

〈論 文〉

열교환기에 사용되는 얇은 사각 단면 튜브의 고유규진동계수에 대한 이론적 분석

The Theoretical Investigation of the Natural Frequency Coefficients
for a Thin Rectangular Tube used in the Heat Exchanger

김 기 만*

Giman Kim

〈1995년 5월 25일 접수 ; 1995년 8월 28일 심사완료〉

Key Words : Heat Exchanger(열교환기), Fluid Loading(유체 반력), Natural Frequency Coefficient(고유진동계수), Fluid-Structural Interaction Model(유체-고체상호작용모델)

ABSTRACT

From the viewpoint of the structural design, the principal problem of the heat exchanger is the potentiality of structural instabilities due to the fluid loading effect during operations. Excessive fluid loading may give rise to permanent deformation of tube and would eventually result in collapse of heat exchanger, which would cause an obstruction of the fluid flow in the narrow channels. In this study, a fluid-structural interaction model was developed to investigate analytically the vibration characteristics of thin rectangular tube used in the heat exchanger. The model consists of two flat plates separated by fluid. The effects of the fluid in the tube was studied. For analyses, the natural frequency coefficients of the model were investigated for the plate aspect ratios, channel heights, and boundary conditions. As conclusions, the natural frequency coefficients of the tube is found to be affected largely by the fluid loading and the channel heights.

1. 서 론

환경오염의 주된 원인인 프레온가스의 사용 규제 강화로 인해 대체물질 개발과 함께 기존의 프레온을 이용한 장치의 설계 사양 변경이 산업계에 중요한 과제로 대두되고 있다. 특히 주냉매를 프레온으로 사용해온 자동차용, 산업용 에어컨의 경우 대체냉매 사용에 따른 신모델 개발에 많은 노력을 기울이고 있다. 열교환장치로서 응축기, 증발기에 있어 냉매

의 대체로 인해 생기는 열교환 능력의 저하를 보완하기 위해 냉매통로를 기존의 원형관 대신에 얇은 사각형 튜브를 사용하고 있다.

본 논문에서는 자동차용 에어컨에서 응용된 유체-고체간의 상호작용을 보이는 평판형 열교환기(the plate-type heat exchanger)에 사용되는 사각형 튜브의 진동특성을 이론적으로 규명을 한다. Fig. 1에는 양쪽면에 공기핀을 부착한 사각 단면형 튜브의 옆면에 대한 기하학적 형태를 보여 주고 있다. 열교환 성능 측면에서 튜브 내부에 돌기를 형성하거나 공기핀의 형상을 고려한 연구가 활발히 진행되고 있으나^(1~3) 구조적인 안정성에 대한 검토는 아직까지 미흡

*정회원, 금오공과대학 기계공학과

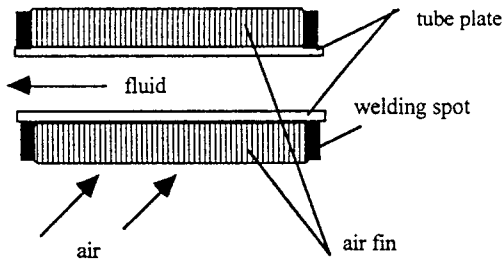


Fig. 1 Schematics of thin rectangular tube model

한 실정이라 할 수가 있다. 유체와 접촉하는 구조물의 경우 동적응답이 유체의 특성에 따라 달리 나타나는 것으로 알려져 있다. 물리적으로 볼 때 구조물에 근접한(near field) 유체층의 운동은 구조물의 운동에 영향을 받아 관성을 유발하는 질량의 변화를 초래하여 구조물의 동적응답이 유체와 접촉이 없는 경우와 비교해서 크게 차이가 남을 알 수가 있다⁽⁴⁻⁶⁾.

본 연구에서는 이론적 모델을 착안함에 있어 실제 구조와 비슷하게 조건을 부여하려고 노력하나 수학적 풀이 과정의 가능성을 고려하여 튜브내부에 주어진 돌기형태를 구조적 형상을 무시하고 거친 표면 정도로 가정하여 튜브를 단순평면으로 간주한다. 구조적으로 튜브의 통로 높이(h)가 튜브의 폭(a)와 길이(b)에 비해 상당히 작음을 ($h/a \sim 0.1$, $h/b \sim 0.05$) 감안하여, 튜브를 얇은 사각평판이 좁은 간격을 두고 마주 보며 유체 통로를 형성하고 있다고 가정하며 두개의 평판은 모든 조건이 같다고 본다. 사각평판은 등방성(isotropic property)을 가진 재료로서 기계적응력이(mechanical stress) 열응력(thermal stress)보다 크게 나타남을 감안하여 등온성

(isothermal property)을 유지하는 것으로 가정한다⁽⁷⁾. Fig.2는 평판의 모델로서 입구와 출구부분은 용접으로 고정된 상태이고 양 길이 방향의 경계는 고정(clamped)과 단순지지(simply supported)의 특성을 둘다 보여 줄 수 있는 비틀림 탄성 억제단(elastic restraints in rotation)으로 가정하여 해석한다.

2. 수학적 모델링 해석

두개의 사각평판으로 가정된 튜브의 구조는 내부는 유체와 접촉하고 외부는 조밀한 공기핀과 용접되어 평판의 운동에 따른 반력이 평판 양면에 나타나는 것을 알 수가 있다. 유체의 영향력은 크게 두가지로 구분하여 평판의 표면 가속도에 비례하여 나타나는 관성력과 속도에 의한 감쇠효과로 해석한다. 열교환 효율을 높이기 위해 튜브에 부착된 공기핀은 알루미늄의 얇은 막을 겹겹히 접은 형태로 평판의 변위에 따라 반응하는 스프링으로 간주하여 탄성기초대로 가정한다.

한쪽면은 유체와 다른면은 탄성기초대와 접촉한 평판의 운동방정식은 아래와 같이 주어진다^(8, 9).

$$D\nabla^4 W(x, y, t) + M_p \frac{\partial^2 W(x, y, t)}{\partial t^2} + \bar{K}_e W(x, y, t) = F(x, y, t) - F_a(x, y, t) \quad (1)$$

여기서 D 는 평판의 굽힘강성계수(bending stiffness), W 는 평판의 변위, M_p 는 평판의 질량, \bar{K}_e 는 탄성기초대의 탄성상수(bedding constant), F 는 외부에서 주어진 가진력, F_a 는 평판의 운동에 의해 발생하는 유체의 반력을 나타낸다. 식 (1)은 얇은 평판에 대한 고전적 방법(classical theory)으로 경계조건에 따라 정확한 해를 구할 수 있는 경우는 아직까지 불가능한 것으로 알려져 있다. 특히 주변물질에 영향을 받을 시는 평판의 응답은 근사적으로 해석될 수 밖에 없다.

2.1 사각평판의 동적응답

모델링에 나타난 평판의 경계조건은 평판의 길이 방향으로 비틀림 탄성 억제단(ER)이, 튜브의 입구와 출구에 해당하는 평판의 폭은 고정단(C)으로 정의되어, C-ER-C-ER 사각평판에 대한 동적응답을 중첩법(superposition method)⁽¹⁰⁻¹²⁾ 이용하여 근사적으로 해석한다. 두개의 마주보는 고정단과 두개의 마주보는 단순지지단(simply-supported edges; SS)을 경계조건으로 하는 사각평판(C-SS-C-SS plate)

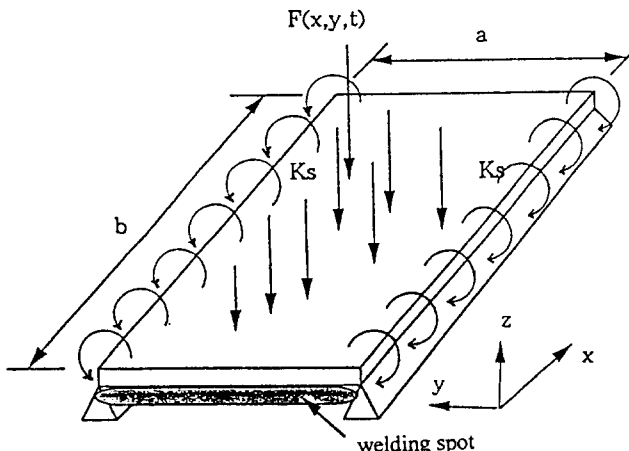


Fig. 2 Theoretical model of tube plate ; Plate width(a), Plate length(b), Torsional spring stiffness(K_s).

의 동적응답을 두가지의 경우에 (단순 외력에 의해 구해진 C-SS-C-SS 사각평판의 동적응답(W_S)과 두 개의 단순지지단에 가해진 비틀림에 의해 구해진 C-SS-C-SS 사각평판의 동적응답(W_R) 해를 구하여 그 두 해를 중첩하여 C-ER-C-ER 사각평판의 동적응답(W^{ER})을 아래와 같이 표현한다.

$$W^{ER} = W_S + W_R \quad (2)$$

수학적인 면에서 볼 때 W_S 는 비제차방정식(non-homogeneous equation)과 제차형의 경계조건식(homogeneous boundary conditions)에서 얻어진 해로서 아래와 같이 보여 주고 있다.

$$W_S(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} S_{mn} \Psi_{mn} \quad (3)$$

여기서 Ψ_{mn} 는 C-SS-C-SS 사각평판의 진동형, S_{mn} 는 외력의 영향을 받는 C-SS-C-SS 사각평판의 응답(W_S)의 진폭을 나타내며 정규 진동형 확장법(normal mode expansion method)에 의해 구해진다. 두 단순지지단에 주어진 비틀림 억제력 이외에는 외력이 없는 C-SS-C-SS 사각평판의 응답(W_R)은 제차방정식과 비제차형의 경계조건식에 의해 다음과 같이 무한급수형의 식으로 가정할 수가 있다.

$$W_R(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{mn} \Psi_{mn} \quad (4)$$

여기서 E_{mn} 는 진폭을 나타낸다. 실질적으로 식 (4)에서 진폭을 구하기 위해 양단순지지단에 주어진 비틀림 때문에 비제차 경계조건식이 X 방향 진동형(X_m)에 비례한다고 할 수 있어 경계조건은

$$W_R = 0, \quad D \frac{\partial^2 W_R}{\partial y^2} = \begin{cases} \sum a_m X_m & \text{at } y=0 \\ \sum b_m X_m & \text{at } y=a \end{cases} \quad (5)$$

여기서 a_m, b_m 은 임의의 계수다. 위의 경계조건을 만족하는 Y 방향의 진동형은 다음과 같이 표현된다.

$$Y = \frac{a_m}{2D\epsilon_n^2} \left\{ -\frac{\cosh(\epsilon_n a)}{\sinh(\epsilon_n a)} \sinh(\epsilon_n y) + \cosh(\epsilon_n y) + \frac{\cos(\epsilon_n a)}{\sin(\epsilon_n a)} \sin(\epsilon_n y) - \cos(\epsilon_n y) \right\} + \frac{b_m}{2D\epsilon_n^2} \left\{ \frac{\sinh(\epsilon_n y)}{\sinh(\epsilon_n a)} - \frac{\sin(\epsilon_n y)}{\sin(\epsilon_n a)} \right\} \quad (6)$$

여기서 ϵ_n 는 양 끝단에 비틀림 억제력이 주어진 보(ER-ER beam)의 고유치다. ER-ER 보의 진동형을 C-SS-C-SS 사각평판의 Y 방향 진동형을 나타내는 Sine 함수로 표현하기 위해 무한급수로 변환하면

$$Y_{nr}(y) = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{2k_r \{a_m - (-1)^n b_m\}}{aD(\epsilon_n^4 - k_r^4)} \sin(k_r y), \quad n, r=1, 2, 3, \dots, \infty \quad (7)$$

여기서 k_r 는 평판의 Y 방향 진동형을 나타내는 고유치다. 양단순지지단에 주어진 비틀림에 의해 본래의 C-SS-C-SS 사각평판의 진동형(mode shape)과의 기계적 연성관계를 고려하여 식 (5)의 두번째 항을 다시 정리하여 표현하면 다음의 관계식이 주어진다.

$$\sum a_m X_m = -K_S \sum X_m \sum (E_{mn} + S_{mn}) \frac{\partial Y_n}{\partial y} \quad (8)$$

$$\sum b_m X_m = K_S \sum X_m \sum (E_{mn} + S_{mn}) \frac{\partial Y_n}{\partial y} \quad (9)$$

여기서 K_S 는 비틀림 스프링의 강성도를 나타낸다. 위의 두 연성 관계를 고려한 경우 식 (4)의 결과가 C-SS-C-SS 사각평판의 진동형(Ψ_{mn})에 비례하는 형태로 주어진다.

$$W_R(x, y) = -\sum_m \sum_n \left(\frac{R_{qr}}{1+R_{qr}} \right) S_{mn} \Psi_{mn}(x, y) \quad (10)$$

여기서

$$R_{qr} = \frac{4K_S}{aD} \sum_q \sum_r \frac{k_q k_r}{(\epsilon_n^4 - k_r^4)} \quad (11)$$

최종적으로 구해진 식 (3)과 (10)을 합산한 결과가 C-ER-C-ER 사각평판의 동적응답의 근사해로서 무한급수형으로 표현되었기에 많은 항을 전개할수록 정확한 값에 가까워진다고 할 수 있다. 다음은 C-ER-C-ER 사각평판의 동적응답을 중첩법에 의해 구한 근사해다[자세한 과정은 부록 A에 기술].

$$W^{ER} = \sum_m \sum_n S_{mn} \Psi_{mn}(x, y) \sum_q \sum_r \left(\frac{1}{1+R_{qr}} \right) \quad (12)$$

식 (12)는 조화가진력을 받는 C-ER-C-ER 사각평판의 동적응답을 나타내는 근사해지만 비틀림 스프링의 탄성계수(K_S)의 값을 변화하므로써 즉 R_{qr} 의 값을 아주 크게 하면 C-C-C-C 사각판의 동적응답을 나타내고, 반대로 R_{qr} 의 값을 작게 되면 C-SS-C-SS 사각평판의 동적응답을 나타내는 경우가 된다. 물리적으로 고정단이나 단순지지단은 일종의 이상적 경계조건으로 고려한다면 위의 식 (12)의 결과는 실질적인 경우에 접근할 수 있는 경계조건으로 볼 수가 있다.

2.2 탄성기초대의 영향력

일반적으로 탄성기초대는 도로, 비행기 활주로, 기차철도의 설계시 중요한 인자로 고려되고 있다. 구조물과 유연한 지지대의 관계로 서로간의 운동이 직접적으로 상대에 영향력을 행사함으로 튜브의 양쪽 외부표면에 부착된 공기핀의 역할을 식 (1)에서 공기핀의 탄성상수(\bar{K}_e)와 평판의 변위로 표시하였다. 실제에 사용되는 공기핀의 표면은 열교환 성능을 고려하여 복잡한 형상을 이루고 있으나 본 연구에서는 기계적 탄성에 대한 특성만을 고려하여 공기핀을 단순 평면 막으로 가정하여 튜브 평판의 단면적당 받는 힘을 나타내는 탄성상수를 아래와 같이 정의하였다.

$$\bar{K}_e = \frac{EA}{lA_p} \quad (13)$$

여기서 A_p 는 평판의 단면적, A 는 공기핀의 수직 단면(두께×폭), l 은 공기핀의 길이, E 는 공기핀의 탄성계수를 나타낸다. 자동차용 응축기는 차종에 따라 그 규모가 똑같지는 않지만 공기핀과 튜브의 단면적의 비는 대략적으로 핀의 두께와 튜브의 길이의 비로 계산되어 $A/A_p = 10^{-5} \sim 10^{-4}$ 로 추정된다. 식 (1)의 풀이 과정에서 탄성기초대의 영향력이 평판의 변위에 비례하여 기본적인 평판의 빈동형의 변화는 없이 진동수의 변화를 기대한다.

2.3 유체의 추가질량 효과

유체와 고체간의 상호작용에서 유체의 반력이 고체의 동적응답의 변화를 가져오지만 고체의 기본 진동형의 변화는 거의 없는 것으로 알려져 평판과 같은 탄성체와 접촉하고 있는 유체, 특히 경계표면에 근접될 수록 그 유체층(fluid layer)의 운동형태가 평판의 운동에 연관되어 유체가 없을시 나타나는 평판의 기본 진동형과 거의같은 모양을 이룬다. 조화운동으로 가정된 평판의 운동에 비례한 유체의변위 형태가 평판에 유체의 반력으로 작용하면서 특히 두 운동의 형이 일치하면 평판의 동적응답에 가장 큰 효과를 준다고 할 수 있다. 크게 두가지의 효과로 구분된 유체의반력은 저주파수 영역에서는 유체의 관성력이 크게 나타나 평판의 동적응답에 주요 요소가 되는 전체 진량의 증가를 가져오는 추가 질량효과를 유발시키는 반면 감쇠효과는 매우 작아 무시하는 경향이 많다. 이와 같은 현상은 고주파수 영역대로 갈수록 반대로 되어 추가질량의 크기는 점점 작아지고 감쇠효과는 더 커지게 된다. 실질적으로 구

조물이 외부의 조화력을 받아 변위 혹은 처짐을 경험할 때 고유진동수에서 이론적으로 무한의 진폭이 발생하나 재료의 내부 감쇠로 인해 큰 변위를 경험하게 된다. 하지만 진폭 크기에 있어 첫번째 고유진동수가 다른 고유진동수들의 진폭크기에 비해 크게 나타나는 것으로 알려져 첫번째 고유진동수와 관련된 임계값이 가장 중요한 기준을 제공한다고 할 수 있다.

유체와 고체간의 상호작용으로 두 물체의 운동이 서로 연성관계와 본 연구의 모델링의 구조가 두 평판사이에 유체가 존재하므로 각 평판의 운동에 따른 내부유체의 작용이 두 평판의 운동에 영향력을 전달하는 역할을 하게되어 구조전체를 2자유도계로 하여 두 평판 운동간의 연성을 같이 고려하여 식 (1)에서 유체의 반력을 제차파동방정식을 이용하여 (부록 B) 정규진동형 확장법으로 전개하면

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1mn} \\ W_{2mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{1mn} \\ P_{2mn} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

여기서 W_{1mn} , W_{2mn} 는 튜브의 아래 위 평판의 각 변위, P_{1mn} , P_{2mn} 는 각 평판이 받고있는 외부 가 진력을 나타내고,

$$T_{11} = \omega^2 \left(1 + \frac{\rho \cosh(k_{mn}h)}{M_p k_{mn} \sinh(k_{mn}h)} \right) - \frac{2\omega u \rho k_m \cosh(k_{mn}h)}{M_p k_{mn} \sinh(k_{mn}h)} \omega_{mn}^2 + \frac{\rho u^2 k_m^2 \cosh(k_{mn}h)}{M_p k_{mn} \sinh(k_{mn}h)} \quad (15a)$$

$$T_{12} = \frac{-\rho(\omega^2 - 2k_m u \omega + k_m^2 u^2)}{M_p k_{mn} \sinh(k_{mn}h)} \quad (15b)$$

$$T_{22} = T_{11}, \quad T_{21} = T_{12}$$

여기서 ρ 는 유체의 밀도, u 는 유체의 평균유속, k_{mn} 과 k_m 는 평판의 모달 파동수(model wavenumber)를 나타낸다. 위의 식 (14)는 크로네커 델타함수와 복소수의 유수정리를 이용하여 구한 저주파수 영역에서의 유체-고체간의 연성계수를^(13, 14) 사용한 근사해가 된다.

2.4 고유진동계수 해석

평판 운동에 대한 정확한 해는 평판의 경계조건에 따라 구할 수 있는 경우가 몇 가지로 제한이 되어 있어 거기에 따른 고유진동수를 위한 특성수(characteristic equation) 또한 같은 사항이라 할 수가 있다. 따라서 근사적으로 구하기 위한 여러 방법들 중에 최저 에너지 보존 법칙(minimum potential

energy principle)을 이용하여 특히 저주파수에서 실제의 값과 매우 가깝게 나타나는 것으로 알려진 Rayleigh 에너지법을 통해 C-ER-C-ER 사각평판의 고유진동수를 계산하여 탄성기초대와 유체의 영향력으로 변화가 기대되는 사각튜브의 고유진동계수를 해석한다.

Rayleigh 방법에 의해 사각평판의 두방향(X와 Y 방향)의 경계조건과 똑같은 두 보의 진동형을 양 끝단에 비틀림 억제력이 주어진 보(ER-ER beam), 양끝단이 고정된 보(C-C beam)-에너지 보존식($U_{max} = T_{max}$)에 대입하여 C-ER-C-ER 사각평판의 고유진동수의 근사치를 계산한다.

$$U_{max} = \frac{1}{2} \iint D \left[\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \right] dx dy - \frac{1}{2} \int D \left[\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right) \right]_0^a dx \quad (16a)$$

$$T_{max} = \frac{\omega^2}{2} \iint M_p \{ W(x, y) \}^2 dx dy \quad (16b)$$

여기서 식 (16a)의 첫번째 적분항을 굽힘에 의한 에너지를, 두번째 항은 비틀림 스프링에 의한 에너지를 각각 나타낸다. 위의 두 식으로부터 계산된 진동수의 근사값을 무차원화 하면

$$\Omega_{mn} = \sqrt{\omega^2 a^4 M_p / D} \quad (17)$$

여기서 아래첨자 m 은 X 방향의 진동형 순번을 n 은 Y 방향의 진동형 순번을 표시하고 있다. 식 (17)의 계산 될 값들은 C-ER-C-ER 평판의 세장비와 비틀림 스프링의 강성도의 크기에 따라 분석되는 고유진동계수의 근사치가 된다.

3. 결과 및 고찰

평판의 세장비(b/a)와 무차원 비틀림 스프링 유연성 계수(D/aK_s)에 따른 평판의 고유진동계수(Ω)의 변화를 조사하였다. 평판 세장비의 경우 응축기의 튜브의 길이와 폭의비가 10~20에 달해 이론적으로 보면 크게 차이가 없어 세장비를 1에서 최고 20으로 하여 Ω 의 변화를 비교하였다. Fig. 3은 Ω_{11} 을 무차원화된 비틀림 스프링 유연성 계수(D/aK_s)의 변화에 따라 평판의 세장비(b/a)가 1과 20인 경우에 대해 구한 결과다. D/aK_s 의 값이 클수록(>1000) 평판의 탄성 억제단은 단순지지단의 특성을 나타내어 C-S S-C-S S 사각평판의 고유진동계수를 나타내

고 반대로 그값이 아주 작아짐으로($<10^{-6}$) C-C-C-C 사각평판의 고유진동계수를 보여주는 것이다. 같은 내용으로 Ω_{12} 와 Ω_{21} 에 대해 Fig. 4와 5에 각각

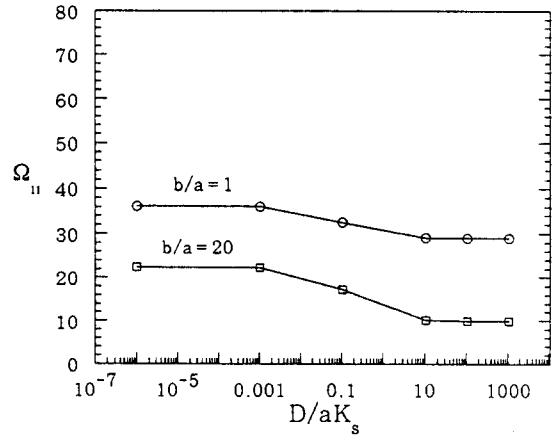


Fig. 3 Natural frequency coefficient(Ω_{11}) vs. D/aK_s

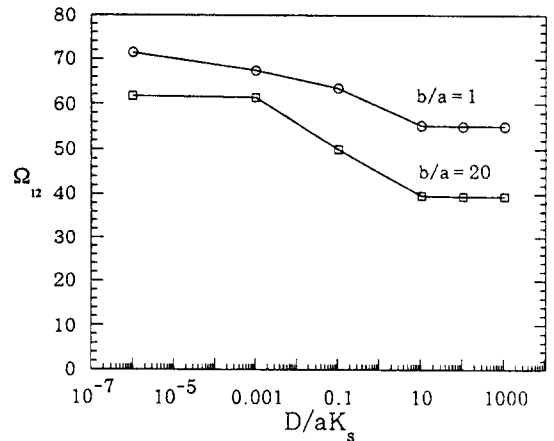


Fig. 4 Natural frequency coefficient(Ω_{12}) vs. D/aK_s

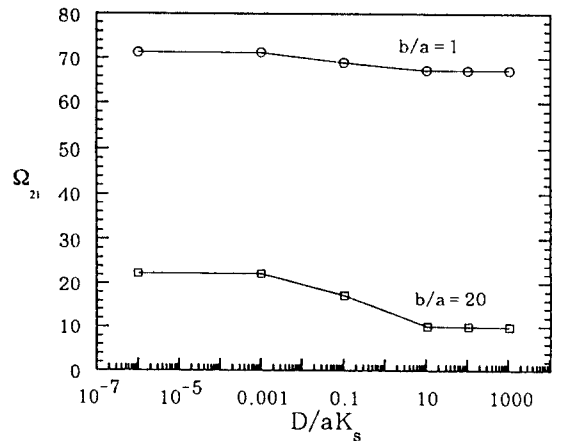


Fig. 5 Natural frequency coefficient(Ω_{21}) vs. D/aK_s

그 결과를 보여 주고 있다. 세 그림에서 보듯이 세장비가 1인 경우(정사각평판)가 20인 경우보다 항상 큰 값을 유지하고 있다. 그림 Fig. 5에 나타난 두세장비의 계수 값의 차가 Fig. 3과 4와 비교해서 더 크게 되어 있는 것은 세장비에 따라 진동형의 순서(mode order)가 틀리기 때문이다. 세장비가 1인 평판은 진동형이 Ω_{11} Ω_{12} Ω_{21} 가 연차적 순으로 진행되지만 세장비가 20인 경우는 Ω_{11} Ω_{21} 순은 연차적으로 나타나지만 Ω_{12} 는 세장비가 커질수록 나중에 나타난다. Fig. 6과 7은 진동계수(Ω)와 평판의 세장비 관계를 두 경우에 ($D/aK_s=10^{-6}$, 1000) 대해 보여 주고 있다. 진동형에 따른 진동계수의 값이 세장비에 비례해서 작아지고 세장비가 3이상인 경우에 Ω_{11} 과 Ω_{21} 가 거의 비슷한 값을 보이고 있고 진동형 진행 순서가 정사각평판과 비교하여 달라짐을 알 수가 있다.

공기핀의 탄성력이 평판의 변위에 비례하여 평판

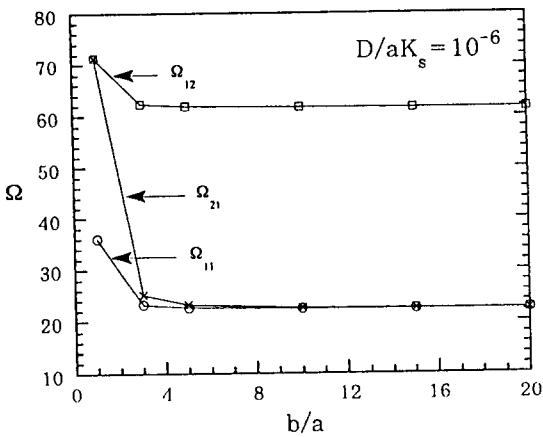


Fig. 6 Natural frequency coefficient vs. b/a

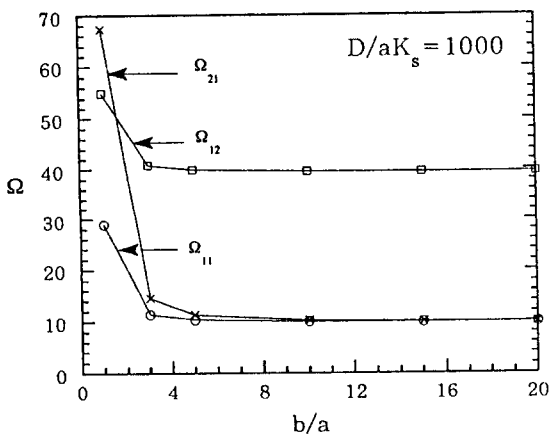


Fig. 7 Natural frequency coefficient vs. b/a

의 고유진동계수의 변화를 초래함으로 탄성기초대의 영향에 의해 나타나는 평판의 고유진동계수는

$$\Omega_e = \sqrt{\Omega_{mn}^2 + K_e} \quad (18)$$

여기서 $K_e = a^4 \bar{K}_e / D$ (무차원 탄성기초대 상수). 식 (12)의 근사치를 이용하여 K_e 의 값을 추정하면 100~1000에 이른다. 본 연구에서는 탄성기초대의 영향력을 조사하기 위해 K_e 의 값을 0(탄성기초대가 없는 경우)에서 최고 1000을 주었다. Fig. 8은 세장비가 1인 평판의 첫번째 고유진동계수와 K_e 의 관계를 두 경우($D/aK_s=10^{-6}$, 1000)에 대해 보여주고 있다. K_e 의 값이 커질수록 고유진동계수도 선형적으로 커지고 있는 것으로 나타났다. 세장비가 20인 평판의 경우도 비슷한 변화를 Fig. 9에서 볼 수가 있다.

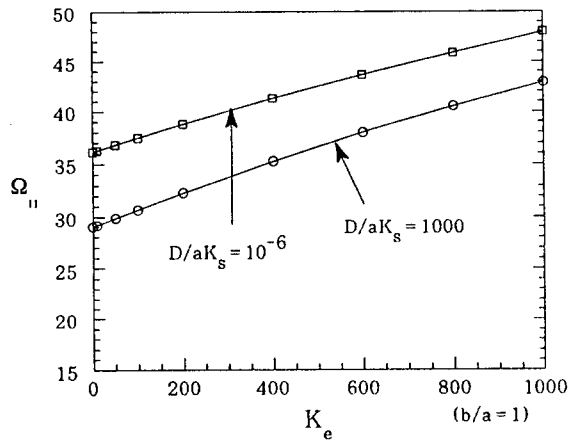


Fig. 8 Natural frequency coefficient(Ω_{11}) vs. K_e ; $b/a=1$

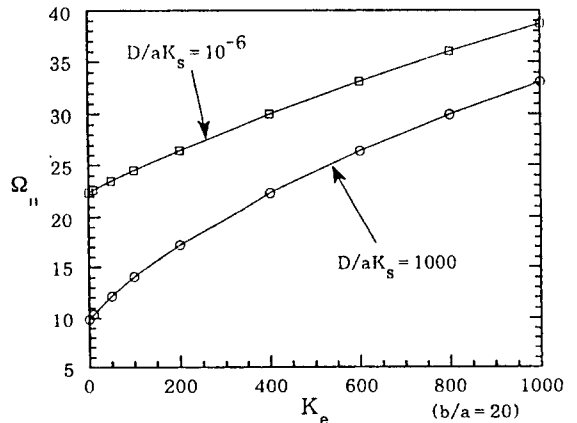


Fig. 9 Natural frequency coefficient(Ω_{11}) vs. K_e ; $b/a=20$

본연구에서는 유체를 실내 온도로 유지하는 물로 가정하고 기본 고유진동계수를 구하기로 한다. 먼저 유체의 높이가 무한인 경우에 진동계수의 변화를 검산하고 다음에 유체층의 높이와 마주보는 이웃 평판의 영향력을 고려한 진동계수의 변화를 계산 하였다. 무한의 높이인 유체와 한쪽면이 접촉하는 평판의 고유진동계수(Ω^f)는 평판의 모달 파동수에 관계되어^(11, 12) 정리하면

$$\Omega_{mn}^f = \frac{\Omega_{mn}}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{z_0}\right) \left(\frac{\rho}{\rho_p k_{mn}}\right)}} \quad (19)$$

여기서 z_0 는 평판의 두께, ρ_p 는 평판의 밀도, ρ 는 물의 밀도를 나타낸다. 승용차용 응축기에 사용되는 튜브의 평판 폭과 두께의 비는 대략 50~70 정도로 설계되어 있다. Fig. 10은 Ω_{11} 와 K_e 의 상관관계를 세장비가 1인 경우에 대해 보여 주고 있다. 유체의 추가질량에 의해 진동계수의 값이 유체가 없는 경우와 비교하여 40% 정도로 낮게 나타난다. 세장비가 20인 경우도 비슷한 현상을 Fig. 11에서 보여주고 있다.

두 평판을 가진 2자유도계의 고유진동계수는 식 (13)에서 유체의 유속을 0으로 하여 특성식을 정리 하면

$$\Omega_{mn1}^f = \frac{\Omega_{mn}}{\sqrt{1 + \frac{\rho \cosh(k_{mn}h)}{M_p k_{mn} \sinh(k_{mn}h)} \left(1 + \frac{1}{\cosh(k_{mn}h)}\right)}} \quad (20)$$

$$\Omega_{mn2}^f = \frac{\Omega_{mn}}{\sqrt{1 + \frac{\rho \cosh(k_{mn}h)}{M_p k_{mn} \sinh(k_{mn}h)} \left(1 - \frac{1}{\cosh(k_{mn}h)}\right)}} \quad (21)$$

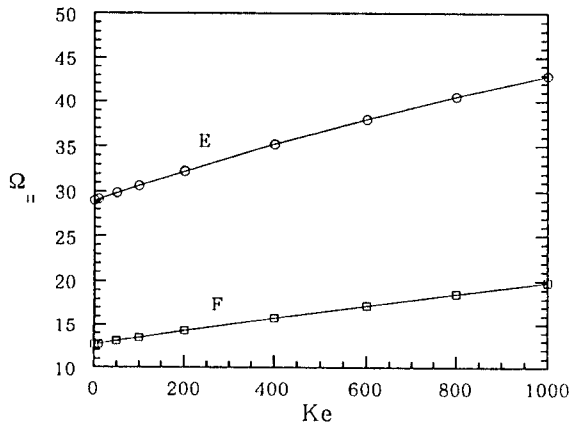


Fig. 10 Natural frequency coefficient(Ω_{11}) vs. K_e ; $b/a=1$, $D/aK_s=1000$, $a/z_0=70$; F (in fluid), E (in vacuum)

위의 두 고유진동수는 두 평판의 구조가 2-자유도 (two degree of freedom)를 지닌 진동계로서 평판 하나의 진동계수(Ω_{mn})에 대해 두 개의 유체내 고유진동계수가 나타나는 결과로서 식 (20)는 두 평판이 이위상(out-of-phase)을 유지하고 식 (21)은 동위상(in-phase) 상태를 나타내고 있음을 보여 주고 있다. Fig. 12는 평판의 세장비가 1인 경우 이위상과 동위상 상태의 진동 계수의 변화를 유체층의 높이 혹은 두 평판간의 간격(h)과 평판의 폭(a)의 비(h/a)에 따라 구한 것이다. 동위상의 계수는 h/a 에 반비례하고 이위상의 계수는 비례하여 나타나고 있다. h/a 의 값이 영으로 수렴할 때 이위상의 곡선은 영에 접근하고 동위상의 계수는 유체가 없는 경우의 평판의 고유진동계수에 접근하고 있는 것으로 나타났다. 반

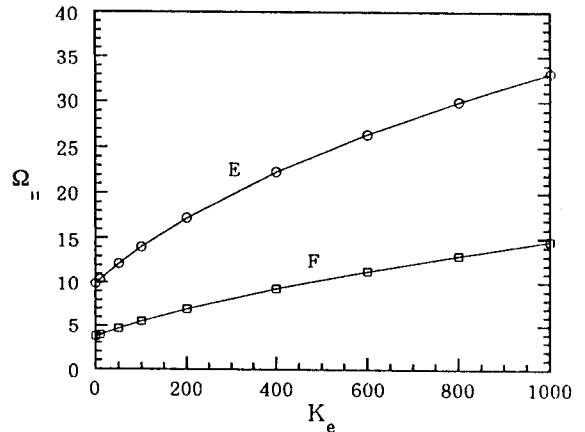


Fig. 11 Natural frequency coefficient(Ω_{11}) vs. K_e ; $b/a=20$, $D/aK_s=1000$, $a/z_0=70$; F (in fluid), E (in vacuum)

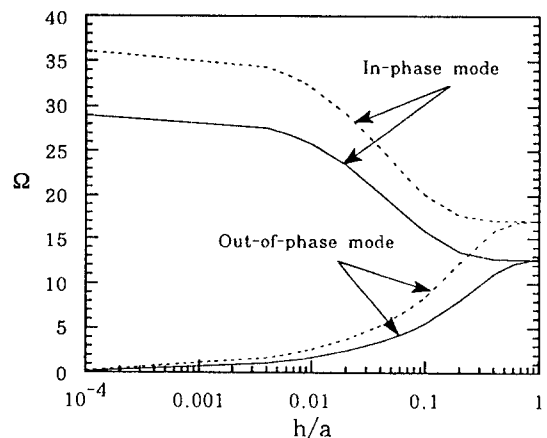


Fig. 12 In-fluid natural frequency coefficient vs. h/a ; $K_e=0$, $b/a=1$; $D/aK_s=1000$ (solid), 10^{-6} (dot)

대로 h/a 의 값이 1 이상이 될 때는 동위상과 이위상의 곡선이 일정한 값으로 수렴이 되는데 그 수렴치는 평판이 무한의 유체와 접촉시 나타나는 고유진동계수와 일치하고 있다. 결론적으로 유체층의 높이가 평판의 폭에 비해 상당히 작을 때 ($h/a < 10^{-4}$)나 반대로 클 때 ($h/a > 1$)나 이웃평판의 영향은 무시할 수가 있음을 보여 주고 있다. 또한 유체의 추가 질량 효과가 유체층 높이에 항상 비례하는 것이 아니라 어느 정도의 높이 이상은 같은 효과가 기대된다고 할 수가 있다. 하지만 유체의 정압은 높이에 따라 증감함으로 어느 정도의 높이 이상은 구조적 안정에서 동적인 면보다는 정적 불안정 인자가 더 중요한 문제로 대두될 수도 있다. Fig. 13은 평판의 세장비가 20인 경우 Ω 가 h/a 의 상관관계를 보여주고 있다. 그 결과는 Fig. 12와 같은 분포를 보여주고 있지만 전체

적으로 값들이 정사각평판에 비해 낮게 나타나고 있다. Fig. 14는 첫번째 고유진동계수와 평판의 세장비의 관계를 유체가 없을 시, 무한의 유체, 유한의 유체 ($h/a=0.1$)에 대해 비교하여 보여 주고 있다.

4. 요약 및 결론

본 연구는 평판형 열교환기에 사용되는 얇은 직각 단면 튜브의 진동특성을 이론적 모델링을 통하여 해석하였다. 기하학적 형태는 응축기에서 응용된 장치이지만 자동차용 방열기(radiator)나 기타 다른 종류의 열교환기에서도 응용사례를 찾을 수가 있다. 그러므로 본 연구의 결과는 평판의 운동과 그 주변물질과 상관관계를 해석하는 기본 자료로 활용될 수가 있으리라 본다.

평판의 동적응답은 평판의 경계조건에 따라 크게 달라짐을 알 수가 있다. 고정단과 단순지지단 양쪽의 특성을 보여주는 탄성억제단은 실질적인 튜브의 양쪽 높이의 경계조건으로 사용할 수 있으리라 본다. 평판의 고유진동계수는 평판의 세장비가 클수록 작게 나타났고 진동형 밀도는 크게 나타났다. 탄성 기초대의 탄성상수에 비례하여 고유진동계수는 크게 주어지고 유체의 추가질량 효과는 평판의 고유진동계수의 값을 거의 유체가 없는 경우의 40%로 낮게 하였다. 두 평판으로 된 2자유도계 튜브의 고유진동계수는 평판의 간격이 낮을수록 비례하여 작게 나타났다.

후 기

본 연구는 93~94년 한국과학재단 핵심전문과제 지원에 의해 수행한 결과의 일부이며 이에 감사를 표하는 바입니다.

참고 문헌

- (1) Ohara, T., and Takahashi, T., 1988, "High Performance Evaporator Development," SAE Trans. Vol. 97. 880047.
- (2) Goodremote, C.E. Guntly, L.A., and Costello, N. F., 1988, "Compact Air Cooled Air Conditioning Condenser," SAE Trans. Vol. 97. 880445.
- (3) Dage, G., 1988, "Louvered Fin Heat Sinks for Automotive Electronic Applications," SAE Trans. Vol. 97. 880449.

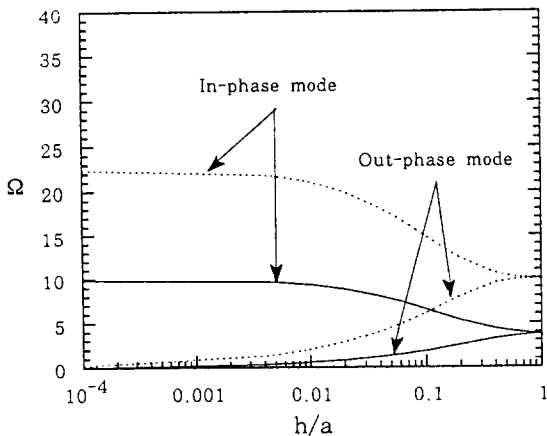


Fig. 13 In-fluid natural frequency coefficient vs. h/a ; $K_e=0$, $b/a=20$; $D/aK_s=1000$ (solid), 10^{-6} (dot)

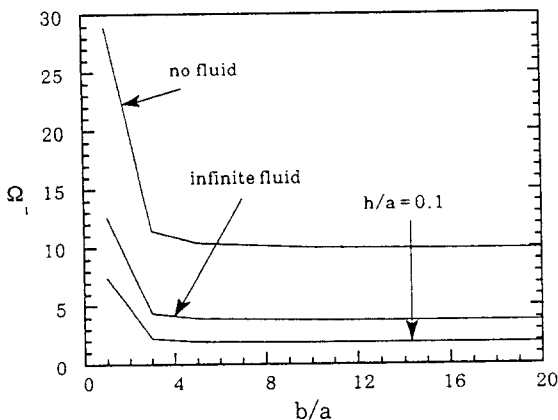


Fig. 14 Fundamental natural frequency coefficient vs. b/a ; $D/aK_s=1000$, $K_e=0$

부 록

- (4) Marcus, M.S., 1978, "A finite-element method applied to the vibration of submerged plates," J. of Ship Research, Vol. 22, No. 2, pp. 94~99, June.
- (5) Lindholm, B., Kane, D.D., Chu, W. H., and Abramson, H.N., 1965, "Elastic vibration characteristics of cantilever plates in water," J. of Ship Research, Vol. 9, No. 1, pp. 11~22.
- (6) Meyerhoff, W.K., 1970, "Added masses of thin rectangular plates calculated from potential theory," J. of Ship Research, Vol. 14, No. 2, pp. 100~111.
- (7) Webb, R.L., and Yu, W.F., 1987, "Stress Distribution and Stress Reduction in Copper/Brass Radiators," SAE Technical Paper, #870183, Feb.
- (8) Fahy, F., 1985, Sound and Structural Vibrations, Academic Press, London.
- (9) Szilard, R., 1974, Theory and Analysis of Plates-Classical and Numerical Methods, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- (10) Laura, P.A.A., Luisoni, L.E., and Ficcadenti, G., 1978, "On the Effect of different edge flexibility coefficients on transverse vibrations of thin, rectangular plates," J. of Sound and Vibrations, Vol. 57, No. 3, pp. 333~340.
- (11) Mukhopadhyay, M., 1979, "Free vibration of rectangular plates with edges having different degrees of rotational restraint," J. of Sound and Vibrations, Vol. 67, No. 4, pp. 459~468.
- (12) Lomas, N.S., and Hayek, S.I., 1977, "Vibration and acoustic radiation of elastically supported rectangular plates," J. of Sound and Vibrations, Vol. 52, No. 1, pp. 1~25.
- (13) Davies, H.G., 1971, "Low Frequency Random Excitation of Water-Loaded Rectangular Plates," J. of Sound and Vibrations, Vol. 15, No. 1, pp. 107~126.
- (14) Pope, L.D., and Leibowitz, R.C., 1974, "Intermodal Coupling Coefficients for a Fluid-Loaded Rectangular Plate," J. Acoust. Soc. AM., Vol. 56, No. 2, pp. 408~415.
- (15) Morse and Feshbach, 1953, Methods of Theoretical Physics, McGraw-Hill Book Company, New York.
- (16) Junger and Feit, 1986, Sound, Structures, and Their Interaction, The MIT Press, Cambridge.

A. C-ER-C-ER 사각평판의 동적 응답

비틀림 억제력이 주어진 C-S S-C-S S 사각평판의 경계조건 식들이 아래와 같이 주어졌다.

$$\sum a_m X_m = -K_s \sum X_m \sum (E_{mn} + S_{mn}) \frac{\partial Y_n}{\partial y} \text{ at } y=0 \quad (8)$$

$$\sum b_m X_m = K_s \sum X_m \sum (E_{mn} + S_{mn}) \frac{\partial Y_n}{\partial y} \text{ at } y=a \quad (9)$$

여기서 $Y_n = \sin(k_n y)$, $k_n = n\pi/a$. 위의 두식을 풀이하여 합산하면,

$$a_m - (-1)^n b_m = -2K_s \sum_{n=1}^{\infty} k_n (E_{mn} + S_{mn}) \quad (A1)$$

위의 결과를 식 (7)에 대입하면 식 (4)를 다시 정리하면,

$$E_{mn} \Psi_{mn} = -\frac{4K_s}{aD} \sum \sum \frac{k_r k_q}{\epsilon_n^4 - k_r^4} (E_{mr} + S_{mr}) \Psi_{mr} \quad (A2)$$

$$E_{mn} = \frac{-R_{qr}}{1 + R_{qr}} S_{mn} \quad (A3)$$

$$\text{여기서, } R_{qr} = \frac{4K_s}{aD} \sum \sum \frac{k_r k_q}{\epsilon_n^4 - k_r^4}$$

그러므로 식 (A2)에서 E_{mn} 의 평가는 외력이 가해진 C-S S-C-S S 평판의 진폭 S_{mn} 의 결과에 비례하여 본문의 식 (10)으로 표현되고 최종적인 C-ER-C-ER 사각평판의 동적응답은 본문의 식 (3)과 식 (10)을 합산한 식 (12)로 나타난다.

$$W^{ER} = \sum_m \sum_n S_{mn} \Psi_{mn}(x, y) \sum_q \sum_r \left(\frac{1}{1 + R_{qr}} \right) \quad (12)$$

B. 유체의 반력

유체와 접촉하는 고체가 진동시 고체와 유체간의 상호작용으로 서로간의 운동에 영향력이 부가된다. Fig.B-1은 두 평판과 사이의 유체를 나타내는 모델로서 두 평판간의 간격이 좁을 경우 평판의 운동이 이웃 평판에 미치는 영향력도 고려해야만 한다.

유속이 음파의 속도와 비교해 상당히 작을 경우는 평판의 운동에 의해 발생하는 유체의 영향력은 제차 파동방정식을 사용해도 비제차 파동방정식으로 풀이한 결과에 차이가 없는 것으로 알려져⁽⁸⁾ 수학적으로도 풀이가 용이한 제차 파동방정식을 정리하면,

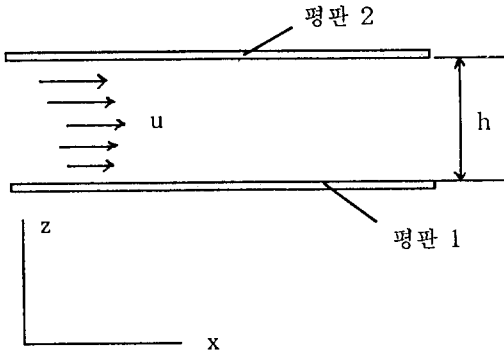


Fig. B-1 Model of two plates separated by fluid

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \tag{B1}$$

여기서 p 는 음향입력(acoustic pressure), k 는 음향 파동수를 나타낸다. 유체와 평판간의 경계표면에서 압력과 평판변위와의 관계는,

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \right) w_1, \quad \text{at } z=0 \tag{B2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \right) w_2, \quad \text{at } z=h \tag{B3}$$

여기서 w_1, w_2 는 각각 평판 1과 2의 변위를 나타내고, u 는 평균 유속을 ρ 는 유체의 밀도를, h 는 두 평판간의 간격을 나타낸다. 식 (B1)을 평가 하기 위해 Fourier 변화⁽¹⁵⁾을 이용하여 평판 1에 미치는 유체의 반력을 정리하면,

$$p = \frac{-\rho}{4\pi^2} \iint \left[(e^{ih\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}} + e^{-ih\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}}) (\omega^2 - 2k_x u \omega + k_x^2 u^2) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \right] / [i\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2} (e^{ih\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}} - e^{-ih\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}})] + \frac{2\rho}{4\pi^2} \iint [(\overline{w_2}(\omega^2 - 2k_x u \omega + k_x^2 u^2) e^{i(k_x x + k_y y)} dx_x dk_y) / [i\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2} (e^{ih\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}} - e^{-ih\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}})]] \tag{B4}$$

여기서 k_x, k_y 는 변환 매개변수,

$$\overline{w_1} = \int_0^a \int_0^b w_1 e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy,$$

$$\overline{w_2} = \int_0^a \int_0^b w_2 e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy.$$

Fourier 변환법으로 구해진 식 (B4)를 식 (1)의 F_a 로 대치하여 평판 1에 대해 정규 진동형급수(normal mode expansion)로 나타내면,

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} N_{mn} B_{mn} W_{mn} = \iint f(x, y) \Psi_{mn}(x, y) dx dy - \iint p \Psi_{mn}(x, y) dx dy \tag{B5}$$

여기서 $f(x, y)$ 는 외부의 가진력(시간항은 소거), $B_{mn} = M_p(\omega_{mn}^2 - \omega^2)$,

$N_{mn} = \int_0^a \int_0^b \{\Psi_{mn}(x, y)\}^2 dx dy$ 정규인자(normalization factor). 식 (B5)의 정확한 해는 아직까지 수학적으로 구할 수 없는 것으로 알려져 있어 근사적인 방법으로 식 (B5)를 정리하면,

$$(\omega_{mn}^2 - \omega^2) W_{1mn} - \frac{\rho}{M_{mn} N_{mn}} \sum_q \sum_r \frac{W_{1mnr}}{\tanh(k_{mn} h)} J_{mnqr} (\omega^2 - 2k_q u \omega + k_q^2 u^2) + \frac{2\rho}{M_{mn} N_{mn}} \sum_q \sum_r \frac{W_{2mnr}}{\sinh(k_{mn} h)} J_{mnqr} (\omega^2 - 2k_q u \omega + k_q^2 u^2) - P_{1mn} = 0 \tag{B6}$$

여기서 P_{1mn} 은 정규화된 외부의 가진력, J_{mnqr} 는 진동형 연성에 의해 나타나는 유체의 반력을 표시하는 연성계수로서(intermodal coupling coefficients),

$$J_{mnqr} = \frac{1}{4\pi^2} \iint \frac{\overline{\Psi}_{qr} \overline{\Psi}_{mn}^*}{i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} dk_x dk_y \tag{B7}$$

여기서 $\overline{\Psi}_{qr}$ 과 $\overline{\Psi}_{mn}^*$ 는 Ψ_{mn} 의 Fourier 변환과 공액 관계식을 각각 나타낸다. (B7)에 대한 정확한 풀이는 아직까지 숙제로 남아 있고, 근사적인 해로서 널리 사용되는 결과는 두가지 성분으로 해석되어⁽¹⁶⁾,

$$J_{mnqr} = J_x + iJ_r \tag{B8}$$

여기서 J_x 는 유체의 관성력을, J_r 는 감쇠효과를 나타낸다. 유체의 관성력은 진동수가 작은 영역에서 추가질량의 효과를 나타내고 반면에 감쇠의 특성은 높은 진동수에서 효과가 크게 나타난다. 유체의 추가질량을 나타내는 관성력 항은 Davies⁽¹²⁾, Pope⁽¹³⁾에 의해 평판의 모달 파동수에 반비례하여 아래와 같이 표현되었다.

$$J_x \approx \frac{ab}{4\sqrt{k_m^2 + k_n^2 - k^2}} \tag{B9}$$

유체의 추가질량 효과가 평판의 파동수가 음향 파동수보다 클 때와 평판의 진동형과 근접 유체의 진동형이 일치할 때 가장 큰 것으로 그 경우에 식 (B9)는

$$J_x = \frac{ab}{4k_{mn}} \tag{B10}$$

실질적으로 위의 근사치는 단순 지지단을 경계로 하는 평판의 경우에서 유도된 결과이지만 파동수에 반 비례해서 나타나는 추가질량 효과를 감안하여 다른 경계조건의 경우에 구해진 파동수를 적용해도 근사

적 해에는 큰 차이가 없는 것으로 지금까지 알려져 있다.

식 (B10)을 식 (B6)에 적용하여 평판 1과 평판 2

에 대해 각각의 연립방정식으로 정리하여 최종적으로 전개하면 본문의 식 (14)의 행렬 식으로 표시된다.