

사각형 개수로 마찰계수 Friction Factor of Rectangular Open Channel Flow

유 동 훈*
Yoo, Dong Hoon

Abstract

The present paper discusses the traditional empirical equations of friction factor or cross-sectional mean velocity of open channel flow and suggests the new form of friction factor equation. Dimensional analysis is conducted for the possible forms of traditional empirical equations in order to satisfy the dimensional equality, and new forms of empirical equations are presented with introducing equivalent roughness height. Considering the distribution of friction factor against Reynolds number which has a similar characteristics to that of smooth turbulent flow in circular pipe, the friction factor equation of rectangular open channel flow is developed by modifying the friction factor equation of circular pipe flow for the region of smooth turbulent flow. The equations including the dimensionally-corrected empirical equations are tested against Bazin's laboratory experiments.

요 지

본고는 개수로 마찰계수를 산정하거나 단면평균유속을 구하는 전통적인 방법의 경험식을 논의하였으며, 새로운 형태의 산정식을 제시하였다. 기존 경험식중 형태가 가능한 것은 차원의 일치를 기하기 위하여 수정하였으며, 등가조고를 도입하여 새로운 형태의 경험식을 제안하였다. 개수로에서의 마찰계수 분포도 원형관에서의 완난류 마찰계수 분포와 유사함을 고려하여 대부분의 관측자료는 완난류 구간에 드는 것으로 판단하였으며, 원형관 완난류 마찰계수 산정식을 수정하여 사각형 개수로 완난류 마찰계수 산정식을 개발하였다. 또한 차원의 일치를 이룬 새로운 형태의 경험식들을 포함하여 이들 산정식을 Bazin의 실험자료에 적용하여 비교 검토하였다.

1. 서 론

단면과 경사가 일정한 開水路에서의 단면평균유

속은 간단한 이론식인 Chezy식으로 산정할 수 있으나, Chezy식에 포함된 마찰계수 산정의 정확도에 따라 식의 신뢰도가 결정된다. 개수로에서 마찰계수는 여러 요인에 의하여 결정되는데, 아직 개수

* 정회원, 아주대학교 토목공학과 부교수

로 흐름에 대한 이해가 충분치 않아 여러 요인에 대한 정량화가 만족스럽지는 못한 것 같다. 1세기 전에 Ganguillet과 Kutter(1869)가 마찰계수를 수로경사, 동수반경과 조도의 함수로 산정하는 경험식을 개발하였으며, Bazin(1897)은 마찰계수를 단지 동수반경과 조도의 함수로 산정하는 경험식을 개발하였다. 이러한 경험식과 관측자료를 종합하여 Manning(1889, 1895)은 평균유속이 동수반경의 제곱근에 비례하는 Chezy 식을 수정하여 사각형 수로인 경우 동수반경의 3/4승근, 반원형수로인 경우 동수반경의 2/3승근의 관계식으로 조정하여 마찰계수는 조도만의 함수가 됨을 주장하였다. 그러나 이상의 경험식들은 우선 좌변과 우변의 단위가 일치하지 않는데, Ganguillet-Kutter 식과 Bazin 식은 마찰계수 산정식에 있어, Manning 식은 마찰계수 산정식뿐만 아니라 기본식에서도 단위가 일치하지 않고 있다. 이러한 문제점을 개선코자 Strickler(1923)는 Nikuradse의 등가조도 개념을 도입하여 Manning 식에 있어 단위의 일치를 기하였다.

난류운동에 대한 이론식 확립은 Prandtl(1925)에 의하였으며 Nikuradse(1932, 1933)는 원형관로실험으로 Prandtl이론을 적용하여 산정식에 도입된 상수가 조건에 따라 변치않는 만유상수가 됨을 확인하여 이론식 적용의 일반성을 확보하였다. 원형관로흐름에서 이론식 전개가 가능하였던 것은 원형관 중심점을 기준으로 모든 단면의 유속분포가 동일하며 이에 따라 2차류가 거의 존재하지 않거나 이의 영향이 극미하다는 사실이다. 이에 반하여 개수로흐름은 자유수면의 존재와 형상의 복잡성으로 인하여 유속분포가 상당한 변형을 일으키며 이에 따라 2차류가 발생하게 된다. 따라서 개수로흐름에 대한 이론식 전개에는 상당한 난관에 봉착하게 된다. 그러나 최근의 Warwick 실험결과뿐만 아니라 1세기전 Bazin의 정밀한 실험자료를 검토하면(참조; Chow(1973)의 Fig.1-4), 개수로 마찰계수의 분포도 원형관로 마찰계수의 분포와 유사한 것을 확인할 수 있으며 단지 조도가 커짐에 따라 마찰계수 분포선이 평행이동하여 상향조정됨을 알 수 있다. 이는 이론으로 확립된 원형관로 마찰계수 산정식을 수정하여 개수로 마찰계수 산정식을 개발

할 수 있는 가능성을 시사하여 준다.

이러한 관점에서 본고는 우선 Ganguillet-Kutter, Bazin, Manning 등 100여년전에 제안되었으나 아직까지 널리 이용되고 있는 전통적인 방법의 개수로 평균유속 산정식을 검토하고, Strickler의 접근방법과 유사한 방법으로 Bazin 식과 Manning 식을 수정하여 차원을 일치시키고 비례상수를 추출하였다. 또한 최근 여러 연구자들에 의하여 제안된 원형관로 마찰계수 산정식을 수정하여 개수로 마찰계수 산정식을 개발하는 방법을 이론식과 결부지어 검토하였다. Tracy와 Lester(1961)는 원형관로 마찰계수 산정식의 절편을 조정하는 방법을 제안하였으며 Kazemipour와 Apelt(1979)는 형상계수와 추가의 경험계수를 도입한 관계식을 사용하여 원형관로 마찰계수 산정식으로부터 개수로 마찰계수의 증폭을 결정하는 방법을 취하였다. 한편 유동훈(1993b)은 Kazemipour의 추가계수를 수식화함과 동시에 동수반경(hydraulic radius) 대신에 마찰반경(frictional radius)라는 새로운 개념의 도입으로 원형관로 마찰계수 산정식을 개수로 마찰계수 산정식에 적용할 수 있음을 알았다.

이상의 이론으로부터 변형된 수정식들은 단면이 아주 매끄러운 개수로흐름에 적용하였을 때 제 계수에 일정한 수치를 취하여 상당히 만족할만한 결과를 얻었으나 거칠은 단면에 대한 적용으로 제 계수의 절대성 또는 일반성을 확인하지 않았다. 본 연구는 거칠은 단면의 개수로흐름에서 관측된 자료에 적용하여 수정식에 도입된 제 계수의 일반성 또는 경향을 밝히고자 하며, 이의 일단계로서 사각형 개수로에 한정지어 수식화를 시도하였다. 사용된 관측자료는 1세기전에 발표된 Bazin(1865)의 자료를 주로 이용하였는데 불행히도 형상계수나 마찰반경을 계산할 수 있는 자료는 제시되어 있지 않기 때문에 Kazemipour의 형상계수 도입법이나 유동훈(1993b)의 마찰반경 도입법은 거칠은 개수로 흐름에 적용하지 않았으며, 단지 Tracy와 Lester 등이 제안한 절점조정법의 절점 변이에 주요 관심을 두고 이의 수식화에 주안점을 두었다.

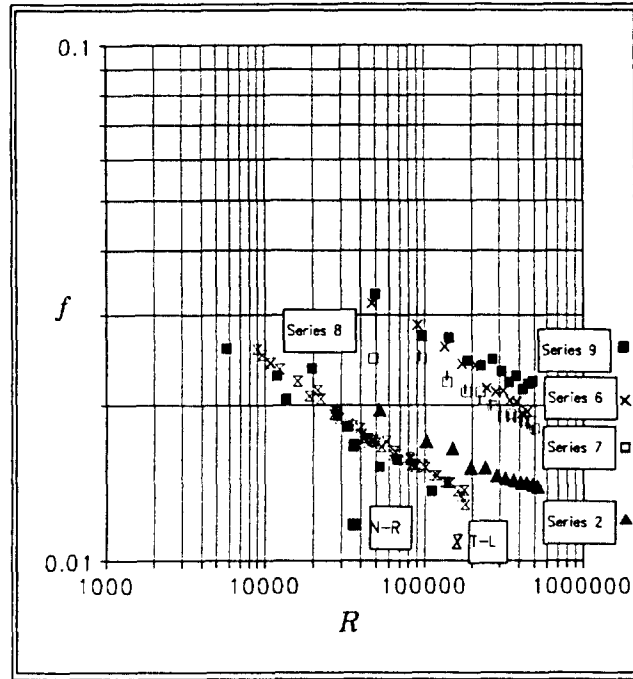


그림 1 Bazin의 실험결과에 의한 사각형 개수로 마찰계수의 분포

2. 전통적인 경험식의 차원일치

본고에서 전통적인 방법의 개수로 평균유속 산정식이라 하면, Ganguillet-Kutter(1869), Manning(1889, 1895), Bazin(1897) 등 1 세기 이전에 개발되었으나 아직까지 실무에서 또는 많은 수치모형에서 널리 이용되고 있는 경험식들을 칭한다. 세 경험식들은 동시대에 개발되었으며, 연구자간에 상당한 의견 교환도 있었던 것으로 판단되나 수식의 형태나 관련변수의 선택에 있어 차이점을 보이고 있다. 그러나 이들 세 경험식들을 논의하기에 앞서 이들의 논문 발표 시기는 Prandtl(1925)의 혼합거리이론과 같은 정교한 경계층 이론이 개발되기 직전이었다는 점과 Nikuradse의 실험으로서 난류조건 복잡성과 완난류(smooth turbulent flow), 천이난류(transitional turbulent flow), 전난류(rough turbulent flow) 등으로의 분류가 밝혀지기 한세대 전이었다는 점을 감안하여

야 할 것이다(유동훈, 1993a). 또한 실제로 세 연구진은 모두 상당부분 동일한 실험자료를 이용하였다는 점에 주목하게 된다. 즉, 세 연구진은 모두 Chow(1986)의 Fig.1-4에 제시된 바와 같은 Bazin의 실험자료를 주로 이용하였다. 그럼에도 불구하고 산정식의 형태가 판이하게 다른 것으로 나타난 점에 주의를 요한다. 그림 1에는 Bazin의 실험자료중 사각형 개수로 실험결과만 제시되어 있다.

수로 형태와 경사가 일정한 개수로에서의 평균유속산정은 200여년전 수행된 Chezy의 연구에 그 이론적 근거를 두고 있으며 다음과 같다.

$$V = \sqrt{\frac{gHS}{C_f}} \quad (1)$$

여기서 V 는 단면평균유속, g 는 중력가속도, H 는 동수반경, S 는 수로의 경사이며, 마찰계수 C_f 는 무차원계수로서 u_* 를 마찰속도라 할 때 $\sqrt{C_f} = u_*/$

V로 정의되며, $(g/C_f)^{1/2}$ 를 보통 단일 계수로 취급하여 Chezy 마찰계수 C_h 라 칭한다. 이후 많은 연구자들에 의하여 수리 조건에 따라 Chezy 마찰계수 C_h 또는 마찰계수 C_f 가 일정하지 않음을 발견하였다.

식 (1)과 유사한 형태의 경험식들중 Manning 식은 좌변과 우변의 단위가 일치하지 않음에도 불구하고 수식의 단순성과 다루어진 관측자료의 포괄성 등으로 가장 많이 이용되는 경험식이다. Manning(1889)은 1890년대 이전에 발표된 거의 모든 관측자료와 경험식들을 정리하고 평가한 후 다음과 같이 단순한 형태의 평균유속 산정식을 발표하였다. 즉

$$V = C_h S^{1/2} H^x \quad (2)$$

여기서 C_h 는 보통 Ganguillet-Kutter 식 n의 역수로 취하며, 흔히 n를 Manning 계수라 일컫는다. 시멘트벽으로 처리된 반원형 개수로인 경우 지수 x의 범위는 0.6351로부터 0.6778까지이며 그 평균값 0.6623 즉 2/3를 추천하였다. 작은 조약돌이 깔려 있는 사각형 개수로인 경우 지수 x의 평균치는 0.7635이었으며 바닥에 깔려 있는 조약돌이 큰 경우 지수 x의 평균치는 0.8395까지 증가하였다. 이 결과로부터 단면의 변화와 조고의 변화에 따라 지수치가 다른 것으로 판단되는데, Manning (1989)은 Hagen(1882)이 이미 지수치의 적절한 수치로 2/3를 선택하였음을 밝혔다. 따라서 지수치를 2/3로 택할 때

$$V = C_h S^{1/2} H^{2/3} \quad (3)$$

이며, 상기식은 Hagen식이라 칭해야 마땅할 것이다.

또한 실제로 Manning이 Bazin의 실험자료와 그밖의 현장관측자료와 비교할 때 Manning식이라고 인용한 식은 SI단위계를 사용할 때 다음과 같다.

$$V = C_M (gS)^{1/2} (H^{1/2} + 0.25H - 0.03) \quad (4)$$

여기서 C_M 은 무차원수가 아닌 단위를 가지고 있는 경험계수로서 SI 단위계를 사용할 때 약 20내외이다.

Hagen식 (3)이나 Manning식 (4)는 차원이 일치하지 않으나, 형태의 단순성으로 인하여 차원을 고려한 적절한 계수를 도입하여 실무에서 널리 이용되고 있다. 그러나 적용범위의 확대를 수리조건이 상당히 다를 때 마찰계수 분포는 전혀 다른 양상으로 변이할 가능성이 높으며, 이때 차원이 일치하지 않으면 특이한 형상으로 변이하는 분포양상을 수식화하기 곤란하다. 이러한 점에서 차원의 일치와 무차원 경험계수의 도입은 필히 요구되며, Strickler(1923)는 소위 Manning식이라고 일컫는 식 (3)에 Nikuradse의 등가조고 개념을 도입하여 차원의 일치를 만족시키는 수식을 개발하였다. 즉, 식 (3)의 C_h 대신에 $1/n$ 을 도입하고 이를 식 (1)에 적용하면 무차원 마찰계수 C_f 는 n와 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$C_f = \frac{gn^2}{H^{1/3}} \quad (5)$$

상기식에서 n는 주로 벽면의 조도를 나타내는 상수로서 식 (5)가 무차원수가 되려면 조도를 등가조고로 나타낼 수 있다고 가정하였을 때 다음과 같은 식이 성립하여야 된다.

$$gn^2 = \alpha_a k_s^{1/3} \quad (6)$$

Strickler는 일반적으로 사용되고 있는 계수 n으로부터 비례상수 α_a 는 약 0.017이 되는 것으로 추정하였다. 식 (6)을 식 (5)에 대입하여

$$C_f = \alpha_a \left(\frac{k_s}{H} \right)^{1/3} \quad (7)$$

식 (7)을 흔히 Manning-Strickler식이라 칭하는데 지수 2/3의 원조는 Hagen이므로 Hagen-Strickler 또는 Strickler 식이라 칭해야 될 것이다.

또한 주목할 점은 Manning 식 (4)로부터 식 (7)과 같은 형태의 관계식을 유도하기가 매우 어렵다는 사실이며, Manning이 밝혔듯이 식 (2)에 표기된 지수 x 가 $2/3$ 가 아니라 $3/4$ 또는 그밖의 수치일 때 식 (7)로 제시된 지수가 달리 표기되어야 한다. 사각형 개수로 흐름에서 Manning은 지수 x 는 $3/4$ 가 더 적합하다고 주장하였는데, 같은 방법으로 마찰계수를 유도하면 다음과 같으며,

$$C_f = \alpha_b \left(\frac{k_s}{H} \right)^{1/2} \quad (8)$$

이를 Manning-Yoo 식이라 칭한다. 상기식에서 비례상수 α_b 는 다른 비례상수와 함께 산정식 검증에서 논의한다.

Chezy 마찰계수가 수리조건에 따라 일정하지 않음에 주목하고 Bazin(1862)은 수로경사와 조도, 수심 등을 다양하게 만들어 조직적인 실험을 실시하였으며, 주로 그의 실험자료가 식 (3) 또는 (4)나 다음에 언급할 식 (10)을 개발하는데 이용되었

다. Bazin(1897)은 이들 실험결과로부터 조도와 동수반경에 따라 변이하는 Chezy 마찰계수 산정식을 개발하였으며, SI 단위체계로 표현할 때 Bazin 식은 다음과 같다.

$$C_A = \frac{87}{1 + \beta/\sqrt{H}} \quad (9)$$

여기서 β 는 개수로 벽면의 조도를 나타내고, 마찰계수 C_b 의 단위는 $[L^{1/2}T^{-1}]$ 이며, Chezy식 (1)에 사용된 무차원 마찰계수 C_f 는 Bazin 식 (9)로부터 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$C_f = 0.00128 \left(1 + \frac{\beta}{\sqrt{H}} \right)^2 \quad (10)$$

마찬가지로 차원의 일치를 위하여 조도를 나타내는 β 는

$$\beta = \alpha_c \sqrt{k_s} \quad (11)$$

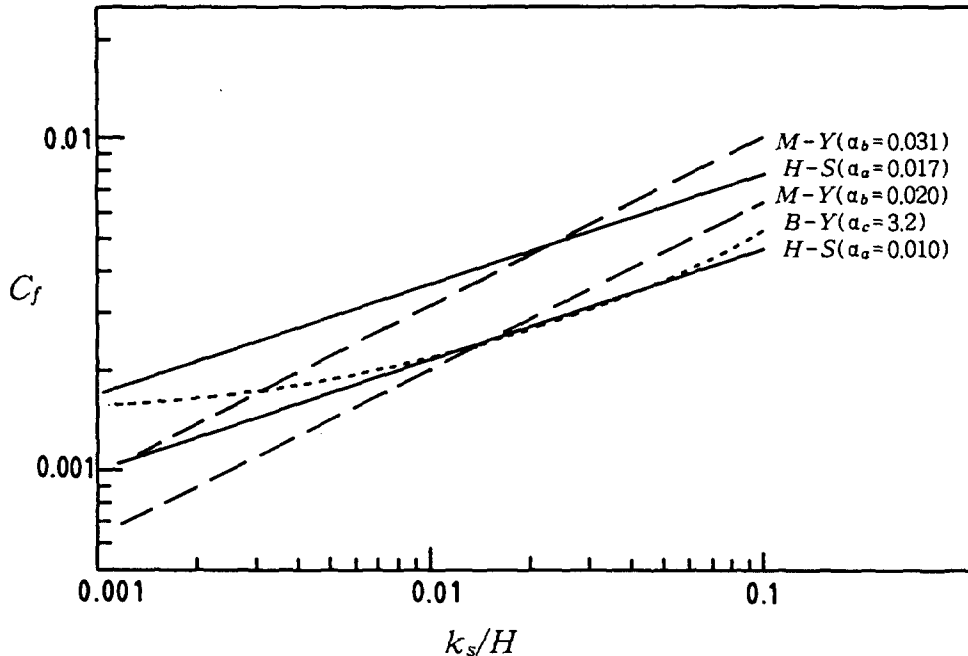


그림 2 Hagen-Strickler 식, Manning-Yoo 식과 Bazin-Yoo 식에 의한 마찰계수의 분포

로 표현되어야 하며, 이를 식 (10)에 대입하여 다음과 같은 마찰계수 산정식을 얻는다.

$$C_f = 0.00128(1 + \alpha_c \sqrt{k_s/H})^2 \quad (12)$$

상기식을 Bazin-Yoo식이라 칭한다. 그림 2에는 식 (7), (8), (12)로 산정된 마찰계수 분포가 도시되어 있으며, $0.01 < k_s/H < 0.1$ 범위에서 비례상수 α_a , α_b , α_c 의 수치에 따라 유사한 분포형태를 보임을 알 수 있다. 그러나 $k_s/H < 0.01$ 에서 Bazin-Yoo식 (12)는 완만히 감소하는 경향을 보이거나 Hagen-Strickler식이나 Manning-Yoo식은 계속적으로 급격히 감소하는 경향을 보이고 있다. 특히 Manning-Yoo식은 Bazin-Yoo식에 비하여 모든 구간에서 상당히 급격한 변이를 보임을 알 수 있다. 그림 2에 제시된 분포선에 사용된 비례상수는 Bazin의 사각형 개수로 실험자료에 대비하여 최적치를 구한 것과 Strickler가 제안한 수치이며, 제 4절에 보다 자세한 사항이 논의되어 있다.

Bazin이나 Manning과 달리 Ganguillet-Kutter는 개수로 마찰계수에 영향을 주는 인자로서 에너지경사를 고려하였으며, Chezy 마찰계수를 다음과 같이 산정할 것을 제시하였다.

$$C_h = \frac{n^{-1} + X}{1 + nX/\sqrt{H}} \quad (13)$$

여기서 계수 X는 SI 단위계로 표기할 때

$$X = 23 + \frac{0.0015}{S} \quad (14)$$

상기식에서 n는 조도계수로서 식 (3)에 사용된 Chezy 계수 C_h 는 흔히 n^{-1} 로 대치하여 표기한다. Hagen 식 (3)에서의 n 또는 C_h 나 Bazin 식 (9)의 β 는 조고의 영향을 나타내는 계수이므로 조고와 중력가속도의 조합으로 차원의 일치를 기할 수 있었으나, Ganguillet-Kutter 식 (13)에서는 이상과 같은 유도과정을 거쳐 등가조고의 추출과

차원의 일치를 기하기 어렵다.

이상의 방법으로 Hagen식과 Bazin식은 Strickler의 방법으로 차원의 일치를 만족시키는 등가조고 관계식을 유도하였으며, 식 (7), (8)과 (12)로부터 세 경험식은 모두 수리학적으로 거칠은 면 또는 전난류 개수로 흐름에 적용하는 수식으로 오판될 소지가 많다. 그러나 그림 1에 제시된 바와 같이 그들이 이용한 실험자료의 마찰계수 분포 경향을 보면 관로 마찰흐름의 완만류 마찰계수 분포 경향과 유사하며, 단지 조고의 증가에 따라 관로 마찰계수 분포로부터 평행 이동하는 양상을 보이고 있음을 알 수 있다. 따라서 본절에서 논의한 전통적인 평균유속 산정식들은 개수로 마찰 흐름의 특징을 충분히 반영하지 못하고 있는 것으로 판단된다. 이렇게 개수로 흐름 특징을 충분히 반영하지 못한 식임에도 불구하고 관측자료와 대비하여 큰 오차가 발견되지 않은 이유는 관측범위가 상당히 제한되어 있었기 때문인 것으로 판단된다.

3. 절점조정법

Tracy와 Lester(1961)는 개수로에 사용될 Darcy-Weisbach 마찰계수 f 를 원형관로 마찰계수 산정식에서 절편의 수정만으로 상당히 정확하게 산정할 수 있음을 알았으며, 유동훈(1993a)은 원형관로 마찰계수 이론식에서 절점을 조정하여 다음과 같은 개수로 마찰계수 산정식을 제시하였다.

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = \frac{1}{k} \left[\ln \frac{2H}{z_0} - 1.5 - \gamma \right] \quad (15)$$

여기서 z_0 는 유속의 영점높이로서 원형관로 완만류인 경우 $z_0 = \exp(-5.5k)\nu/u_*$ 이며, H는 동수반경, k는 von Karman 상수, ν 는 점성계수, u_* 는 마찰속도, C_f 는 마찰계수로서 $\sqrt{C_f} = u_* / V$ 로 정의할 때, Darcy-Weisbach 마찰계수 f 는 $8C_f$ 이며 V는 단면평균유속이다. γ 는 개수로에서 자유수면의 존재에 의한 2차류의 영향을 나타내는 계수로서 수로의 형태 및 조고 등에 따라 달라지며 $\gamma=0$ 을 취하면 원형관에 대한 마찰계수 산정식이 된다 (유, 1993a). 여러 실험자료에 적용하여 확인한

바에 의하면 매끄러운 단면인 경우 γ 는 약 0.43 으로부터 0.61의 범위에 들었으며, Tracy 와 Lester 자료에 의하면 약 0.47이다.

Bazin(1865)은 크기와 조고가 다른 여러 형태의 수로에 수로경사를 달리한 여러 수리조건의 실험관측결과로부터 마찰계수 분포를 제시하였는데 본 연구에서는 사각형 개수로에 대한 자료만 추출하여 분석하였다. 그림 1 에 도시된 바와 같이 개수로 마찰계수 분포는 원형관로 마찰계수 분포중 완난류 구간의 분포와 유사한데 원형관로 마찰계수와 달리 조고가 커짐에 따라 원형관로 마찰계수 분포곡선으로부터 상향 평행이동한다. 즉 유압관로 (pressure conduit) 흐름에서는 조도에 따라 완난류구간의 범위가 달라지기는 하나 흐름조건이 일단 완난류구간에 들면 조도에 관계없이 마찰계수는 레이놀즈수만의 함수가 되어 마찰계수의 분포는 동일 선상에 놓이게 되며 식 (15)에서 절점계수 γ 는 항상 영이다. 따라서 조고가 아무리 크더라도 유속이 작으면 벽면마찰력에 조고의 직접적인 영향은 거의 없다. 개수로에서도 매끄러운 단면인 경우 절점계수 γ 는 약 0.47 로 일정하나 조고가 커짐에 따라

절점계수 γ 가 상당히 변이하게 된다.

절점계수 γ 는 사각형 개수로 흐름에서 2차류의 크기와 표면장력의 영향에 따라 변이하는 것으로 판단되며, 그림 3에 도시된 자료를 검토하였을 때 이들의 영향과 크기에 미치는 요인으로 레이놀즈수 자체는 큰 영향을 미치지 않는 것으로 판단되며 조고 또는 동수반경에 대한 상대조고가 가장 큰 영향을 미치는 것으로 사료된다. Bazin 자료에서 각 단면의 조건을 서술적으로 기술하였는데 이로부터 Nikuradse 등가조고를 추측하여 상대조고에 대한 절점계수의 변이를 살펴보면 이 결과가 그림 3에 도시되어 있다. 그림 3 에는 Bazin 자료뿐만 아니라 매끄러운 단면에서 실험하여 얻은 Tracy & Lester 자료와 Nezu & Rodi(1986) 자료도 포함되어 있다.

Bazin 자료는 각 경사조건과 조도조건에 따라 일련번호가 붙어 있는데 Bazin의 일련번호와 달리 Manning은 다른 관측자의 자료를 포함하여 새로운 일련번호를 붙였다. 그림 3에 명기된 일련번호는 Manning 방식에 의한 일련번호이며 Bazin자료는 Series 2, 4, 5, 6, 7 등으로 표시되어 있으

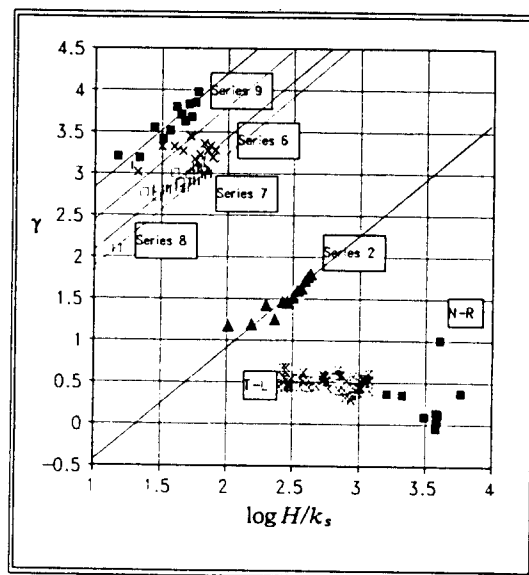


그림 3 사각형 개수로 마찰계수 산정식에서 절점계수 γ 의 변이

표 1. Bazin의 사각형 개수로 실험 수리조건

일련번호	수로조건	수로경사	추천조고 (mm)	가정조고 (mm)
Bazin Manning				
2	2	Pure cement	0.00506	0.3- 1.5
6	4	Planked Wood	0.00221	0.8-10.0
7	5	Planked Wood	0.00484	0.8-10.0
8	6	Planked Wood	0.00816	0.8-10.0
	7	Bricks	0.00502	0.8-10.0

며 Tracy & Lester 자료는 T-L로, Nezu & Rodi 자료는 N-R로 표시되어 있다. 표 1에 설명되어 있는 바와 같이 Series 2는 매끈한 시멘트 마감상태에서 실험한 것이고 Nikuradse 등가조고는 0.5mm로 가정하였으며, Series 4, 5, 6은 바닥에 나무판자를 깔고 실험하였으며 Nikuradse 등가조고는 3mm로 가정하였다. Series 7은 수로의 바닥이 벽돌로 촘촘히 부처된 상태에서 실험을 한 것이고 Nikuradse 등가조고는 4mm로 가정하였다. 이상의 등가조고 가정에서 Series 4, 5, 6에 대한 실험자료는 수로경사만 다르고 다른 조건은 동일한 개수로에서 취득한 자료인 것으로 추측되어 동일한 조고를 사용하여야 되리라 판단된다.

이상의 벽면상태에 대한 보다 자세한 기록을 입수하지 못하여 등가조고 추정에 상당한 문제점을 안고 있는데 유속분포를 관측하지 않은 이상 등가조고를 정확하게 산정하기는 매우 어려우리라 판단된다. 다음 절에서 각 경험식을 적용할 때 불명확한 등가조고를 조정하기 보다 각 수식에 도입되는 비례상수를 조정하여 가장 근접한 해를 주는 비례상수를 택하였다.

매끄러운 단면인 경우 절점계수 γ 는 상대조고와 무관하게 거의 일정한 것으로 나타나는데 Tracy & Lester인 경우 γ 는 약 0.47이며 Nezu & Rodi인 경우 γ 는 약 0.25 이다. 이는 Tracy & Lester 는 3개 단면 모두 철판에 에나멜을 도색한 면을 사용한 반면에 Nezu & Rodi는 양 측면이 유리벽을 사용하여 마찰손실이 더 작아진 것에 원인이 있을 것으로 추론한다. 또한 Nezu & Rodi 자료에서는 산정된 마찰계수가 상당한 변이폭을 보여 이에 따라 절점의 변이도 매우 불규칙한 분포를 보이는데 이는 유리벽면을 사용함에 따라 2차류의

분포가 더욱 왜곡되어 나타나는 결과인 것으로 사료된다.

Bazin 자료는 주로 거칠은 단면에서 관측된 것이고 그림 3에 도시된 바와 같이 절점계수 γ 는 조고가 커짐에 따라 증가하며 또한 Tracy & Lester 자료와 달리 같은 조고에서 상대조고가 어느 수치까지는 일정하다가 이후 더욱 증가하는 경향을 보이고 있다. 이러한 경향을 수식화하여 절점 조정법의 각 계수를 추정하는 방법을 유와 김 (1993)이 이미 제시한 바 있는데 유도과정에 착오가 있어 수정하여 다시 유도하면 다음과 같다.

우선 각 조고에 대하여 절점이 상대조고에 관계없이 일정한 수치를 추출하여 그림 4에 상관분포를 도시하였다. 상기 상관분포는 대수분포를 보이는데 기준조고 k_0 를 도입하여 회귀분석하면 다음과 같다.

$$\gamma_0 = 0.64 \ln \frac{k_s}{k_0} \quad (16)$$

여기서 기준조고 $k_0 = 0.03\text{mm}$ 로 산정된다. 조고가 기준조고 이하일 때는 절점계수 $\gamma = 0$ 이 되어 원형관 마찰계수 산정식을 수정치 않고 개수로 마찰계수 산정에 사용할 수 있다. 즉 개수로 흐름에서도 조고가 기준조고 이하일 때는 자유수면의 존재로 인한 2차류의 영향이 유속분포에 크게 미치지 않을 것으로 판단된다.

식 (15)는 앞에서 언급한 것처럼 같은 조고에서 상대조고가 어느 경계점까지는 일정하여 식 (16)으로 산정되는데 이후 일률적인 증가를 보인다. 이를 수식화하면 다음과 같다.

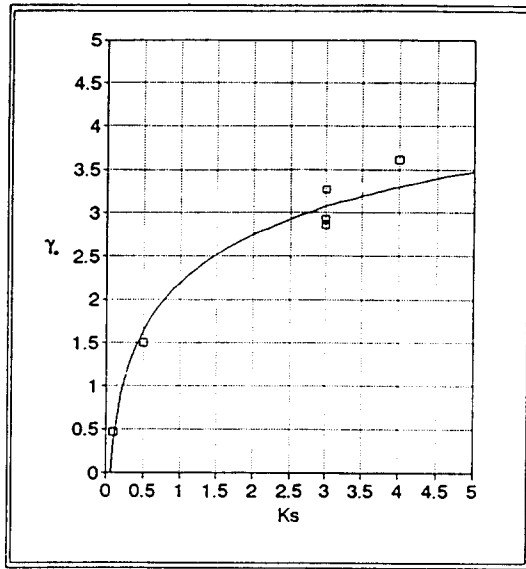


그림 4 사각형 개수로 마찰계수 산정식에서 절점계수 γ 의 최소치 분포

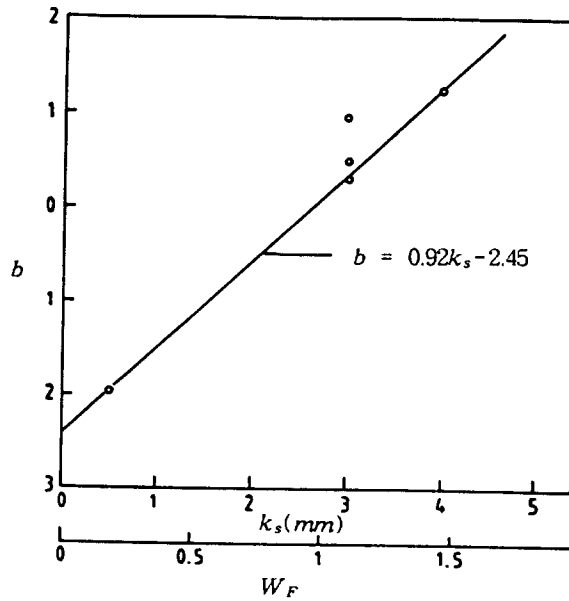


그림 5 사각형 개수로 마찰계수 산정식에서 절편 b 의 분포

$$\gamma = 0.64 \ln \frac{H}{k_s} + b \quad (17)$$

식 (17)은 상대조고가 어느 수치까지 일정하다가 이후 더욱 증가하는 상태의 절점계수 γ 를 보여주고 있다. 그림 3에 도시된 γ 의 분포형태로부터 기울기는 일정하다고 가정하였으며, 벽면조도 또는 조고에 따라 식 (17)의 절편만 변이하는 것으로 가정하였다.

그림 3으로부터 b 값을 추출하면 Series 2에서는 -1.99, Series 4에서는 0.94, Series 5에서 0.47, Series 6에서는 0.31, Series 7에서는 1.23으로 산정된다. 즉, 계수 b 는 벽면 조고에 따라 상당한 변이를 보이고 있으며, 거의 선형비례관계가 있음을 알 수 있다. 이는 그림 5에 제시된 바와 같으며, 이를 수식화하면 다음과 같다.

$$b = 0.92k_s - 2.45 \quad (18)$$

상기식에서 등가조고 k_s 는 mm단위이며, 계수 b 는 무차원수이다. 따라서 차원의 일치가 이루어지지 않는데, 차원의 일치를 기하기 위하여 새로운 무차원수 W_F 수를 도입한다. 이는 Weber Number와 Froude Number의 비로서 다음과 같이 정의한다.

$$W_F = \frac{W}{F} = k_s \sqrt{\frac{\sigma g}{\sigma}} \quad (19)$$

5°C의 물인 경우 $\sigma = 1000 \text{ kg/m}^3$ 이며, $\sigma = 0.0741 \text{ N/m}$ 이며, 등가조고 k_s 의 단위를 mm로 취할 때 $W_F = 0.364k_s$ 이다. 따라서 식 (18)은 무차원수 W_F 를 도입하여 다음과 같이 표기된다.

$$b = 2.52W_F - 2.45 \quad (20)$$

즉, 개수로로 마찰계수의 변이에는 조고와 중력뿐만 아니라 표면장력의 영향도 있는 것으로 판단된다. 이는 표면장력이 판이하게 다른 액체를 사용하여 실험한 후 물을 사용하여 실험한 자료와 비교하여 검증할 수 있을 것이다. 식 (20)을 식 (17)에 대입하여 절점계수 γ 는 다음과 같이 산정되며

$$\gamma = 0.64 \ln \frac{H}{k_s} + 2.52W_F - 2.45 \quad (21)$$

이를 식 (15)에 대입하여 다음과 같이 절점조정법에 의한 구형(사각형) 개수로로 마찰계수 산정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = \frac{1}{k} \ln(k_s H)^{0.64} R_f \sqrt{C_f} - 6.3W_F + 9.6 \quad (22)$$

여기서 R 은 동수반경을 사용한 레이놀즈수로서 $R = VH/\nu$ 이다. 레이놀즈수에 도입되는 평균유속 V 대신에 Chezy식 (1)로 산정되는 V 를 도입하면 우변의 첫째항에서 마찰계수 C_f 가 자동 소거되어 다음과 같이 양해법으로 마찰계수를 구할 수 있다.

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = \frac{1}{k} \ln(k_s H)^{0.64} R_f \sqrt{S} - 6.3W_F + 9.6 \quad (23)$$

여기서 R_f 는 Reynolds-Froude 무차원수로서 다음과 같다.

$$R_f = \frac{\sqrt{gH^3}}{\nu} \quad (24)$$

이상과 같이 Bazin의 개수로 관측자료도 완난류 구간의 흐름특성으로 파악하고 절점조정법으로 마찰계수를 산정하는 수식을 개발하였으며, 개발된 최종식에는 조고의 영향뿐만 아니라 R_f 수로 표현된 점성계수의 영향, W_F 수로 표현된 표면장력의 영향과 수로경사의 영향도 함께 포함되어 있다. 다른 경험식과 같이 식 (23)으로 마찰계수를 산정하는데 온도에 따라 변이하는 점성계수와 표면장력을 구하여 마찰계수를 산정한 후 Chezy식 (1)을 사용하여 평균유속을 바로 산정할 수 있다.

4. 평균유속의 산정결과

본 연구에서 개발된 사각형 개수로로 마찰계수 산정식을 Bazin의 실험자료중 사각형 개수로에서 관

표 2. Bazin 자료에 적용하여 구한 평균유속 산정결과의 비교
 [관련식: G-K;(13), Man.:(4), H-S;(7), M-Y;(8), B-Y;(12), Yoo;(23)]

(a) Series 2; Slope=0.00506, Pure Cement

n, C _M or ks(mm)	Obs.	G-K	Man.	H-S	M-Y	B-Y	Yoo
H(mm)		0.0105	23.00	0.50	0.50	0.50	0.50
		α					
51.100	1.018	0.915	1.070	0.954	0.909	1.069	1.041
76.700	1.338	1.240	1.363	1.250	1.233	1.370	1.329
98.000	1.537	1.482	1.575	1.472	1.481	1.586	1.539
114.200	1.731	1.653	1.723	1.630	1.662	1.736	1.686
131.000	1.853	1.821	1.868	1.786	1.842	1.881	1.830
144.400	1.984	1.949	1.977	1.906	1.981	1.990	1.938
157.600	2.081	2.071	2.081	2.021	2.116	2.094	2.042
169.700	2.171	2.179	2.174	2.123	2.236	2.185	2.134
181.500	2.258	2.282	2.261	2.220	2.352	2.270	2.221
192.700	2.326	2.377	2.341	2.311	2.460	2.349	2.301
202.500	2.397	2.458	2.410	2.388	2.553	2.417	2.369
212.500	2.460	2.539	2.479	2.466	2.647	2.484	2.438
Abs. Error of Vel.		0.032	0.011	0.032	0.046	0.014	0.015

(b) Series 4; Slope = 0.00221, Planked Wood

n, C _M or ks(mm)	Obs.	G-K	Man.	H-S	M-Y	B-Y	Yoo
H(mm)		0.0122	19.20	3.00	3.00	3.00	3.00
		α					
73.400	0.635	0.652	0.733	0.680	0.628	0.677	0.701
110.900	0.819	0.886	0.935	0.895	0.855	0.898	0.905
138.400	0.962	1.041	1.065	1.037	1.010	1.041	1.037
160.800	1.076	1.158	1.163	1.146	1.130	1.149	1.137
183.200	1.151	1.270	1.255	1.250	1.246	1.250	1.231
197.100	1.259	1.337	1.310	1.313	1.316	1.310	1.287
214.400	1.324	1.417	1.376	1.388	1.402	1.383	1.355
231.400	1.374	1.494	1.439	1.461	1.485	1.451	1.419
244.000	1.440	1.549	1.485	1.513	1.545	1.501	1.466
258.100	1.487	1.610	1.534	1.571	1.611	1.555	1.546
268.300	1.552	1.653	1.570	1.612	1.659	1.593	1.552
280.900	1.587	1.705	1.613	1.662	1.717	1.640	1.596
Abs. Error of Vel.		0.074	0.066	0.062	0.061	0.057	0.044

(c) Series 5; Slope = 0.00484, Planked Wood

n, C _M or ks(mm)	Obs.	G-K	Man.	H-S	M-Y	B-Y	Yoo
H(mm)		0.0122	19.20	3.00	3.00	3.00	3.00
		α					
57.100	0.826	0.799	0.933	0.850	0.769	0.839	0.937
82.900	1.127	1.061	1.165	1.090	1.016	1.089	1.179
104.300	1.325	1.258	1.334	1.270	1.208	1.274	1.357
122.500	1.479	1.414	1.466	1.413	1.362	1.419	1.497
138.400	1.612	1.544	1.575	1.533	1.493	1.539	1.612
153.700	1.711	1.664	1.674	1.644	1.615	1.649	1.718
166.500	1.808	1.761	1.755	1.734	1.715	1.737	1.804
178.900	1.898	1.852	1.830	1.819	1.810	1.820	1.884
191.000	1.967	1.939	1.901	1.900	1.901	1.899	1.960
201.600	2.045	2.013	1.963	1.970	1.980	1.966	2.025
212.500	2.102	2.088	2.024	2.040	2.059	2.033	2.090
221.800	2.179	2.150	2.076	2.100	2.126	2.089	2.145
Abs. Error of Vel.		0.030	0.037	0.038	0.056	0.036	0.022

(d) Series 6; Slope = 0.00816, Planked Wood

n, C _M or ks(mm)	Obs.	G-K	Man.	H-S	M-Y	B-Y	Yoo
H(mm)		0.0122	19.20	3.00	3.00	3.00	3.00
		α					
44.500	1.074	0.856	1.043	0.935	0.828	0.911	1.081
70.200	1.348	1.217	1.371	1.267	1.165	1.261	1.431
88.200	1.594	1.445	1.570	1.475	1.383	1.476	1.645
104.300	1.776	1.636	1.732	1.649	1.568	1.655	1.822
119.700	1.902	1.808	1.878	1.808	1.739	1.815	1.981
131.000	2.053	1.930	1.980	1.920	1.861	1.928	2.092
142.100	2.186	2.046	2.077	2.027	1.978	2.034	2.198
154.400	2.268	2.170	2.181	2.142	2.105	2.148	2.311
164.800	2.357	2.273	2.265	2.237	2.210	2.242	2.403
174.700	2.447	2.368	2.344	2.326	2.309	2.328	2.489
184.000	2.518	2.456	2.416	2.408	2.401	2.407	2.568
191.800	2.612	2.528	2.476	2.475	2.477	2.473	2.633
Abs. Error of Vel.		0.068	0.033	0.065	0.098	0.065	0.023

(e) Series 7; Slope = 0.00502, Bricks

n, C _M or ks(mm)	Obs.	G-K	Man.	H-S	M-Y	B-Y	Yoo
H(mm)		0.0122	19.20	3.00	3.00	3.00	3.00
		α					
58.600	0.839	0.764	0.896	0.840	0.743	0.818	0.874
86.400	1.117	1.028	1.128	1.088	0.994	1.080	1.116
111.600	1.274	1.245	1.311	1.290	1.205	1.290	1.309
128.900	1.440	1.383	1.427	1.420	1.342	1.424	1.431
146.700	1.555	1.519	1.539	1.548	1.479	1.554	1.551
164.800	1.626	1.652	1.648	1.673	1.614	1.680	1.666
177.200	1.731	1.739	1.719	1.756	1.704	1.763	1.742
189.200	1.831	1.822	1.786	1.834	1.790	1.841	1.814
203.400	1.874	1.917	1.864	1.925	1.890	1.931	1.896
212.500	1.973	1.976	1.912	1.982	1.953	1.987	1.948
225.600	2.012	2.060	1.980	2.063	2.042	2.066	2.020
237.200	2.047	2.133	2.040	2.133	2.121	2.134	2.083
Abs. Error of Vel.		0.031	0.019	0.017	0.043	0.021	0.014

측된 자료에 적용하여 기존 경험식들과 절점조정법 산정식을 비교하고자 한다. 절점조정법 산정식 (23), Hagen-Strickler 식 (7), Manning-Yoo 식 (8), Bazin-Yoo 식 (12)에 사용되는 등가조고는 1차 가정된 수치를 적용하며, 본인이 가정된 수치가 정확하다는 보장이 없기 때문에 각 경험의 비례상수 $\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c$ 등을 조정하여 가장 근접한 해를 주는 수치를 선택하였다. 표 2에는 Bazin의 각 수리조건과 각 경험식에 의한 산정결과가 제시되어 있다.

상기 표에 제시된 바와 같이 선택된 비례상수는 조건에 따라 관측결과에 가장 근접한 해를 주는 수치를 선택하였으나 Series 4, 5, 6은 수로경사만 다르고 다른 조건은 동일하기 때문에 등가조건뿐 아니라 비례상수도 동일한 수치를 적용하였다. 가정된 등가조고로 Bazin-Yoo 식의 비례상수는 모두 3.2를 사용하여 가장 근접한 해를 제공하였으나, Hagen-Strickler 식의 비례상수는 Series 2에서는 0.013 을 사용하여 가장 근접한 해를 주었으며 나머지 Series에서는 모두 0.010을 사용하여야 했다. 이와같이 Manning-Yoo 식에서도 Series 2에서는 비례상수를 0.031을 택한 반면에 다른 경우에는 0.020을 택하여 가장 정확한 해를 제공하였다. 참고로 Strickler가 제안한 비례상수 0.017을 사용하였을 때 Series 2의 등가조고로 0.23mm, Series 4, 5, 6의 등가조고로 0.65mm, Series 7의 등가조고로 1.00mm를 택하여야 가장 근접한 해를 제공하였다. 등가조고 선정의 불확실성 때문에 어느 방법이 보다 우수한지 단언할 수는 없으나 만일 본고에서 택한 등가조고가 올바른 수치와 근접하거나 선형 비례관계가 성립할 때는 Bazin-Yoo 식이나 Yoo의 절점조정법이 Hagen-Strickler 식이나 Manning-Yoo식 보다 우수하며, 만일 Series 2의 등가조고가 본고에서 선택한 수치 보다 상대적으로 훨씬 작을 때는 Hagen-Strickler 식이나 Manning-Yoo 식이 보다 우수할 것으로 판단된다.

Manning(1989)은 Series 4, 5, 6 에 대하여도 각기 다른 경험계수를 택하여 상당히 근접한 해를 구하였는데 이는 올바른 시도라고 볼 수 없다. Series 4, 5, 6 에 대하여 동일 등가조고를 취하였을 때 제시된 바와 같이 Yoo의 절점조정법이 약간이

나마 가장 우수한 방법으로 나타났다. 전체적인 오차의 평균치는 절점조정법이 2.4% 인데 반하여 Ganguillet-Kutter 식은 4.7%, Manning 식은 3.3%, Hagen-Strickler 식은 4.3%, Manning-Yoo 식은 6.1%, Bazin-Yoo 식은 3.9%로 산정되었다.

특기할 점이 몇가지 있는데 Ganguillet-Kutter 식은 수로경사의 영향을 고려하였음에도 불구하고 수로경사만을 달리한 Series 4, 5, 6 에서 수로경사 영향을 직접적으로 고려하지 않은 타 방법 보다 그다지 우수한 것으로 나타나지 않았다. 또한 사각형 수로인 경우에 Manning은 평균유속을 산정하는 지수함수식 (2)에서 지수 x 로 2/3보다 3/4이 보다 정확한 근사해를 제공할 것으로 판단하였는데, 계산 결과는 지수 x 를 2/3로 가정하여 유도한 Hagen-Strickler 식이 3/4으로 가정하여 유도한 Manning-Yoo 식 보다 오히려 우수한 결과를 보였다. 즉, Ganguillet-Kutter 의 수로경사 도입법이 수로경사에 따라 변이하는 수리특성을 충분히 반영하지 못한 것으로 판단되며, 수로의 형상에 따라 지수를 조정하고자 한 Manning의 시도가 큰 의미를 부여하지는 못한 것으로 여겨진다. 또한 Manning이 실험자료와의 비교검증에 사용된 식은 차원의 일치를 기하기 거의 불가능한 식 (4)임에도 불구하고 식 (3)을 언급한 관계로 이제까지 식 (3)을 Manning 식으로 착각하고 이 식의 오차가 3% 이내에 드는 것으로 판단하였던 것으로 사료된다. 실제로 Manning은 Series 4, 5, 6에 각기 다른 경험계수를 적용하여 정밀도를 더욱 높였으나, 이는 이미 언급한 바와 같이 잘못된 시도라고 여겨지며, 동일한 수로를 사용한 Series 4, 5, 6에 대하여는 경험계수나 등가조고에 대하여 동일한 수치를 적용하여야 할 것이다.

5. 결론 및 토의

개수로 흐름의 마찰계수 또는 평균유속 산정의 제 경험식들은 단위가 일치하지 않을 뿐만 아니라 완난류, 천이난류 및 전난류 등의 난류운동 흐름 특징을 충분히 반영하지 않았기 때문에 홍수 유출 시 예상되는 전난류에의 적용에 많은 의문점을 안

고 있다. 제 경험식 개발에 이용된 관측자료의 분포를 검토하면 주로 완난류의 특징을 갖고 있는데 이들을 이론으로 유도한 원형관 마찰계수 산정식에 절점계수 γ 를 추가하여 절점조정법 산정식을 제안하였으며, 절점계수의 변이에 일반적 특징을 갖고 있음을 확인하였다. 즉 조고가 커질수록 마찰계수는 커지며 이에 따라 절점계수 γ 가 커진다. 매끄러운 철판에서 실험한 Tracy & Lester 자료에서는 γ 가 약 0.47로 일정하게 나타났는데, 거칠은 면의 개수로에서 실험한 Bazin 자료에서는 γ 가 조고에 따라 증가함과 동시에 동수반경 또는 조고에 대한 동수반경의 비에 따라 상당히 증가하는 경향을 보이고 있다. 이의 원인은 아직 분명히 밝혀지지 않았지만 난류운동에 있어 동수반경 또는 수심이 증가함에 따라 혼합거리가 증가하는데 주요 원인이 있는 것으로 판단된다.

기존 경험식들의 대부분은 차원이 일치하지 않으나 Hagen 식에 적용한 Strickler의 기법을 도입하여 Bazin 식과 지수로서 3/4를 취한 Manning 식도 차원의 일치를 기하였다. 그러나 동일한 등가조고를 사용하였을 때 비례상수의 변이폭이 상당히 큰 것으로 나타났다. 이는 추후 등가조고의 명확한 산정으로 비례상수의 정확한 수치를 결정하여야 할 것이며, 이에 근거하여 보다 우수한 형태의 산정식을 판단할 수 있을 것이다. 또한 특기할 점은 대부분의 경험식이 최종 형태로만 판단하였을 때, 마찰계수가 조고비만의 함수 형태로 나타나 수리학적으로 거칠은 벽면 마찰흐름 또는 전난류에 적용되는 식으로 인지되어 왔다. 이는 사실 제 경험식을 이용하여 산정한 결과 계산 오차가 10% 이내에 들기 때문에 어느 정도 설득력을 있을 것으로 판단된다. 그러나 레이놀즈수에 대한 마찰계수의 분포 형태가 원형관의 수리학적으로 매끄러운 벽면 마찰흐름 또는 완난류 마찰계수 분포 형태와 유사하기 때문에 이러한 판단은 유보되어야 될 것이다.

본 연구에서는 관측된 마찰계수의 분포가 원형관 마찰계수의 완난류 분포와 유사함을 고려하여 원형관 마찰계수 완난류 산정식의 절점을 조정하는 방법으로 가장 정밀도가 높은 사각형 개수로 마찰계수 산정식을 유도하였다. 기존 경험식에 비하여 정밀도의 향상이 파격적이지는 않기 때문에 완난류

분포형태에 근거하여 개발한 절점조정법의 의미가 과소 평가될 가능성도 있으며, Bazin의 관측자료가 전난류의 수리특성에서 얻어졌을 가능성도 배제할 수 없다. 그러나 만일 Bazin 실험의 수리조건이 전난류 구간에 포함되었다면 완난류 구간의 수리특성은 전혀 나타나지 않고 바로 전난류 구간이 나타났는지 하는 의문점이 대두되며, Varwick (1945)의 실험자료(참조 Chow, 1985)를 살펴보면 분명히 개수로에서도 완난류, 천이난류, 전난류의 수리특성이 나타나고 있음을 알 수 있다. 따라서 완난류의 수리특성을 내포하고 있는 절점조정법 산정식 (23)의 의의는 완난류 흐름의 존재여부에서 찾아져야 될 것이며, 추후 보다 많은 실험자료가 확보된 후 천이난류 및 전난류 수리조건에 적합한 산정식을 개발하여야 될 것이다.

절점조정법 산정식 (23)이 기존 경험식에 비하여 정밀도가 높기는 하나 정밀도의 향상이 아주 뚜렷하지는 못하며, 아마 실험에서의 오차도 무시할 수 없을 정도로 크기 때문에 더 이상의 정밀도를 기대할 수는 없을 것이다. 특히 물인 경우 점성계수와 표면장력의 변이가 크지 않기 때문에 이들을 상수로 대입하면 식 (23)도 여타식과 같이 개수로 마찰계수가 주로 조고만의 함수인 것으로 나타나는 데 그렇다고 전난류 산정식은 아니다. 완난류 특성을 반영한 절점조정법 산정식의 상대적인 차별성을 보다 분명히 밝히려면 점성계수와 표면장력이 판이하게 다른 유체를 사용하여 실험할 필요성이 대두되며, 다른 한편으로 수로 경사를 다양하게 변이하여 실험한 자료를 수집하여 수로경사의 영향을 분명히 밝혀야 할 것이다. 또한 사각형 개수로 뿐만 아니라 다른 형태의 개수로에 대한 실험자료 분석으로 보다 일반성이 증진된 개수로 마찰계수 산정식의 개발이 이루어져야 될 것이다.

감사의 글

본 연구는 1994년도 교육부 학술진흥재단의 자유공모과제 (01-E-0849) 학술연구 조성비에 의해서 연구된 것으로 동 재단에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 유동훈 (1993a). “천이류에서의 관마찰.” 대한토목학회 논문집, 제 13권, 제 4호, pp. 101-109.
- 유동훈 (1993b). “완난류 개수로 마찰계수.” 제 35회 수공학연구발표회논문집, pp. 49-56.
- 유동훈, 김봉균 (1993). “거칠은 개수로 단면에서의 마찰계수.” 1993년도 학술발표회 개요집(Ⅱ), pp. 103-106.
- Bazin, H.E. (1865) “Recherches experimentales sur lecoulement de leau dans les canaux decouverts.” *Memoires presentes par divers savants al Academie des Sciences*, Paris, Vol. 19.
- Bazin, H.E. (1897). “Etude d’Une Nouvelle Formule pour Calauler le Debit des Canaux De’couverts.” *Memorie No. 41*, Annales des Ponts et Chausses, 14, pp. 20-70.
- Chow (1973). *Open channel hydraulics*.
- Ganguillet, E., and Kutter, W.R. (1869). “An investigation to establish a new general formula for uniform flow of water in canals and rivers.” *Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur und Architekten Vereines*, Vol. 21, No. 1, pp. 6-25; No. 2-3, pp. 46-59.
- Kazempour, A.K., and Apelt, C.J. (1979). “Shape effects on resistance to uniform flow in open channels.” *J. Hydraulic Research*, IAHR., Vol. 17, No. 2, pp. 129-147.
- Manning, R. (1889). “On the flow of water in open channels and pipes.” *Trans. Inst. Civil Eng. Ireland*, Vol. 20, pp. 161-195.
- Manning, R. (1895). “On the flow of water in open channels and pipes, Supplement to 1889 paper.” *Trans. Inst. Civil Eng. Ireland*, Vol. 24, pp. 179-207.
- Nezu, I., and Rodi, W. (1986). “Open channel flow measurements with a laser Doppler anemometer.” *J. Hyd. Eng.*, ASCE, Vol. 112, pp. 335-355.
- Nikuradse, J. (1932). “Gesetzmassigkeiten der turbulenten Stromung in glatten Rohren.” *Ver. Dtsch. Ing. Forschungsh.*, Vol. 356.
- Nikuradse, J. (1925). “Stromungsgesetze in rauhen Rohren.” *Ver. Dtsch. Ing. Forsch.*, Vol. 361.
- Prandtl, L. (1925). “Bericht uber Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz.” *Z. Angew. Math. Mech.*, Vol. 5, No. 2, p.136.
- Strickler, A. (1923). “Some contributions to the problem of velocity formula and roughness coefficient for rivers, canals and closed conduits.” *Mitteilugen des eidgenossischen Amtes fur Wasserwirtschaft*, Bern, Switzerland, No. 16.
- Tracy, H.J., and Lester, C.M. (1961). Resistance coefficient and velocity distribution: smooth rectangular channel.” *Water-Supply Paper 1592-A*, U.S. Geological Survey.
- Varwick, F. (1945). “Zur Fliess formel fur offene Kunstliche Gerinne.” These inedite, Dresden.

〈접수: 95.1.4〉