

〈論 文〉

저진동 차체의 필라 설계 및 최적화 기법

Technology for Initial Design and Analysis of Vehicle Pillar Structures for Vibration

임 홍 재* · 이 상 범**

Hong Jae Yim and Sang Beom Lee

〈1995년 6월 10일 접수 ; 1995년 7월 25일 심사완료〉

Key Words : Vehicle Structure Vibration(차체진동), Vehicle Structure Design(차체설계), Finite Element Analysis(유한요소해석), Joint(결합부), Strain Energy(변형에너지), Design Sensitivity(설계민감도), Design Optimization(설계최적화)

ABSTRACT

In general low frequency vibration characteristics like an idleshake is mainly influenced by pillar section properties and joints. So the design technique development of vehicle pillar structures is required to initial design and vehicle development stage. In this paper to develop pillar structure design technique considering low frequency vibration characteristics, strain energy method, design sensitivity analysis method, and design optimization method using commercial finite element analysis program and optimization program are presented.

1. 서 론

자동차 차체 설계시 진동 및 소음 관련 분야는 운전자 또는 승객이 직접 주관적으로 느끼고 그 차량의 성능 및 품질을 평가할 수 있기 때문에 선진 각국의 자동차 회사들은 오래 전부터 저진동 저소음 차체개발에 많은 노력을 경주하고 있다. 아이들셰이크를 비롯한 각종 차체진동을 저감시키고 진동특성을 개선할 수 있기 위해서는 차체설계시 초기설계단계에서 미리 개발될 차체의 진동특성을 정확히 예측할 수 있는 차체진동 해석기술 및 발생 가능한 진동문

제에 따른 차체구조의 설계변경이 가능한 차체구조 설계기술의 확립은 필수적이다. 본 연구는 차체의 저주파수 영역 진동특성해석 및 차체설계기술을 기존의 유한요소해석 프로그램 및 최적화 프로그램을 이용하여 설계초기단계에서 적용할 수 있는 방안을 개발하는 것이다.

차체설계시 개발될 차체의 아이들셰이크와 같은 저주파 진동특성은 보통 차체와 주요필라들의 단면 강성계수, 그리고 두개 이상의 필라들이 만나는 결합부의 강성도에 따라 큰 영향을 받는다⁽¹⁾. 따라서 이런 것들을 적절히 제어할 수 있는 설계기법을 확립하는 것이 초기설계뿐만 아니라 차량개발단계에서 일어날 수 있는 차체구조의 설계변경을 검토할 수 있고 최적화 할 수 있는 차체의 필라구조 설계기술의 확립은 필수적이다. 특히 차량개발기간동안에 언

*정회원, 국민대학교 공과대학 기계설계학과

**정회원, 국민대학교 대학원 기계설계학과(박사과정)

제나 나타날 수 있는 진동문제를 빠른 시간 내에 해결하기 위해서는 차체 구조물의 어떤 부위의 어떤 설계변수를 적절히 변경하여야 하는지를 결정할 수 있어야 한다. 저진동 차체설계에 적용해 볼 수 있는 효과적인 방법으로서 변형에너지법, 설계민감도해석법, 최적화설계법 등이 있는데 이들 방법들에 대하여 소개하고 각 방법들의 사용시 유의할 점을 밝혀 본다.

2. 변형에너지법

변형에너지란 어떤 구조물에 변형이 일어날 때 그 구조물 내에 저장되는 내부에너지이다. 예를 들어 하나의 외팔보 끝단에 집중하중이 걸리면 외팔보는 처짐이 일어나게 되고 이때 외팔보 구조물 내에는 처짐변형으로 인한 변형에너지가 저장된다. 따라서 구조물에 저장되는 내부힘에 의한 변형에너지밀도 (strain energy density) 즉 단위체적당 변형에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다⁽²⁾.

$$U_0 = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (1)$$

또한 이 식을 요소를 이루는 체적으로 적분하면 하나의 요소에 저장되는 변형에너지가 되며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U = \iiint_v U_0 dv = \iiint_v \left[\int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \right] dv \quad (2)$$

여기서 σ_{ij} 는 응력, $d\epsilon_{ij}$ 는 미소변형률, dv 는 미소체적을 나타낸다.

자동차 차체 구조물에도 어떤 외력이 작용하여 구조물에 변형이 생기거나 또는 가진에 의해 차체가

진동하게 되면 진동모드로 변형이 일어나게 되고, 이때 변형에너지가 발생하게 된다. 따라서 차체의 저주파수영역의 고유진동모드에 대하여 변형에너지를 고찰해 봄으로써 설계의 방향성을 찾을 수 있다. 여기에 그 방법을 설명하며, Fig. 1은 해석할 차량의 유한요소모델을 보여주고 있다.

자동차의 차체 구조물 설계시 항상 고려되어야 할 기본적인 진동관련사항은 전체 차체시스템의 굽힘모드와 비틀림모드의 동적거동이라 할 수 있다. 특히 엔진 공회전시 엔진의 가진주파수가 차체의 고유진동수 부근에 있게 되면 아이들셰이크와 같은 치명적인 현상이 나타날 것이다. 이런 이유 때문에 차체를 초기설계 할 때에 주로 차체의 저주파수 영역의 진동모드들이 기본적으로 이용되는 것이다⁽³⁾. 그런데 실제 차체를 설계할 때에 설계자가 결정해야 할 것은 50Hz 이하의 저주파수 진동모드들의 고유진동수가 주어진 설계목표치에 맞도록 차체를 설계해 내는 것이고 그것은 다시 차체의 어떤 부분을 어떻게 설계해야 하는가를 결정하는 것이다. 예를 들어 구체적으로 설명하면 “첫번째 굽힘모드의 고유진동수를 23.5Hz 이상으로 올리기 위해서는 로커(rocker), 또는 A-pillar to roof joint 등의 강성도를 보강해 주는 것이 가장 좋다”라고 하는 식이다. 이렇게 차체의 어떤 고유진동수에 대한 설계조건을 만족시키기 위해서 차체의 어떤 부위를 고치는 것이 가장 효과적인가를 결정하는 데에 이 변형에너지법이 매우 효과적이다. 즉 특정한 고유진동수의 진동모드에 대한 차체의 변형에너지를 살펴보면 어떤 부위에 가장 많은 변형에너지가 저장되고 있는지를 알 수 있고, 그런 부위를 설계변경시 최우선 순위로 고려할 수 있는 것이다. 기존의 유한요소해석 프로그램을 사용하

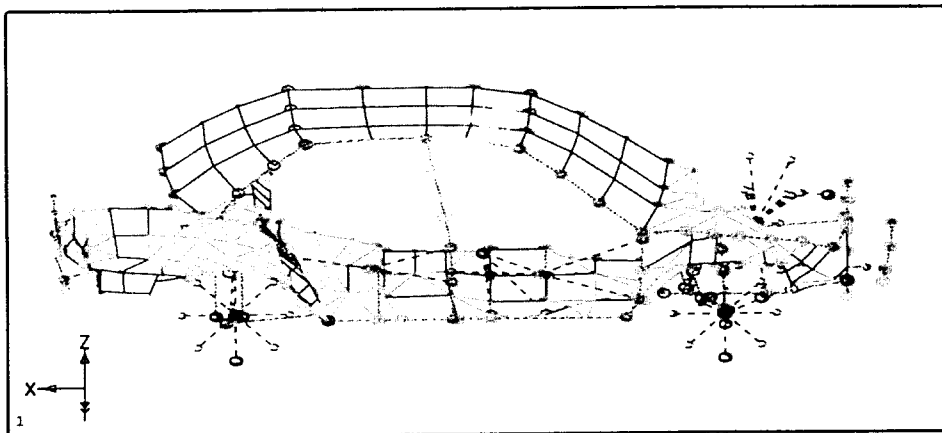


Fig. 1 Finite element model of vehicle

여 설계에 적용하기 위한 방법을 설명하면 다음과 같다.

(1) 설계하고자 하는 차체 모델에 대하여 유한요소 해석 프로그램을 사용하여 진동해석을 한다. 차체의 초기설계단계에서는 50Hz 이하의 진동모드들만 정확히 예측할 수 있어도 충분하므로 셸요소(shell element)만을 사용한 상세 유한요소모델보다는 빔요소(beam element)와 셸요소를 동시에 사용한 모델을 사용하는 것이 효과적이다. 이때에 차체의 주요 골조구조물을 예를 들면 A-pillar, B-pillar, roof rail, rocker 등이 바로 빔요소로 모델링 된다. 또한 각 주요 결합부는 스프링요소(spring element)로 모델링 된다.

(2) 유한요소 해석결과로부터 후처리기(post-processor)를 통하여 각 진동모드에 대하여 차체의 각 부위별로 저장된 변형에너지를 나타내는 그림을 출력한다. Fig.2와 Fig.3은 1차진동모드 및 2차진동모드인 굽힘모드에 대한 차체의 변형에너지 분포를 나타내는 그림이다. 이 그림을 통하여 알 수 있듯이 빔요소로 모델링 되어있는 주요 필라들과 스프링요소로 모델링 되어 있는 결합부들에 많은 변형에너지가 저장되어 있고 루프판넬(roof panel)이나 플로어판넬(floor panel), 그리고 유리창 등의 셸요소로 모델링된 부분에는 상대적으로 매우 적은 변형에너지가 저장되어 있다. 즉, 앞에서도 언급했듯이 주요

필라 및 결합부가 저주파수 영역 진동모드에 많은 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 이와 같은 변형에너지 분포도를 관찰함으로써 어떤 부위가 관심 있는 진동모드에 크게 영향을 미치는지를 판별할 수 있다.

(3) 유한요소해석결과로부터 각 진동모드에 대하여 각 부위별로 저장된 변형에너지를 막대그래프를 사용하여 Fig.4와 같이 그린다. 이때에 부위를 어느 정도로 자세히 구분하느냐는 설계자의 결함에 달려 있다. 보통은 주요 결합부, 주요 빔 구조물에 대하여 조사하면 되고, 특별히 관심이 있는 곳은 좀더 자세히 구분해도 좋다. 즉 예를 들어 B-pillar 같은 것은 B-pillar upper, B-pillar lower 등으로 구분하여 표를 만들면 된다.

(4) 앞에서 만들어진 막대그래프를 통하여 어떤 부위를 우선적으로 설계 변경에 고려할 것인지 결정한다.

3. 설계민감도법

설계민감도(design sensitivity)란 설계하고자 하는 제품의 목표성능이 어떤 설계변수를 약간 변경하였을 때에 그 변화에 따라 얼마나 민감하게 변하는지를 나타내는 척도라고 할 수 있다. 예를 들어 차체의 1차굽힘모드의 고유진동수가 23Hz 이상이 되는 차체를 설계하고자 할 때에 변경할 수 있는 설계변

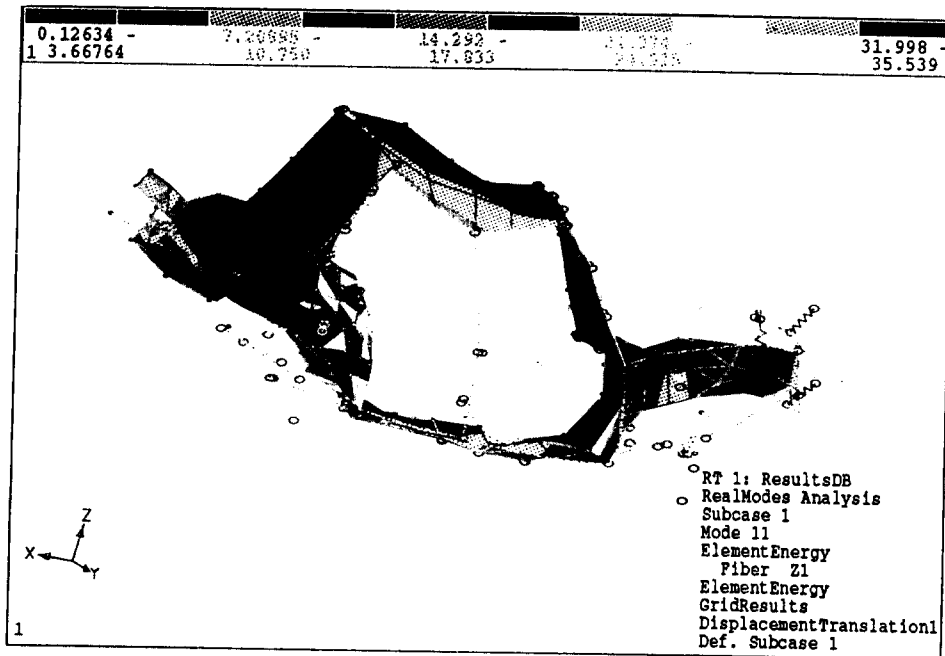


Fig. 2 Strain energy distribution of vehicle structure(1st bending mode)

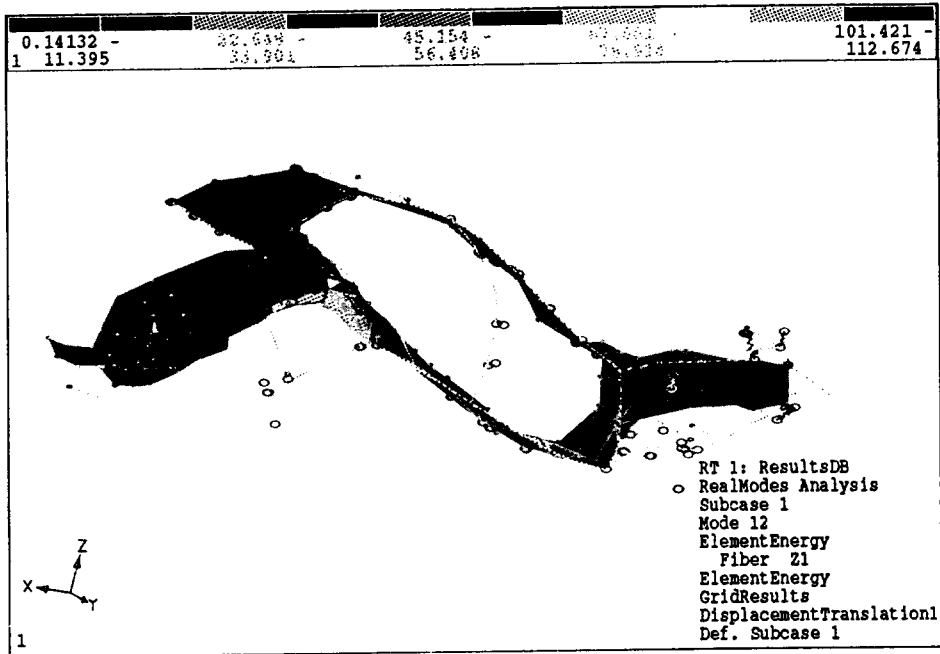


Fig. 3 Strain energy distribution of vehicle structure(2st bending mode)

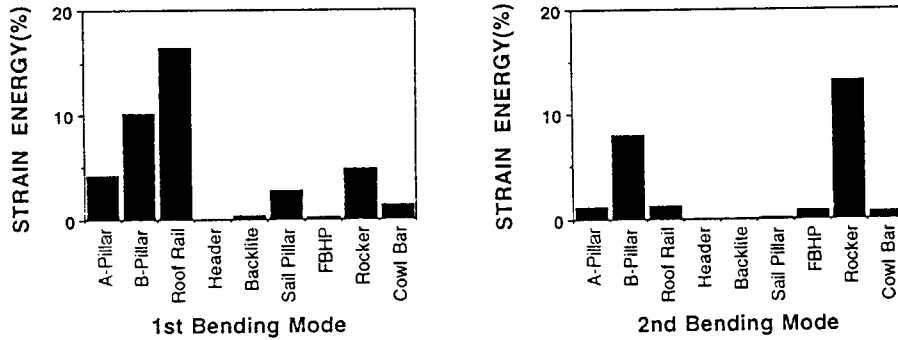


Fig. 4 Strain energy distribution graph for pillar structures

수는 여러 가지가 있을 수 있겠으나 roof rail inner와 roof rail outer의 강판 두께만을 변경 가능한 설계변수라고 가정할 때 만약 roof rail inner의 강판 두께를 10% 증가함에 따라 1차고유진동수가 10% 증가하고, roof rail outer와 강판 두께를 10% 증가함에 따라 1차고유진동수가 5% 증가한다면 roof rail inner의 강판 두께가 1차고유진동수에 미치는 영향이 roof rail outer의 강판 두께가 미치는 영향보다 2배 더 크다는 것이다. 즉 설계자는 1차고유진동수를 설계목표로 맞추는 데 있어서 roof rail inner의 강판 두께를 변경하는 것이 roof rail outer의 강판 두께를 바꾸는 것보다 훨씬 효과적이라는 것이다. 따라서 이와 같은 차체의 설계민감도값이 주어

진다면 차체설계에 효과적으로 이용할 수 있을 것이다.

고유치 응답 민감도해석(eigenvalue response sensitivity analysis)에 있어서 고유치방정식(eigenvalue equation)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$([K] - \lambda_n[M])\{\phi_n\} = 0 \quad (3)$$

여기서 λ_n 은 n 번째 고유치, ϕ_n 은 n 번째 고유벡터(eigenvector), $[K]$ 는 구조강성(structural stiffness), 그리고 $[M]$ 은 구조질량(structural mass)이다.

그리고 지배방정식은 i 번째 설계변수 x_i 로 미분될 수 있고 다음식과 같이 쓸 수 있다.

$$([K] - \lambda_n[M]) \frac{\partial \{\phi_n\}}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial [K]}{\partial x_i} - \lambda_n \frac{\partial [M]}{\partial x_i} \right) \{\phi_n\}$$

$$= \frac{\partial \lambda_n}{\partial x_i} [M] \{ \phi_n \} \quad (4)$$

식 (4)의 양변을 ϕ_n^T 를 곱하면 왼쪽 첫번째항은 0이 된다. 따라서 고유치 도함수(eigenvalue derivatives)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \lambda_n}{\partial x_i} = \frac{\phi_n^T \left(\frac{\partial [K]}{\partial x_i} - \lambda_n \frac{\partial [M]}{\partial x_i} \right) \{ \phi_n \}}{\{ \phi_n \}^T [M] \{ \phi_n \}} \quad (5)$$

NASTRAN 유한요소해석 프로그램에서는 정적해석(static analysis) 뿐만 아니라 동적해석(dynamic analysis)의 경우에 대해서도 설계민감도해석을 수행할 수 있다⁽⁴⁾. NASTRAN에서 제공하는 거의 모든 유한요소들에 대하여 설계민감도해석을 수행할 수 있는데, 단 스프링요소와 같은 질량이 없는 요소에 대해서도 설계민감도값을 구할 수 없다. 따라서 차체의 진동특성에 결합부의 강성도가 미치는 영향이 매우 크지만 기존의 결합부 해석방법으로는 NASTRAN을 사용해서 결합부의 민감도를 구할 수 없다. 여기에서는 NASTRAN에서 제공하는 설계민감도해석법을 차체설계에 적용하기 위한 방법에 대하여 설명하면 다음과 같다.

(1) 차체의 유한요소해석모델에 대하여 설계민감도값을 구하고자 하는 각 부위별로 설계변수를 지정

한다. NASTRAN에서 제공하는 유한요소들에 대하여 특성치 데이터(property data)에 정의되는 것들은 설계변수로 지정할 수 있다. 예를 들면 CQUAD4와 같은 셸요소에 대해서는 PSHELL 데이터 입력시 정의되는 판재의 두께를 설계변수로 지정할 수 있고, CBAR와 같은 빔요소에 대해서는 PBAR 데이터 입력시 정의되는 단면계수 A , I_y , I_z , J 등을 설계변수로 지정할 수 있다. 따라서 만약 차체의 유한요소모델의 각종 필라에 대하여 CBAR와 같은 빔요소를 사용하여 모델링 되었다면 이때 지정할 수 있는 설계변수는 앞에서 언급한 단면계수들이다. 지정된 설계변수들에 대한 데이터를 기존의 진동해석모델의 bulk data deck에 위치시킨다.

(2) NASTRAN SOL 103을 사용하여 민감도해석을 수행한다.

(3) NASTRAN 해석결과를 앞의 변형에너지법에서와 마찬가지로 각 진동모드에 대하여 차체 부위별로 설계민감도값을 막대그래프에 나타낸다. Fig. 5 및 Fig. 6은 1차 굽힘진동모드 및 2차 굽힘진동모드에 대한 주요 필라별 민감도 해석결과를 막대그래프로 나타낸 것이다. 이 그래프를 통하여 각 필라의 단면계수 중에서 어떤 것이 설계변수에 민감하게 영향을 미치는지를 알 수 있다. 즉 Fig. 4의 첫번째 그

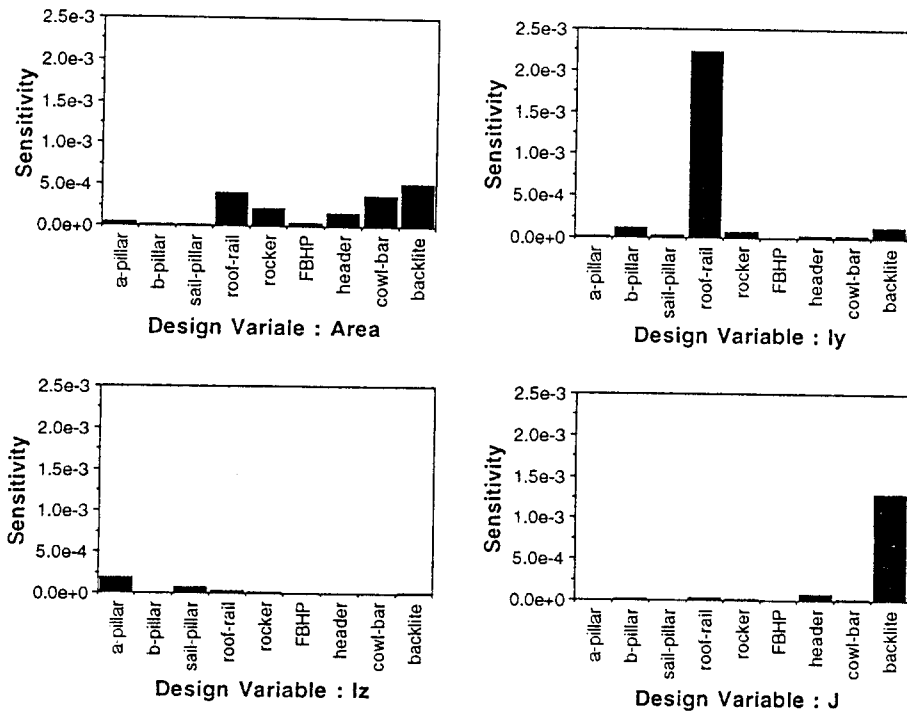


Fig. 5 Design sensitivity graph for pillars(1st bending mode)

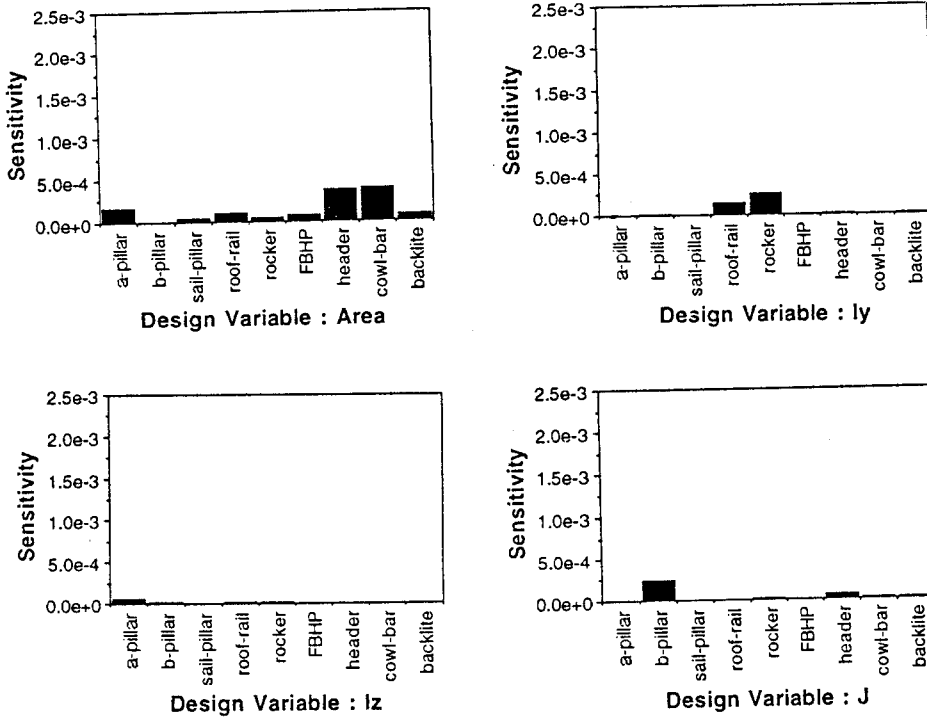


Fig. 6 Design sensitivity graph for pillars(2nd bending mode)

래프와 Fig. 5의 두번째 그래프(설계변수: I_y)를 통하여 루프레일(roof rail)의 1차 굽힘모드에 대한 기여도가 크다는 것을 알 수 있으며 특히 단면계수 I_y 가 중요한 설계변수임을 알 수 있다. 즉 이것은 단순지지보 등의 굽힘변형시 I_y 가 중요한 영향을 미치는 것과 같은 이치로 물리적 의미로도 타당함을 알 수 있다.

(4) 앞에서 만들어진 막대그래프를 통하여 어떤 부위의 설계변수가 설계변경에 민감한지를 찾아내고 어떻게 설계 변경할 것인지를 결정한다.

변형에너지법에 비해서 훨씬 상세한 데이터가 주어지지만 설계자가 이들 데이터를 바로 이용하기에는 어려움이 많다. 특히 CBAR와 같은 범요소에 대해서는 PBAR 데이터 입력시 정의되는 단면계수 A , I_y , I_z , J 등의 설계변수이고 설계에 직접 반영하기 위해서는 이들 설계변수에 대한 민감도값을 단면의 크기나 판재의 두께로 나타낼 수 있어야 하는데 여기에는 많은 어려움이 있다. 따라서 이것을 효과적으로 이용하기 위해서는 다음에 설명할 최적화 과정을 이용하여야 된다. 단 셀요소만으로 모델링한 상세모델의 경우에는 판재의 두께에 대하여 설계민감도 값을 구할 수 있으나 모델 크기가 너무 커져 계산에 어려움이 있다.

4. 최적화설계법

앞에서 설명된 변형에너지법과 설계민감도해석법은 차체의 어떤 부위 또는 어떤 설계변수들을 변화시키는 것이 원하는 차체의 진동특성을 얻는 데에 효과적인가를 판단하는 데에 도움이 되는 방법들이다. 그러나 이것은 상당히 경험이 많은 엔지니어가 아니면 이런 해석결과로부터 설계 변수의 값을 특정한 값으로 결정하기가 매우 어렵다. 최적화설계법은 실제 어떤 부위의 어떤 변수를 얼마로 정하는 것이 가장 효과적인지를 구체적으로 정하여 주는 방법이다.

최적화문제는 다음과 같은 수식으로 표현되며, 이는 상태변수(state variable)의 제한조건하에서 주어진 설계변수(design variable)에 대한 목적함수(objective function)의 최소화 작업을 최적설계 알고리즘을 통하여 반복적으로 수행하여 해결한다⁽⁵⁾.

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize} && F(x) \\
 & && x = x_1, x_2, \dots, x_n \\
 &\text{subject to} && G_{ij}(x) \leq 0 \\
 & && j = 1, 2, \dots, n_{\text{cons}} \\
 & && x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \\
 & && i = 1, 2, \dots, n_{\text{var}}
 \end{aligned}$$

(6)

여기서 x 는 설계변수, $F(x)$ 는 목적함수, $G(x)$ 는 구속조건, $ncons$ 는 구속조건의 수, x_i^l 은 설계변수 x_i 의 최소값, x_i^u 는 설계변수 x_i 의 최대값, 그리고 $nvar$ 은 설계변수의 수를 나타낸다.

NASTRAN의 최적설계모듈을 이용하면 앞에서 설명된 설계민감도 해석결과를 이용해서 자동으로 설계변수의 최적화 값을 구할 수 있다.

저진동 차체설계의 최적화과정은 다음과 같다.

(1) 차체의 유한요소해석모델에 대하여 설계민감도 해석에서와 같이 설계변수들을 지정하고 설계변수의 변경가능범위를 정한다. 또한 구속조건으로 원하는 진동모드의 고유진동수의 최소값을 정한다. 최적설계의 목적함수로는 경량화 최적설계를 위해 차체의 질량을 최소화하는 것으로 한다.

(2) NASTRAN SOL 200을 사용하여 최적화설계를 수행한다. 이것을 수행하면 자동으로 진동해석,

민감도해석을 차례로 수행하고 이들 결과를 이용하여 최적화설계과정을 진행한다.

(3) 최적설계결과로부터 얻어진 최적설계변수값들을 검토한다. 앞의 변형에너지법이나 설계민감도 해석에 비하여 여기에서 얻어지는 데이터는 입력시 지정된 설계변수의 값이 구체적으로 얼마라고 나온다.

(4) 최적화과정에서 지정되었던 설계변수를 물리적 의미가 있는 설계변수로 변환한다. 앞의 설계민감도법에서도 설명되었듯이 CBAR와 같은 빔요소에

Table 2 Frequency and mass change of vehicle after design optimization

		Initial	Optimal	Change
Freq.	1st bending	24.9Hz	26.3Hz	+1.4Hz
	2nd bending	26.9Hz	27.1Hz	+0.2Hz
Obj. func.	Design mass	181.8 kg	181.0kg	-0.8kg

Table 3 Comparison of equivalent design variables after design optimization

Part	ID	Initial		Optimal			
		t	h	t'	% change	h'	% change
A-pillar	971	0.50	5.08	0.46	-8.00	5.66	11.42
	972	0.50	5.08	0.46	-8.00	5.63	10.83
	973	0.50	5.08	0.46	-8.00	5.68	11.81
B-pillar	978	0.31	7.51	0.28	-9.68	8.28	10.25
	979	0.30	9.09	0.27	-10.00	10.14	11.55
	982	0.27	15.89	0.26	-3.70	16.07	1.13
	983	0.28	13.13	0.25	-10.71	14.73	12.19
	2832	0.32	10.58	0.28	-12.50	11.83	11.81
	991	0.30	8.60	0.29	-3.33	11.70	36.05
	980	0.24	19.59	0.27	-4.17	9.59	1.43
	990	0.27	16.10	0.23	-17.39	19.87	23.42
	981	0.28	15.13	0.27	-3.57	15.32	1.26
	992	0.25	15.34	0.24	-4.00	15.62	1.83
roof rail	975	0.17	10.05	0.15	-11.76	11.25	11.94
	974	0.39	10.09	0.34	-12.82	11.26	11.60
	976	0.17	10.05	0.15	-11.76	11.25	11.94
	977	0.17	10.05	0.15	-11.76	11.25	11.94

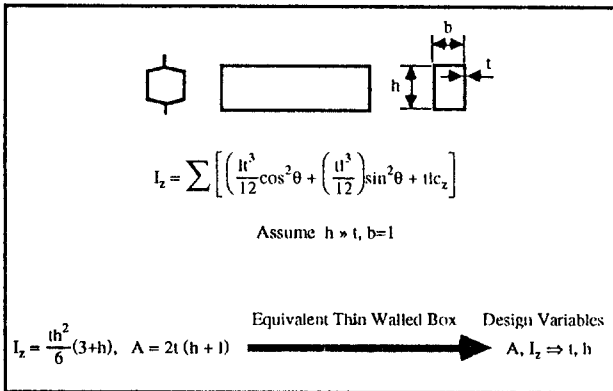


Fig. 7 Design variable transformation for equivalent thin walled beam

Table 1 Design variable change percentage of pillars after design optimization

Part	A	I_y	I_z	J
A-pillar	-2.0	8.5	21.5	3.5
B-pillar	-2.0	20.4	10.4	7.6
Roof rail	-2.0	38.4	20.7	16.9
Header	-2.0	19.5	19.1	36.7
Backlite	-2.0	21.0	21.5	48.8
Sail pillar	-2.0	15.6	14.4	6.5
FBHP	-1.9	0.8	0.9	0.0
Rocker	-2.0	21.9	20.8	18.6
Cowl bar	-2.0	21.0	21.0	20.5

대해서는 PBAR 데이터 입력시 정의되는 단면계수 A , I_y , I_z , J 등이 설계변수이고 설계에 직접 반영하기 위해서는 이들 설계변수에 대한 최적값을 단면의 크기나 판재의 두께로 나타낼 수 있어야 한다. 따라서 이것을 효과적으로 이용하기 위해서는 변환 과정을 한번 더 거쳐야 한다. 즉 실제의 각종 필라의 단면형상을 매우 복잡하나 Fig. 7과 같은 등가의 박판 박스보로 변환하면 원래 필라의 최적단면계수와 같은 등가 박판박스보의 크기 및 판재의 두께를 계산할 수 있다. 이것은 간단히 Newton-Raphson법과 같은 비선형방정식의 근을 구하는 수치해법을 사용하여 구할 수 있다.

Table 1은 1차 진동모드의 고유진동수를 26.3Hz 이상 되도록 설정하고 주요 필라의 설계변수 A 는 초기치의 98%~102%로, 설계변수 I_y , I_z , 그리고 J 는 초기치의 50%~150% 범위 내에서 변경할 수 있다고 가정했을 때 최적화 과정 후의 설계변수들의 최적화 값들을 나타낸다. Table 2는 최적설계후의 차체의 고유진동수의 변화 및 차체 질량의 변화를 나타낸다.

앞에서도 설명했듯이 필라의 설계변수는 필라의 단면계수인 단면적, 면적관성모멘트, 비틀림 상수 등이다. 따라서 이것들을 앞에서 설명한 등가 박판보의 크기 및 판재의 두께로 설계변수로 변환하면 Table 3과 같이된다. 이 Table로부터 필라 단면의 크기 및 판재 두께의 변화율을 참조하여 설계에 반영하면 된다.

5. 결 론

초기설계 뿐만 아니라 차량개발단계에서 일어날 수 있는 차체구조의 설계변경을 검토할 수 있고 최적화 할 수 있는 차체의 필라구조설계기술의 확립은

저진동 차체설계시 필수적이다. 특히 차량개발기간 동안에 언제나 나타날 수 있는 진동문제를 빠른 시간 내에 해결하기 위해서는 차체 구조물의 어떤 부위의 어떤 설계변수를 적절히 변경하여야 하는지를 결정할 수 있어야 한다.

본 논문에서는 저진동 차체의 초기 설계에 적용해 볼 수 있는 효과적인 방법으로서 변형에너지법, 설계민감도해석법, 최적화설계법 등에 대하여 소개하고 각 방법들의 사용시 유의할 점을 밝혀 보았다. 이런 방법들은 새로운 소프트웨어의 도입이 없어도 현재 국내 자동차회사에서 차체의 응력해석 및 진동 해석에 많이 사용하고 있는 유한요소해석 프로그램을 그대로 이용하여 설계에 적용할 수 있으므로 매우 유용하다.

참 고 문 헌

- (1) Kamal, M.M., and Wolf, J.A., 1987, Modern Automotive Structural Analysis, Van Nostrand Reinhold Co.
- (2) Dym, L.C., and Shames, I.R., 1973, Solid Mechanics-A Variational Approach, McGraw-Hill Book Co.
- (3) Yim, H.J., 1994, "Technology for Initial Design and Analysis of Vehicle Pillar Structures for Vibration", G7 Workshop Proceeding.
- (4) Gregory J. Moore, 1993, MSC/NASTRAN Design Sensitivity and Optimization User's Guide, MSC.
- (5) Haug, E. J, and Arora, J. S., 1979, Applied Optimal Design: Mechanical and Structural Systems, John Wiley & Sons.