

〈論 文〉

불규칙 이동분포하중을 받는 타이어의 구조 진동 소음 제어를 위한 음향방사 해석

Sound Radiation Analysis for Structural Vibration Noise Control of Tire under the Action of Random Moving Line Forces

김 병 삼* · 이 성 철**

Byoung-Sam Kim and Seong-Cheol Lee

(1994년 11월 3일 접수 ; 1995년 5월 31일 심사완료)

ABSTRACT

A theoretical model has been studied to describe the sound radiation analysis for structural vibration noise control of tire under the action of random moving line forces. When a tire is analyzed, it has been modeled as a curved beam with distributed springs and dash-pots which represent the radial, tangential stiffness and damping of tire, respectively. The reaction due to fluid loading on the vibratory response of the curved beam is taken into account. The curved beam is assumed to occupy the plane $y=0$ and to be axially infinite. The material of curved beam and elastic foundation are assumed to be lossless, and governed by the law of Bernoulli-Euler beam theory. The expression for sound power is integrated numerically and its results examined as a function of Mach number(M), wavenumber ratio(γ) and stiffness factor(Ψ). The experimental investigation for structural vibration noise of tire under the action of random moving line forces has been made. Based on the STSF(Spatial Transformation of Sound Field) techniques, the sound power and sound radiation are measured. The experimental results show that operating condition, material properties and design factors of the tire have a great effect on the sound power and sound radiation characteristics.

기 호 설 명

- $2b$: 등가 트레드밴드 폭
- C : 기초감쇠계수
- C_L : 타이어의 종방향 파동속도
- C_T : 단위길이당 반경방향의 감쇠계수
- c_0 : 음향 매질의 속도
- D : 타이어의 굽힘 강성
- \bar{E} : 복소탄성계수
- EI : 트레드 및 벨트의 굽힘강성
- F_0 : 입력하중의 진폭

- $f(x, t)$: 타이어에 가해지는 외력
- K_b : 굽힘파수 ($= (\rho_s A \omega^2 EI)^{1/4}$)
- K_0 : 음향파수 ($= \omega / c_0$)
- K_r : 단위길이당 반경방향의 기초강성
- K_s : 단위길이당 카카스 인장강성
- k : 기초강성계수
- K_t : 단위길이당 접선방향의 강성
- K' : 등가강성계수
- L : 불규칙 이동하중의 길이
- M : 마하수
- $P(x)$: 표면압력
- P_i : 타이어 공기압
- $p(x, y=0, t)$: 타이어 표면의 음압

*순천공업전문대학 환경공업과

**전북대학교 공과대학 기계공학과

- r : 타이어 반경
- S_o : 비회전시 공기압에 의한 벨트의 장력
- T : 공기압에 의한 벨트의 장력
- T_1 : 축 인장계수 ($= T/2\sqrt{k_s D}$)
- $u(x, t)$: 트레드 및 벨트의 반경방향 변위
- V : 분포하중의 이동속도
- $V_s^*(x)$: 공액표면속도
- $w(x, t)$: 트레드 및 벨트의 접선방향 변위
- Z_a : 음향 임피던스
- Z_m : 구조 임피던스
- α_o : 유체하중계수 ($= \rho_o C_L / \rho_s C_o \sqrt{12}$)
- β : 무차원 기초감쇠계수 ($= C/2\sqrt{\rho_s A k_s}$)
- γ : 파수비 ($= K_o / K_b$)
- $\delta(x)$: 디락 델타(Dirac delta) 함수
- ψ : 무차원 기초강성계수 ($= k_s / \rho_s A \omega^2$)
- ω : 하중의 가진주파수
- ρ_o : 음향매질의 질량밀도
- $\rho_s A$: 트레드 및 벨트의 단위길이당 질량
- Ω : 타이어의 회전각속도

1. 서 론

자동차 소음은 도시 환경소음의 중요한 요소로서 쾌적한 생활환경에 대한 사회적 요구와 인식이 정착되기 시작된 이후 본격적인 대책의 마련이 요구되고 있다. 또한 자동차 시장의 본 고장인 유럽에서의 자동차 소음에 대한 규제가 점점 강화되고 있다. 따라서 자동차 소음 발생의 원인별 규명과 대책 강구에 대하여 공학적인 접근이 시도되고, 자동차의 진동 및 소음현상을 대상으로 한 연구도 급격히 증가하고 있으며, 이러한 현상을 평가하기 위한 측정방법과 해석 기술이 개발되고 있다. 자동차에 장착된 타이어의 소음은 자동차가 고속으로 주행할 때의 주 소음원⁽¹⁾ 중 하나이며 이러한 타이어 소음원과 기여율에 대한 조사 결과⁽²⁾ 타이어의 구조 진동이 자동차 소음에 큰 영향을 미치고 있음을 알 수 있었다.

타이어 구조 진동 소음에 관한 기존의 연구를 살펴보면 W. F. Reiter, A. C. Eberhardt⁽³⁻⁶⁾는 회전하지 않는 정적인 상태에서 타이어 진동음향기구와 타이어 소음발생에 영향을 미치는 진동에 대하여 실험적인 방법으로 연구하였으며, 타이어 진동과 소음의 통계적인 관계 및 진동음원의 크기와 위치를 규명하였고 회전하는 타이어의 진동음향 해석에 디지털 신호처리 기법을 적용하였다. W. F. Reiter^(7,8)는 타이어

를 장력을 받는 원환보(curved beam)로 모델링하여 음향파위에 관한 이론식을 유도하고 트럭 타이어의 공진과 음장에 대하여 조사하였다. A. C. Eberhardt⁽⁹⁻¹¹⁾는 여러가지 노면조건에 대한 타이어의 진동과 음향응답을 조사하였고, 건조한 노면과 습한 노면에 대한 타이어의 진동과 음향을 측정, 비교하였으며, 타이어 소음 발생기구의 방사효율을 감소시키고 구조 진동레벨을 감소시키기 위하여 타이어의 구조적 파형과 파속에 대하여 조사하였다. K. J. Plotkin, M. L. Montroll, W. R. Fuller⁽¹²⁾는 음압을 트레드의 설계형태, 타이어의 동적응답, 주행속도 등으로부터 구해진 힘함수로 모델링하여 타이어의 음향기구를 트레드부의 원주방향 굽힘강성의 변화에 의한 힘함수의 진동기구로 보고하였다. K. J. Plotkin, E. Stusnick, N. A. Nilsson⁽¹³⁻¹⁷⁾은 타이어 카카스(carcaass)의 동적거동을 기초로 한 소음모델을 공식화하였다. R. R. Keltie⁽¹⁸⁾는 타이어를 무한히 길고 완전하지 않은 원형셀로 가정하여 타이어 진동과 음향방사에 관한 해석적인 모델을 제시하였다. M. Heckle⁽¹⁹⁾은 타이어를 링으로 가정하고 가진력이 작용할 때의 소음발생과 음향 주파수 대역에서 타이어의 진동형태에 대하여 연구하였다. D. P. Hong, B. S. Kim⁽²⁰⁾은 접지면에서 트레드 밴드의 가진을 조화 집중이동하중을 받는 타이어로 가정하고 가진력을 받는 타이어의 음향파위를 예측하고자 하였다.

한편, 본 논문에서는 타이어 구조 진동 소음을 제어하고 저소음 타이어를 설계하기 위해 타이어를 기초강성, 기초감쇠, 인장력 등이 고려된 원환보로 가정하고 원환보에 불규칙 이동 분포 하중이 작용할 때 원환보에서 방사하는 상대적인 음향파위를 파수 영역에서 해석하여 타이어 구조 진동에 기인한 음향 방사 특성을 조사하는데 목적이 있다.

2. 이론적인 배경

타이어는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 탄성기반에 인장(tension)을 받고 회전하는 얇은 탄성 링(thin elastic ring)이나 원환보(curved beam) 등으로 가정되는데, 본 논문에서는 노면으로부터 타이어에 가해진 모든 진동은 타이어 평면에서 발생하고 타이어의 평면진동(plane vibration)을 원환보의 진동으로 가정하고, 해밀톤(Hamilton)의 원리에 바탕을 두고 J. T. Tielking⁽²¹⁾이 유도한 운동방정식을 이용하였다. 타이어 운동방정식에 회전에 의한 인장력과 감쇠, 반경방향의 힘에 의해 복원된 원심력(σ)을 고려하면

식(1)과 같다.

$$\frac{EI}{r}(u^{(4)} + u'' + u) + \rho_s A r (u - \Omega^2 u) - \frac{T}{r^2} u'' + C_r \frac{\partial u}{\partial t} - (1 - \sigma) \rho_s A \Omega^2 u'' + k' u = 0. \quad (1)$$

여기서, $K' = K_r + \frac{K_s}{r^2} - 2pi \frac{b}{r}$ 이다.

트레드 밴드(treadband) 자체의 구조적 감쇠를 고려하여 복소강성의 항으로 표시하면 다음과 같다.

$$\bar{E} = (1 + \eta j) E.$$

원주좌표 θ 를 공간좌표 x 로 치환하고 $r\theta = x$, $r d\theta = dx$ 라 가정하여 운동방정식을 구하면 식(2)와 같다.

$$\bar{E} I \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho_s A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \left(T + (1 - \sigma) \rho_s A r^2 \Omega^2 - 2 \frac{\bar{E} I}{r^2} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_r \frac{\partial u}{\partial t} + \left(K' + \frac{\bar{E} I}{r^4} - \rho_s A \Omega^2 \right) u = 0. \quad (2)$$

타이어 모델은 부드러운 표면상에 균일한 카카스(carcass)의 정상상태 특성으로 고려되고, 노면위에서 주행하는 타이어는 접지영역에 비정상하중을 받아 진동하고 진동음을 방사한다. 비정상하중을 받는 타이어에 외력 $f(x, t)$ 과 음압 $p(x, y, t)$ 이 작용하면 운동방정식은 비제차(non-homogeneous) 방정식이 된다.

$$\bar{E} I \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho_s A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \left(T + (1 - \sigma) \rho_s A r^2 \Omega^2 - 2 \frac{\bar{E} I}{r^2} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_r \frac{\partial u}{\partial t} + \left(K' + \frac{\bar{E} I}{r^2} \right) u = f(x, t) - p(x, y, t) |_{y=0}. \quad (3)$$

일반적으로 자동차 주행속도는 0~150 km/h로 이때의 주파수는 5~20 Hz 정도인데 비해 가칭 주파수 대역에서 타이어에 커다란 영향을 미치는 주파수 범위는 100 Hz 이상이므로, $\partial/\partial t \gg \Omega$ 으로 가정하고 식(3)에서 Ω 항을 포함하는 구심력항과 코리올리스(coriolis)항을 무시하면 식(4)와 같다.

$$\bar{E} I \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho_s A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \left(T - 2 \frac{\bar{E} I}{r^2} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_r \frac{\partial u}{\partial t} + \left(K' + \frac{\bar{E} I}{r^4} \right) u = f(x, t) - p(x, y, t) |_{y=0}. \quad (4)$$

또한, 타이어가 노면에 접지되는 부분은 타이어 둘레의 1/10 이하로 이 접지부분에서 방사되는 음향 파워레벨(sound power level)이 상당히 크다. 그래서 이 접지부분에 대한 고찰이 중요하며 이 접지부의 작은 x 범위에서 타이어의 진동이 발생한다. 그러므로 $\partial/\partial x \gg 1/r$ 이 되어 벨트의 곡률을 무시할 수 있다.

$$\bar{E} I \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho_s A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C \frac{\partial u}{\partial t} + k u = f(x, t) - p(x, y, t) |_{y=0}. \quad (5)$$

타이어의 표면에 통계(statistic)적으로 분포된 하중(forces)에 의해 진동하는 타이어의 음향방사(sound radiation) 문제를 이론적으로 연구하였다. 통계적으로 분포된 하중은 타이어 표면좌표의 불규칙(random) 함수이다. 실제 노면으로부터 전달되는 입력함수를 정상적인 에르고딕(stationary ergodic)이라고 가정하면 관심있는 주파수 대역내에서는 결정적(deterministic) 함수로도 처리할 수 있다. 관심있는 주파수 대역내에서 입력함수의 특성은 불규칙 노면의 기복과 진동수에 의해 결정된 노면으로 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다. 여기에서 $f(x, t)$ 는 불규칙 이동분포하중(random moving line forces)이다.

$$f(x, t) = \frac{F(t)}{2L} [U(x - Vt - L) - U(x - Vt + L)]. \quad (6)$$

식(6)에서 U 는 단위계단함수(unit step function)이다. 그리고 $F(t)$ 는 시간의 정상 불규칙 과정(stationary random process)이다. 식(6)을 시간과 공간상에서 후리에 변환(fourier transformation)을 하고 x 방향의 임계파수(critical wavenumber)를 결정하기 위하여 갈릴리안 좌표변환(galilean coordinate transformation) $S = X - Vt$ 를 이용하면 파수영

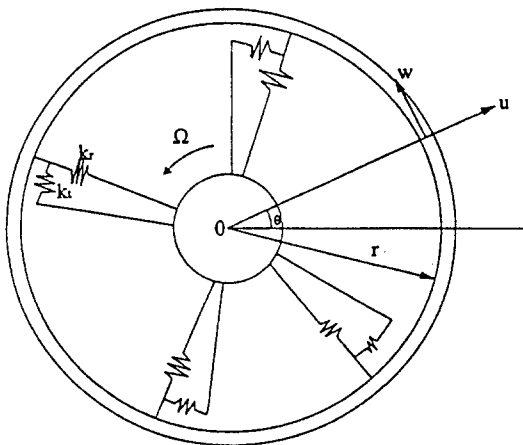


Fig. 1 Curved beam or ring model for a pneumatic tire

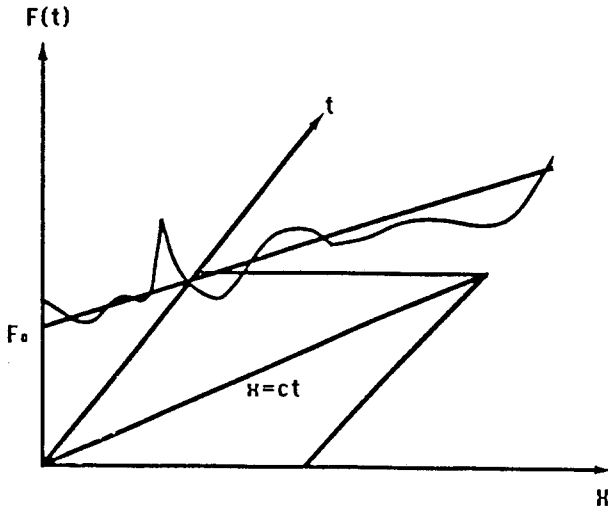


Fig. 2 The motion of a random force $F(t)$ along the tire

역에서의 힘 함수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{F}(\xi, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(t)}{2L} [U(x-Vt-L) \\ &\quad - U(x-Vt+L)] e^{-j\xi x} e^{-j\omega t} dx dt \\ &= \frac{\sin(\xi L)}{\xi L} \bar{F}(\bar{\omega}). \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, $\bar{\omega} = \omega + \xi v$ 이고, v 는 이동속도이다.

식 (7)에서 $\bar{F}(\bar{\omega})$ 는 주파수 영역에서의 하중으로 ξv 항이 추가된 후리에 변환형태로서 식 (8)과 같이 표시할 수 있다.

$$\bar{F}(\bar{\omega}) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-j(\omega + \xi v)t} dt. \quad (8)$$

타이어를 둘러싼 공간은 타이어 표면에 분포된 외부하중 $f(x, t)$ 의 가진에 의하여 진동하고 그 해는 법선변위가 타이어와 주위매질(surrounding medium) 사이의 경계에서 같고 무한거리에서는 방사조건(radiation condition)을 만족해야 한다. 공간상에서 음압(acoustic pressure)에 대한 파동방정식(wave equation)은 식 (9)와 같다.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) p(x, y, t) = 0. \quad (9)$$

표면과 주위매질 사이의 경계조건은 $y=0$ 에서 오일러(euler)방정식을 만족한다.

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=0}. \quad (10)$$

표면에서의 음압을 구하기 위하여 파동방정식을 시간과 공간에 대하여 후리에 변환하면 다음 식

(11)과 같다.

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega + \xi v}{c_0^2} \right)^2 - \xi^2 \right] P(\xi, y, \bar{\omega}) = 0. \quad (11)$$

식 (11)에서 y 좌표에 대한 해를 구하면 식 (12)와 같다.

$$P(\xi, y) = P_0(\xi) e^{j\sqrt{(K_0 + \xi M)^2 - \xi^2} y}. \quad (12)$$

식 (12)의 음압을 경계조건 식 (10)에 대입하고 후리에 변환하면 식 (13)과 같다.

$$-\rho_0(\omega + \xi v)^2 \bar{U} = -j\sqrt{(K_0 + \xi M)^2 - \xi^2} P_0(\xi). \quad (13)$$

파수영역에서의 표면음압은 식 (14)와 같다.

$$\bar{P}_0(\xi) = \frac{\rho_0(\omega + \xi v)^2 \bar{U}}{j\sqrt{(k_0 + \xi M)^2 - \xi^2}}. \quad (14)$$

타이어의 표면음압을 식 (12)에 대입하고 정리하면 식 (15)와 같다.

$$\bar{P}(\xi, y) \Big|_{y=0} = \frac{-j\rho_0(\omega + \xi v)^2}{\sqrt{(k_0 + \xi M)^2 - \xi^2}} \bar{U}(\xi). \quad (15)$$

식 (15)에서 오른쪽 첫번째항을 음향 임피던스(acoustic impedance)로 표시하면 식 (16)과 같다.

$$Z_a = \frac{-j\rho_0(\omega + \xi v)^2}{\sqrt{(K_0 + \xi M)^2 - \xi^2}}. \quad (16)$$

그러므로 식 (15)는 식 (17)과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{P}(\xi, \bar{\omega}) = Z_a \bar{U}(\xi, \bar{\omega}). \quad (17)$$

한편, 타이어 운동방정식 식 (5)를 시간과 공간에 대하여 후리에 변환하면 식 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\bar{E}I \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho_s A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C \frac{\partial u}{\partial t} \right. \\ \left. + ku \right] e^{-j\omega t} e^{-j\xi x} dx dt = F(\xi, \bar{\omega}) - P(\xi, \bar{\omega}) \Big|_{y=0}. \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)을 파수영역에서 변위 $\bar{U}(\xi, \bar{\omega})$ 항으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [\bar{E}I\xi^4 - \rho_s A(\omega + \xi V)^2 + T\xi^2 - jC(\omega + \xi V) \\ + K] \bar{U}(\xi, \bar{\omega}) = F(\xi, \bar{\omega}) - P(\xi, \bar{\omega}). \end{aligned} \quad (19)$$

식 (19)에서 왼쪽 첫번째항을 구조 임피던스(structure impedance) 또는 기계적인 임피던스(mechanical impedance)라고 한다.

$$Z_m = EI\xi^4 - \rho_s A(\omega + \xi V)^2 + T\xi^2 + K$$

$$+j[C(\omega + \xi V) + \eta EI\xi^4]. \quad (20)$$

운동방정식을 구조 임피던스(structure impedance)와 음향 임피던스(acoustic impedance)를 이용하여 표시하면 다음과 같다.

$$(Z_m + Z_a) \bar{U}(\xi, \bar{\omega}) = F(\xi, \bar{\omega}). \quad (21)$$

$$\bar{U}(\xi, \bar{\omega}) = \frac{F(\xi, \bar{\omega})}{(Z_m + Z_a)}. \quad (22)$$

또한, 타이어 표면에 대한 인텐시티(intensity)는 식 (23)과 같다.

$$I(x, t) = \text{Re}\{P(x, t) V^*(x, t)\}. \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{E}[I(x, t)] &= \text{Re}\left[\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} P(x, y) V(x, y) dt\right] \\ &= \text{Re}\left[\lim_{T \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} P_T(x, \omega) V_T^*(x, \omega) d\omega\right]. \end{aligned} \quad (24)$$

타이어 표면에서의 인텐시티를 타이어 전체에 대하여 적분하면 식 (25)과 같이 평균 음향파워(sound power)를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{E}[W] &= \text{Re}\left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} P_T(x, \omega) V_T^* \right. \\ &\quad \left. (x, \omega) d\omega dx\right]. \end{aligned} \quad (25)$$

식 (25)에서 Crandall⁽²²⁾의 T-truncated ensemble의 개념을 적용하여 주파수 영역에서의 타이어 표면에 대한 평균 표면음압과 공액 표면속도를 구하면 식 (26), (27)과 같다.

$$P_T(x, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z_a V_T(\xi, \omega) e^{j\xi x} d\xi. \quad (26)$$

$$V_T^*(x, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j(\omega + \xi' V) \bar{U}_T^*(\xi', \omega) e^{-j\xi' x} d\xi'. \quad (27)$$

표면음압과 공액표면속도를 식 (25)에 대입하면 식 (28)과 같이 진동변위에 대한 음향파워 방사의 시간 평균을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{E}[W] &= \text{Re}\left[\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} j \right. \\ &\quad \left. \cdot (\omega + \xi' V) Z_a U_T U_T^* d\xi' d\bar{\omega}\right]. \end{aligned} \quad (28)$$

식 (28)에서 음향파워는 실수영역(real region)에서 발생하므로 실수영역을 구하면 $-K_o/(1+M) < \xi < K_o/(1-M)$ 이다.

$$\bar{E}[W] = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{K_o}{(1+M)}}^{\frac{K_o}{(1-M)}} \frac{\rho_o (\omega + \xi V)^3}{\sqrt{(K_o + \xi M)^2 - \xi^2}}$$

$$\cdot \frac{F(\xi, \omega) F^*(\xi, \omega)}{|Z_m + Z_a|} d\xi d\omega. \quad (29)$$

여기서, 가진 파워스펙트럼 밀도(excitation power spectral density)를 식 (30)과 같이 정의하고

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \{F(\omega) F^*(\omega)\} \\ &= \lim_{T \rightarrow 0} \frac{|F(\omega)|^2}{T}. \end{aligned} \quad (30)$$

파워스펙트럼 밀도에 대한 음향파워 방사의 시간 평균을 정리하면 식 (31)과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{E}[W] &= \frac{\rho_o}{\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\frac{K_o}{(1+M)}}^{\frac{K_o}{(1-M)}} \frac{(\omega + \xi V)^3}{\sqrt{(K_o + \xi M)^2 - \xi^2}} \\ &\quad \frac{S(\omega)}{|Z_m + Z_a|^2} \left[\frac{\text{Sin}(\xi L)}{\xi L}\right]^2 d\xi d\omega. \end{aligned} \quad (31)$$

노면의 특성에 따라 타이어에 가진되는 불규칙 이동분포하중의 파워스펙트럼 밀도는 Fig. 3에서 보는 바와 같이 주파수 자승에 반비례한다고 가정하였다.

$$S(\omega) = \frac{S_o}{\omega^2}. \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \bar{E}[W] &= \frac{\rho_o S_o}{\pi (\rho_s A)^2} \int_0^{\infty} \int_{-\frac{K_o}{(1+M)}}^{\frac{K_o}{(1-M)}} \frac{1}{\omega^2} \\ &\quad \cdot \frac{(\rho_s A)^2 (\omega + \xi V)^3}{\sqrt{(K_o + \xi M)^2 - \xi^2}} \left[\frac{\text{Sin}(\xi L)}{\xi L}\right]^2 \\ &\quad \cdot \frac{1}{|Z_m + Z_a|^2} d\xi d\omega. \end{aligned} \quad (33)$$

파수영역에서 구조 임피던스를 무차원화하기 위하여 $\zeta = K_o \xi$, $\gamma = (\omega/\omega_c)$ 로 치환하면 식 (34)와 같다.

$$Z_m = \rho_s A \omega \left[\left\{ \omega^2 \gamma^6 \zeta^4 - (1 + M \zeta) \omega_c \gamma^2 + 2 \omega_n \gamma^2 N \right. \right.$$

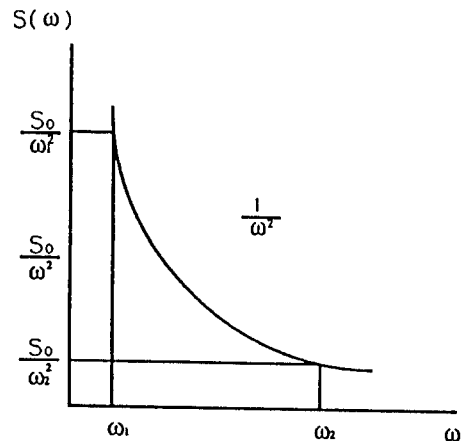


Fig. 3 Spectral density as a function of frequency

$$+ \frac{\omega_n}{\omega_c \gamma^2} \left. \right\} - j \{ 2\beta \omega_n - \eta \omega_c \gamma^6 \zeta^4 \} \left. \right\}. \quad (34)$$

한편, 식 (33)을 무차원화하면 식 (35)와 같다.

$$\Pi = \frac{\pi (\rho_s A)^2}{\rho_o S_o} E [\bar{W}]. \quad (35)$$

그러므로

$$\Pi = \int_{r_1}^{r_2} \int_{\frac{-1}{(1+M)}}^{\frac{1}{(1-M)}} \frac{a^3}{\sqrt{a^2 - \zeta^2}} \frac{1}{\gamma^5 \omega_c^2} \left\{ \frac{\text{Sin}(K_o L \gamma^2 \zeta)}{K_o L \gamma^2 \zeta} \right\}^2 / \left[\gamma^4 \zeta^4 - (a^2 - 2T_1 \gamma_n \zeta^2) + \left(\frac{\gamma_n}{\gamma} \right)^4 \right]^2 + \left[2\beta \left(\frac{\gamma_n}{\gamma} \right)^2 a - \eta \gamma^4 \zeta^4 + a_o \frac{a^2}{\sqrt{a^2 - \zeta^2}} \right] \cdot d\zeta d\gamma. \quad (36)$$

3. 수치해석

탄성-감쇠 기반으로 지지되고 인장력이 작용하는 타이어를 일정한 속도로 이동하는 불규칙 분포하중 (random line forces)으로 가진할 때 타이어 진동 특성인자의 변화에 따라 발생하는 상대적인 음향파워 (relative sound power)를 해석 하였다. 타이어와 접촉하는 음향매질로 유체하중 (a_o)을 가벼운 유체하중 (light fluid loading, 예 : 공기)과 무거운 유체하중 (heavy fluiding loading, 예 : 물)으로 나누어 고려 하였으며, 가벼운 유체하중 상에서 타이어의 진동에 의해 발생하는 음향 임피던스 (acoustic impedance)는 타이어의 구조 임피던스 (structure impedance)에 비해 작으므로 수치해석 과정에서 음향 임피던스항을 무시하였다. 타이어를 가진시키는 불규칙 하중은 정상적인 과정 (stationary process)으로 가정하였다. 또한, 타이어의 구조적 감쇠로 손실계수를 고려하였고, 타이어 경계로부터 외부방향으로 진행되는 음파들은 음향파수 (acoustic wavenumber)가 구조파수 (structure wavenumber)보다 큰 영역에서 음향에너지로 방사되고, 작은 영역에서는 타이어로부터의 거리에 비례하여 지수적으로 감소하여 음향에너지를 방사하지 않는다. 즉, 식 (16)에서 K_o 는 음향파수 (ω/c_o)로 $(K_o + M\xi)^2 - \xi^2 \geq 0$ 일 때는 관성이나 질량으로 작용하고 $(K_o + M\xi)^2 - \xi^2 < 0$ 일 때는 감쇠로 작용한다.⁽²³⁾ 그러므로 이 경계영역을 적분구간으로 설정하여 수치해석하였다.

이론해석에서 유도한 음향파워 적분식 (36)은 무차원 기초강성계수 (Ψ), 무차원 주파수 함수인 파수비 (γ), 무차원 감쇠계수 (β), 마하수 (M), 무차원 인장계수 (T_1)를 포함하고 있으므로 인자들의 변화에

따른 상대적인 음향파워에 미치는 영향을 파악하였다. 타이어는 $E=5.335 \times 10^6 \text{ N/m}^2$, $\rho_s=14.12 \text{ kg/m}^3$ 이고, 가벼운 유체하중인 경우 $c_o=343 \text{ m/s}$, $\rho_o=1.24 \text{ kg/m}^3$; 무거운 유체하중인 경우 $c_o=1460 \text{ m/s}$, $\rho_o=1000 \text{ kg/m}^3$ 로 가정하였다. 이동하중의 효과를 보기 위하여 파수영역에서 마하수 (M)의 변화에 따른 상대적인 음향파워 (relative sound power)를 비교하고, 마하수의 변화에 따른 강성계수 (Ψ)와 장력 (T_1), 감쇠 (β)의 효과를 비교하였다. 타이어는 노면위를 주행할 때 일정한 접지길이를 가지고 있으므로, 노면으로부터 타이어를 가진시키는 분포하중 길이의 영향을 조사하였다. 수치적분의 방법으로는 심프슨 (simpson)의 1/3방법, 가우스 구적법을 이용하였고, Table 1은 수치해석 프로그램의 흐름도이다. Table 2, 3는 수치해석에 이용된 타이어의 물성치와 다양한 도로표면에 따른 가진 파워 스펙트럼 밀도 (excitation power spectrum density)이다. 식 (36)에서 $L=0$ 이면 집중하중이 작용할 때의 음향파워 적분식이 구해지고, $a=1+M\xi$ 는 불규칙 하중의 이동 속도와 관련이 있다.

$\gamma=K_o/K_o$ 가 '1'인 경우는 음향파수와 자유굽힘파수가 일치하는 경우로 $EI=0.582 \text{ Nm}^2$ 라고 가정하면 $\gamma=\sqrt{f/89711.2}$ 이다. 그러므로, 자동차가 40~150 km/h로 주행할 때의 타이어 반경과 노면으로부터의 가진주파수, 불규칙 이동분포하중의 길이, 파수비의 범위는 다음과 같다.

타이어 반경 (m)	가진주파수 (Hz)	분포하중의 길이 ($K_o L$)	파수비 (γ)
0.25	7.07~26.53	0.033~0.123	0.0089~0.0171
0.30	5.89~22.11	0.027~0.102	0.0081~0.0157
0.35	5.05~18.95	0.023~0.087	0.0075~0.0145
0.40	4.42~16.58	0.020~0.077	0.0070~0.0136

○ 저주파수 ($\gamma \ll 1$)인 경우의 근사해

$$\Pi \sim \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{a^3 \sqrt{a^2 - \zeta^2} \left| \frac{\text{Sin}(K_o \zeta L)}{K_o \zeta L} \right|^2 d\zeta}{\left[\left((-a^2 + \Psi^2) \sqrt{a^2 - \zeta^2} \right)^2 + \left[2\beta \Psi a \sqrt{a^2 - \zeta^2} + \frac{a_o a^2}{\gamma^2} \right]^2 \right]}. \quad (37)$$

(1) 가벼운 유체하중을 받는 경우 ($a_o/\gamma^2 \ll 1$)

$$\Pi \sim \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{a^3 \sqrt{a^2 - \zeta^2} \left| \frac{\text{Sin}(K_o \zeta L)}{K_o \zeta L} \right|^2 d\zeta}{\left[\left((-a^2 + \Psi^2) \sqrt{a^2 - \zeta^2} \right)^2 + \left[2\beta \Psi a \sqrt{a^2 - \zeta^2} \right]^2 \right]}. \quad (38)$$

Table 1 Flow-chart for moving random line forces

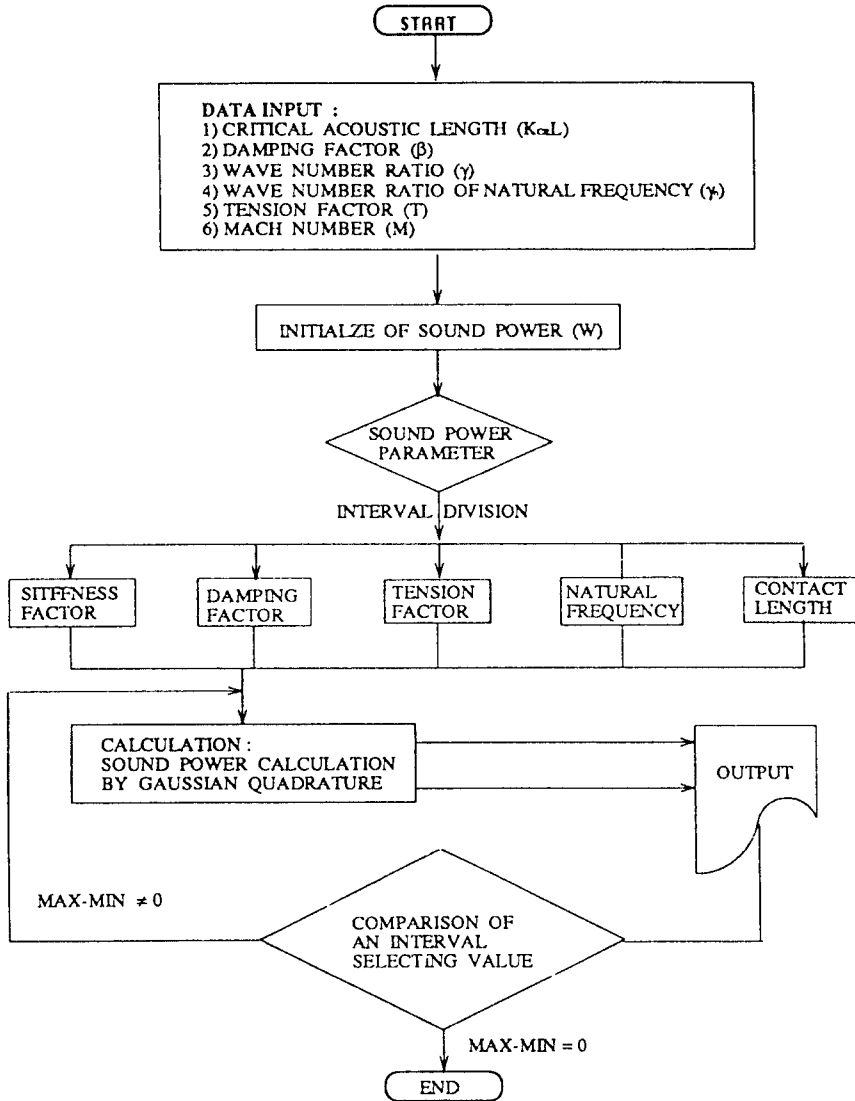


Table 2 Physical properties of tire(P195/65R14)

Loss factor(η)	0.2	
Bending stiffness of the tire(EI)	0.582	N/m ²
Radial stiffness(K)	1.134E5	N/m ²
Radial damping coefficient(C)	20	N/s ²
Tension(T)	386.8	N
Mass of unit length($\rho_s A$)	1.412	kg/m

(2) 무거운 유체하중을 받는 경우($a_0/\gamma^2 \gg 1$), 이 때 β , $\Psi \ll 1$ 이라면

$$\Pi \sim \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\alpha^3 \sqrt{\alpha^2 - \zeta^2} \left| \frac{\sin(K_0 \zeta L)}{K_0 \zeta L} \right|^2 d\zeta}{\left[(-\alpha^2) \sqrt{\alpha^2 - \zeta^2} \right]^2 + \left[\frac{a_0 \alpha^2}{\gamma^2} \right]^2} \quad (39)$$

Table 3 Power of spectral density function for road surface

Description	Power
Smooth runway	3.8
Rough runway	2.1
Smooth highway	2.1
Highway with gravel	2.1
Pasture	1.6
Plowed field	1.6

식 (38), (39)는 각각 가벼운 유체하중과 무거운 유체하중을 받는 타이어의 상대적인 음향파워식이다.

4. 실험장치 및 방법

불규칙 이동분포하중을 받는 타이어의 구조 진동 소음을 측정하기 위하여 음장의 공간적 변환기법 (Spatial Transformation of Sound Field technique) 을 이용하였다. 음장의 공간적 변환기법은 소음원으로부터 원거리까지의 전파를 계산하는 기법이다. 즉, 한 평면의 음향 측정으로부터 측정 평면에서 멀리 떨어지거나 더 가까운 평면에서의 음장을 표현하는 변수들인 음압, 음향 인텐시티, 입자속도 등을 계산한다. 측정 평면에서 음원쪽으로 가까운 평면의 계산은 근접음장 홀로그래피(near-field holography) 를 적용하여 계산하고 먼 쪽은 식 (40) 과 같이 헬름홀츠 적분식(helmholtz integral equation)을 적용한다.

$$p(r) = - \int_S \left[j\omega\rho V_n(r) G(r', r) + p(r) \frac{\partial}{\partial n} G(r', r) \right] dS(r). \quad (40)$$

여기서,

$p(r)$ 은 음압,

S 는 음원의 표면,

$G(r', r)$ 은 그린함수(Green function)

$V_n(r)$ 은 질점 속도의 수직요소,

$dS(r)$ 은 r 의 단면적 요소

이다.

Fig. 4는 음장의 공간적 변환기법의 원리를 나타내고 있다. 음원이 정상적(stationary)이라고 가정하면, 음원에 근접한 평면상에서 주사(scan)하는 동안 측정되는 상호스펙트럼으로부터 상관성, 위상, 진폭 등의 정보를 구할 수 있다. 또한, 측정된 상호스펙트럼을 기초로 음장의 주요 성분 표현식이 구해지고 음원의 표면으로부터 무한대까지 확장된 3차원 영역에 음원의 변수들이 그려지게 된다. 음장의 공간적 변환기법은 2차원 측정에 기초를 둔 3차원 도해 기능 외에 부분 음원 감쇠에 대한 시뮬레이션이 가능하고 광대역 음원, 비연관성 음원에 사용될 수 있다. 타이어 구조 진동 소음측정 실험에 이용된 타이어는 실제 자동차에 장착되는 현용 레디얼 타이어와 설계인자를 제조 공정상 무리없는 범위내에서 변경한 실험용 타이어로 구분되며, 실험에 이용된 타이어는 195/65R14 사계절용으로 변경된 설계인자는 Table 4와 같다. Fig. 5는 타이어 구조 진동 소음측

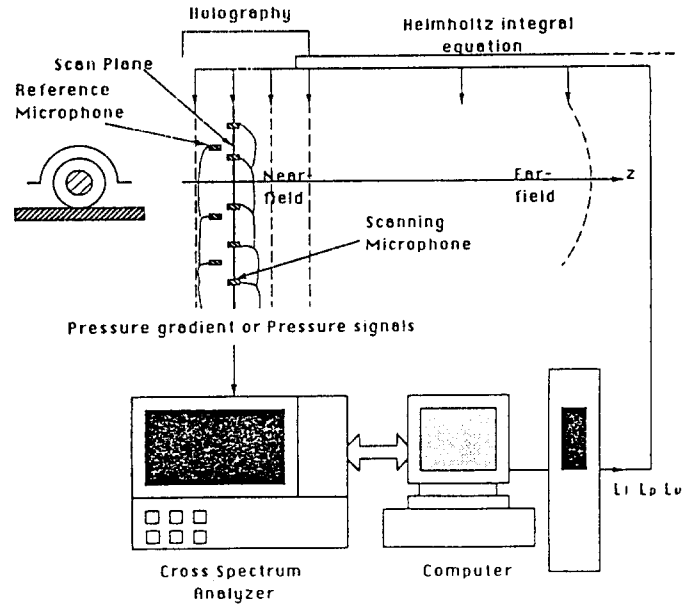


Fig. 4 Principle of STSF

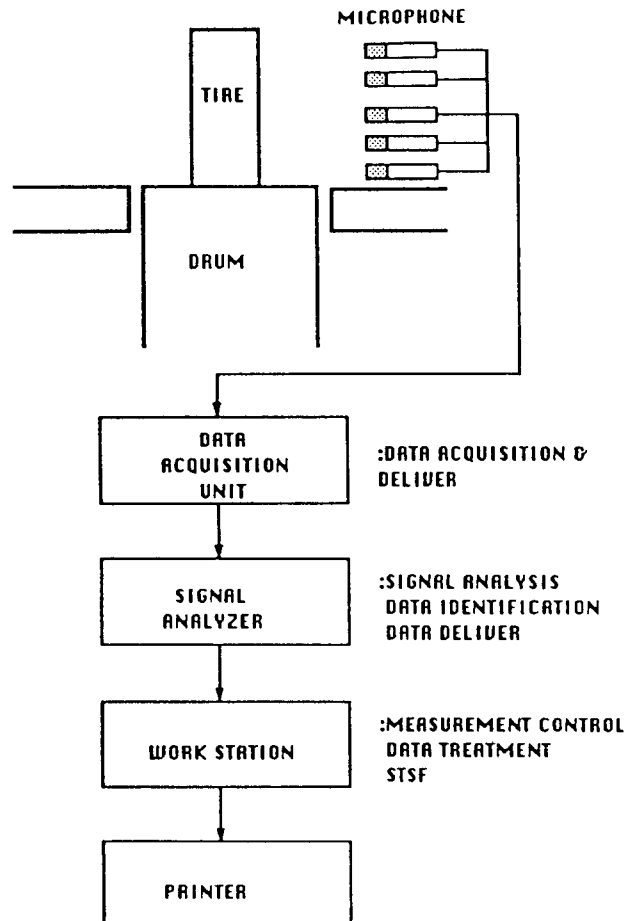


Fig. 5 Schematic diagram of a tire structural vibration noise test

Table 4 Proposed design parameters of test tire

No.	Parameters
1	Belt angle
2	Reinforcement belt
3	Bead filler height/Rubber hardness
4	Carcass structure

정 실험장치의 개략도이다. 음압과 방사특성 측정을 위한 실험장치는 무향실(anechoic chamber), 샤시 다이내모메타(chassis dynamometer), 계측장비 등으로 구성되었다. 샤시 다이내모메타 드럼의 표면은 조도가 불규칙(random)한 거친 노면을 설치하였다. 실험을 실시하기 전 타이어의 공기압과 바란스(balance), 유니포미티(uniformity) 등의 데이터를 확보하였고, 타이어를 하중장치에 장착한 후 하중조건을 설정하였으며 타이어의 주행속도는 샤시 다이내모메타를 이용하여 조절하였다. 일정한 실험조건과 정상적인 주행조건을 만족시키기 위하여 80 km/h의 속도로 10분간 예비주행을 실시하였다. 타이어 사이드월 방향으로 방사되는 음압을 측정하기 위하여 타이어 트레드 중심으로부터 1 m 지면으로부터 25 cm에 위치한 지점에 마이크로폰을 설치하였다. 음장의 공간적 변환기법을 이용한 경우에는 타이어의 사이드월로부터 60 cm, 지면으로부터 20 cm의 지점부터 마이크로폰을 설치하였으며, 마이크로폰 사이의 간격은 20 cm이다. 마이크로폰 어레이(array) 이동장치(traverser)를 이용하여 측정점을 이동하였으며 타이어 사이드월 방향의 경우 측정점을 17등분하였고, 각 측정점마다 50회의 시간평균을 실시하였다. 또한 삭제용(reference) 마이크로폰을 설치하고 300회의 시간평균을 실시하여 주변 암소음에 대한 영향을 배제하였다.

5. 결과 및 고찰

Fig. 6은 불규칙 이동분포하중의 속도와 관련이 있는 마하수가 $M=0.2$ 이고, 파수비 $\gamma_n=0.07$, 무차원 감쇠계수 $\beta=0.025$, 무차원 인장계수 $T_1=0.1, 0.5, 1.0, 1.5$ 일 때 임계음향길이(critical acoustic-length)의 증가에 대한 상대적인 음향파위의 수치해석 결과로 무차원 인장계수가 증가하면 상대적인 음향파위가 미소하게 증가하였고, 임계음향길이가 증가하면 상대적인 음향파위가 감소하였다. 이는 타이어 내부 공기압과 하중이 상대적인 음향파위에 영향을 미치

고 있는 것으로 생각된다.

Fig. 7은 마하수 $M=0.2$, 무차원 감쇠계수 $\beta=0.025$, 무차원 인장계수 $T_1=0.75$, 파수비 $\gamma_n=0.03, 0.05, 0.08, 0.11$ 일 때 파수비의 증가에 대한 상대적인 음향파위의 수치해석 결과로 저주파수 영역에서 파수비가 증가하면 상대적인 음향파위가 증

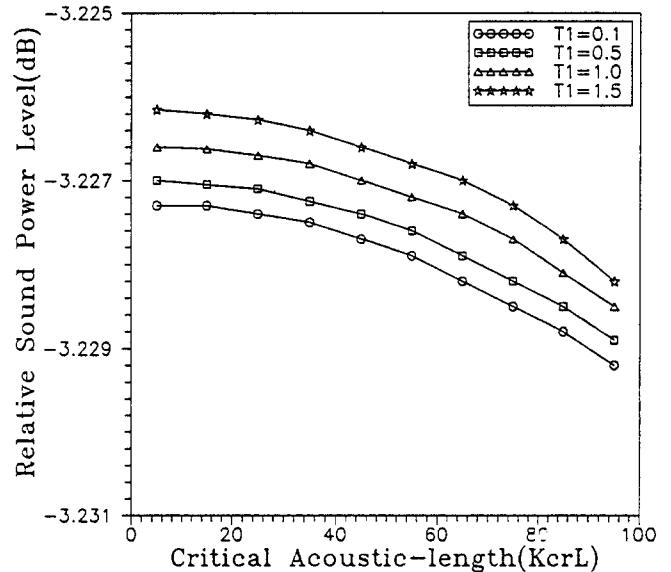


Fig. 6 Relative sound power level versus critical acoustic-length ($M=0.2, \gamma_n=0.07, \beta=0.025, T_1=0.1, 0.5, 1.0, 1.5$)

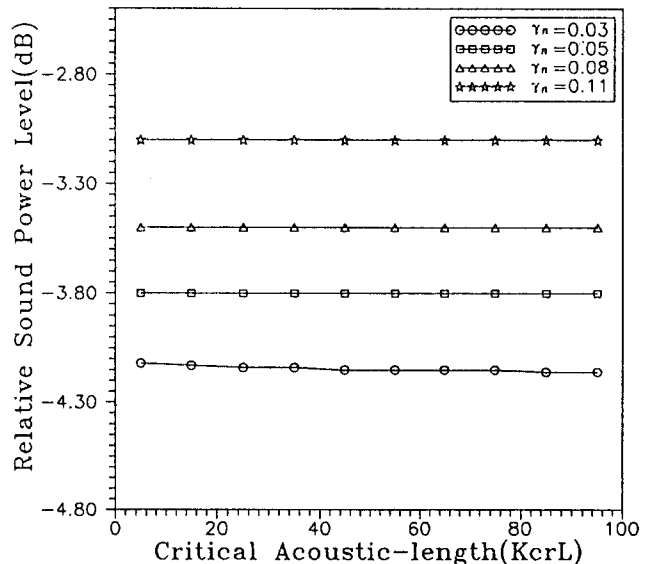


Fig. 7 Relative sound power level versus critical acoustic-length ($M=0.2, \beta=0.025, T_1=0.75, \gamma_n=0.03, 0.05, 0.08, 0.11$)

가하였다. γ_n 이 0.03에서 0.11로 증가하면 상대적인 음향파위가 약 1 dB 정도 증가하였다.

Fig. 8은 마하수 $M=0.2$, 파수비 $\gamma_n=0.04$, 무차원 감쇠계수 $\beta=0.025$, 무차원 인장계수 $T_1=0.1, 0.5, 1.0, 1.5$ 일 때 무차원 인장계수의 증가에 대한 상대적인 음향파위의 수치해석 결과로 가진주파수와 일치하는 파수비 $\gamma_n=0.04$ 부근에서 타이어 소음에

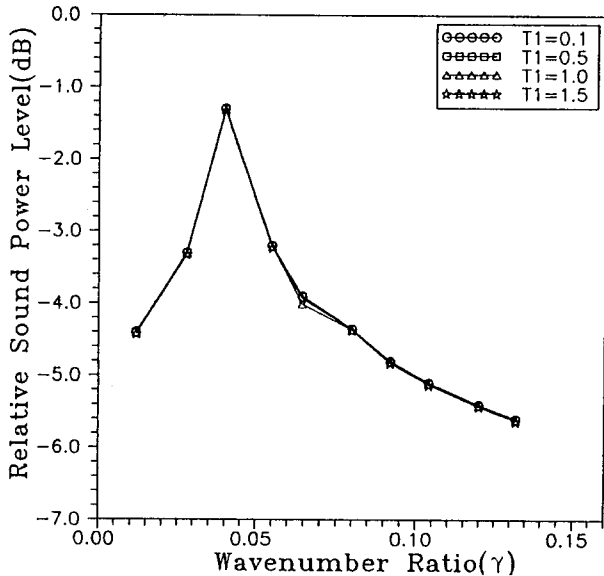


Fig. 8 Relative sound power level versus wavenumber ratio ($M=0.2, \beta=0.025, \gamma_n=0.04, T_1=0.1, 0.5, 1.0, 1.5$)

너지의 공진방사(resonance radiation)에 의해 상대적인 음향파위가 현격하게 증가하고 있음을 볼 수 있다.

Fig. 9는 마하수 $M=0.2$, 무차원 감쇠계수 $\beta=0.025$, 무차원 인장계수 $T_1=0.75$, 접지길이 $L=0.1$, 파수비 $\gamma_n=0.03, 0.05, 0.08, 0.11$ 일 때 파수 γ_n 의 증가에 대한 상대적인 음향파위의 결과로 γ_n 이 증가하면 공진방사를 발생하는 파수비가 이동하였다.

Fig. 10은 마하수 $M=0.1$, 무차원 인장계수 $T_1=0.75$, 접지길이 $L=0.1$, 고유진동수 함수인 파수비 $\gamma_n=0.04$, 무차원 감쇠계수 $\beta=0.0, 0.05, 0.1, 0.2$ 일 때 무차원 감쇠계수의 증가에 대한 상대적인 음향파위의 수치해석 결과로 가진 주파수와 일치하는 파수비 $\gamma_n=0.04$ 부근에서 현격하게 증가하던 상대적인 음향파위는 무차원 감쇠계수가 증가하면 감소하였다.

한편, 불규칙 하중을 받고 회전하는 타이어로부터 방사되는 음향파위는 식 (37)의 무차원 음향파위 적분에서 타이어 회전속도와 관련이 있는 마하수를 고려하고 음향파위에 대한 각 인자들의 영향을 분석하기 위하여 강성계수, 장력, 감쇠 등의 변화에 대한 상대적인 음향파위를 비교하였다.

Fig. 11, 12는 카카스나 벨트의 구조 또는 재질, 각도 등의 영향을 받고 있는 트레드의 굽힘강성(bending stiffness)과 타이어의 질량을 증가시킨 결

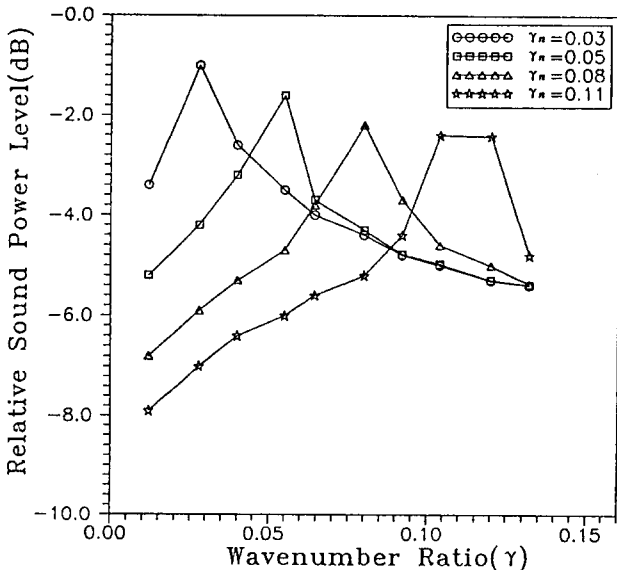


Fig. 9 Relative sound power level versus wavenumber ratio ($M=0.2, \beta=0.025, T_1=0.75, L=0.1, \gamma_n=0.03, 0.05, 0.08, 0.11$)

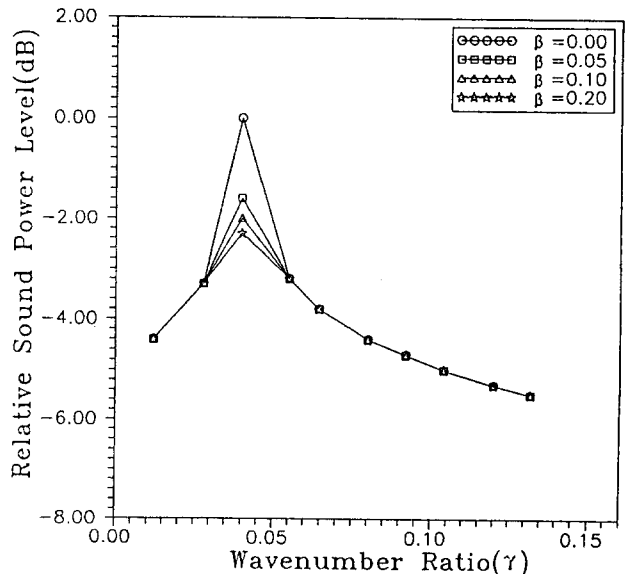


Fig. 10 Relative sound power level versus wavenumber ratio ($M=0.1, T_1=0.75, L=0.1, \gamma_n=0.04, \beta=0.0, 0.05, 0.1, 0.2$)

과로 굽힘강성이 증가하면 상대적인 음향파워가 증가하였고, 타이어의 질량이 증가하면 상대적인 음향파워가 감소하였다.

Fig. 13, 14는 트레드의 굽힘강성과 주행속도의 변화에 따른 상대적인 음향파워의 수치해석과 실험결과를 비교한 것으로 상대적인 음향파워에 대한 수치해석 및 실험결과의 경향이 일치하였다.

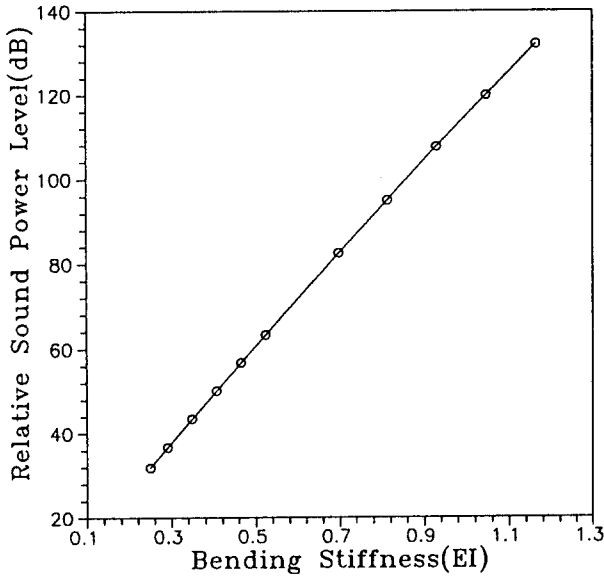


Fig. 11 The variation of relative sound power level by increasing bending stiffness(driving velocity=80 km/h, in air)

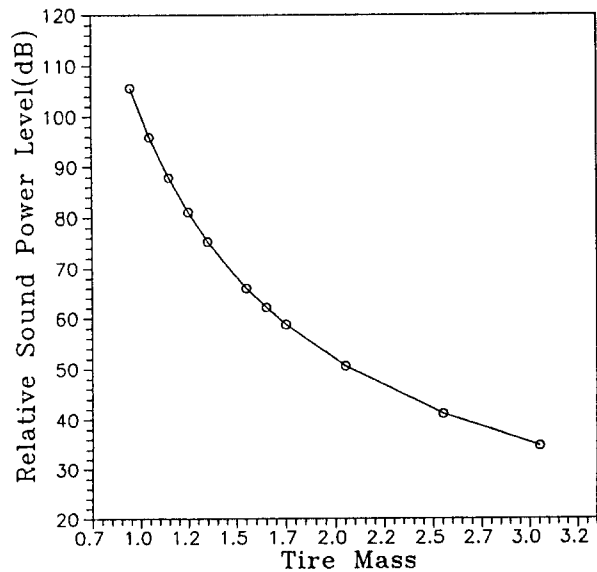


Fig. 12 The variation of relative sound power level by increasing tire mass(driving velocity=80 km/h, in air)

6. 결 론

불규칙 이동분포하중을 받는 타이어의 구조 진동 소음 제어와 저소음 타이어 설계를 위한 음향방사 해석에 관한 연구로부터 다음과 같은 결론을 구할 수 있었다.

(1) 타이어 내부 공기압과 관련이 있는 무차원 인

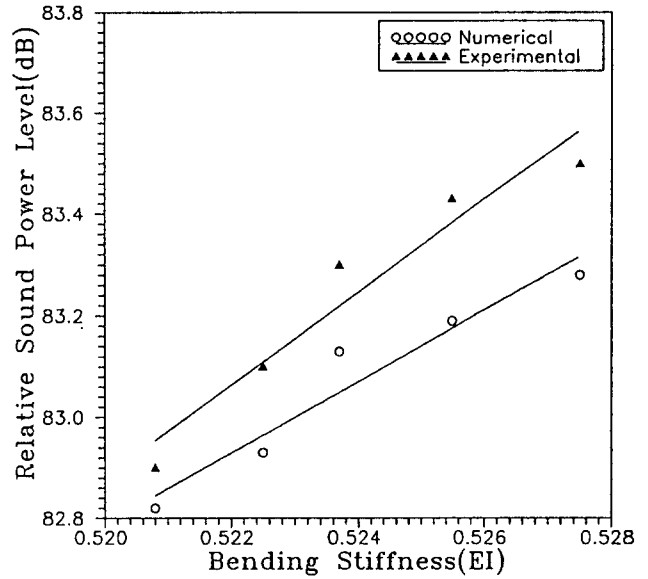


Fig. 13 Comparison of relative sound power level by increasing bending stiffness

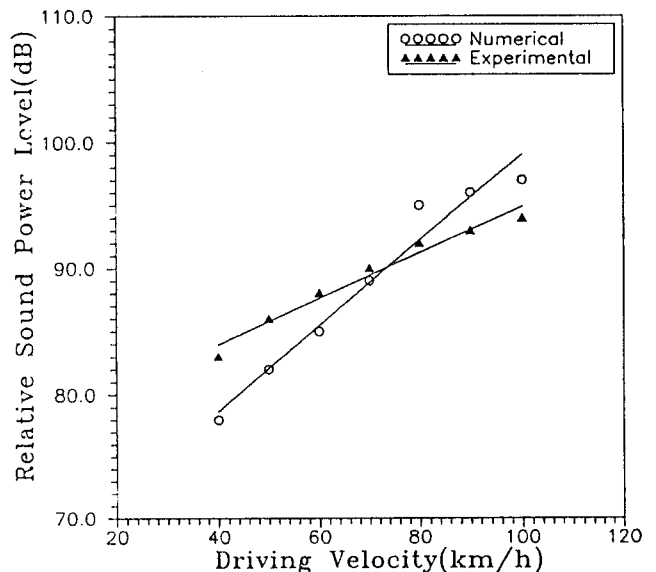


Fig. 14 Comparison of relative sound power level by increasing driving velocity

장계수가 증가하면 상대적인 음향파워가 미세하게 증가하였고 타이어에 작용하는 하중과 관련이 있는 임계음향길이가 증가하면 상대적인 음향파워가 감소하였으며, 저주파수 영역에서 파수비가 증가하면 상대적인 음향파워가 증가하였다.

(2) 타이어의 주행속도와 관련이 있는 가진주파수와 일치하는 파수비 영역에서는 타이어 소음에너지의 공진방사에 의해 상대적인 음향파워가 현격하게 증가하였고, 파수비(γ_n)가 증가하면 공진방사를 발생하는 파수비가 이동하였다.

(3) 타이어의 물리적인 특성과 관련이 있는 무차원 감쇠계수가 증가하면 상대적인 음향파워는 현격하게 감소하였으며, 타이어 트레드의 굽힘강성과 질량은 상대적인 음향파워에 영향을 미쳤다.

참 고 문 헌

- (1) Hieronimus, K. and Hellener, G., 1991, "Reduction of Car Sound Emissions by Means of Systematic Development Work," Unikeller Conference 91, pp. 15/1~15/38.
- (2) 日本自動車タイヤ協會, 1987, "タイヤ騒音について," 第3報, pp. 2.
- (3) Reiter, W. F. and Eberhardt, A. C., 1974, "Truck Tire Vibration Noise," SAE Paper 740609.
- (4) Reiter, W. F. and Eberhardt, A. C., 1976, "The Relationship Between Truck Tire Vibration and Near and Far Field Sound Levels," SAE Paper 762021.
- (5) Eberhardt, A. C. and Reiter, W. F., 1977, "Use of Coherence and Frequency Response Functions to Locate and Define Vibration Noise Sources in Rolling Tires," SAE Paper 770027.
- (6) Eberhardt, A. C. and Reiter, W. F., 1976, "Digital Signal Processing Techniques in Truck Vibration and Sound Analysis," IEEE Internationaal Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing, Conference Record, IEEE Cat. No. 76CH1067~8 ASSP, pp. 760~763.
- (7) Reiter, W. F., 1974, "Resonant Sound and Vibration Characteristics of a Truck Tire," Tire Science and Technology, TSTCA, Vol. 2, No. 2, pp. 130~141.
- (8) Reiter, W. F., 1973, "Investigation of Vibration in Truck Tire Noise Generation," Ph. D. Dissertation, North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, University Microfilms, Ann Arbor, Michigan.
- (9) Eberhardt, A. C., 1979, "Investigation of the Truck Tire Vibration Sound Mechanism," International Tire Noise Conference 1979, Stockholm, pp. 153~168.
- (10) Eberhardt, A. C., 1980, "Truck Tire Vibration Sound," Proceedings of Inter-Noise Conference, Florida, pp. 281~288.
- (11) Eberhardt, A. C., 1977, "The Truck Tire Vibration Sound Mechanism," Ph. D. Dissertation, North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, University Microfilms, Ann Arbor, Michigan.
- (12) Plotkin, K. J., Montroll, M. L. and Fuller, W. R., 1980, "The Generation of Tire Noise by Air Pumping and Carcass Vibration," Proceedings of Inter-Noise Conference, Florida, pp. 273~276.
- (13) Plotkin, K. J. and Stusnick, E., 1981, "A Unified Set of Models for Tire/Road Noise Generation," U.S. Environmental Protection Agency Technical Report Data, WR 81~26.
- (14) Nilson, N. A., 1979, "Air Resonant and Vibration Radiation-Possible Mechanisms for Noise from Cross-Bar Tires," International Tire Noise Conference 1979, Stockholm, pp. 93~109.
- (15) Nilson, N. A., 1976, "On Generating Mechanisms for External Tire Noise," SAE Paper 762026.
- (16) Nilson, N. A., 1980, "External Tire/Road Noise: Its Generation and Reduction," Proceedings of Inter-Noise Conference, Florida, pp. 245~252.
- (17) Nilson, N. A., 1980, "Principles in the Control of External Tire/Road Noise," Proceeding of Inter-Noise Conference, San Francisco, pp. 123~126.
- (18) Keltie, R. F., 1982, "Analytical Model of the Truck Tire Vibration Sound Mechanism," J. Acoust. Soc. Am., 71(2), Feb., pp. 359~367.
- (19) Heckl, M., 1986, "Tire Noise Generation," Wear, 113, pp. 157~170.
- (20) Hong, D. P. and Kim, B. S., 1992, "Prediction of Sound Radiation From Tire Tread-Band Vibration,"

- tion," Proceedings of 1'st International Conference on Motion and Vibration Control, Yokohama, pp. 1006~1013.
- (21) Tielking, J. T., 1965, "Plane Vibration Characteristics of a Pneumatic Tire Model," SAE Paper 650492.
- (22) Crandall, S. H. and Mark, W. D., 1963, Random Vibration in Mechanical Systems, New York, London: Academic Press.
- (23) White, R. G. and Walker, J. G., 1982, Noise and Vibration, John Wiley & Sons, pp. 247-249.
- (24) Muthukrishnan, M., 1990, "Effects of Material Properties on Tire Noise," SAE Paper 900762.
- (25) Tetlow, D., 1971, "Truck Tire Noise," J. Sound Vib., August, pp. 17~23.
- (26) Leasure, W. A. and Bender, E. K., 1975, "Tire-Road Interaction Noise," J. Acoust. Soc. Am., July, Vol. 58, No. 1, pp. 39~50.
- (27) Ronneberger, D., 1985, "Directivity of Tire/Road Radiation," Proceedings of Inter-Noise 85 Conference, Munich, pp. 275~278.
- (28) Walker, J. C., 1981, "Noise Generated at the Type-Road Interface," Ph. D. Dissertation, Aston University, Birmingham.
- (29) Pope, J. and Reynolds, W. C., 1976, "Tire Noise Generation: The Roles of Tire and Road," SAE Paper 762023.
- (30) Wong, J. Y., 1978, Theory of Ground Vehicles, John Wiley & Son, pp. 278~284.