac{\partial}{\partial y} (m_x m_z V C) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} (m_x W C) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m_x}{m_x} \epsilon_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{m_x m_z}{m_y} \epsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{m_x m_y}{m_z} \epsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)에서 C 는 시간평균한 농도이다.

2.2.3 수심적분 이송 확산방정식의 유도

식 (5)는 곡선좌표계에서의 3차원 난류확산방정식이며, 수심방향으로 혼합이 완료된 후의 농도장을 예측하기 위해서는 식 (5)를 수심적분 하여야 한다. 수심적분시 Leibnitz법칙을 이용하고 하상 및 수표면에서의 법선방향의 농도플럭스는 0이 됨을 이용하면 다음과 같은 수심적분한 2차원 이송·확산방정식을 얻을 수 있다. 다음 식에서 윗줄은 수심평균을 의미한다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\bar{U}}{m_x} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \frac{\bar{W}}{m_z} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \\ &= \frac{1}{hm_z} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m_z h}{m_x} (\bar{\varepsilon}_x + K_x) \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{1}{hm_z} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{m_x h}{m_z} (\bar{\varepsilon}_z + K_z) \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)에서 K_x , K_z 는 종방향 및 횡방향 확산계수이다

2.2.4 유관확산모형의 유도

Fig. 1을 참조하여 식 (3)의 정상상태의 연속방정식을 z 에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_{z_L}^z \frac{\partial}{\partial x} (m h \bar{U}) dz + \int_{z_L}^z \frac{\partial}{\partial z} (m h \bar{W}) dz \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_L}^z m h \bar{U} dz - \left(m h \bar{U} \frac{\partial z}{\partial x} \right)_{z_L}^z + (m h \bar{W}) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 x 및 z 축은 서로 직교하므로 다음식이 성립한다.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0 \quad (8a)$$

$$h \bar{U} = h \bar{W} = 0 \quad \text{for } z = z_L \quad (8b)$$

그러므로 식 (7)은 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{\partial q_c}{\partial x} + m_x h \bar{W} = 0 \quad (9)$$

여기서 q_c 는 누가유량으로 정의되며 다음식으로 주어진다.

$$q_c(x, z) = \int_{z_L}^z m_z h \bar{U} dz \quad (10)$$

누가유량과 식 (9)를 이용하여 $\bar{C}(x, z, t)$ 를 $\bar{C}(x, q_c, t)$ 로 변환하면 다음과 같은 2차원 수심적분된 유관확산모형(stream tube dispersion model)을 유도할 수 있다(김대근, 1995).

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\bar{U}}{m_x} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = \frac{1}{hm_z} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m_z h E_x}{m_x} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\bar{U}}{m_x} \frac{\partial}{\partial q_c} \left(m h^2 \bar{U} E_z \frac{\partial \bar{C}}{\partial q_c} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 E_x , E_z 는 각각 x 방향 및 z 방향의 확산계수와 난류확산계수의 합을 의미하며, 본 연구에서는 이들을 종방향 및 횡방향 확산계수라 칭하였다.

2.3 초기 및 경계조건

본 연구에서 설정한 초기조건 및 경계조건은 다음과 같다.

$$\text{초기조건: } C(x, q_c, t=0) = 0 \quad (12a)$$

$$\text{상류경계조건: } C(x=0, q_c, t) = f(q_c, t) \quad (12b)$$

$$\text{하류경계조건: } \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0 \quad (12c)$$

$$\text{양안경계조건: } \frac{\partial C}{\partial q_c} \Big|_{q_c=0, q} = 0 \quad (12d)$$

즉, 해석하고자 하는 구간의 초기농도는 0이 되고 상류단에서의 농도는 기지의 값을 입력해야 한다. 하류단에서의 농도는 그대로 투과되어 나가는 조건이 되고 양안에서는 농도의 투과가 일어나지 않는 조건이 부여되었다.

3. 수치모형

본 연구에서는 2.2 절에서 유도한 유관확산모형을 풀기 위한 수치기법으로 ELM을 사용하였다. ELM은 수치계산의 편리함을 도모하기 위하여 고정격자를 그대로 이용하면서 과도한 수치오차를 제어하기 위하여 순수 이송방정식의 시간에 대한 전미분을 차분화함으로써 특성곡선의 정보전달의 방향성을 고려할 수 있는 장점을 가지고 있다.

3.1 지배방정식의 분리

2.2절에서 유도한 유관확산모형은 선형방정식이므로 연산자분리방법에 의하여 다음과 같이 두개의 방정식으로 분리하여 쓸 수 있다.

이송방정식:

$$\frac{C^i - C^n}{\Delta t} + V \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

확산방정식:

$$\frac{C^{n+1} - C^i}{\Delta t} = MH \frac{\partial C}{\partial x} \left(EX \frac{\partial C}{\partial x} \right) + V \frac{\partial}{\partial q_c} \left(EQ \frac{\partial C}{\partial q_c} \right) \quad (14)$$

여기서, $V = \bar{U}/m_s$; $MH = 1/m_s m_h$; $EX = m_h E_s/m_s$; $EQ = m_h^2 \bar{U} E_s$ 이다. 또한 C^n , C^{n+1} 은 현 시간 및 다음 시간단계에서의 농도를 의미하고 C^i 는 순수한 이송만 완료된 후의 농도이다. 그리고 Δt 는 시간 증분이다.

3.2 이송모형

이송방정식 (13)은 특성곡선을 따라 농도값이 일정하다는 것을 의미한다. 즉, 농도의 시간에 대한 전미분이 0이라는 의미이며 이는 다음 2개의 식으로서 표시할 수 있다.

$$\frac{dC}{dt} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{dx}{dt} = U^* \quad (16)$$

여기서 U^* 는 평균특성속도로 정의되며, 이는 흐름이 부등류인 경우 Courant수를 구하기 위하여 도입하였다. 절점과 절점사이의 유속이 선형으로 변화한다고 가정하면 다음과 같이 평균특성속도를 계산할 수 있다(김대근, 1995).

$$U^* = \frac{V_i}{\left(1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_i - V_{i-1})\right)} \quad (17)$$

식 (15)와 (16)의 해는 Fig. 2를 참조하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C_R^i = C_P^n \quad (18)$$

$$\frac{x_R - x_P}{\Delta t} = U^* \quad (19)$$

식 (18)과 (19)는 시간단계 n 에서의 농도가 Δt 동안 농도의 변화가 전혀 없이 단지 $U^* \Delta t$ 만큼 이송된다는 것을 의미한다. 따라서 P 점에서의 농도를 산정하는 보간기법에 따라 본 특성곡선법에 의한 해의 정도가 좌우된다.

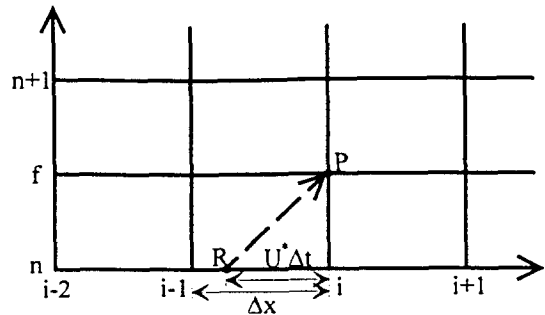


Fig. 2. One-Dimensional Eulerian Grid

본 연구에서는 cubic spline 보간다항식을 이용하여 다음과 같이 이송방정식의 차분식을 유도하였다.

$$C_{1,j}^f(\alpha) = \alpha C_{1-1,j}^n + (1-\alpha)C_{1,j}^n + \frac{1}{6}\Delta x^2 \alpha(\alpha^2-1)CXX_{1-1,j}^f + \frac{1}{6}\Delta x^2(1-\alpha)\{(1-\alpha)^2-1\}CXX_{1,j}^f \quad (20)$$

$$\Delta x CXX_{1-1,j}^f + 4\Delta x CXX_{1,j}^f + \Delta x CXX_{1+1,j}^f = \frac{6}{\Delta x}(C_{1+1,j}^n - C_{1,j}^n) + \frac{6}{\Delta x}(C_{1-1,j}^n - C_{1,j}^n) \quad (21)$$

여기서, CXX는 농도의 2계도함수로서 $\partial^2 C / \partial x^2$ 이다. 즉, 식 (21)에서 농도의 2계도함수를 구하고 이를 식 (20)에 대입하면 각 절점에서의 농도를 구할 수 있다. 상술한 이송모형의 수치적인 안정성 및 정확도에 대해서는 김대근(1995)에 의해 깊이있게 서술된 바 있다.

3.3 확산모형

식 (14)의 우변은 다음과 같이 중앙차분법을 이용하여 차분하였다.

$$\left[MH \frac{\partial}{\partial x} \left(EX \frac{\partial C}{\partial x} \right) \right]_{i,j}^f \approx MH_{i,j} \frac{1}{\Delta x^2} \left\{ EX_{i+\frac{1}{2},j} (C_{i+1,j}^f - C_{i,j}^f) - EX_{i-\frac{1}{2},j} (C_{i,j}^f - C_{i-1,j}^f) \right\} \quad (23)$$

$$\left[V \frac{\partial}{\partial q_c} \left(EQ \frac{\partial C}{\partial q_c} \right) \right]_{i,j}^f \approx V_{i,j} \frac{1}{\Delta q_c^2} \left\{ EQ_{i+\frac{1}{2},j} (C_{i,j+1}^f - C_{i,j}^f) - EQ_{i-\frac{1}{2},j} (C_{i,j}^f - C_{i,j-1}^f) \right\} \quad (24)$$

여기서, EX와 EQ에 대한 절점 중간에서의 값은 다음과 같이 주어진다.

$$EX_{i\pm\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2}(EX_{i,j} + EX_{i\pm 1,j}) \quad (25a)$$

$$EQ_{i\pm\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2}(EQ_{i,j} + EQ_{i\pm 1,j}) \quad (25b)$$

본 확산모형의 안정범위는 다음과 같다.

$$\frac{MH \cdot EX}{(\Delta x)^2} + \frac{V \cdot EQ}{(\Delta q_c)^2} \leq \frac{1}{2} \quad (26)$$

4. 모형 매개변수의 산정

4.1 거리보정계수

x방향 및 z방향의 거리보정계수는 다음과 같다.

$$m_x = \Delta x / (\Delta x)_0 \quad (27a)$$

$$m_z = \Delta z / (\Delta z)_0 \quad (27b)$$

여기서 Δx 와 Δz 는 임의 지점에서의 x방향 격자간의 거리와 유관의 폭이 되고 $(\Delta x)_0$ 및 $(\Delta z)_0$ 는 첫 번째 단면과 두 번째 단면사이의 기준이 되는 x축상의 거리증분과 상류경계에서의 유관의 폭

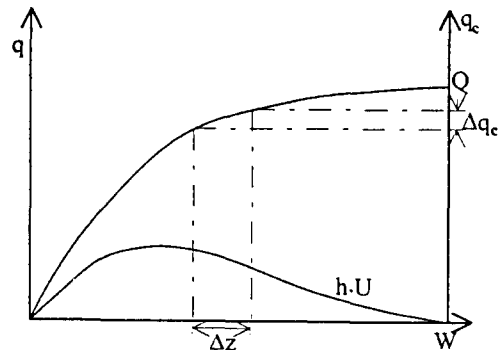


Fig. 3. Schematic Diagram of Determining Width of Stream Tube

을 나타낸다. 유관의 폭은 Fig. 3에 도시했듯이 일정한 Δq_c 에 대응하는 폭을 각 대표단면에서 구하고 그 사이는 선형보간하였다.

4.2 횡방향 유속분포

누가유량, q_c 의 분포를 얻기 위해서는 단위폭당 유량($q=hU$)의 횡분포를 알아야 한다. 이의 분포를 구하기 위한 가장 좋은 방법은 유속 및 수심을 직접 측정하여 이 둘을 곱하는 방법이다. 수심평균 유속은 수심의 0.2와 0.8 되는 곳의 유속을 측정하여 이를 평균하면 좋은 결과를 주며 한 단면에 대해 20개 정도의 부단면에서 측정하면 좋은 결과를 얻을 수 있다(Yotsukura와 Sayre, 1976). 이러한 측정은 단위폭당유량의 횡분포가 심하게 변화하는 곳을 선택하여 몇 개의 단면에서 측정한다. 그러나 유속의 측정은 많은 시간과 인력을 필요로 하므로, 상대적으로 측정하기 쉬운 수심자료만을 가지고 유량의 횡분포를 구하기 위한 연구가 Sium(1975)에 의해 이루어졌다. 그는 다음의 관계식을 제안하였다.

$$\frac{q}{\bar{q}} = b_0 \left(\frac{h}{\bar{h}} \right)^{b_1} \quad (28)$$

여기서, \bar{h} 및 \bar{q} 는 단면평균수심 및 유량이며, b_0 및 b_1 은 계수로서 다음과 같이 결정된다.

$$b_0 = 1.0; b_1 = \frac{5}{3}, \frac{W}{\bar{h}} < 70 \quad (29a)$$

$$b_0 = 0.92; b_1 = \frac{7}{4}, \frac{W}{\bar{h}} \geq 70 \quad (29b)$$

4.3 횡확산계수

자연하천은 세 가지 면에서 실험실의 직사각형 직선수로와 다르다고 할 수 있는데 첫째 하상이 불규칙하며, 둘째 양안이 불규칙하며, 셋째 사행은

한다는 것이다. 따라서 자연하천에서의 횡혼합은 직선수로의 단면에 걸친 유속의 부등분포에 의해 발생하는 이차류에 의한 확산과 난류확산 외에도 하천의 사행에 의해 발생하는 이차류로 인한 확산 메커니즘을 포함한다. 따라서 사행이 증대됨에 따라 횡확산계수가 증가한다. 횡확산계수를 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{E_x}{hu^*} = \phi \left(\frac{U}{u^*}, \frac{W}{h}, S_n \right) \quad (30)$$

식 (30)에서 E_x/hu^* 는 무차원 횡확산계수, u^* 는 마찰속도, U/u^* 는 마찰항, W/h 는 종횡비, S_n 은 사행도이다.

Yotsukura 등(1970)은 Missouri강에서 확산실험을 하였는데 무차원 횡확산계수가 완만한 만곡에서는 약 0.6, 급격한 만곡에서는 약 3.3정도의 값을 가진다고 보고하였다. 그러나 이들의 연구는 횡방향 이송에 의한 질량이동을 횡방향혼합에 의한 질량이동과 제대로 분리했는지에 대한 의심의 여지가 있다. Chang(1971)과 Fischer 등(1979)은 사행하천에서는 이차류의 발달로 인해 횡혼합이 크게 증가하며 사행정도에 따라 무차원 횡확산계수는 약 0.5-2.5 사이의 값을 가진다고 보고하였다. Holley와 Abraham(1973)은 실험실의 직선수로에 돌계를 설치하고 실험한 결과, 무차원 횡확산계수가 약 0.3 - 0.7사이의 값을 가진다고 보고하였다. 자연하천에서의 횡확산에 대한 연구는 Lau와 Krishnappan(1981)에 의해 많이 이루어졌는데 이들에 의하여 정리된 횡확산에 대한 결과는 Table 1과 같다. 기존의 연구자에 의해 수집된 횡확산계수자료(Table 1)를 도시한 것이 Fig. 4이다. Fig. 4(a)에서 대체적으로 하천의 하폭-수심비(W/h)가 증가할수록 무차원 횡확산계수가 증가함을 알 수 있다. Fig. 4(b)에서 마찰항이 증가할수록 무차원 횡확산계수가 증가함을 알 수 있다. 또한 Fig. 4에서 밝혀진 사실은 사행도가 큰 하천에 대해서는 훨씬 큰 횡확산계수를 보이고 있다는 점인데 자료의 수가 너무 적어서 결론적으로 단정할 수는 없지만 횡혼합과 하천의 사행과의 관계를 설명해주는 좋은 예라고 할 수 있겠다. 하천의 사

Table 1. Summary of Transverse Dispersion Coefficient in Natural Streams
(After Lau and Krishnappan, 1981)

Reference	W(m)	U(m/sec)	W/h	f	$E_x(m^2/sec)$	E_x/u^*h	E_x/u^*W	Sinosity
Yotsukura & Cobb(1972)								
Missouri River	183.0	1.74	66.7	0.014	0.101	0.50	0.0075	1.1
South River	18.3	0.18	46.2	0.220	0.005	0.29	0.0063	1.0
Aristo Feeder Canal	18.3	0.67	27.3	0.069	0.009	0.22	0.0082	1.0
Bernado Conveyance Canal	20.1	1.25	28.7	0.020	0.013	0.30	0.0106	1.0
Beltaos(1978)								
Athabasca below Fort McMurray	373.0	0.95	170.0	0.028	0.092	0.75	0.0044	1.0
Athabasca River below Athabasca	320.0	0.86	156.0	0.067	0.066	0.41	0.0026	1.2
North Saskatchewan River below Edmonton	213.0	0.58	137.0	0.152	0.031	0.25	0.0018	1.0
Bow River at Calgary	104.0	1.05	104.0	0.143	0.085	0.61	0.0059	1.1
Beaver River near Cold Lake	42.7	0.50	44.6	0.062	0.042	1.00	0.0224	1.3
Sayre & Yeh(1975)								
Missouri River below Cooper Generation Station	234.0	1.98	59.1	0.015	1.110	3.30	0.0558	2.1
Lau & Krishnappan(1981)								
Grand River below Kitchener	59.2	0.35	117.0	0.314	0.009	0.26	0.0022	1.1

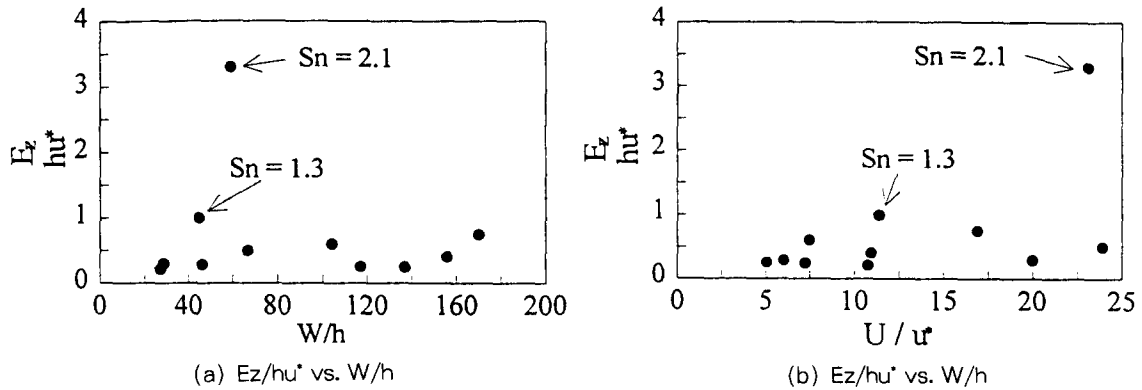


Fig. 4. Variation of Dimensionless Transverse Dispersion Coefficient

행이 횡혼합에 미치는 영향을 정량적으로 구명하기 위해서는 좀 더 많은 연구가 필요하리라 사료된다.

5. 모형의 적용

본 연구에서 제안한 모형의 검정을 위하여 Lau와

Krishnappan (1981)이 Canada의 Grand 강에서 수행한 확산실험 자료를 이용하였다. 이들은 정상상태하에서 실험을 수행하였으므로, 본 연구에서는 모형의 계산시간을 충분히 하여 계산한 농도장이 정상상태에 도달했을 때 실측자료와 비교하였다.

실험구간 및 농도곡선을 수집한 단면들은 Fig.

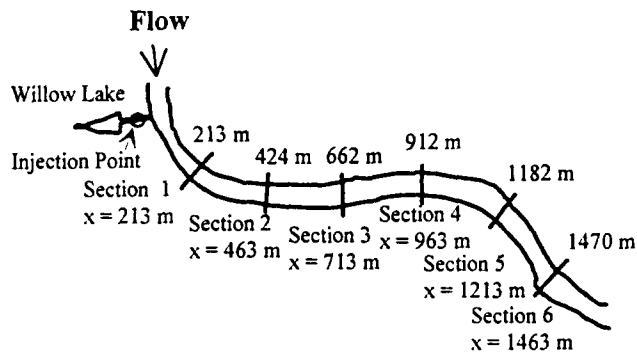
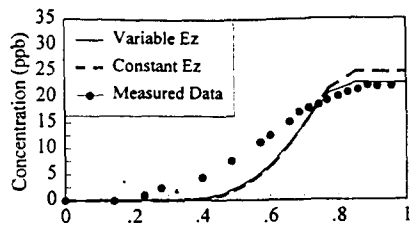


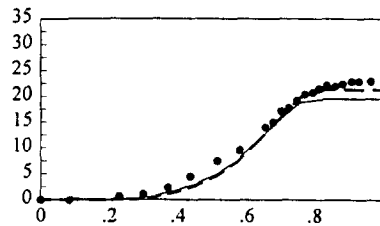
Fig. 5. Study Reach of Grand River, Canada (After Lau and Krishnappan, 1982)

Table 2. Hydraulic and Dispersion Data of Grand River, Canada

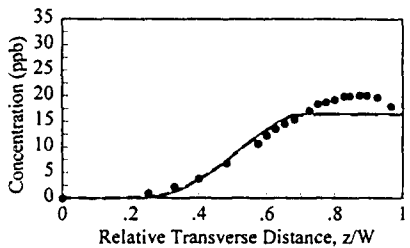
Section	Width (m)	Velocity (m/sec)	Friction Velocity (m/sec)	Dimensionless Transverse Dispersion Coeff.
1	49.3	0.44	0.067	
2	60.0	0.31	0.074	0.36
3	60.0	0.43	0.063	0.29
4	55.7	0.62	0.052	0.17
5	57.0	0.28	0.079	0.17
6	79.5	0.24	0.072	0.31
Average	60.3	0.39	0.068	0.26



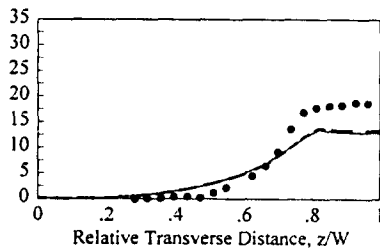
(a) Section 2



(b) Section 3



(c) Section 5



(d) Section 6

Fig. 6. Concentration Distribution in Steady State

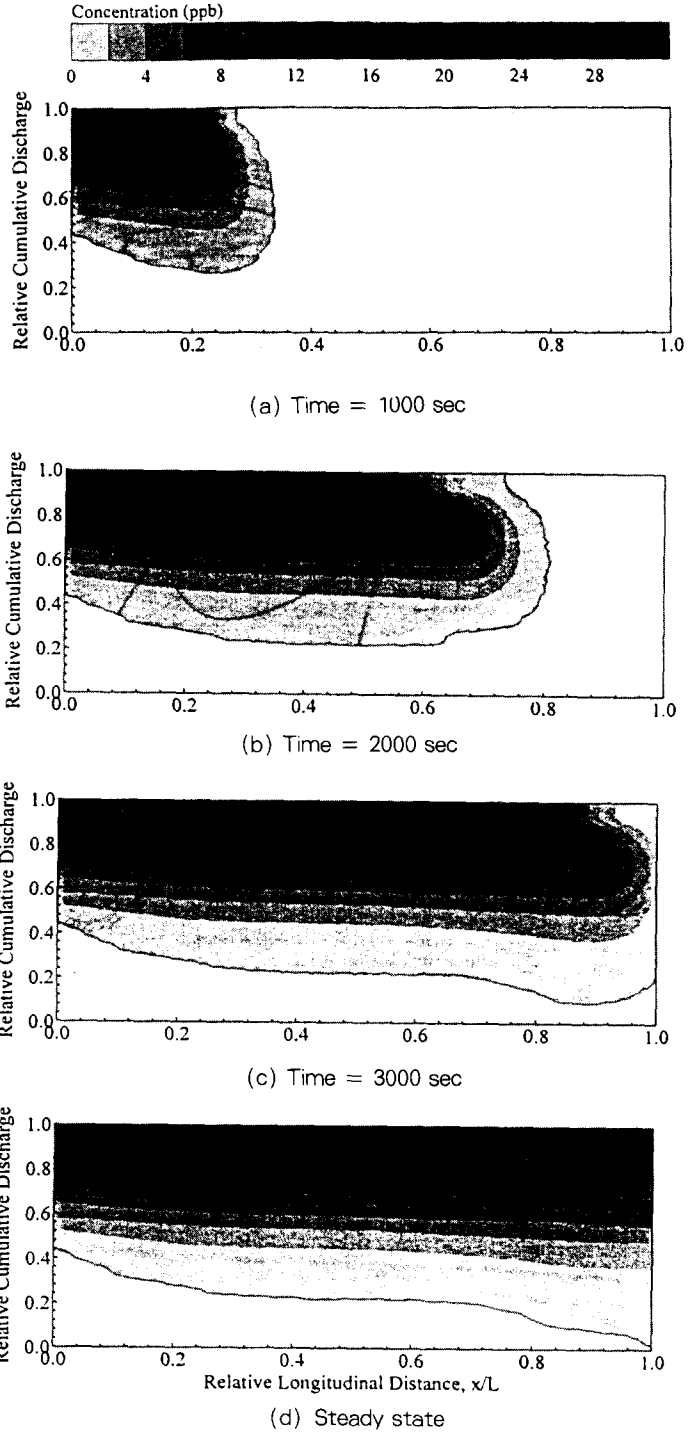


Fig. 7. 2-D Concentration Distributions

5에 표시한 바와 같다. 이 구간의 사행도는 약 1.1 이고 곡률 반경은 약 400m이다. 실험 당시 평균유량은 10.4CMS였으며, 색소는 하류방향을 보며 우안에서 투입되었으며 농도의 횡방향분포가 측정된 대표단면은 총 6개이다. 각 단면에서의 수리량자료는 Table 2에 수록하였다.

유관확산모형의 모의를 위하여 Δx 는 21.1m, Δq_c 는 0.744CMS를 취하였다. 유관의 개수는 총 14개를 선택하였는데, 이는 식 (26)의 안정조건을 만족하고 있는 값이다.

Fig. 6은 모의구간의 전 구간에 걸쳐 단일한 무차원 횡확산계수를 사용한 경우와 각 구간에 걸쳐 Table 2에서 제시한 바와 같이 서로 다른 무차원 횡확산계수를 사용한 경우의 계산치와 실측치를 함께 도시한 것이다. 단일한 무차원 횡확산계수는 전 구간의 평균값인 0.26을 입력하였다. 무차원 횡확산계수를 전 구간에 걸쳐 일정한 값을 사용한 경우와 서로 다른 값을 사용한 경우가 많은 차이를 보이고 있지 않고 있음을 알 수 있다.

Fig. 7은 모의구간의 전 영역에 걸쳐 시간의 경과에 따른 농도의 변화를 2차원적으로 도시한 것이다. Fig. 7에서 L 은 모의구간의 전체길이를 의미한다. 하폭이 약 50m의 소하천임에도 불구하고 색소가 투입된 하안의 반대편 쪽에는 색소가 거의 도달하지 않고 흘러가고 있음을 알 수 있다.

6. 요약 및 결론

본 연구에서는 자연하천에서의 횡방향의 혼합과정을 모의하기 위하여 2차원 유관확산모형을 유도하였다. 본 모형에서는 단면과 곡률이 불규칙하게 변하는 자연하천을 일반적인 직교좌표계보다 정확하고 간편하게 취급할 수 있는 곡선좌표계를 도입하였다. 그리고 횡방향 누가유량의 개념을 도입하여 자연하천에서 측정하기 어려운 횡방향 유속을 도입하지 않고도 횡방향으로의 이송과 혼합에 의한 질량이동을 모의할 수 있도록 하였다.

유관확산모형의 수치해석적 방법으로서 ELM을 적용하였다. 지배방정식을 연산자분리방법에 의하여 이송방정식과 확산방정식으로 분리하고, 이송방정식의 해는 특성곡선법을 이용하여 구하였다.

이송방정식의 시간에 대한 전미분을 차분화하는 과정에서 Eulerian 계산격자점들 사이에서의 농도를 보간하기 위하여 계산의 정도와 효율성이 우수한 cubic spline 보간다항식을 이용하였다. 확산방정식은 중앙차분법을 이용하여 차분하였다.

횡확산계수를 적절히 선택하기 위하여 현재까지 현장에서 행해진 확산실험 결과를 분석하였으며, Grand 강에서 수집한 현장자료를 이용하여 수치모형을 검증하였다. 본 연구 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 곡선좌표계에서 횡방향 누가유량의 개념을 도입한 유관확산모형을 ELM을 이용하여 수치모의한 결과 수치진동 및 수치확산을 줄일 수 있었다.

둘째, 본 연구에서 개발한 유관확산모형은 자연하천의 횡혼합과정을 정확하게 모의할 수 있다.

셋째, 횡방향의 혼합특성을 지배하는 횡확산계수의 실측치를 분석한 결과 무차원 횡확산계수가 하천의 하폭-수심비 및 마찰항에 비례하여 증가하고 있음이 밝혀졌다.

참 고 문 헌

- 강주복, 박상길, 김원규, 김종화 (1990). “불규칙한 자연하천에서 오염물질의 횡확산.” 한국수문학회지, 제23권, 제2호, pp. 213-225.
- 김대근 (1995). “자연하천에서 오염물질의 횡혼합,” 석사학위논문, 서울대학교.
- 서일원, 김대근 (1993). “이송 확산방정식에 관한 Eulerian-Lagrangian Method의 거동해석.” 제35회 수공학 연구발표회 논문집, pp. 151-157.
- 서일원, 김대근 (1994). “자연하천에서 오염물질의 횡확산 해석.” 대한토목학회 1994년도 학술발표회 논문집(Ⅱ), pp. 105-108.
- 이낙구 (1991). “유한차분법을 이용한 자연하천에서의 확산현상 해석,” 석사학위논문, 서울대학교.
- Bird, S.E., and Holley, E.R. (1985). “An evaluation of a two-dimensional model for transport of a slug release in a meandering channel.” CRNR-207, Center for Research in Water Resources, Department of Civil Engineering, The University of Texas at Austin.
- Chang, Y.C. (1971). “Lateral mixing in meander-

- ing channels," Ph.D. dissertation, University of Iowa, Iowa City, Iowa.
- Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberger, J., and Brooks, N.H. (1979). *Mixing in inland and coastal waters*. Academic Press Inc.
- Harden, T.O., and Shen, H.T. (1978). "Numerical simulation of mixing in natural rivers." *J. of Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 105, No. HY4, pp. 393-408.
- Hilderbrand, F.B. (1976). *Advanced calculus for applications*. Prentice-Hall.
- Holley, E.R., and Abraham, G. (1973). "Field tests on transverse mixing in rivers." *J. of Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 99, No. HY12, pp. 2313-2331.
- Holly, F.M., and Preissmann, A. (1977). "Accurate calculation of transport in two dimensions." *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 103, No. 11, pp. 1259-1277.
- Lau, Y.L., and Krishnappan, B.G. (1981). "Modeling transverse mixing in natural streams." *J. of Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 107, No. HY2, pp. 209-226.
- Luk, G.K.Y., Lau, Y.L., and Watt, W.E. (1990). "Two-dimensional mixing in rivers with unsteady pollutant source." *J. of Environmental Engineering*, ASCE, Vol. 116, No. 1, pp. 125-143.
- Sayre, W.W., and Yeh, T.P. (1973). "Transverse mixing characteristics downstream from the cooper nuclear station." *IHR Report 145*, Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa.
- Sium, O. (1975). "Transverse flow distribution in natural streams as influenced by cross-sectional shape." University of Iowa.
- Yotsukura, N., and Cobb, E.D. (1972). "Transverse diffusion of solutes in natural streams." *U.S. Geological Survey Professional Paper 582-C*, pp. 1-19.
- Yotsukura, N., and Sayre, W.W. (1976). "Transverse mixing in natural channels." *Water Resources Research*, Vol. 12, No. 4, pp. 695-704.
- Yotsukura, N., Fisher, H.B., and Sayre, W.W. (1970). "Measurement of mixing characteristics of the Missouri River between Sioux City, Iowa and Plattsmouth, Nebraska." *U.S. Geological Survey Water Supply Paper 1899-G*.

(접수: 1995년 5월 23일)