한국소음진동공학회지 제 5 권 제 2 호, pp. 225~234, 1995.

〈論 文〉

건물 구조물을 위한 능동 제어 효과를 가지는 수동 점성감쇠기의 최적 설계

Optimal Design of Passive Viscoelastic Dampers Having Active Control Effect for Building Structures

황 재 승* · 민 경 원** · 홍 성 목***
Hwang, Jae-Seung, Min, Kyung-Won and Hong, Sung-Mok

〈1995년 3월 20일 접수 ; 1995년 5월 29일 심사완료〉

ABSTRACT

In this study, first, transformation process of damping ratios, whose values are evaluated in active control analysis, into damping matrix resulting from installed viscous dampers is illustrated. Then, a method is followed to maximize the effect of response reduction, which leads to optimum locations and size of viscous dampers using sensitivity analysis. Highly coupled nonlinearity between damping ratios and dampers makes it hard to find the optmal size of dampers. Therefore, the nonlinearity is transformed to linear problem with small increments of damping ratios and the size of dampers can be found. However, there are many cases for the size of dampers satisfying the small increment of damping ratios, so it is necessary to select minimum size using optimization technique. To determine optimum locations of dampers, dampers are assumed to be installed between the different stories and their locations are selected corresponding to the degree of damping size. Numerical examples for the frame structure and the shear wall structure show that optimum locations and size of dampers are different form each other depending on the characteristics of modal responses of the structures. The proposed method in this study can be applied to get optimum locations of active controller in the active control.

1. 서 론

앞으로는 지진이나 바람으로 야기된 고층건물 또는 인텔리젼트 건물의 진동을 완화시키는 구조물 제어 기술(structural control technology)이 필수적으로 대두될 것이다. 이러한 건물은 단순한 건물로 존재할 뿐만 아니라 건물의 주요한 기능을 수행하기 위한 시스템으로 작용한다. 제어 기술은 바람, 또는 약진과 같은 외력에 대해서는 건물의 사용성을 향상시키며 강진과 같은 매우 큰 외력에 대해서는 안전성을 증가시킴으로써 시스템의 기능을 원활하게 수행하게 하는 데 그 의의가 있다. 제어 기술은 궁극적으로는 건물의 감쇠력을 증가시킴으로써 응답을 감소시키는데 감쇠력이 증가 방식에 따라 능동제어 시스템(active control system), 준 능동제어 시스템(semi-active control system), 수동제어 시스템(passive control system)으로 분류할 수 있다.

*서울대학교 대학원 건축학과
**정회원, 인천대학교 공과대학 건축공학과
***정회원, 서울대학교 공과대학 건축학과

능동제어가 구조물의 응답 제어에 사용된 것은 80년대 초반으로 6, 70년대에 발달된 전기제어 분야의 이론을 적용하면서 본격화 되었다고 할 수 있으나 능동제어의 개념을 이용하여 건물의 응답을 줄이고자 하는 노력은 훨씬 이전부터 시도되었다고 볼 수 있다. 이 능동제어는 외적인 힘(제어력-control force)을 구조물에 가하여 응답을 줄이는 방법으로 제어력을 산정하는 방법에 따라 다양한 알고리즘이 사용되며 현재 더욱 효과적인 제어력 산정을 위하여 많은 연구가 진행중이다. 그러나 구조물의 규모가 커질수록 제어력 또한 커지게 되는 데 현재의 기술로 이와 같은 커다란 제어력을 구현할 수 있는가 하는 문제가 발생한다.

준 능동제어는 구조물의 응답에 영향을 미치는 구조요소의 일부를 매 순간마다 변화시킴으로써 응답을 제어하는 방식으로 매 순간마다 시스템의 특성이 변화된다. 이러한 준능동제어에 쓰이는 구조요소는 구조요소의 양끝 점의 상대변위, 상대 속도에 따라 부재의 파괴가 일어나기 전까지는 구조물에 힘을 가하기 때문에 외적인 힘을 발생시켜야 하는 능동제어에 비해 경제적이다. 이러한 경제적인 면 외에는 능동제어에서 발생하는 형상기억 합금(예 : modal spillover)를 고려하지 않아도 되는 장점이 있다. 최근에는 신소재의 하나인 형상기억 합금(shape memory alloy)을 구조요소로 이용하여 이를 건물의 응답조절에 사용하고자 하는 등 많은 연구가 진행중이다[1].

수동제어는 구조물의 에너지를 분산시킴으로써 변위를 줄이는 방법으로 건물의 최상층에 동조질량 감쇠기(TMD-Tuned Mass Damper)를 이용한 제어 방법과 각 층 또는 접합부에 설치된 마찰댐퍼(friction damper), 점성 댐퍼(viscoelastic damper)[2,3]를 이용한 제어방법을 예로 들수 있다. 이와 같이 여러 제어방식은 그 방법의 차이는 다소 있지만 궁극적으로 응답 감소 원인이 감쇠비의 증가에 기인함을 볼 수 있다. 능동제어에서는 각각의 모드 감쇠비가 월등히 증가하는 것을 볼 수 있으며 준 능동제어에서는 저차 모드의 에너지를 고차모드에 전달하므로써 에너지를 감소시켜 건물의 응답을 제어한다. 이와 같은 효과적인 에너지의 분산을 통한 응답의 감소가 건물 응답 제어의 일반적인 특성이라고 할 수 있으므로 감쇠비의 증가를 위하여 고감쇠 물질로 된 댐퍼(고감쇠 댐퍼)를 건물의 층간에 설치함으로써 능동제어의 감쇠와 동등한 효과를 얻을 수 있다. 이러한 경우 제어기의 사용이나 응답을 순간적으로 알아내야 하는 센서의 관련된 여러가지 문제를 고려할 필요가 없어지는 장점이 있다.

능동제어는 얼마만큼의 감쇠효과가 있는지에 대한 정보를 제공할 뿐 이 고감쇠 댐퍼를 건물의 어느 위치에 어느 정도의 양을 첨가해야 할 것인가에 대한 정보를 제공하지 않는다. 왜냐하면 능동제어에 의한 건물응답의 감소 원인은 변화된 건물의 강성행렬과 감쇠행렬에 따른 것인데 이러한 행렬의 형태가 비대칭(non-symmetrical matrix)이어서 구조요소인 기둥, 보, 점성댐퍼 등을 첨가해서 모델링 될 수 있는 대칭 형태의 강성행렬과 감쇠해렬과는 근본적으로 다르기 때문이다. 즉 능동제어에 따른 제어기에 의해 변화된 감쇠행렬과 강성행렬에서 구조요소와 관련된 물리적인 의미를 찾는다는 것은 불가능한 것이다.

그러므로 점성댐퍼를 구조요소로 사용하여 얻어지는 대칭인 감쇠행렬을 이용하여 이 행렬의 효과가 능동제어에 따른 응답감소 효과와 동등하게 할 수 있다면 능동제어의 제약인 제어기나 센서를 쓰지 않고도 간단한 댐퍼를 설치하는 수동제어로써 능동제어의 역할을 대치할 수 있는 장점이 있게 된다. 본 연구에서는 능동제어의 응답 감소와 동일한 효과를 가지도록 하기위한 층간 점성댐퍼의 최적 위치와 양을 구하는 방법을 유도하고자 한다. 능동제어의 응답감소 효과와 비교하기 위하여 능동제어에 의해 얻어진 복소 고유값과 점성댐퍼로 형성이 되는 대칭인 감쇠행렬의 상관관계를 구하고, 감도해석과 최적해석을 통하여 층간에 연결되는 점성댐퍼의 최적 위치와 크기를 구하는데 기본 개념이 있다.

이 연구는 물론 우수한 댐퍼를 이용한 설계가 가능한 경우에 타당성이 있다. 강성은 부재를 크게 하거나 끼어넣어 조절할 수 있으므로 한계가 거의 없지만, 댐퍼의 경우 우수한 성능을 가진 재료적인 문제가 있기 때문이다. 하지만 최근 들어 새로운 종류의 고감쇠 댐퍼(high damping damper) 등 우수한 성능의 댐퍼가 계속해서 개발되고 있고 장래에는 이보다 더욱 뛰어난 성능을 갖는 댐퍼의 발전이 예상된다.[4] 그러므로 본 연구에서는 능동제어와 동등한 효과를 가지도록 하기 위해서, 감도해석을 통하여 건물을 고감쇠 댐퍼로 효과적으로 제어하는 방법을 제시하고자 한다. 이것은 강진과 같은 매우 큰 외력에 적당할 뿐만 아니라 바람과 같은 외력에 대해서 안전성과 사용성을 향상시키는 댐퍼의 최적 위치와 크기를 구하는 방법이다.

건물의 감쇠비를 증가시키는 방법으로 점성댐퍼를 사용한다. 그러나 이들 점성댐퍼는 온도에 대한 민

감성, 비선형성 등으로 인하여 구조물의 해석방법에 어떻게 응용시키느냐 하는 것이 주된 대상이었기 때문에 실제로 건물에 어느정도의 양을 어떠한 위치에 배치해야 하는 가하는 문제는 비교적 등한시되었다고 볼 수 있다. 그러나 최근에 개발된 선형 점성댐퍼의 등장은 기존의 점성댐퍼가 가졌던 비선형성의 문제를 보완하게 되었으므로 실제 구조물의 해석뿐만 아니라 최적의 위치와 양을 구하고자 하는 것이 가능하게 되었다. 이러한 선형 점성댐퍼의 위치와 양을 결정하기 위하여 댐퍼를 능동제어에 사용되는 제어기로 가정하여 이 제어기의 최적위치를 구하는 방법을 이용하여 구하기도 하며 구조물의 안전성을 위하여 최상층의 변위와 층간의 상대변위를 작게 하는 것을 목적함수로 산정하여 이를 최소화하는 방식으로 댐퍼의 위치와 양을 구하기도 한다. 이와 같은 선형 점성댐퍼를 구조물에 첨가하게 되면 시스템의 특징이 달라지게 된다. 이 시스템의 특징은 구조물의 고유값으로 나타나는데 특히 이 고유값의 실수부가 클수록 응답효과가 커지게 된다. 이 고유값은 감쇠비와 진동수로 나타나는데 점성댐퍼와 같은 감쇠물질을 구조물에 첨가하게 되며 감쇠비가 커져 구조물의 응답이 줄어드는 것을 볼 수 있다. 그러므로 충분한 응답 감소효과가 있는 감쇠비를 미리 산정하여 이 감쇠비를 만족하도록 점성댐퍼의 최적위치와 양을 구할 수 있다.

점성댐퍼의 선형성은 여러가지 면에서 유리한 점을 가지고 있다. 해석방법이 아주 간단해지는 것은 물론 구조물의 설계시 선형설계를 할 수 있기 때문이다. 이러한 이론적인 선형 점성댐퍼와 아주 유사한 댐퍼가 실제로 개발이 되었는데 특징은 다음과 같다.

2. 선형 점성 댐퍼

과거에는 우수한 댐퍼가 없었으며 설령 우수한 댐퍼가 있었더라도 해석상의 문제로 실제 구조물에의 활용에 여러가지 어려움이 있었다.[2,3] 최근에는 실제 구조물에 이용 가능한 댐퍼들이 개발되고 있는데 본 논문에 사용될 선형 점성댐퍼의 특징은 다음과 같다[4,5].

(1) 댐퍼의 강성과 감쇠력 특성은 온도에 크게 영향을 받지 않는다.

(2) 댐퍼의 감쇠력 특성은 선형 점성 감쇠의 특성과 매우 유사하고 거의 속도에 비례한다. 이것은 기존의 댐퍼가 비선형으로 이하여 구조물의 해석상 나타나는 많은 문제점을 해결하여 건물의 설계과정에 적용될 수 있는 선형 설계로서의 유리한 특성을 가짐을 의미한다.

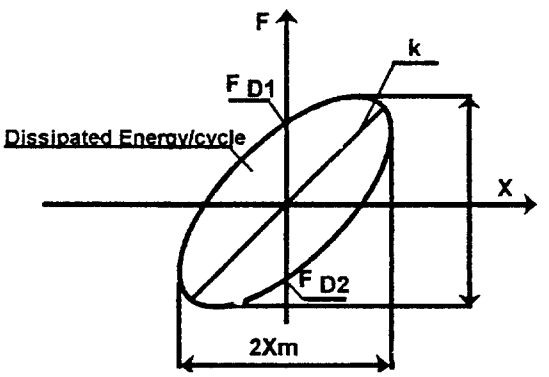

Fig. 1 복원력 루프에서의 강성 감쇠 계수의 정의

(3) 이러한 댐퍼는 지금까지 제안된 다른 형태의 고감쇠 또는 점성 댐퍼와 비교하여 매우낮은 강성과 고감쇠 능력 그리고 강한 부착 특성을 가진다고 간주한다.

(4) 이러한 댐퍼는 선형 점성 감쇠로서 진동에 대한 에너지를 분산시키고 과도한 변형에서도 계속하여 hystereticdamper로 에너지를 충분히 흡수한다.

댐퍼의 복원력 특성은 강성 K와 선형 감쇠 계수 C로 나타낼 수 있는데 Fig. 1의 전통적인 복원력 특성에서 이러한 강성, 감쇠 계수의 값은 다음 식 (1)과 (2)로 정의 된다.

$$K = F_m / X_m \tag{1}$$

$$C = (F_{D1} + F_{D2}) / 2V_0 \tag{2}$$

X_m : 최대 변위

F_m : 초대 힘

F_{D1}, F_{D2} : 최대속도 V_0에서의 복원력

식 (1), (2)에서 댐퍼는 강성 계수 K와 선형 감쇠 계수 C와 같은 강성, 감쇠력 특징을 갖는다. 하지만 댐퍼의 강성은 건물의 구조요소인 보나 기둥 등에 매우 작은 값을 가지므로 본 논문에서는 이러한 댐퍼의 강성계수는 무시하기로 하고 위 식 (2)에 있는 댐퍼의 감쇠계수만을 건물의 해석에 이용하기로 한다.

3. 건물의 운동 방정식

건물의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$Mx'' + Cx' + Kx = H'f \tag{3}$$

여기서 M, C, K는 각각의 구조요소로 이루어진 질량, 감쇠, 강성의 행렬이고 H'는 외력 f가 건물에 미치는 위치를 나타내는 행렬이며 x는 구조물의 변위 벡터이다. $(\cdot\cdot)$는 시간에 대한 2차미분, $(\cdot)$는 시간에 대한 1차 미분을 의미한다.

식 (3)의 운동방정식에서 감쇠비까지 고려하므로 이러한 감쇠 행렬의 변화가 고유값에 미치는 영향을 알기 위하여 이러한 운동방정식을 상태계(state space)의 운동 방정식인 상태 방정식에서 바꾸면 다음 식 (5)와 같다. 이러한 상태 방정식으로 만들기 위한 새로운 좌표의 조합은 식 (4)와 같이 정의하고, 식 (5)의 상태 방정식을 얻는다[6].

$$z=\begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix} \qquad z=\begin{bmatrix} x' \\ x'' \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$z'=Az+Hf \tag{5}$$

여기서 z는 상태변수이며 시스템 행렬 A와 H는 같이 표현된다.

$$A=\begin{bmatrix} O & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \qquad H=\begin{bmatrix} 0 \\ H' \end{bmatrix} \tag{6}$$

4. 능동제어에 의한 강성, 감쇠행렬의 대칭성 상실

제어력이 있는 시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$z'(t)=Az(t)+Bu+Hf,\quad z(0)=z_0 \tag{7}$$

여기에 u는 제어력을 B는 제어력이 건물에 작용하는 위치를 나타내는 위치행렬이다.

이때 제어력 u는 상태변수의 되먹임(state feedback)을 통하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u=-Gz \tag{8}$$

여기서 G는 이득행렬(gain matrix)이며 다양한 능동제어의 알고리듬을 통하여 구할 수 있다.

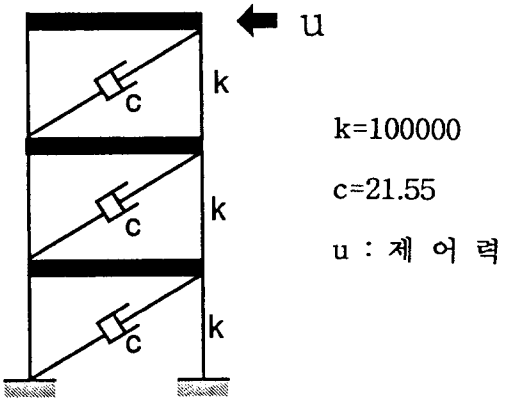

Fig. 2 제어력이 작용하는 3층 전단 건물

이 제어력을 식 (7)에 대입하면

$$z'(t)=(A-BG)\ z(t)+Hf,\quad z(0)=z_0 \tag{9}$$

이와 같은 시스템행렬 A는 제어력의 위치행렬 B와 이득행렬 G에 의하여 특징이 달라질 수 있다.

제어력으로 인하여 변화된 시스템 행렬은 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$A-BG=\begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}[G_k\ G_d] \tag{10}$$

이때 G_k, G_d는 각각 시스템의 강성행렬, 감쇠 행렬의 영향을 주는 이득행렬의 값으로 이득행렬을 분해하여 얻은 수 있다. 이렇게 하여 변화된 강성행렬, 감쇠행렬을 다음과 같이 나타낼수 있으며 그 형태는 알고리듬에 따라 제어기의 위치를 나타내는 행렬 B값에 따라 다양하게 나타내어 진다.

$$K'=K+G_k \qquad C'=C+C_d \tag{11}$$

실제로 이와 같은 변화를 알아보기 위하여 다음

Table 1 능동 제어에 의한 강성, 감쇠 행렬의 변화

	제 어 전			제 어 후		
강성행렬 K	200000	−100000	0.0000	200000	−100000	0.0000
	−100000	200000	−100000	−100000	200000	−100000
	0.0000	−100000	100000	347.56	−101239	100959
감쇠행렬 C	43.1	−21.55	0.0	43.1	−21.55	0.0
	−21.55	43.1	−21.55	−21.55	43.1	−21.55
	0.0	−21.55	21.55	43.66	−169.57	885.33
이득행렬 G	347.56	1239.52	959.56	43.66	148.02	868.78

Fig. 2와 같은 3층의 전단건물의 옥상에 제어력을 가했을때 변화된 강성 감쇠 행렬의 값이 Table 1에 나타나 있다.

제어장치가 3층에 제어력을 전달하는 위치행렬을 가지고 있기 때문에 강성행렬이나 감쇠행렬의 3행에 이득행렬의 값이 할당된다[7].

여기서 보는 바와 같이 능동제어를 사용하게 되면 강성과 감쇠행렬의 형태가 비대칭이 되어 물리적 의미가 없어지기 때문에 실제로 가새나 댐퍼를 연결하여 얻어지는 강성, 감쇠행렬은 구할 수 없게 된다.

5. 감도해석에 의한 고유값과 댐퍼의 상관식 유도

본 절에서는 능동제어와 동등한 응답 감쇠효과를 가지는 층간 연결 댐퍼의 최적 위치와 크기를 유도하는 과정을 나타내고 있다. 댐퍼를 설치하여 능동제어와 동등한 감쇠효과를 가지기 위해서는 시스템의 응답 특성이 같아야 하는데 이러한 응답 특성은 보통 시스템의 고유값으로 나타난다.[6] 이 고유값을 능동제어 해석을 통하여 구한 후 이와 같은 고유값을 같도록 댐퍼의 위치와 크기를 산출하는 방법을 사용하고 있는데 이 크기와 고유값의 관계는 비선형성으로 인하여 곧바로 구할 수 없으므로 미소 크기의 변화가 고유값의 변화에 미치는 영향을 알아야 하는데 이를 위하여 감도해석을 시용하게 된다.

댐퍼의 미소 크기가 고유값에 미치는 영향을 알아보기 위한 고유치 해석 문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &A\varphi_i=\lambda_i\varphi_i \\ &A^T\psi_i=\lambda_i\varphi_i \\ &\Psi^T\Phi=I \\ &\Psi^TA\Phi=diag(\lambda_1\cdots\lambda_n) \end{aligned} \tag{12}$$

위의 식 (12)를 이용하여 다음과 같이 고유치의 변화율을 알수 있다[8].

$$\frac{\partial\lambda_i}{\partial\rho_j}=\psi_i^T\frac{\partial A}{\partial\rho_j}\varphi_i \tag{13}$$

여기서 ψ는 행렬 A의 좌고유벡터(left eingenvector)이며 φ는 우고유벡터(right eingenvector)를 나타낸다. 그리고 $\partial A/\partial\rho_j$에서 ρ_j는 j번째 구조요소의 크기가 층간위치를 나타낸다. 식 (13)은 j에 있는 구조요소 ρ의 변화가 i번째 고유값, λ_i에 미치는 영향을 나타내는 것인데, 구조요소 ρ의 층간위치 j는 건물에서 모든 연결 가능한 경우(예 : 1층과 2층, 2층과 3층, 지층과 3층 등)로 하였다. 즉 구조물의 응답 감소 효과가 뛰어난 능동 제어 해석으로 얻은 고유진동수, λ_i에 따른 동등한 응답 감소 효과가 나도록 탬퍼 ρ_j의 최적 위치와 크기를 구하는 것이다.

상태방정식 식 $z'=Ax+Hf$ 에서의 고유 진동수는 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 각 모드의 진동수 ω_i와 감쇠비 ξ_i의 곱으로 나타내는 고유값의 실수부는 응답의 감쇠율을 나타낸다.

$$eig(A)=-\xi_i\omega_i\pm j\sqrt{1-\xi^2}\omega_i \tag{14}$$

위에 j는 복소상수이다.

이 고유값에서 볼 수 있듯이 동적 감쇠의 특지이을 나타내는 것은 실수부(real part)이므로 다음과 같이 고유값의 변화를 실수부와 허수부로 나누어서 각각의 변화율을 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\rho}=\psi^T\frac{\partial A}{\partial\rho}\varphi$$

$$\frac{\partial\lambda_R}{\partial\rho}=\psi_R{}^T\frac{\partial A}{\partial\rho}\varphi_R-\varphi_I{}^T\frac{\partial A}{\partial\rho}\varphi_I \tag{15}$$

$$\frac{\partial\lambda_I}{\partial\rho}=\psi_R{}^T\frac{\partial A}{\partial\rho}\varphi_I+\psi_I{}^T\frac{\partial A}{\partial\rho}\varphi_R \tag{16}$$

여기서 실수부는 감쇠비와 진동수의 곱으로 나타나는데 고차모드는 이 감쇠율이 매우 크므로 응답 감쇠의 효과가 크지만 저차모드는 진동수가 작기 때문에 감쇠비가 작게 된다. 진동수를 증가시키는 것은 강성부재를 이용하여 얻어질 수 있지만 이것은 경제적인 면이나 또는 응답의 특성상 가속도가 증가하기 때문에 바람직 하다고 볼 수 없다. 그러므로 댐퍼를 설치하여 설계하는 것이 여러가지 면에서 유리하다고 하겠다.

위에서 서술한 동적 감쇠의 특징이 있는 λ는 고유값의 실수부를 뜻하므로 이하의 표기에서는 위에서 나눈 실수부와 허수부중 허수부를 무시하고 실수부만을 이용하기로 한다.

구조요소에 대한 변화로부터 고유값의 실제 변화는 다음 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\lambda=\delta\lambda+\frac{1}{2!}\delta\lambda^2+\frac{1}{3!}\delta\lambda^3+\cdots \tag{17}$$

실제 고유값의 변화는 매우 작다고 볼 수 있으므로 식 (18)과 같이 간단히 1차 변분만으로도 나타낼 수 있다. 그러므로 이러한 1차 변분은 식 (19)와 같고 이를 행렬로 나타내면 식 (20)과 같다.

$$\Delta\lambda=\delta\lambda \tag{18}$$

$$\delta\lambda_i=\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial\lambda_i}{\partial\rho_j}\delta\rho_j \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix}\delta\lambda_1\\ \delta\lambda_2\\ \vdots\\ \delta\lambda_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\partial\lambda_1}{\partial\rho_1}\frac{\partial\lambda_1}{\partial\rho_2}\cdots\frac{\partial\lambda_1}{\partial\rho_m}\\ \frac{\partial\lambda_2}{\partial\rho_1}\frac{\partial\lambda_2}{\partial\rho_2}\cdots\frac{\partial\lambda_2}{\partial\rho_m}\\ \vdots\\ \frac{\partial\lambda_n}{\partial\rho_1}\frac{\partial\lambda_n}{\partial\rho_2}\cdots\frac{\partial\lambda_n}{\partial\rho_m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\rho_1\\ \delta\rho_2\\ \vdots\\ \delta\rho_m\end{bmatrix} \tag{20}$$

식 (20)에서 $\delta\lambda$는 모두 고유값의 변화를 나타내는 벡터이며 $\partial\lambda/\partial\rho_j$는 모두 고유값의 매개변수 ρ_j벡터에 대한 변화를 나타내는 행렬이다.

그러므로 위 식에 응답 감소 효과가 뛰어난 능동제어로 얻은 진동수 λ를 미리 설정하여 건물에 미치는 영향이 크게 나타나도록 댐퍼 ρ의 최적 위치와 크기를 구할 수 있다.

6. 댐퍼의 최적 위치와 크기 산정

건물의 응답감소에 미치는 영향이 크게 나타나도록 댐퍼 ρ의 최적 위치와 크기를 구하는 방법을 본 절에서 다루게 되는데 이것은 건물의 경제적이고 효율적이고 효율적인 설계를 위해 필요하다고 할 수 있다.

건물의 거동에 주된 역할을 하는 것은 저차모드이므로 식 (20)에서 몇개의 저차모드에 관련된 고유값의 변화만을 고려한다면 식의 수보다 미지수 ρ의 수가 많기 때문에 해가 무수히 많아지게 된다. 이렇게 많은 해 중에서 가장 합당한 해를 찾아낼 필요가 있기 때문에 최적화 기법을 이용한다. 이 최적화 문제에서는 우리가 설계하고자 하는 목적에 합당하도록 목적함수를 설정해야 하는데 본 논문에서는 변수인 미지수 ρ의 미소 증분인 $\delta\rho$의 각각을 제곱하여 목적함수로 설정하였다. 이렇게 목적함수가 비선형인 경우는 비선형 계획법을 이용하여 해결할 수 있으나[9] 본 논문에서는 다음과 같은 방법을 이용한다.

댐퍼의 미소 증분을 다음과 같이 나타내면

$$\alpha=\begin{bmatrix}\delta\rho_1\\ \delta\rho_2\\ \vdots\\ \delta\rho_m\end{bmatrix} \tag{21}$$

이고 목적함수는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$J=(\delta\rho_1)^2+(\delta\rho_2)^2+(\delta\rho_3)^2+\cdots+(\delta\rho_m)^2$$

$$=[\delta\rho_1\delta\rho_2\cdots\delta\rho_m]\begin{bmatrix}\delta\rho_1\\ \delta\rho_2\\ \vdots\\ \delta\rho_m\end{bmatrix}$$

$$=\alpha^T\alpha \tag{22}$$

위와 같은 목적함수를 최소화할 때 구속조건으로는 식 (20)을 사용해야 한다. 그러나 건물의 응답에 가장 큰 영향을 미치는 것은 1차 모드이기 때문에 이것만은 구속조건으로 쓴다면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta\lambda_1=g_{11}\rho_1+g_{12}\delta\rho_2+\cdots+g_{1n}\delta\rho_n \tag{23}$$

$$\delta\lambda_1=[g_{11}g_{12}\cdots g_{1n}]\begin{bmatrix}\delta\rho_1\\ \delta\rho_2\\ \vdots\\ \delta\rho_n\end{bmatrix} \tag{24}$$

여기서 g_{ij}는 j번째 댐퍼의 미소변화가 i번째 고유값의 변화에 미치는 율로 $\frac{\partial\lambda_i}{\partial\rho_j}$ 이다.

위 식 (24)를 행렬로 나타내면

$$c=b^T\alpha \tag{25}$$

이때 c는 고유값의 미소 증분을 나타낸다.

그러므로 최적해는 다음과 같이 구한다. 구속조건을 라그랑지 멀티플라이어 μ를 이용하여 나타내면 식 (26)과 같고, 이를 α, μ에 대하여 편미분한 값을 0이라 하며 식 (27)과 (28)이 된다.

$$J=\frac{1}{2}\alpha^T\alpha+\mu^T(c-b^T\alpha) \tag{26}$$

$$\frac{\partial J}{\partial\alpha}=\alpha-b\mu=0 \tag{27}$$

$$\frac{\partial J}{\partial\mu}=c-b^T\alpha=0 \tag{28}$$

$\alpha=b\mu$ 이므로 $\mu=(b^Tb)^{-1}c$ 따라서

$$\alpha=b(b^Tb)^{-1}c \tag{29}$$

식 (29)와 같이 미소 고유값의 증분 c가 주어지면 이때 필요로 하는 댐퍼의 크기 α을 매 반복마다 구하게 된다.

7. 해석 예와 결과 분석

위에 제시한 방법들 검증하는 예제로서 Fig. 3과 Fig.4의 20층 전단벽 건물과 골조 건물을 모델로하여 해석을 수행하였다. 이러한 전단벽 건물 및 골조 건물에 우선 능동제어 알고리듬을 이용하여 제어효

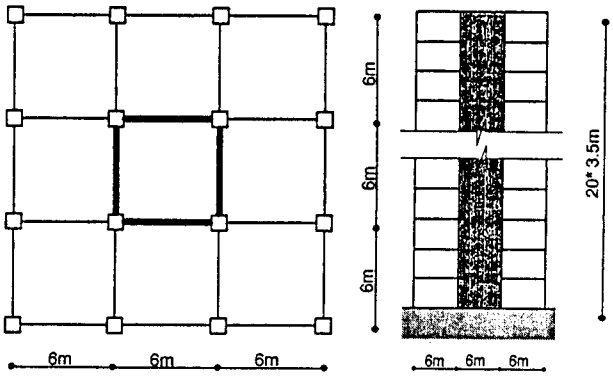

Fig. 3 전단벽 건물의 평면도 및 입면도

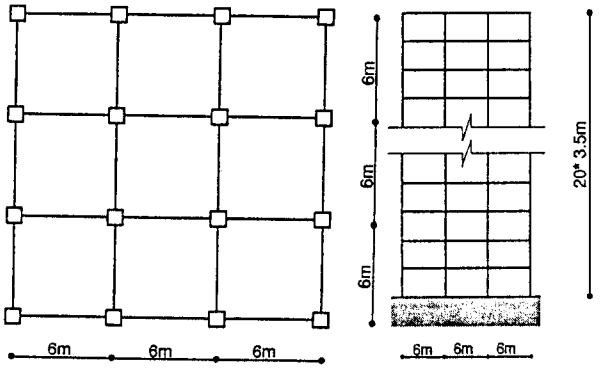

Fig. 4 골조 건물의 평면도 및 입면도

과인 1차 고유치의 실수부 값을 가지도록 댐퍼의 크기를 구하였다. 특히 계산의 편의성을 위하여 구조물의 감쇠행렬만을 변화시켰으며 강성행렬의 계산시 층의 자유도만 고려한 응축한 행렬을 사용하였다.[10,11]

이와 같은 해석모델의 1차 모드를 Fig. 5에 나타내었다. 전단벽 구조는 상대변위가 고층부에서 증가하는 것을 볼 수 있고, 골조 구조는 상대변위가 저층부에서 증가하는 것을 볼 수 있다.

일반적으로 댐퍼는 층간 연결하여 사용하므로 댐퍼의 연결 위치는 한 층간, 두 층간, 세 층간 연결했을 때의 감도해석과 최적해석을 하여 능동제어와 동일한 효과를 구현하는 댐퍼의 위치와 양을 구할 수 있다. 이렇게 구한 댐퍼의 층간 위치에 따른 크기를 전단벽 건물과 골조 건물에 대하여 Fig. 6, 7, 8에 나타냈다. 이러한 그림에서의 x축은 층간 연결 가능한 댐퍼의 가지수를 의미하는 데, 예를 들면 Fig. 6의 x축은 한 층간 연결 가능한 수가 20개라는 것을 의미하며 x축의 순서 1, 2, 3, … 은 1층을 기준으로 하여 차례로 고층으로 연결된 댐퍼의 경우인데 각각 1층-2층연결, 2층과 3층연결, 3층-4층연결

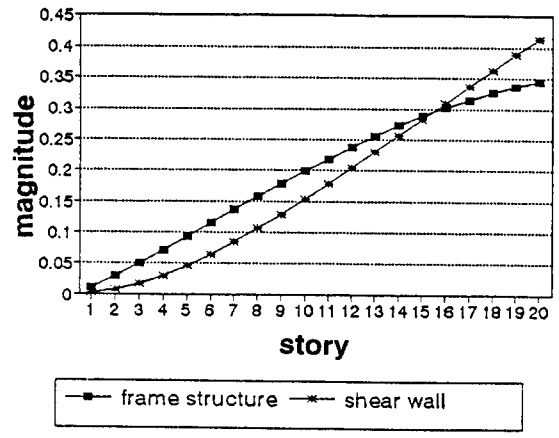

Fig. 5 전단벽 및 골조 건물에서의 1차 모드의 비교

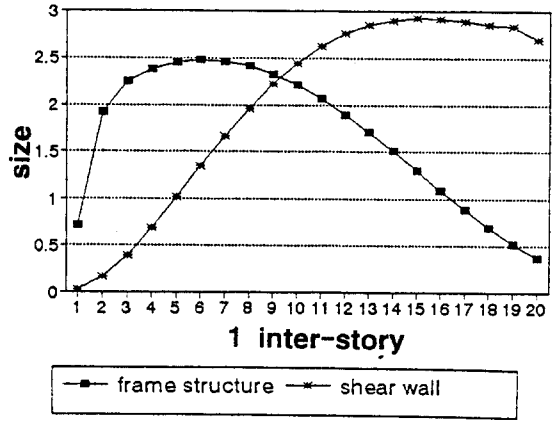

Fig. 6 댐퍼를 1층간 연결시 댐퍼의 크기

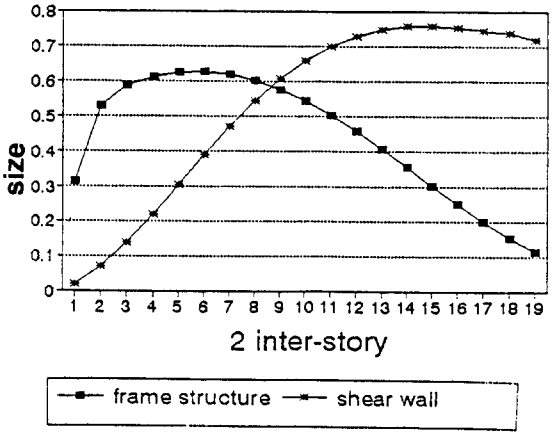

Fig. 7 댐퍼의 2층간 연결시 댐퍼의 크기

등을 의미한다. 같은 방법으로 Fig. 7, 8을 해석할 수 있다.

위와 같이 능동제어와 동일한 효과를 구현하는 소요 댐퍼 크기와 층간 위치를 구할 수 있었는데 참고

로 Fig. 6과 같은 전단벽 건물에서 1층간 연결된 댐퍼로 인한 감쇠행렬은 다음과 같은 물리적 의미를 가지는 대칭 형태의 행렬로써 능동제어 해석 결과인 비대칭 형태의 감쇠행렬과의 차이가 있다. (Table 1 참고) 건물의 감쇠비는 무시할 수 있을 정도로 작아서 순수 점성댐퍼만이 감쇠행렬을 구성한다고 가정하면 다음과 같은 물리적 의미를 갖는 감쇠 행렬을 구할 수 있다.

$$\text{전체감쇠행렬}=\begin{bmatrix} c_1+c_2 & & & & \\ -c_2 & c_2+c_3 & -c_3 & O & \\ & -c_3 & c_3+c_4 & -c_4 & \\ & & \vdots & & \\ & O & & c_{n-1}+c_n & -c_n \\ & & & -c_n & c_n \end{bmatrix}$$

$$\text{국부감쇠행렬}=\begin{bmatrix} c_i & -c_i \\ -c_i & c_i \end{bmatrix}$$

이상과 같은 해석 결과를 고찰하여 보면 각 위치에서 댐퍼의 물량과 모드 모양이 매우 밀접한 관계가 있음을 알수 있다. Fig.5~8에서 전단벽 건물의 경우 고층부분으로 갈수록 모드의 상대변위가 커지면서 이때 필요로 하는 댐퍼의 크기가 커지는 것을 볼 수 있으며 골조건물의 경우 전단거동을 하기때문에 저층부의 상대변위가 크므로 필요로 하는 크기 또한 저층부분이 커지는 것을 볼 수 있다. Table 2는 댐퍼의 층간 연결방식에 따라 소요되는 크기비를 1층간 연결 댐퍼의 크기를 기준으로 나타낸 것인데 2층간을 연결한 것은 그만큼 상대변위가 크기 때문에 필요로 하는 크기 또한 작게되는 것이다. 이것은 구조물의 거동방식에 따라 필요로 하는 댐퍼의 크기 또한 달라지는 것을 의미한다. 그러므로 1차모드의

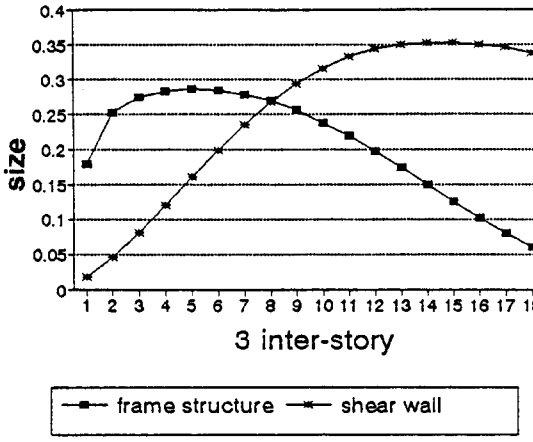

Fig. 8 댐퍼의 3층간 연결시 댐퍼의 크기

Table 2 전단벽 및 골조 구조에서의 층간 연결에 따른 댐퍼의 크기비

	층간 연결	전단벽 구조	골조 구조
댐퍼의 크기비	1층간	1.000	1.000
	2층간	0.251	0.249
	3층간	0.112	0.110
	댐퍼 한개만 설치	12.237	11.935

영향이 다른 모드에 비해 월등히 구조물에 미치는 영향이 큰 건물의 경우 댐퍼의 설치 위치는 1차모드의 상대변위가 매우 큰 순서대로 위치를 결정할 수 있음을 나타낸다. 이 최적위치에 댐퍼를 한개만 설치했을 경우 그 크기비를 나타내었는데 다른 값에 비하여 매우 큰 크기를 필요로 하는 것을 볼 수 있

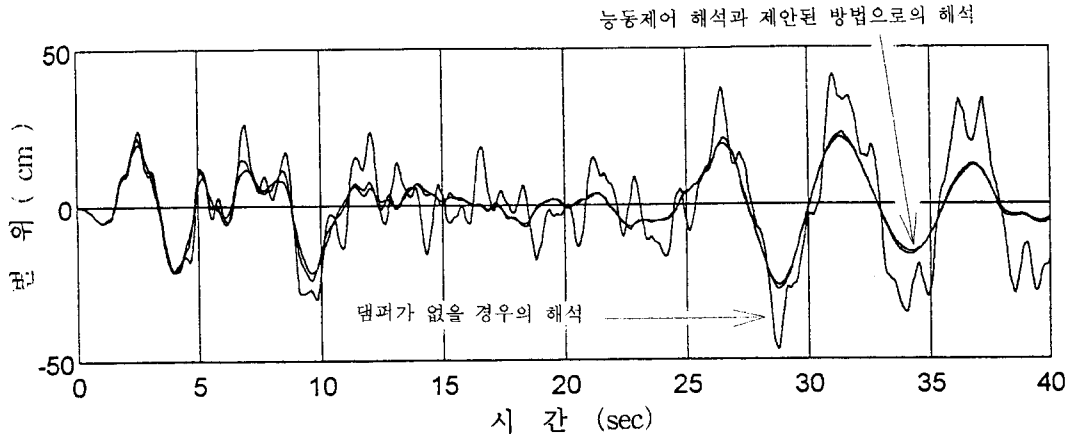

Fig. 9 골조건물의 최상층 변위 비교

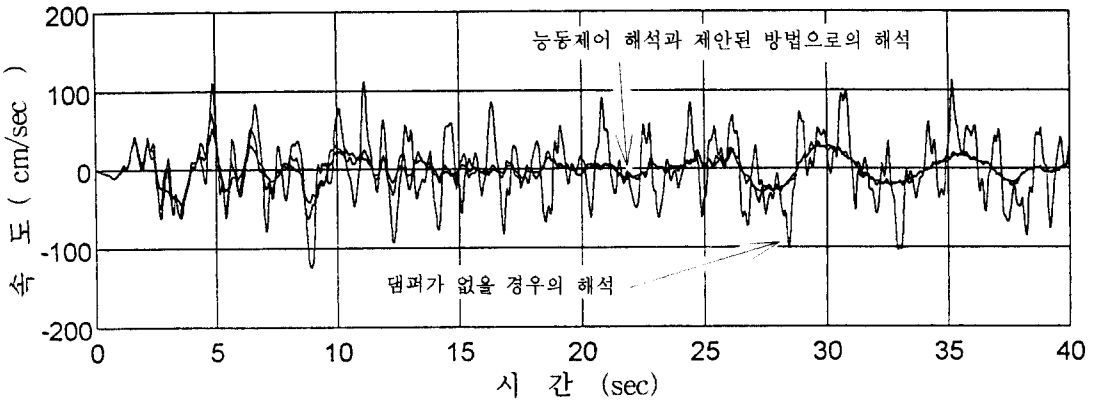

Fig. 10 골조건물의 최상층 속도 비교

다. 이와 같은 각 구조특성에 따른 댐퍼의 최적위치는 능동제어시 제어기의 위치를 결정하는 데도 사용될수 있다.

Fig. 9과 Fig, 10은 골조 건물 최성층의 변위와 속도를 능동제어 해석과 본 논문에서 제시한 방법으로 댐퍼의 위치와 크기를 구하여 댐퍼가 없을 때의 해석과 비교한 것이다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 능동제어의 감쇠효과와 댐퍼를 이용한 제어 효과가 매우 비슷한 것을 볼 수 있다. 이때 나타나는 약간의 차이는 최적 댐퍼의 위치와 크기의 산정시 1차모드만을 고려하였기 때문에 나타나는 현상이다.

8. 결 론

첫째, 건물의 동적 응답의 감소를 위하여 사용되는 댐퍼의 최적 위치와 그 크기를 감도해석과 최적화 기법을 통하여 구하는 방법을 제시하였다. 방법의 유도 과정에서 건물 응답에 비중있는 몇 개의 저차 모드의 감쇠비는 능동제어를 통하여 구한 값으로 설정하였기 때문에 응답감쇠 효과는 능동제어와 동등하였다. 단 최적화 과정에서 야기된 목적함수의 설정방법에 따라 고감쇠 물질인 댐퍼의 위치와 크기를 여러가지로 구할 수 있으므로 고감쇠 물질의 댐퍼의 위치와 크기에 영향을 주는 목적함수에 사용된 가중치 행렬의 결정에 대하여 더욱 많은 연구가 필요하다.

둘째, 댐퍼를 골조 건물과 전단벽 구조의 건물에 설치하여 시스템의 특성에 따른 댐퍼의 위치와 크기를 비교해 보았다. 여기서 댐퍼의 설치위치는 1차모드, 즉 건물의 상대적 횡변위의 크기에 따라 변하였으며 댐퍼의 크기는 연결 층간이 멀수록 가장 작았다. 그러므로 더욱 효과적으로 건물을 횡변위 제어하기 위해서는 댐퍼의 설치시 층간거리를 멀리하여 연결하는 것이 경제적임을 보여준다. 하지만 층간거리를 무조건 크게 증대시키는 것은 이론적으로는 경제적일 수 있으나 현실적으로 설치의 어려움과 재료에 대한 검증의 미비로 불가능하다. 그러므로 더욱 많은 구조 시스템의 해석모델들과 여러 층수의 건물에 대한 다양한 해석이 필요하고 이를 바탕으로 각 구조 시스템과, 이와 관련된 층수에 따른 층간거리의 설정에 대한 연구가 앞으로 요구된다.

참 고 문 헌

(1) Nemir, David C., Lin, Yingjie and Osegueda, Roberto A., 1994, "Semiactive Motion Control Using Variable Stiffness," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 120, No. 4.

(2) Zhang, Ri-Hui and Soong, T. T., 1992, "Seismic Design of Viscoelastic Dampers for Structural Applications," Jornal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 118, No. 5.

(3) Tsai, C. S. and Lee, H. H., 1993, "Applications of Viscoelastic Dampers to Hign-Rise Buildings," Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 4.

(4) Fujita, S., Fujita, T.and Furuya, O., 1992, "Development of High Damping Rubber Damper for Vibration Attenuation of High-Rise Building," Proceeding of the Tenth World Conference on Earthquake Engineering, pp. 2097~2101.

(5) Craig, Roy R., Jr, 1985, Structural Dynamics:

An Introduction to Computer Methods, pp. 97~103.
(6) Soong, T. T., 1990, Active Structural Control: Theory and Practice, Longman Scientific & Technical.
(7) 황재승, 1994, "동적 횡하중을 받고 고층건물의 횡변위 제어," 서울대학교 석사학위 논문.
(8) Leonard Meirovitch, 1990, Dynamics and Control of Structure, Wiley Interscience, pp. 84~85.
(9) Mordecai Avriel, 1991, Nonlinear Programming-Analysis and Methods Prentice-Hall.
(10) Bathe Klaus-Jurgen, 1982, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall.
(11) 최창근, 1992, 유한요소해석, 집문당.