

〈論 文〉

# 임피던스헤드로 진동계측시 변환기의 부착영향을 보상하는 방법에 관한 연구

A Study on the Compensation of Transducer Effects for the Measurement of Vibration with an Impedance Head

이 현 업\* · 박 재 영\*\*

Lee, Hyun Yup and Park, Jae Young

(1995년 1월 10일 접수 ; 1995년 2월 27일 심사완료)

## ABSTRACT

The transfer matrix method is proposed to compensate the attachment effect of a piezo-electric impedance head. To validate the proposed method, an experiment is carried out for axial vibration of a uniform rod for which an analytical solution is known. The impedance head is attached to the test rod by a stud and is connected to the exciter. The frequency response function is measured by applying random excitation from the electro-magnetic exciter. The frequency response function compensated by the method proposed in this research shows good agreement with the analytical solution.

## 1. 서 론

진동계측을 수행하기 위하여는, 일반적으로 진동량을 전기신호로 바꾸어 주는 가속도 수진기나 힘 변환기를 사용하게 된다. 그러나 이들을 대상물에 부착하여 진동을 계측하게 되면, 계측치에는 이들의 부착효과가 포함되게 된다. 따라서 대상물의 진동특성을 정확하게 파악하기 위하여는 변환기가 부착된 영향을 보상해 주어야 한다. 이 영향은 변환기의 진동특성 뿐 아니라 부착 방법에 따라 달라지게 된다.

본 연구에서는 전달매트릭스를 이용하여 piezo-electric impedance head를 사용할때의 보상방법을 제시하였다. 또한 본 방법의 신뢰성 및 유용성을 검증하기 위하여 주파수응답함수를 이론적으로 정확하게 알 수 있는 양단자유의 균일봉에 대한 실험을 하였다.

실험봉의 한쪽단에 stud를 사용하여 impedance head를 부착시키고 가진기를 통하여 random가진시킴으로서 주파수응답함수를 계측하였다. 실험장치 및 방법에 대해서는 3장에서 설명하였다. 계측치는 특히 minima에서 이론치와 잘 일치하지 못하나, 본 연구에서 개발한 방법으로 보상한 후의 주파수응답함수는 이론치와 매우 잘 일치한다.

보상방법은 다음과 같다. Impedance head에서 실제 힘과 가속도를 계측하는 위치로부터 실험봉 상단까지를 mass-spring-damper계와 균일봉으로 모델링하고, 2장의 전달매트릭스를 이용하여 실제 계측된 주파수응답함수로부터 실험봉 상단의 주파수응답함수를 유추한다. 4장에서는 이 보상과정을 상세히 설명하였으며 실험결과와 비교 검토 하였다.

본 연구에서 제시한 전달 매트릭스 기법은 한 점에서 모든 진동량(종진동의 경우에는 힘과 가속도)을 알면, 다른 점에서의 진동량들은 두점사이의 전달 매트릭스를 이용하여 구할 수 있다. 따라서 이 기법은 inference가 필요한 경우에 일반적으로 사용될 수 있다.

\*정회원, 홍익대학교 과학기술대학 조선해양공학과

\*\*홍익대학교 대학원 기계공학과

## 2. 종진동에 관한 전달매트릭스 기법

전달매트릭스 기법에서는, 복잡한 역학적 계를 전달매트릭스를 알 수 있는 단순한 subsystem들로 분해하여 해석한다. 한 subsystem에서 한쪽 단에서의 진동량을 알면, 그 subsystem의 전달매트릭스를 이용하여 다른쪽 단의 진동량을 알 수 있다<sup>(1,2)</sup>. 종진동의 경우, 진동량은 양단의 변위와 힘이 되며, 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} U_{l,n}(\omega) \\ F_{l,n}(\omega) \end{Bmatrix} = [a_n(\omega)] \begin{Bmatrix} U_{u,n}(\omega) \\ F_{u,n}(\omega) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$U_{u,n}(\omega), F_{u,n}(\omega)$  : nth subsystem 상단에서의 변위와 힘의  $e^{i\omega t}$  성분의 복소진폭  
 $U_{l,n}(\omega), F_{l,n}(\omega)$  : nth subsystem 하단에서의 변위와 힘의  $e^{i\omega t}$  성분의 복소진폭  
 $[a_n(\omega)]$  : nth subsystem의 변위와 힘에 대한 전달 매트릭스  
 $\omega$  : 원진동수 (circular frequency)

Subsystem간의 접합점에서는 힘의 평형과 변위의 연속이 만족되어야 한다. Fig. 1과 같은 좌표계에서는 다음 식과 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} U_{u,n+1}(\omega) \\ F_{u,n+1}(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{l,n}(\omega) \\ F_{l,n}(\omega) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

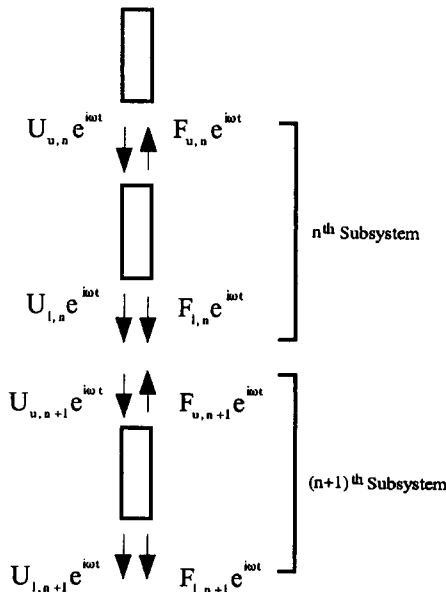


Fig. 1 Schematic diagram of the transfer matrix method and coordinate system

$U_{u,n+1}(\omega), F_{u,n+1}(\omega)$  : (n+1)th subsystem 상단에서의 변위와 힘

따라서, (n+1)th subsystem 상단에서의 변위와 힘은 다음과 같이 nth subsystem 상단에서의 변위와 힘으로 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} U_{u,n+1}(\omega) \\ F_{u,n+1}(\omega) \end{Bmatrix} = [a_n(\omega)] \begin{Bmatrix} U_{u,n}(\omega) \\ F_{u,n}(\omega) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

식 (3)을 연속해서 이용하면, 한 점에서의 진동량으로부터 다른 모든 점에서의 진동량을 알 수 있게 된다. 식 (3)에서 변위 대신 속도 혹은 가속도를 사용할 수도 있다.

전달매트릭스는 field matrix라고도 불리우며, 일반적으로 양단에서의 힘에 의한 mobility를 이용하여 구하게 된다. 4장의 실험결과 해석에 필요한 mass-spring-damper system과 균일봉에 대한 전달매트릭스는 다음과 같다.

### 2.1 Mass-Spring-Damper 시스템의 전달매트릭스

Fig. 2와 같은 mass-spring-damper system의 전달매트릭스는 다음과 같다<sup>(3)</sup>.

$$\begin{Bmatrix} U_l \\ F_l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{K+i\omega C} \\ -\omega^2 M & 1 - \frac{\omega^2 M}{K+i\omega C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_u \\ F_u \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$U_u, U_l$  : 상단과 하단에서의 변위의 복소진폭  
 $F_u, F_l$  : 상단과 하단에서의 힘의 복소진폭  
 $M, K, C$  : 질량, 스프링상수, 감쇠계수

이 식은 변위와 힘에 대한 식이고, 가속도와 힘에 대한 식으로 바꾸면 다음과 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} A_l \\ F_l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\omega^2}{K+i\omega C} \\ M & 1 - \frac{\omega^2 M}{K+i\omega C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_u \\ F_u \end{Bmatrix} \quad (5)$$

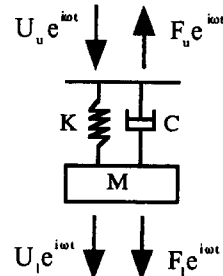


Fig. 2 Free body diagram of a mass-spring-damper system

$A_u, A_l$  : 상단과 하단의 가속도의 복소진폭

### 2.2 균일봉의 종진동에 관한 전달매트릭스

Fig. 3과 같은 균일봉의 전달매트릭스는 다음과 같다<sup>(3)</sup>.

$$\begin{Bmatrix} U_l \\ F_l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \kappa l & \frac{\sin \kappa l}{EA\kappa} \\ -EA\kappa \sin \kappa l & \cos \kappa l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_u \\ F_u \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\kappa = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}(1 - i2\zeta)}$$

$$\zeta = \frac{c}{2\rho A\omega}$$

$U_u, U_l$  : 상단과 하단에서의 변위의 복소진폭

$F_u, F_l$  : 상단과 하단에서의 힘의 복소진폭

$\rho, E, c$  : 균일봉의 밀도, Young's Modulus, 단위길이당 감쇠계수

$A, l$  : 균일봉의 단면적, 길이,

이 식은 변위와 힘에 대한 식이고, 가속도와 힘에 대한 식으로 바꾸면 다음과 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} A_l \\ F_l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \kappa l & -\frac{\omega^2 \sin \kappa l}{EA\kappa} \\ \frac{EA\kappa \sin \kappa l}{\omega^2} & \cos \kappa l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_u \\ F_u \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$A_u, A_l$  : 상단과 하단에서의 가속도의 복소진폭

### 3. 균일봉에 대한 가진실험

Impedance head로 주파수응답함수를 계측하는 데 있어서는, impedance head 자체와 부착방법에 따른

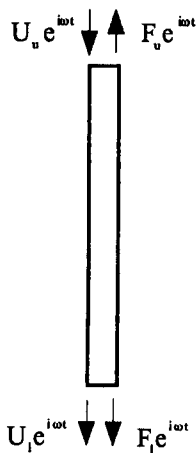


Fig. 3 Free body diagram of a uniform rod

보상이 필요하다. 이론적으로 주파수응답함수를 정확히 알 수 있는 균일봉에 대한 실험을 통하여, 전달매트릭스 기법에 의한 보상방법의 신뢰성과 유용성을 검증하고자 한다.

Fig. 4에서 보는 바와 같이, 균일봉의 끝에 stud를 만들어 impedance head를 부착하여 가진점에서의 주파수응답함수를 계측하였다. 실험봉은 stainless

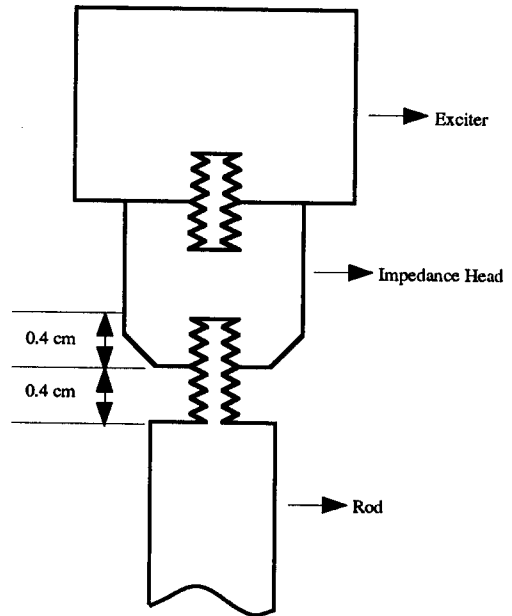


Fig. 4 Attachment method of the impedance head

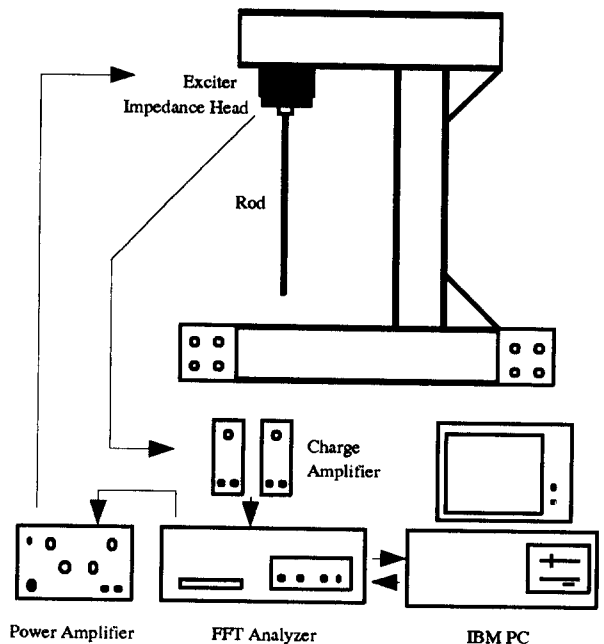


Fig. 5 Experimental setup

steel type 304를 사용하였다<sup>(4)</sup>. Stud의 길이는 0.8 cm 인데 0.4cm 만 impedance head에 나사로 조여져 있다.

실험장치의 구성은 Fig. 5와 같다. 가진기로는 electro-magnetic type을 사용하였으며, FFT analyzer에 내장된 signal generator에서 random 신호를 발생 시켜서 power amplifier를 통해 증폭하여 구동하였다. Impedance head로부터의 두 신호(힘과 가속도)는 charge amplifier를 통해 전압으로 변환시켰으며, 이 전압신호들은 FFT analyzer에 의해 처리되어 IBM PC에 기록되었다.

#### 4. 실험에 대한 이론적 모델 및 고찰

힘과 가속도를 실제로 계측한 위치의 하부에 대해

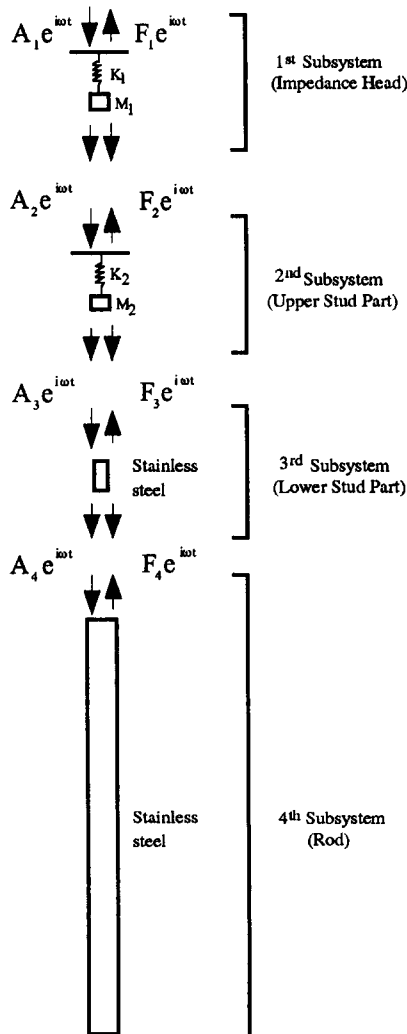


Fig. 6 Analytical model

Fig. 6과 같이 모델링하였다.  $A_1$ 과  $F_1$ 은 계측된 가속도와 힘이며,  $A_2$ 와  $F_2$ 는 impedance head 하단 또는 stud 상단에서의,  $A_3$ 와  $F_3$ 는 stud에서 조여진 부분의 하단 또는 stud의 조여지지 않은 부분의 상단에서의,  $A_4$ 와  $F_4$ 는 stud 하단 또는 실험봉의 상단에서의 가속도와 힘이다.

Fig. 7은 본 실험에서 사용한 impedance head의 개념도이다. 사양서<sup>(5)</sup>에 의하면, 힘 변환기 하부의 질량은 2.1gram이고 가속도 변환기 밑의 spring constant는  $25 \times 10^7 N/m$ 이다. 따라서, 계측위치로부터 impedance head의 하단까지를 Fig. 6의 1st subsystem과 같이 mass-spring system으로 모델링하였다. 또한 Fig. 6의 2nd subsystem과 3rd subsystem은 impedance head와 실험봉을 연결한 stud를 나타내며, 상부(조여진 부분)는 mass-spring system으로 모델링하였고 하부(조여지지 않은 부분)는 균일봉으로 모델링하였다. 2nd subsystem의 스프링상수는 stud와 impedance head 사이의 볼트 결합의 정도를 나타낸다.

각 위치에서 주파수응답함수는 계측치로부터 식 (5)와 식 (7)를 이용하여 다음과 같이 유추한다.

$$H_2(\omega) = \frac{H_1(\omega) - \frac{\omega^2}{K_1 + i\omega C_1}}{-M_1 H_1(\omega) + 1 - \frac{\omega^2 M_1}{K_1 + i\omega C_1}} \quad (8)$$

$$H_3(\omega) = \frac{H_2(\omega) - \frac{\omega^2}{K_2 + i\omega C_2}}{-M_2 H_2(\omega) + 1 - \frac{\omega^2 M_2}{K_2 + i\omega C_2}} \quad (9)$$

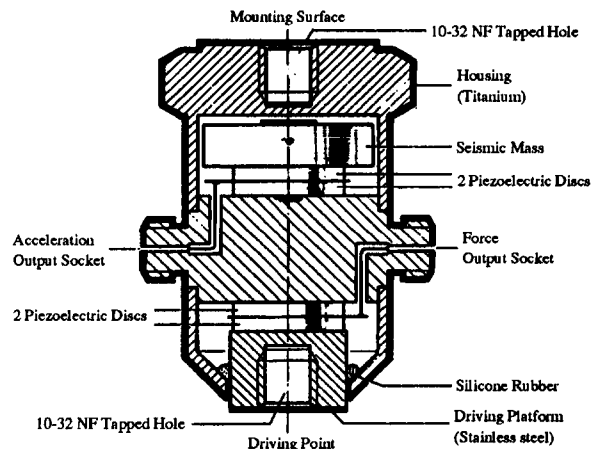


Fig. 7 Schematic diagram of a piezo-electric impedance head

$$H_4(\omega) = \frac{\cos kl H_3(\omega) - \frac{\omega^2 \sin kl}{E A k}}{\frac{E A k \sin kl}{\omega^2} H_3(\omega) + \cos kl} \quad (10)$$

$H_1(\omega) = \frac{A_1(\omega)}{F_1(\omega)}$  : 계측된 주파수응답함수

$H_2(\omega) = \frac{A_2(\omega)}{F_2(\omega)}$  : Stud 상부의 상단에서 유추된 주파수응답함수

$H_3(\omega) = \frac{A_3(\omega)}{F_3(\omega)}$  : Stud 하부의 상단에서 유추된 주파수응답함수

$H_4(\omega) = \frac{A_4(\omega)}{F_4(\omega)}$  : 균일봉 상단에서 유추된 주파수응답함수

$H_1$ 는 random가진에 의해 실측된 주파수응답함수

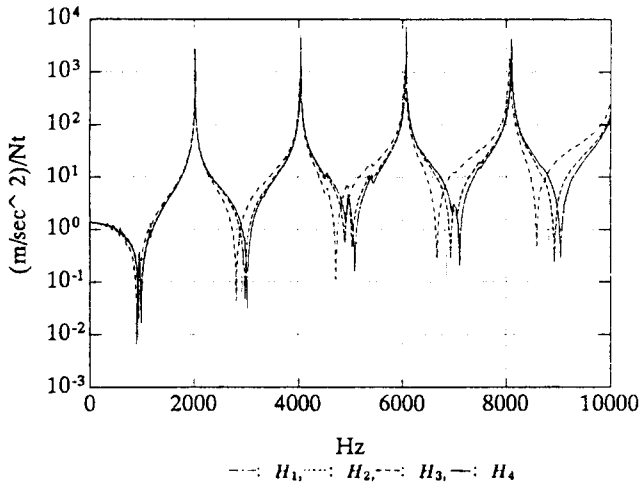


Fig. 8 Magnitudes of measured and inferred frequency response function

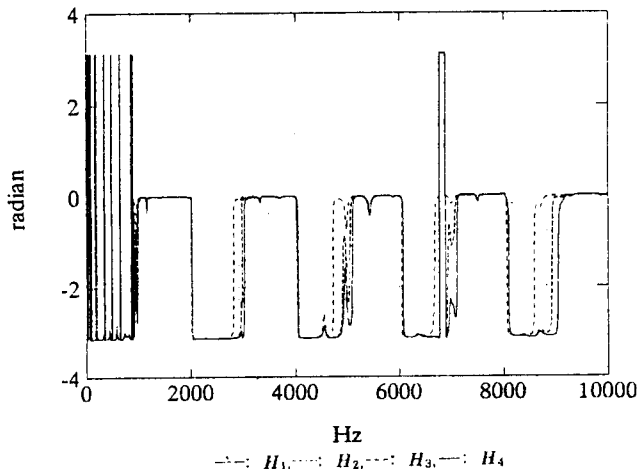


Fig. 9 Phases of measured and inferred frequency response function

이며, sampling frequency는 25.6kHz, 4096 data poing를 128번 average한 결과이다. Frequency resolution은 6.25Hz이다. Fig. 8에  $H_1, H_2, H_3, H_4$ 의 크기를 나타내었고, Fig. 9에는 위상을 나타내었다.  $H_4$ 는 계측치로 부터 균일봉 상단에서 유추된 주파수응답함수이다. 즉,  $H_1$ 으로부터 impedance

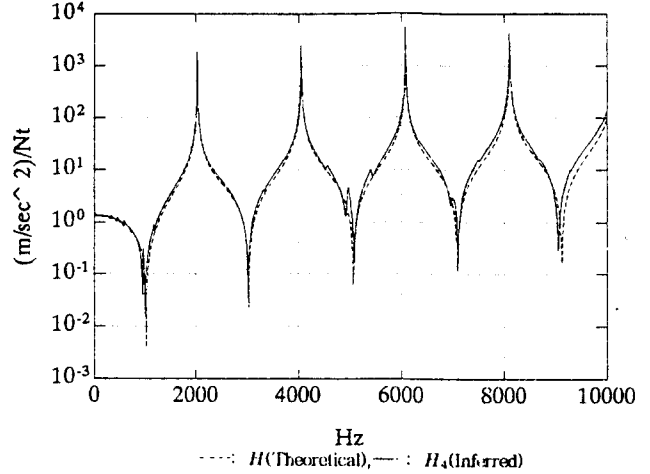


Fig. 10 Comparison of magnitudes of theoretical and inferred frequency response function at the top of the test rod

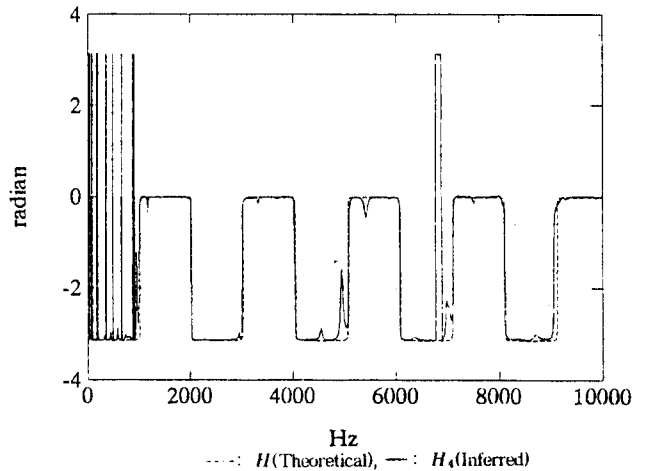


Fig. 11 Comparison of phases of theoretical and inferred frequency response function at the top of the test rod

Table 1 Input data for 1st and 2nd subsystem

Subsystem	Mass	Spring constant	Damping
1st	2.1 g	$2.5 \times 10^8 \text{ N/m}$	0
2nd	0.4 g	$6.0 \times 10^8 \text{ N/m}$	0

Table 2 Input data for 3rd and 4th subsystem

Subsystem	Density	Young's Modulus	Length	Diameter	Damping
3rd	$8.027 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$	$1.93 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	0.4cm	0.4cm	0
4th	"	"	121cm	1cm	$7.9 \text{ N sec/m}^2$

head의 부착영향을 보성한 결과이다.  $H_1$ 과  $H_4$ 는 뚜렷한 차이를 보이며, 이 차이는 impedance head의 부착에 의한 영향이다.

양단 자유의 균일봉 상단에서의 주파수응답함수는 이론적으로 다음과 같으며<sup>(3)</sup>, 기호는 식 (6)에서와 같다.

$$H(\omega) = \frac{\omega^2 \cos kl}{E A k \sin kl} \quad (11)$$

본 연구에서 제시한 impedance head의 부착영향을 보상하는 방법을 검증하기 위하여, Fig. 10과 Fig. 11에  $H_4$ 와 식 (11)(이론치)의 크기와 위상을 비교하였다. 두 결과는 매우 잘 일치함을 확인할 수 있다.

이론해석을 위한 각 subsystem의 입력자료는 Table 1 및 Table 2와 같다. Stud와 impedance head가 연결된 부분(2nd subsystem)의 스프링상수는 Fig. 10에서  $H_4$ 의 peak 주파수와 zero 주파수가 이론치와 잘 일치하도록 추정하였으며, 실험봉의 감쇠계수는 양단자유의 균일봉에 대한 이론적 주파수응답함수의 크기와  $H_4(A_4/F_4)$ 의 크기가 잘 일치하도록 추정하였다.

## 5. 결 론

변환기에서 계측된 진동량은 그 부착영향 때문에 실제 대상물의 진동특성과는 차이가 있을 수 있다. 본 연구에서는 전달매트릭스 기법을 이용하여 piezo-electric impedance head를 사용할때 부착영향을 보상하는 방법을 제시하였다. 또한, 주파수응답함수를 이론적으로 정확하게 알 수 있는 양단자유의 균일봉에 대한 실험을 통하여, 이 방법으로 보상한 후의 주파수전달함수가 이론치와 잘 일치함을 확인

하였다.

본 연구에서 제시한 전달 매트릭스 기법은 한 점에서 모든 진동량(종진동의 경우에는 힘과 가속도)을 알면, 다른 점에서의 진동량들은 두점사이의 전달 매트릭스를 이용하여 구할 수 있다. 따라서 이 기법은 inference가 필요한 경우에 일반적으로 사용될 수 있다. 즉, 다른 종류의 변환기를 사용하거나 다른 부착방법을 사용하는 경우에도 합당한 모델링을 하여 사용할 수 있다.

본 연구는 기본적으로 주파수 영역에서의 진동량의 inference에 관한 것이다. 시간영역에서의 inference는 추후 과제로 남긴다.

## 후 기

본 연구는 1994년도 홍익대학교 교내연구비에 의해 연구된 결과 임.

## 참 고 문 헌

- (1) Thomson, W. T., 1993, Theory of Vibration with Applications, 4th ed., Prentice-Hall, Inc., Englewood cliffs, New Jersey.
- (2) Meirovitch, L., 1967, Analytical Methods in Vibrations, the Macmillan Company
- (3) Lee, H. Y., 1991, Drillstring Axial Vibration and Wave Propagation in Boreholes, MIT Doctoral Thesis.
- (4) American Society for Metals, 1986, Metals Handbook, desk edition 3rd printing
- (5) Bruel & Kjar, 1982, Instruction Manual Impedance Heads Type 8000 and 8001