

## 〈論 文〉

## 월유출량계열의 확장과 예측을 위한 추계학적 다중 입출력모형 Stochastic Multiple Input-Output Model for Extension and Prediction of Monthly Runoff Series

박 상 우\*, 전 병 호\*\*

PARK Sang Woo and JUN Byong Ho

**Abstract** □ This study attempts to develop a stochastic system model for extension and prediction of monthly runoff series in river basins where the observed runoff data are insufficient although there are long-term hydrometeorological records. For this purpose, univariate models of a seasonal ARIMA type are derived from the time series analysis of monthly runoff, monthly precipitation and monthly evaporation data with trend and periodicity. Also, a causal model of multiple input-single output relationship that take monthly precipitation and monthly evaporation as input variables - monthly runoff as output variable is built by the cross-correlation analysis of each series. The performance of the univariate model and the multiple input-output model were examined through comparisons between the historical and the generated monthly runoff series. The results reveals that the multiple input-output model leads to the improved accuracy and wide range of applicability when extension and prediction of monthly runoff series is required.

**요 지** : 본 연구에서는 장기간의 수문기상자료를 보유하고 있으나 유출량자료의 관측년한이 짧은 유역에서 장기간의 월유출량자료를 확장하고 예측할 수 있는 추계학적 시스템 모형을 개발하고자 한다. 그 방법으로 주기성과 경향성을 갖는 월유출량, 월강수량 및 월증발량자료를 시계열 분석하여 seasonal ARIMA 형태의 단변량 모형을 유도하는 한편, 각 계열간의 교차상관분석으로부터 월강수량 및 월증발량을 입력변수로 하고 월유출량을 출력변수로 하는 다중 입력-단일 출력관계의 설명모형을 유도하여 단변량 시계열모형과 비교 검토하였다. 본 연구의 결과 월유출량자료의 확장과 예측에 있어서 다중 입출력모형의 정확성과 적용가능성이 매우 높은 것으로 판단되었다.

### 1. 서 론

국토의 종합개발계획에 있어서 수자원의 개발과 이용은 중요한 부분을 차지하며, 이를 위한 수자원 정책은 크게 나누어 치수정책과 이수정책으로 구분할 수 있다. 그 중 용수의 개발과 공급을 위한 이수정책은 단기유출량보다는 월유출량이나 연유출량과 같은 장기유출량에 관심을 가지며, 특히 수자

원의 효율적 운영이나 계획, 설계 등을 위해서는 장기간의 월유출량자료에 대한 정확한 분석이 필요하다.

그러나 한정된 기간의 짧은 유량기록을 갖는 유역에서는 수자원 시스템의 거동예측이나 시스템 조작기준의 설정 등을 정확하게 할 수 없으므로 가용한 짧은 유량기록의 통계학적 특성을 유지시켜 장기간의 유량자료를 얻을 수 있는 추계학적 모의발생기법(stochastic simulation technique)이 요구

\* 정회원, 서남대학교 토목공학과 전임강사

\*\* 정회원, 육군사관학교 토목공학과 교수

된다. 하천유량의 모의발생방법에는 일반적으로 유량자료계열이 수문학적 지속성(hydrologic persistence)을 갖는지의 여부에 따라 각기 다른 방법이 이용된다. 유량자료계열이 지속성을 갖지 않는 경우에 주로 이용되는 방법에는 유량자료계열의 적정 확률분포를 산정하고 난수(random number)의 발생에 의해 유량자료를 모의발생시키는 Monte Carlo방법 등이 있으나, 물리적으로 유역의 저류량 변화가 중요시되는 월유출량의 경우에는 이 방법의 적용이 불가능하다고 하겠다. 반면에 자료계열이 지속성을 가질 경우에는 수문변량의 모의발생을 위해 ARIMA(AutoRegressive Integrated Moving Average)모형<sup>1)</sup>이나 FGN(Fractional Gaussian Noise)모형<sup>4)</sup> 등이 이용되며, 월유출량과 같이 다계절성을 갖는 시계열의 모의를 위해서는 Thomas-Fiering모형<sup>11)</sup>이나 seasonal ARIMA모형<sup>17)</sup>이 이용되는데, 이러한 모형들은 단변량(univariate) 모형에 속한다고 하겠다.

국내의 경우, 강수량이나 증발량, 기온 등과 같이 유출량에 관계되는 수문기상학적 인자는 전국에 걸쳐 관측년한이 매우 긴데 반하여 유출량자료는 관측지점의 수가 상대적으로 적고 관측년한 또한 짧거나 수위관측은 하여도 유출량측정기록이 없는 곳이 많다고 하겠다. 따라서 본 연구에서는 유출량자료의 보유년한이 짧은 이러한 유역에서 장기간의 수문기상자료를 보다 효율적으로 이용하여 수자원의 이수정책에 필요한 장기간의 월유출량자료를 추정하고 예측할 수 있는 모형을 개발하고자 월유출량자료 및 이에 관련된 수문기상학적 인자들의 추계학적 특성 및 인과관계를 파악하여 유역시스템에 대한 추계학적 다중 입출력모형을 유도하고 그 적용 가능성을 검토하고자 한다.

## 2. 분석자료 및 연구방향

수문학적 관점에서 볼 때 월유출량은 유역의 특성과 강수량에 의존하는 연유출량과 달리 유역의 토양수분량과 증발산량 등의 변화에 큰 영향을 받는다고 하겠다.<sup>13)</sup> 따라서 본 연구에서는 물수지분석에서와 같이 유역을 하나의 폐쇄된 시스템으로 보고 월유출량을 시스템의 출력치, 그리고 월강수

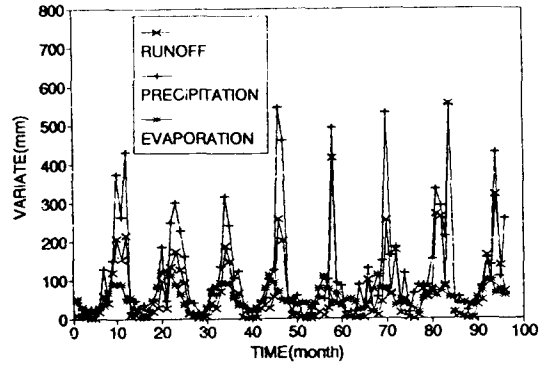


그림 1. 모형의 분석을 위한 월유출량 및 월강수량, 월증발량의 시계열자료(1983.10~1991.9)

표 1. 각종 월별자료의 통계치(1983.10~1991.9)

(단위: mm)

구분 월	유출량		강수량		증발량	
	평균	분산	평균	분산	평균	분산
1	2.0	4.0	34.6	745.3	23.5	112.4
2	3.1	8.4	30.1	595.4	22.8	43.6
3	35.7	1169.6	56.6	1169.1	41.5	84.6
4	60.1	4747.2	72.9	1017.6	68.6	252.8
5	55.8	2819.6	101.7	3824.8	97.8	357.2
6	88.4	6400.0	147.8	6839.3	88.9	368.6
7	254.5	7413.2	403.7	12950.4	77.4	470.9
8	124.1	3271.8	230.2	14089.7	75.4	234.1
9	160.4	29687.3	174.3	15030.8	48.9	130.0
10	27.8	1062.8	52.6	3271.8	47.6	59.3
11	14.3	234.1	50.4	942.5	33.6	100.0
12	4.2	4.4	22.9	136.9	28.4	163.8
년	830.4	9677.5	1438.8	18026.9	655.2	813.1

량과 월증발량을 입력치로 간주하였으며, 이를 위한 자료로는 비교적 정확한 자료로서 현재 진행중인 국제수문개발계획(IHP)<sup>12)</sup>의 대표유역 가운데 하나인 평창강 수계의 1982년 10월부터 1992년 9월까지의 시계열을 이루는 월자료를 이용하였다. 이 중 1983년 10월부터 1991년 9월까지의 자료는 모형의 분석을 위하여, 그리고 1982년 10월부터 1983년 9월 및 1991년 10월부터 1992년 9월까지의 자료는 분석된 모형의 적용에 이용토록 하였으며, 모형의 분석을 위한 각 시계열자료 및 월별 통계치는 그림 1 및 표 1과 같다. 여기서 월유

출량은 유역의 출구인 방림지점에서의 관측유량으로부터 계산된 월유출고이고, 월강수량 및 월증발량은 각각 Thiessen 가중치와 Penman방법에 의한 유역평균강수량 및 실제증발량이다. 그림 1에서와 같이 각 자료계열은 비정상분산(nonstationary variance)과 강한 계절성을 보이고 있다. 따라서 본 연구의 방향은 먼저 분산안정화와 계열상관분석을 통하여 월유출량계열에 대한 경향적, 주기적 특성을 파악하고, 이에 적합한 단변량 시계열모형을 유도하고자 한다. 또한 월강수량 및 월증발량자료에 대해서도 동일한 방법의 모형을 분석하고, 이들 모형과 함께 교차상관분석방법을 이용하여 월유출량 및 월증발량을 독립변수, 월유출량을 종속변수로 하는 다중 입력출력모형, 즉 다중 입력-단일 출력관계의 설명모형(explanatory or casual model)을 유도하고자 한다. 그리고 이와 같이 분석된 모형에 대하여 관측된 수문기상자료와 유출량자료 및 그 통계치에 근거한 월유출량의 확장 및 예측방법을 연구하고, 그 결과치를 단변량 시계열모형의 결과치와 비교 검토하고자 한다.

### 3. 분석이론

#### 3.1. 단변량 시계열모형

시계열모형의 형태가 이론적으로나 경험적으로 파악되지 않았을 경우에는 일반적으로 자료의 통계치를 추론하여 이들로부터 모형의 판별 및 매개변수의 추정절차를 거치게 되는데, 이러한 절차는 우선 시계열의 정상화가 이루어져야 가능하다.

일반적으로 어떤 시계열  $\{Y_t\}$ 는 다음과 같이 3개 변동성분의 합으로 나타낼 수 있다.

$$Y_t = T_t + S_t + Z_t \quad (1)$$

여기서  $T_t$ 와  $S_t$ 는 각각 경향성분과 계절성분을 나타내며,  $Z_t$ 는 불규칙적인 변동성분으로서 기대값  $E[Z_t]=0$ 인 정상시계열을 의미한다.

식(1)의 시계열  $\{Y_t\}$ 는 경향성분 및 계절성분이 차분연산자(difference operator;  $\nabla = 1-B$ )에 의하여 다음과 같은 성질을 가질 때 이들 성분을 제

거할 수 있다.<sup>2, 8, 16)</sup>

$$\begin{aligned} \nabla^d T_t &= (1-B)^d T_t = 0 \\ \nabla_\lambda^D S_t &= (1-B^\lambda)^D S_t = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $d$ 와  $D$ 는 각각 경향성분 및 계절성분의 차분차수이고,  $\lambda$ 는 계절주기,  $B$ 는 후진연산자(backward-shift operator;  $B^* Y_t = Y_{t-k}$ )를 나타낸다. 따라서 식(2)의 성질을 갖는 시계열  $\{Y_t\}$ 는 다음과 같이 정상시계열  $\{Z_t\}$ 로 쉽게 바꿀 수 있다.

$$\nabla^d \nabla_\lambda^D Y_t = Z_t \quad (3)$$

식(3)의 정상시계열  $\{Z_t\}$ 는 일반적으로 AR(AutoRegressive)모형, MA(Moving Average)모형 또는 이들의 합성모형으로서 식(4)와 같이 쓸 수 있는 ARMA모형으로 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} \phi(B)Z_t &= \theta(B)a_t \\ \text{여기서, } \phi(B) &= 1 - \phi_1 B^1 - \dots - \phi_p B^p \\ \theta(B) &= 1 - \theta_1 B^1 - \dots - \theta_q B^q \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)에서  $\{a_t\}$  계열은 평균  $E[a_t]=0$ , 분산  $V(a_t) = \sigma_a^2$ , 공분산  $\text{cov}(a_t, a_{t-k})=0$ 인 확률분포로부터 발생되는 무상관 확률변수인 백색잡음(white noise)이며,  $p$ 와  $q$ 는 각각  $\phi(B)$  및  $\theta(B)$ 의 차수이다. Box와 Jenkins<sup>1)</sup>는 이러한 모형들이 계열상관분석에 의해서 판별되어지고 추정되어 질 수 있음을 보였다. 즉,  $\{Z_t\}$ 의 확률과정은 임의의 시차(lag time)  $k$ 에 의해서만 좌우되는 자기공분산(autocovariance)  $\gamma_k$  또는 이의 무차원량인 자기상관함수(autocorrelation function; ACF)  $\rho_k$  및 편자기상관함수(partial autocorrelation function; PACF)  $\phi_{kk}$ 에 의해서 특성화되어지고, 매개변수의 추정은 자기회귀계수의 관계식인 Yule-Walker 방정식을 이용한다.

$$\gamma_k = E[Z_t \cdot Z_{t-k}], \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5)$$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (6)$$

한편, 식(1)의 원시계열  $\{Y_t\}$ 가 계절성분은 갖지 않고 경향성분만 갖는 경우에는 식(7)과 같이 ARIMA(p,d,q) 모형으로, 그리고 경향성분과 계절성분을 모두 갖는 경우에는 식(8)과 같이 seasonal ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)<sub>s</sub> 모형으로 일반화할 수 있다.<sup>17)</sup>

$$\phi(B) \nabla^d Y_t = \theta(B) a_t \quad (7)$$

$$\phi(B) \Phi(B^s) \nabla^d \nabla_\lambda^D Y_t = \theta(B) \Theta(B^s) a_t \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } \Phi(B^s) &= 1 - \phi_1 B^s - \dots - \phi_p B^{ps} \\ \Theta(B^s) &= 1 - \theta_1 B^s - \dots - \theta_q B^{qs} \end{aligned}$$

### 3.2. 다중 입출력모형

어떤 동적 시스템(dynamic system)에 입력치 계열  $\{X_t\}$ 가 가해졌을 경우, 시스템의 반응으로써 t시점의 출력치  $\{Y_t\}$ 는 이산시간에 대하여 입력치 계열의 많은 과거값들과 다음과 같은 선형관계로 나타낼 수 있다.<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} Y_t &= v_0 X_t + v_1 X_{t-1} + v_2 X_{t-2} + \dots \\ &= (v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots) X_t \\ &= v(B) X_t \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $v_0, v_1, v_2, \dots$ 를 충격반응함수(impulse response function),  $v(B)$ 를 transfer function(TF)이라고 한다. 식(9)의 특성은 무수히 많은 충격반응함수  $v_0, v_1, v_2, \dots$ 로 이루어진 TF에 의해서 결정되나, 동적 선형시스템에서 입력치계열  $\{X_t\}$ 의 지체된 영향이 충격반응함수에 중첩되어 출력치계열  $\{Y_t\}$ 에 작용한다는 점을 고려하면 식(9)는 다음과 같이 동등한 관계식으로 표현될 수 있다.<sup>1,3,5)</sup>

$$\begin{aligned} \delta(B) Y_t &= \omega(B) X_{t-b} + \epsilon_t \quad (10) \\ \text{여기서, } \delta(B) &= 1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r \end{aligned}$$

$$\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_r B^r$$

$b$  = 주어진 충격에 대한 시스템의 반응시간(delayed time)

$\epsilon_t$  = 여러가지 원인에 의한 추계학적 잡음

또한, 이 시스템에 서로 독립적인 n개의 입력치계열  $\{X_{t,i}; i=1,2,\dots,n\}$ 이 동시에 작용하여 출력치계열  $\{Y_t\}$ 를 만드는 경우에는 식(10)을 다음과 같이 확장하여 쓸 수 있다.

$$Y_t = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)} X_{t,t-b} + \epsilon_t \quad (11)$$

다중 입출력모형인 식(11)에 대한  $\delta_i(B)$  및  $\omega_i(B)$ 의 차수와, 지체시간  $b$ , 매개변수 등의 결정은 각각의 입력치계열과 출력치계열에 대한 식(9)와 (10)사이의  $v_i(B) = \delta_i^{-1}(B) \cdot \omega_i(B) B^b$ 의 관계로부터 구할 수 있으며,  $v_{i,0}, v_{i,1}, v_{i,2}, \dots$ 는 식(12)와 같이 각 입력치계열  $\{X_{t,i}\}$ 로부터 발생될 수 있는 사전백색화(whitening)된 계열  $\{a_{t,i}\}$ 와 이에 대응되는 계열  $\{\beta_{t,i}\}$ 사이의 교차상관함수(cross-correlation function; CCF)로부터 식(14)와 같이 구해진다.

$$a_{t,i} = \phi_i^{-1} \theta_i(B) X_{t,i} \quad (12)$$

$$\beta_{t,i} = \phi_i^{-1} \theta_i(B) Y_t \quad (13)$$

$$v_{i,k} = \frac{\sigma_{\beta_i}}{\sigma_{a_i}} \rho_{a_i \beta_i}(k), \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (14)$$

여기서  $\{a_{t,i}\}$ 는 독립적으로 동일하게 분포된 백색 잡음계열이며,  $\sigma_{a_i}$ 와  $\sigma_{\beta_i}$  및  $\rho_{a_i \beta_i}(k)$ 는 각각  $\{a_{t,i}\}$ 와  $\{\beta_{t,i}\}$ 의 표준편차 및 교차상관함수이다.

한편, 식(11)의 잡음계열  $\{\epsilon_t\}$ 에 대한 모형은 식(4)와 같이 ARMA(p,q)모형으로 모형화할 수 있으며, 이를 식(11)에 결합시켜 나타낸 다중 입출력모형은 다음과 같이 된다.<sup>10)</sup>

$$Y_t = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)} X_{t-i} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (15)$$

### 3.3. 자료의 확장 및 예측이론

단변량 시계열모형 또는 다중 입출력모형을 이용하여 관측이전의 값을 추정하는 계열자료의 확장방법에는 후향추정(backcasting)을 들 수 있다. 즉, 식(4)의 ARMA(1,1)모형에 대한 후향모형은 시계열모형에 포함된 매개변수들의 추정오차가 시계열 추정에 크게 영향을 미치지 않는다는 조건하에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>1)</sup>

$$e_t = \theta e_{t+1} + Z_t \phi_1 Z_{t+1} \quad (16)$$

여기서 추정 확률오차  $e_t$ 는 분산  $V(e_t) = \sigma^2$ 인 백색잡음으로서  $t+1$ 시점의 확률오차인  $e_{t+1}$ 과 시계열 관측값  $Z_t$  및  $Z_{t+1}$ 의 영향을 받는다는 의미를 가지고 있어 다음과 같이 식(17)이 성립한다고 할 수 있다.

$$E[e_t | Z] = 0, \quad t \leq 0 \quad (17)$$

단,  $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_m)'$

따라서 계열자료의 확장을 위한 후향모형의 이용절차는 먼저  $m$ 개의 시계열 관측값으로부터 확률오차의 기대값인  $E[e_m | Z]$ 을 0으로 가정하여 역으로  $e_{m-1}, e_{m-2}, \dots, e_1$ 의 조건부 기대값을 다음과 같이 계산 후,

$$\begin{aligned} E[e_{m-1} | Z] &= \theta_1 E[e_m | Z] + Z_{m-1} \phi_1 Z_m \\ E[e_{m-2} | Z] &= \theta_1 E[e_{m-1} | Z] + Z_{m-2} \phi_1 Z_{m-1} \\ &\vdots \\ E[e_1 | Z] &= \theta_1 E[e_2 | Z] + Z_1 \phi_1 Z_2 \end{aligned} \quad (18)$$

이 결과와 식(16)을 이용하여  $Z_t (t \leq 0)$ 의 조건부 기대값  $E[Z_t | Z]$ 를 식(19)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[Z_0 | Z] &= -\theta_1 E[e_1 | Z] + \phi Z_1 \\ (\because E[e_0 | Z] &= 0) \end{aligned} \quad (19)$$

또한, 관측된 시계열값으로부터 미래  $l$ 시점의 값을 예측하기 위한 방법은  $l$ 시점의 시계열값  $Z_{t+l}$ 과 이의 예측치  $\hat{Z}(l)$  사이에 평균제곱오차 ( $E[Z_{t+l} - \hat{Z}(l)]^2$ )를 최소로 하는 최소평균제곱오차(minimum mean square error; MMSE)법이 이용된다. 이는 미래계열  $Z_{t+l}$ 의 조건부 기대값이 예측치  $\hat{Z}(l)$ 과 같아짐을 의미하며, 식(4)와 같은 ARMA(p,q)모형의 경우 다음과 같이 계산된다.<sup>9)</sup>

$$\begin{aligned} E[Z_{t+l}] &= \hat{Z}(l) = \phi_1 E[Z_{t+l-1}] + \phi_2 E[Z_{t+l-2}] \\ &+ \dots + \phi_p E[Z_{t+l-p}] \\ &+ E[a_{t+l}] - \theta_1 E[a_{t+l-1}] \\ &- \dots - \theta_q E[a_{t+l-q}] \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 시계열 및 확률오차의 조건부 기대값은 각각 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} E[Z_{t+j}] &= \begin{cases} Z_{t+j}, & j \leq 0 \\ \hat{Z}(j), & j > 0 \end{cases} \\ E[a_{t+j}] &= \begin{cases} Z_{t+j} - \hat{Z}_{t+j-1}(l), & j \leq 0 \\ 0, & j > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

한편, 식(15)와 같은 다중 입출력모형을 이용하여 미래의 시계열을 예측하는 경우에는 식(15)를 다음과 같이 전개시켜 식(20)을 적용한다.

$$\begin{aligned} \delta^*(B)Y_t &= \omega_1^*(B)X_{t-b_1} + \dots \\ &+ \omega_n^*(B)X_{t-b_n} + \theta^*(B)a_t \end{aligned} \quad (22)$$

## 4. 모형의 분석 및 적용

### 4.1. 모형의 분석

그림 1에서와 같이 비정상분산을 갖는 시계열의 해석을 위해서는 먼저 분산의 안정화가 필요하며, 이를 위한 방법으로는 일반적으로 대수변환법(log-transformation method)을 이용하고 있다.<sup>9)</sup> 따라서 본 연구에서도 월유풍계열  $\{Q_t\}$ 의 분산안정화를 위하여 대수변환을 실시한 결과, 그림 2와

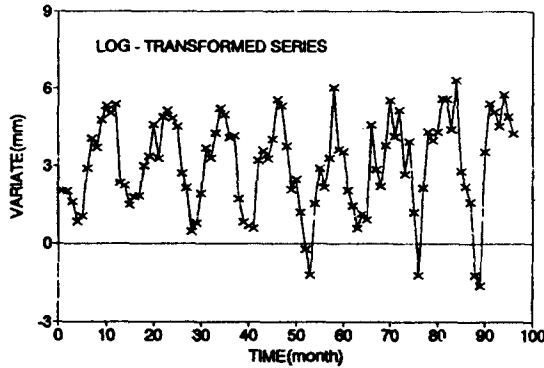


그림 2. 대수변환된 월유출량계열(1983.10~1991.9)

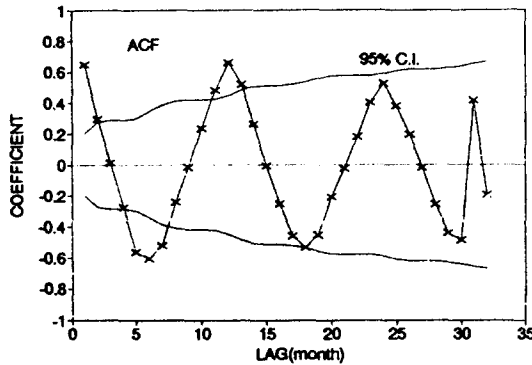


그림 3. 대수변환된 월유출량계열의 ACF

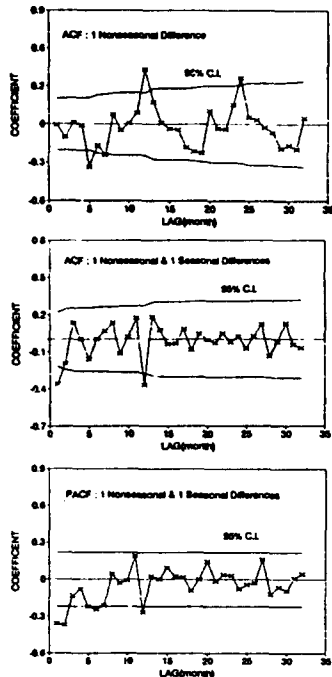


그림 4. 차분된 월유출량계열의 ACF 및 PACF

같이 비교적 안정된 분산의 계열을 얻을 수 있었다.

다음으로 그림 2와 같이 변환된 월유출량계열에 대하여 적절한 시계열모형을 분석하기 위해서 ACF를 그림 3과 같이 구한 결과, 이 계열은 지속성이 강하고 주기  $\lambda=12$ 의 뚜렷한 계절성을 갖는 비정상계열임을 알 수 있었다. 따라서 이 계열의 경향성분과 계절성분을 제거하여 식(3)과 같은 정상시계열로 바꾸고자 경향성분 및 계절성분에 대한 차분을 차례로 실시하여 그림 4와 같은 ACF 및 PACF를 구하였다. 이로부터 대수변환된 월유출량계열은 경향성분 및 계절성분의 차분차수를 각각  $d=1$  및  $D=1$ 로 할 때 정상시계열로 바꿀 수 있음을 알 수 있다. 또한 이러한 계열을 모의하기 위한 시계열모형은 ACF 및 PACF를 이용하는 Box와 Jenkins의 모형판별방법으로부터 seasonal ARIMA(2,1,1)(0,1,1)<sub>12</sub>모형으로 판별되었고, 이 모형의 추정은 최우도법(maximum likelihood method)으로부터 식(23)과 같이 구해졌다.

$$(1-0.713B+0.092B^2) (1-B) (1-B^{12})W_{Q_t} = (1-0.993B) (1-0.823B^{12})a_t \quad (23)$$

여기서,  $W_{Q_t} = \ln Q_t$

한편, 다중 입출력모형의 입력치가 되는 월강수량계열  $\{R_t\}$  및 월증발량계열  $\{E_t\}$  대하여 월유출량 시계열모형의 분석방법과 동일한 방법으로 분석한 결과, 각각 식(24) 및 (25)와 같은 seasonal ARIMA(0,1,1)(0,1,1)<sub>12</sub>모형이 유도되었다.

$$(1-B) (1-B^{12})W_{R_t} = (1-0.906B) (1-0.848B^{12})a_{R_t} \quad (24)$$

$$(1-B) (1-B^{12})W_{E_t} = (1-0.153B) (1-0.789B^{12})a_{E_t} \quad (25)$$

여기서,  $W_{R_t} = \ln R_t$   
 $W_{E_t} = \ln E_t$

본 연구에서는 다중 입출력모형을 유도하기 위하여 먼저 식(24) 및 (25)에 각각 월강수량 및 월증발량자료를 적용하여 백색잡음계열  $\{a_{R_t}\}$  및  $\{a_{E_t}\}$ 를 구하고, 이에 대응하는 계열  $\{\beta_{R_t}, q_t\}$  및  $\{\beta_{E_t}, q_t\}$

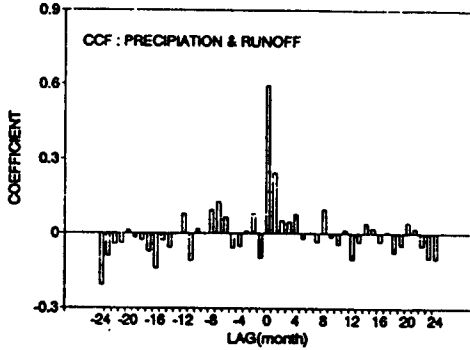


그림 5.  $\{\alpha_{Rt}\}$  및  $\{\beta_{Rt, Qt}\}$ 의 CCF

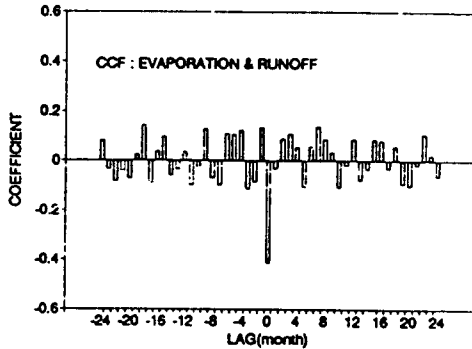


그림 6.  $\{\alpha_{Et}\}$  및  $\{\beta_{Et, Qt}\}$ 의 CCF

를 월유출량자료로부터 구하였다. 이 때  $\{\alpha_{Rt}\}$  및  $\{\beta_{Rt, Qt}\}$ 의 평균과 분산은 각각 (0.14, 0.45) 및 (0.37, 0.94)이었으며,  $\{\alpha_{Et}\}$  및  $\{\beta_{Et, Qt}\}$ 의 평균과 분산은 각각 (0.02, 0.28) 및 (0.07, 0.33)이었다. 이로부터  $\{\alpha_{Rt}\}$  및  $\{\beta_{Rt, Qt}\}$ 의 CCF와  $\{\alpha_{Et}\}$  및  $\{\beta_{Et, Qt}\}$ 의 CCF를 구한 결과는 그림 5 및 6과 같다. 그림 5에서 월강수량이 월유출량에 미치는 영향은 양(+)의 관계, 그림 6에서 월증발량이 월유출량에 미치는 영향은 음(-)의 관계임을 알 수 있으며, 이들의 지체시간은 모두  $b=0$ 이었다. 이러한 관계는 물수지 이론의 물리적 관계와 잘 일치한다고 할 수 있으며, 식(14) 및 잡음계열  $\{\epsilon_t\}$ 의 시계열분석으로부터 구한 다중 입출력모형은 다음과 같이 유도되었다.

$$W_{Qt} = \frac{0.835}{(1-0.408B)} W_{Rt} - 0.413 W_{Et} + \frac{1}{(1-B^{12})} a_t \quad (26)$$

#### 4.2. 모형의 적용

앞에서 분석된 식(23)의 단변량 시계열모형과 식(26)의 다중 입출력모형으로부터 월유출량계열을 확장하고 예측하기 위한 방법은 다음과 같다.

먼저, 월유출량계열의 단변량 시계열모형을 이용하여 관측이전의 계열값을 추정하는 경우에는 식(23)을 식(16)과 같은 형태의 후향모형으로 바꾸고 그림 1의 1983년 10월부터 1991년 9월까지의 월유출량자료를 식(18) 및 (19)와 같은 방법으로 적용하여 1982년 10월부터 1983년 9월까지의 월유출량계열을 역으로 추정하였으며, 1991년 10월 이후의 미래값을 예측하기 위해서는 식(23)에 식(20)과 같은 방법을 적용하고 예측기간  $l=1$ 에 대하여 1983년 10월부터 1991년 9월까지의 자료와 더불어 1991년 10월부터 1992년 9월까지의 자료를 실시간으로 함께 이용하여 실시간 1단계전 예측(1-step ahead forecasting)을 실시하였다.

다음으로 다중 입출력모형의 경우에는 식(26)을 식(27)과 같이 전개시키고,

$$(1-0.408B) (1-B^{12})W_{Qt} = 0.835(1-B^{12})W_{Rt} - 0.413(1-0.408B) (1-B^{12})W_{Et} + (1-0.408B)a_t \quad (27)$$

이 식에 단변량 모형의 경우와 동일한 방법을 적용하였다. 이때 월유출량계열의 확장시에는 수문시스템의 입력치로서 장기간의 수문기상자료들을 이용할 수 있는 경우이므로 1982년 10월부터 1983년 9월까지의 월강수량 및 월증발량자료를 다른 자료들과 함께 이용하였으며, 예측시에 필요한 1991년 10월부터 1992년 9월까지의 월강수량 및 월증발량자료는 표 1의 월평균치들을 이용하였다.

이상과 같은 방법으로 각 모형으로부터 월유출량계열을 확장하고 예측한 결과를 관측자료와 비교하여 도시하면 그림 7 및 8과 같고, 각 모형에 대한 추정오차의 평균, 분산, RMSE(root mean square error) 및 결정계수( $R^2$ ) 등은 표 2와 같다. 그림 7~8 및 표 2에서 알 수 있듯이 월유출량계열의 확장과 예측에 있어서 강수량 및 증발량이 적은 건조기(10월~4월)에는 단변량 시계열모

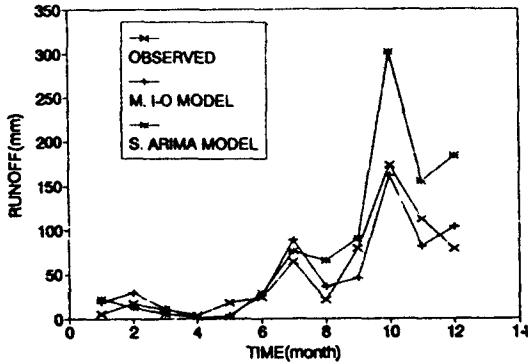


그림 7. 각 모형으로부터 확장된 월유출량계열의 비교도(1982.10~1983.9)

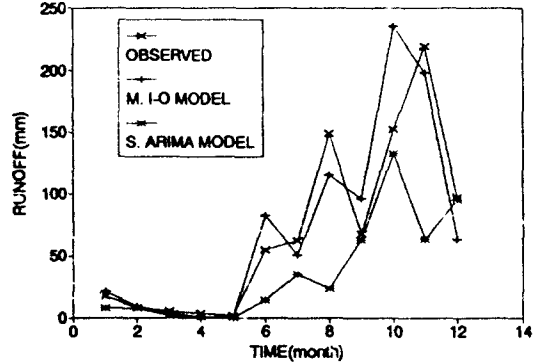


그림 8. 각 모형으로부터 예측된 월유출량계열의 비교도(1991.10~1992.9)

표 2. 월유출량계열의 확장 및 예측 결과

(단위 : mm)

구분 월	확장(1982.10~1983.9)			예측(1991.10~1992.9)		
	관측치	단변량모형	다중 입출력모형	관측치	단변량모형	다중 입출력모형
10	5.9	22.3	18.9	17.7	7.8	21.5
11	17.4	12.7	29.3	8.4	7.4	9.3
12	10.5	5.7	11.7	5.4	2.1	3.9
1	4.2	1.7	1.3	3.8	0.7	0.5
2	17.8	1.8	3.5	1.8	1.2	0.6
3	24.2	28.8	26.0	54.5	14.3	82.5
4	64.5	75.6	88.3	62.1	35.0	50.5
5	21.4	65.9	36.3	148.7	23.5	115.2
6	78.8	90.0	45.7	67.7	62.6	95.7
7	173.0	301.3	161.4	152.1	132.4	235.3
8	112.0	155.0	82.1	218.9	63.3	197.6
9	79.4	183.7	103.5	97.1	95.0	63.1
계	604.9	944.5	608.0	838.2	445.3	915.7
평균오차		-28.0	0.1		32.7	-6.5
오차의분산		2061.2	356.6		2719.2	1338.8
RMSE		53.3	19.1		61.6	37.2
R <sup>2</sup>		0.792	0.867		0.472	0.832

형과 다중 입출력모형 모두 비교적 양호한 결과를 보이고 있으나, 강우량과 증발량이 많은 우수기(5월~9월)에는 다중 입출력모형이 단변량 시계열모형보다 더 우수한 결과를 보이고 있다. 또한 확장 및 예측된 월유출량계열의 합계 및 오차의 통계치들은 다중 입출력모형의 정확성과 적용 가능성을 나타내고 있으며, 특히 다중 입출력모형으로부터

과거의 월유출량계열을 역으로 추정하는 경우에는 관측기간 동안의 월유출량자료뿐만 아니라 보다 많은 장기간의 수문기상자료를 이용하는 관계로 실측치에 상당히 접근된 결과를 얻을 수 있었고, 미래 시점의 수문기상자료를 필요로 하는 월유출량계열의 예측에서도 이들의 과거 평균치를 이용함으로써 비교적 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 장기간의 수문기상자료를 보유하고 있으나 유출량의 관측년한이 짧은 유역에 있어서 보다 더 정확하게 월유출량계열을 확장하고 예측하고자 남한강 수계의 평창강 유역에 대한 월유출량 및 월강수량, 월증발량자료의 추계학적 시계열분석으로부터 단변량 시계열모형 및 다중 입출력모형을 유도하고, 이들 모형에 후향추정방법과 MMSE방법을 적용해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 월유출량계열은 이월효과(carry over effect) 등의 강한 수문학적 지속성과 12개월의 주기성을 갖고 있으며, 이를 분석한 결과 seasonal ARIMA(2,1,1)(0,1,1)<sub>12</sub> 형태의 단변량 시계열모형으로 유도되었다.

2) 유역 시스템에서 월강수량과 월증발량을 입력치로 하고 월유출량을 출력치로 하여 분석한 다중 입출력모형은 물리적 관계에 있어서 물수지 이론과 부합되는 결과를 얻을 수 있었다.



3) 다중 입출력모형은 단변량 시계열모형보다 분석과정이 복잡하나, 월유출량계열의 확장과 예측에 있어서 다중 입출력모형의 적용 결과는 실제 관측된 월유출량계열에 상당히 접근하는 높은 정확성과 적용 가능성을 보이고 있다.

4) 따라서 다중 입출력모형은 유출량자료의 보유년한이 짧은 유역에서 장기간의 수문기상자료를 보다 효율적으로 이용하여 수자원의 이수정책에 필요한 장기간의 월유출량계열을 확장하고 예측할 수 있는 모형으로 평가되어 지며, 또한 이러한 모형의 연구는 복잡한 수문시스템의 구조를 이해하고 파악하는데도 많은 도움이 되리라 생각된다.

### 참 고 문 헌

1. Box, G.E.P. and G.M. Jenkins, Time Series Analysis Forecasting and Control, Holden day, 1970.
2. Hipel, K.W. and A.I. Mcleod, Removal of Periodicities by differencing and monthly mean subtraction, Jr. of Hydrology, No.26, 1977.
3. Hipel, K.W. et al., Casual and Dynamic Relationships between Natural Phenomena, in Time Series Analysis, Elsevier Science Publishers, 1985.
4. Mandelbrot, B.B. and J.R. Wallis, Computer Experiments with Fractional Gaussian Noise Part I, II, W.R.R., Vol.5, No.1, 1969.
5. Moore, R.J. and P.E. O'Connel, Real-Time Forecasting of Flood Events Using TFN Models, Institute of Hydrology, U.K., 1982.
6. Rao, R.A. and R.L. Kashyap, Stochastic Modeling of River Flows, IEEE, Trans. on AC, Vol. AC-19, No.6, 1974.
7. Roesner, N.A. and V.M. Yevjevich, Mathematical models for Time Series of monthly Precipitation and monthly Runoff, hydrology paper No.5, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1966.
8. Salas, J.D. et al., Applied Modeling of Hydrologic Time Series, W.R.P., 1980.
9. Shumway, R.H., Applied Statistical Time Series Analysis, Prentice Hall, 1988.
10. Snorrason, A., Analysis of Multivariate Stochastic Hydrological Systems using Transfer Function-Noise Models, Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, 1983.
11. Thomas, H.A. and M.B. Fiering, Mathematical Synthesis of Streamflow Sequences for the Analysis of River Basins by Simulation, in Design of Water Resources System, Havard University Press, Cambridge, Mass., 1962.
12. 건설부, 국제수문개발계획(IHP) 대표유역 연구조사보고서, 1982~1992.
13. 국토개발연구원, 중소수계의 하천유출량 추정모델 개발, 1987.
14. 남선우, 박상우, 실시간 유출예측을 위한 선행강우지수별 TF모형의 유도, 대한토목학회지, vol.12, No. 1, pp.115~122, 1992.
15. 박무중, 윤용남, Multiplicative ARIMA모형에 의한 월유출량의 추계학적 모의예측, 한국수문학지, vol.22, No.3, pp.331~339, 1989.
16. 이재형, 선우중호, 비정상 월유량계열의 해석과 예측, 한국수문학지, vol.11, No.2, pp.54~61, 1978.
17. 한국개발연구원, 승법 ARIMA모형의 구조식별방법, 1985.

〈접수 : 7월 29일〉