

〈論 文〉

오차계산에 기초한 대변형 유한요소 해석에서의 요소망 재구성 기준

김형종* · 김낙수**

Remeshing Criterion for Large Deformation Finite Element Analyses Based on the Error Calculation

Hyung Jong Kim and Naksoo Kim

Abstract

It often happens some elements are so largely distorted during a large- deformation finite element analysis that further calculation becomes impossible or the approximation error increases rapidly. This problem can be overcome only by remeshing at several suitable stages. The present study aimed to establish the criterion based on the error analysis for determining when remeshing should be done. Three types of power-norm error and traction jump error in the force norm were adopted as error estimators, and examined in the simulation and posterior error analysis of ring compression test to demonstrate the usefulness of them. The distribution of each error estimator and its variation during deformation were investigated. All the error estimators were increased monotonously with deformation and decreased rapidly at remeshing stage. It was shown that the error estimators suggested in this study are good measures as remeshing criterion for large deformation finite element analyses.

Key Words : Remeshing Criterion, Large Deformation Finite Element Analysis, Error Estimator, Power Norm Error, Traction Jump Error

1. 서 론

최근에 비선형 대변형 유한요소법의 개발과 발전에 힘입어 복잡한 공구형상을 가진 소성가공 공정에 대하여도 컴퓨터 시뮬레이

션을 통하여 결함의 발견과 이에 따른 금형 및 공정의 설계와 수정, 주요 공정변수의 정량적 조정 등이 어느 정도 가능하게 되었다. 그러나 대변형 문제의 유한요소 해석에는 몇 가지의 어려움이 따르게 되는데, 그 중 대표적인 것이 유한요소망의 심한 변형으로 인하여 더 이상의 계산이 불가능해지거나 계산오차가 급증하여 믿을만한 해를

*강원대학교 기계공학과

**서강대학교 기계공학과

구할 수 없게 되는 문제이다. 이러한 현상은 소성가공 공정을 시뮬레이션할 때 공구의 모서리 부근에서 흔히 나타나며, 해석 도중에 적절한 요소망 재구성을 수행함으로써 그 해결이 가능하다. 즉, 증분해석 과정의 몇몇 단계에서 변형된 형상에 대한 유한요소망을 재구성하고, 상태변수들을 새로운 요소망으로 변환하여 해석을 계속하는 것이다. 그러나 해석 도중에 중단하고 유한요소망을 새로 구성하는 작업은 상당한 노력과 시간을 필요로 하므로, 그 일련의 과정을 자동화하여 보다 효율적이고 정확한 해석 결과를 얻는 것이 바람직하다. 완전한 요소망 재구성 작업은 (1) 요소망 재구성 기준에 의한 재구성 시점의 결정, (2) 자동 요소망 생성 및 (3) 상태 변수의 변환의 3가지 과정을 통하여 이루어진다.

대변형 유한요소 해석에서 요소망을 재구성할 시점을 결정하기 위한 기준으로서 크게 두 가지를 고려할 수 있다. 첫째는 요소망의 기하학적 형상의 변형 정도를 기준으로 삼는 것으로서, 삼각형 면적, 절점각, 세장비 등과 같이 가시적인 변형정도를 정량화하는 방법^(1,2)과 실제좌표계와 요소좌표계 사이의 역변환 관계를 이용하는 방법⁽³⁾ 등이 제안되었으며, 음의 Jacobian이나 소재와 공구 간 간섭량의 검사는 요소망 재구성 기준으로 가장 많이 사용되고 있는 방법이다. 둘째는 유한요소 해석 결과에 대한 오차를 기준으로 하는 방법이다. 사후(a posteriori) 오차해석 방법은 원래 선형탄성 해석에서 최적 요소망을 적응적으로 구성하는 수단으로 많이 활용되었으며^(4~11), 최근에 대변형 소성가공 해석에서의 요소망 재구성 기준으로 이용되기 시작하였으나^(1,2,12~15), 일반적으로 적용될 수 있는 기준을 제안한 예는 아직까지 없는 실정이다.

오차해석을 위한 오차지표(error estimator)는 크게 세 가지 형태로 구분할 수 있다. 첫째는 평형식 또는 경계조건식의

잔류오차를 평가하는 잔류치형(residual type)이며, 1970년대 말 Babuska와 Rheinboldt⁽⁴⁾가 '적응 유한요소법'의 수학적 이론에서 제안한 이래 많은 연구자들^(5,6,15)에 의하여 수정 개선되어 왔다. 둘째는 Zienkiewicz와 Zhu⁽⁷⁾가 제안한 후처리형(post-processing type)으로, 최소자승법 또는 절점평균법 등으로 평활화한 유한요소 해를 오차 계산에 이용하는 방법이다^(1,2,8,12). 셋째는 유한요소 보간 오차를 사전에(a priori) 평가하는 보간형(interpolation type)이다^(9,10,13,14).

본 연구는 유한요소망 재구성을 자동화하기 위한 일환으로, 유한요소 해에 대한 오차 해석을 바탕으로 요소망 재구성 시점을 결정하는 기준을 마련하는 데 목적이 있다. 이를 위하여 Zienkiewicz와 Zhu⁽⁷⁾ 및 Chae^(6,15)의 오차지표를 대변형 강소성 유한요소 해석에 적합하도록 수정한 새로운 오차지표를 제안하고, 링 압축 문제의 오차 해석에 적용함으로써 요소망 재구성 기준으로서의 이들 오차지표의 타당성을 검증하였다.

2. 대변형 유한요소 해석 시스템

본 연구에 사용된 대변형 유한요소 해석 시스템은 2차원 소성가공 시뮬레이션을 위한 강소성 유한요소 코드 「DEFTEM(A Tool for Analyzing Metal Forming Processes)」⁽¹⁶⁾, 시뮬레이션 결과의 분석과 자동 요소망 생성을 위한 범용 전 후처리 패키지 「I-DEAS」⁽¹⁷⁾, 그리고 요소망 재구성 시의 상태변수 변환이나 경계조건 처리를 비롯하여 이 두 프로그램 사이의 정보를 원활히 주고 받기 위한 전용 프로그램 「REZONE」 등으로 구성되어 있다. 여기에 요소망 재구성 기준을 마련하기 위한 오차해석 모듈 「ERROR」가 연결되어 있다. Fig. 1은 이 시스템 내부의 정보 교환 관계를 나타내는 계통도이다.

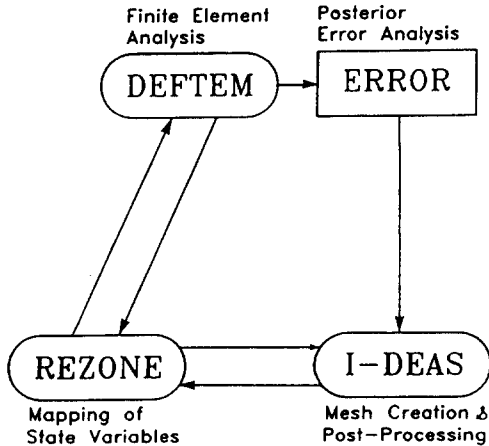


Fig. 1 System for simulation, pre/post-processing, remeshing and posterior error analysis

강소성 유한요소 방정식은 평형미분방정식과 경계조건식의 약형(weak form)에 재료의 비압축성 조건을 벌칙상수 k 를 써서 첨가한 다음 식을 이산화함으로써 얻어진다.

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV - \int_{S_F} t_i \delta v_i dS + \int_V k \epsilon_v \delta \epsilon_v dV = 0 \quad (1)$$

이 경계치 문제는 장변수(field variable)인 속도 v 를 절점속도 \bar{v} 로 보간함으로써 다음과 같이 이산화할 수 있다.

$$\Phi(\bar{v}) = \int_V \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \bar{v}^T B^T D B dV + \int_V k \bar{v} B^T c c^T B dV - \int_{S_F} t^T N dS = 0 \quad (2)$$

식 (2)에서 $v = N\bar{v}$, $\epsilon = B\bar{v}$, $\epsilon_v = c^T \epsilon$ 및 $\epsilon_{ij} \epsilon_{ij} = \epsilon^T D \epsilon$ 으로 정의되며, 이 비선형 연립방정식의 해를 구하기 위하여 직접반복법과 Newton-Raphson 반복법의 두가지 방법을 조합하여 사용한다.

한편, 마찰력은 다음과 같이 마찰인자(friction factor) m_f 및 소재-공구 간의 상대속도 v_r 에 의존하는 모델을 사용하여 처

리한다.

$$\tau_f = -m_f k \left[\frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{|v_r|}{a} \right) \right] \frac{v_r}{|v_r|} \quad (3)$$

3. 오차지표의 정의와 계산

요소망 재구성 기준으로서 계산 오차를 평가하는 방법을 사용하려면 우선 적절한 오차지표를 정의하는 것이 필요하다. 유한요소 해석에서는 변위, 응력, 변형률, 변형률속도 등 정해와의 차이를 나타내는 많은 오차요인이 있으며, 이들은 모두 오차지표의 정의를 위한 자료가 될 수 있다. 본 연구에서는 강소성 유한요소 정식화 과정의 주요한 변수인 변형률속도를 주 오차요인으로 하여 이를 응력 항과 곱한 형태로 정의한 "power norm error"와, 응력을 주요 오차요인으로 하여 응력 분포가 표면력 경계조건을 만족하지 않는 정도를 나타내는 "traction jump error"를 오차지표로 정의하고 대변형 문제에 적용하였다.

3.1 Power Norm Error

유한요소 해석에서 얻어지는 어떤 물리량에 대한 오차는 정해와의 차이로 정의된다. 그러나 일반적으로 정해를 구할 수 없기 때문에, 그 해결 방안으로서 절점평균법에 의하여 평활화(smoothing)된 값을 정해 대신 사용하는 방법^(1,2,7,8,12)을 생각할 수 있다. 이는 요소 내의 각 Gauss 적분점에서 계산된 어떤 상태변수(응력, 변형률 또는 변형률 속도 등)의 값을 절점 값으로 외삽(extrapolation)하고, 각 절점에서 그 절점을 포함하는 주위 요소들로부터 외삽된 절점 값들을 적절히 평균하여 이 상태변수 값의 분포를 평활화한 다음, 다시 각 요소에 대하여 이 절점 평균값을 보간(interpolation)함으로써 적분점에서의 정해를 대신하

는 방법이다. 본 연구에서는 절점평균값을 구하기 위하여 그 절점에 기여한 주위 요소들의 개수로 단순히 산술평균하는 방법을 사용하였으나, 각 요소의 면적(또는 체적)에 따른 기여도를 나타내는 가중치를 고려할 수도 있을 것이다. 또한, 경계선 상의 절점들은 주위 요소들의 수가 적고 한 쪽으로만 치우쳐 있어 그 절점에 가까운 적분점에서의 오차가 일반적으로 과소평가되는 문제점이 있으나, 이를 보완하기 위한 정량적인 방법을 확립하기는 어렵다.

4절점 선형보간 사각형 요소에 대하여 어떤 상태변수 f 의, 적분점 값 f_j 에서 절점 값 \hat{f}_i 으로의 외삽 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{f}_1 &= \frac{1}{4}[(1+g)^2 f_1 + (1-g^2) f_2 \\ &\quad + (1-g)^2 f_3 + (1-g^2) f_4] \\ \hat{f}_2 &= \frac{1}{4}[(1-g)^2 f_1 + (1+g^2) f_2 \\ &\quad + (1-g)^2 f_3 + (1-g^2) f_4] \\ \hat{f}_3 &= \frac{1}{4}[(1-g)^2 f_1 + (1-g^2) f_2 \\ &\quad + (1+g)^2 f_3 + (1-g^2) f_4] \\ \hat{f}_4 &= \frac{1}{4}[(1-g)^2 f_1 + (1-g^2) f_2 \\ &\quad + (1-g)^2 f_3 + (1+g^2) f_4] \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $g = \sqrt{3}$ 이다. 또한, 절점 값으로부터 적분점 값으로의 보간 관계식은 식 (4)에 $g = 1/\sqrt{3}$ 를 대입함으로써 얻어진다.

유효변형률속도, 유효변형률 및 유효응력의 유한요소 해를 각각 $\hat{\epsilon}, \hat{\epsilon}, \hat{\sigma}$ 라 하고, 이들을 외삽 및 보간에 의하여 평활화한 값을 각각 $\bar{\epsilon}, \bar{\epsilon}, \bar{\sigma}$ 라 하면, 이들 오차요인으로 부터 여러가지 형태의 오차지표를 정의할 수 있다.

- 변형률속도 오차

$$E_{\dot{\epsilon}} = \sum E_{\dot{\epsilon}}^{(m)} = \sum \int_{V^{(m)}} \Delta \dot{\epsilon} dV = \sum \int_{V^{(m)}} | \dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^* | dV \quad (5)$$

- 변형률 오차

$$E_{\epsilon} = \sum E_{\epsilon}^{(m)} = \sum \int_{V^{(m)}} \Delta \bar{\epsilon} dV = \sum \int_{V^{(m)}} | \bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}^* | dV \quad (6)$$

- 응력 오차

$$E_{\sigma} = \sum E_{\sigma}^{(m)} = \sum \int_{V^{(m)}} \Delta \bar{\sigma} dV = \sum \int_{V^{(m)}} | \bar{\sigma} - \bar{\sigma}^* | dV \quad (7)$$

- Power-norm 오차

$$E_{P1} = \sum E_{P1}^{(m)} = \sum \int_{V^{(m)}} \Delta \bar{\sigma} \cdot \Delta \dot{\epsilon} dV \quad (8a)$$

$$E_{P2} = \sum E_{P2}^{(m)} = \sum \int_{V^{(m)}} \bar{\sigma}^* \cdot \Delta \dot{\epsilon} dV \quad (8b)$$

$$E_{P3} = \sum E_{P3}^{(m)} = \sum \int_{V^{(m)}} \bar{\sigma} (\Delta \dot{\epsilon}, \Delta \bar{\epsilon}) \cdot \Delta \dot{\epsilon} dV \quad (8c)$$

위에서 \sum 기호는 요소 전체에 대한 합을 표시하며, E_{P3} 에서의 $\bar{\sigma}(\Delta \dot{\epsilon}, \Delta \bar{\epsilon})$ 는 유동응력식 $\bar{\sigma} = C \bar{\epsilon}^m \bar{\epsilon}^n$ 에 $\Delta \dot{\epsilon}$ 과 $\Delta \bar{\epsilon}$ 를 대입한 값을 나타낸다.

식 (8)로 정의되는 오차지표들은 에너지 소산율의 차원을 가지며, 그 물리적인 의미는 Fig. 2와 같이 생각할 수 있다. 이들은 해석조건에 따라 그 값의 범위가 많이 달라

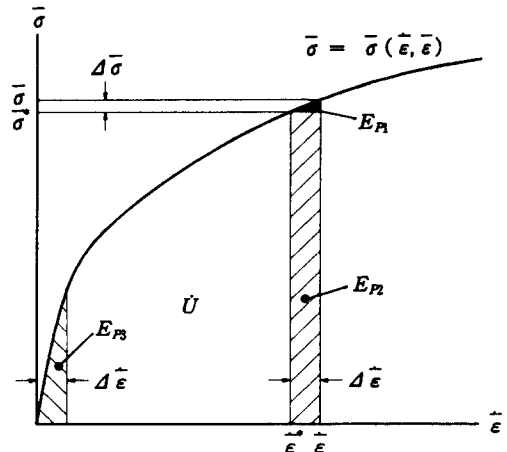


Fig. 2 Physical meaning of three types of power-norm error estimators

질 수 있으므로, 적절한 항으로 나누어 무차원화하는 것이 편리하다. 본 연구에서는 이들을 총 에너지 소산율 \dot{U} 로 각각 나누어 무차원화한 power-norm 오차지표를 사용하였다. 즉,

$$\eta_{P1} = \frac{E_{P1}}{\dot{U}}, \quad \eta_{P2} = \frac{E_{P2}}{\dot{U}}, \quad \eta_{P3} = \frac{E_{P3}}{\dot{U}} \quad (9)$$

여기서

$$\dot{U} = \sum \dot{U}^{(m)} = \sum \int_{V^{(m)}} \bar{\sigma}^* \cdot \dot{\bar{\epsilon}}^* dV \quad (10)$$

3.2 Traction Jump Error

경계 $S^{(m)}$ 으로 둘러싸인 요소 $V^{(m)}$ 에 대한 유한요소 응력해 σ_{ij} 는 일반적으로 평형 방정식과 표면력 경계조건을 엄밀하게 만족하지 않으므로, 다음과 같은 두 가지의 오차 요인, 즉 body force residual R_i 와 traction residual T_i 가 발생한다.

$$R_i = \sigma_{ij,j} + f_i^B \neq 0 \quad \text{in } V^{(m)} \quad (11a)$$

$$T_i = \sigma_{ij}n_j - t_i \neq 0 \quad \text{on } S^{(m)} \quad (11b)$$

여기서 f_i^B 는 물체력(body force), t_i 는 요소간 경계를 통하여 전달되는 표면력(surface traction)을 나타내며, n_j 는 경계면의 외향법선벡터이다.

표면력 t_i 는 미지의 양이므로 식 (11b)의 직접 계산은 현실적으로 불가능하나, Chae⁽⁶⁾는 탄성 해석에서의 최적 요소망 자동 구성에 관한 연구에서 인접한 두 요소 사이의 "traction jump"를 이용하여 traction residual T_i 를 계산하는 방법을 제안하였다. 두 요소 a, b 사이의 경계에서 발생하는 traction jump J_i 는 다음과 같이 두 요소의 traction residual T_i^a 및 T_i^b 로 구성된다.

$$\begin{aligned} J_i &= (\sigma_{ij}^a - \sigma_{ij}^b) n_j^a = \sigma_{ij}^a n_j^a + \sigma_{ij}^b n_j^b \\ &= (\sigma_{ij}^a n_j^a - t_i^a) + (\sigma_{ij}^b n_j^b - t_i^b) \quad (12) \\ &= T_i^a + T_i^b \end{aligned}$$

따라서 유한요소 해 σ_{ij} 로부터 계산될 수

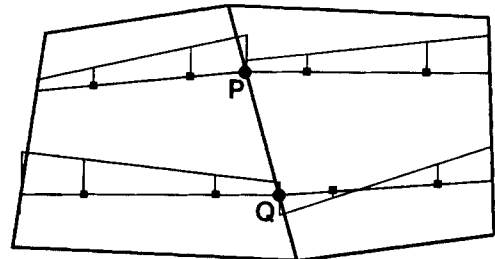
있는 traction jump J_i 값을 두 요소 a, b에 적절히 분배함으로써 traction residual T_i^a 와 T_i^b 를 구할 수 있다. 가장 간단한 오차 분배 방법은 J_i 를 두 요소 a, b에 균등하게 나누는 것이다. 즉,

$$T_i^a = T_i^b = \frac{J_i}{2} \quad (13)$$

그러면 traction residual에 근거한 오차지표를 다음과 같이 force norm 형태로 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} E_F &= \sum E_F^{(m)} = \sum \int_{S^{(m)}} \sqrt{T_x^2 + T_y^2} dS \\ &= \sum \frac{1}{2} \int_{S^{(m)}} \sqrt{J_x^2 + J_y^2} dS \quad (14) \end{aligned}$$

이 오차지표는 Fig. 3에 도시한 바와 같



Element a Element b

Fig. 3 Traction jump on the boundary between adjacent elements

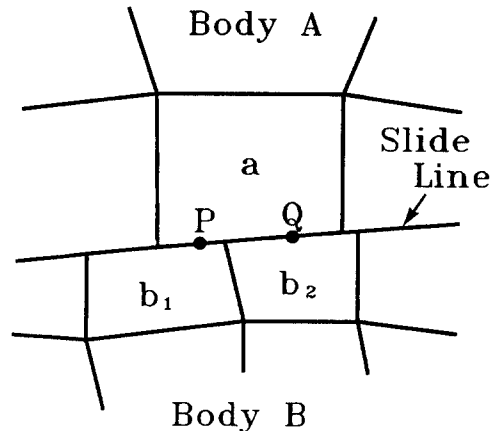


Fig. 4 Schematic diagram of two-body contact along a slide line

이 요소 내 Gauss 적분점으로부터 선형의 삽하여 구한 요소간 경계에서의 응력값 차이를 적분함으로써 계산된다. 규칙적으로 배열된 요소망의 경우에는 인접한 두 요소의 경계에서 적분점이 두 요소에 공통되나, 요소의 전이(element transition)가 있거나 두 물체가 서로 접촉하고 있는 경계선에서는 일반적으로 두 요소의 적분점이 서로 일치하지 않는다. Fig. 4는 두 물체 간의 접촉문제를 고려하는 유한요소 해석에서, 물체 A의 한 요소 a가 "slide-line"으로 정의된 경계를 따라 물체 B의 두 요소 b1 및 b2와 접촉하고 있는 것을 나타낸다. 요소 a에 대한 오차지표를 평가하고자 할 때, 변 1-2 상의 적분점 P, Q는 각각 요소 b1 및 b2와 접촉하고 있으므로 각 적분점에서의 traction jump는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} J^P &= (\sigma_{ij}^a - \sigma_{ij}^{b1}) n_j^a \\ J^Q &= (\sigma_{ij}^a - \sigma_{ij}^{b2}) n_j^a \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 σ_{ij}^a , σ_{ij}^{b1} , σ_{ij}^{b2} 는 각각 해당되는 요소 내의 응력분포로부터 얻어지는, 경계에서의 값들이다. 본 연구에서 사용한 프로그램 「DEFTEM」과 같이 강체 금형 내에서의 응력을 특별히 계산하지 않는 경우에는 금형과 소재 간의 접촉면 상에서의 traction jump는 절점력 해로부터 구해진다.

한편, 요소의 한 면이 자유표면(traction-free surface)인 경우, 식 (12)에서 $\sigma_{ij}^a = 0$

으로 처리하였으며, 중심선(또는 대칭선)을 따른 경계에서는 대칭성을 고려하여 $\sigma_{ij}^a = \sigma_{ij}^b$ 로 가정하였다.

4. 오차 해석 결과 및 토론

앞에서 정의한 "power norm error"와 "traction jump error"가 요소망 재구성 시점을 결정하기 위한 오차지표로서 적합함을 확인하기 위하여 링 압축 문제를 대상으로 오차 해석을 수행하였다. 대칭성을 이용하여 전체의 1/4만을 모델링하였으며, 주요 입력 데이터는 다음과 같다.

총요소수 : 25~400 개(표준 모델 : 100 개, 요소망 재구성 후 101 개)

총절점수 : 36~441 개(표준 모델 : 121 개, 요소망 재구성 후 123 개)

마찰인자 : $m=0.3, 0.4, 0.5$ (표준 모델 : 0.5)

다이 속도 : $v=1.0\text{mm/s}$

시간 증분 : $\Delta t=0.2, 0.5, 1.0\text{ s}$ (표준 모델 : 0.2s)

가공경화식 : $\bar{\sigma} = 75.86 \bar{\epsilon}^{0.1} \text{kgf/mm}^2$

우선 요소수 100개(10×10), 절점수 121 개, 마찰인자(friction factor) $m=0.5$, 시간 증분 $\Delta t=0.2\text{s}$ 인 경우("표준 모델")에 대하여 오차 해석을 수행하여, 본 연구에서 제안한 여러가지 오차지표들이 요소망 재구

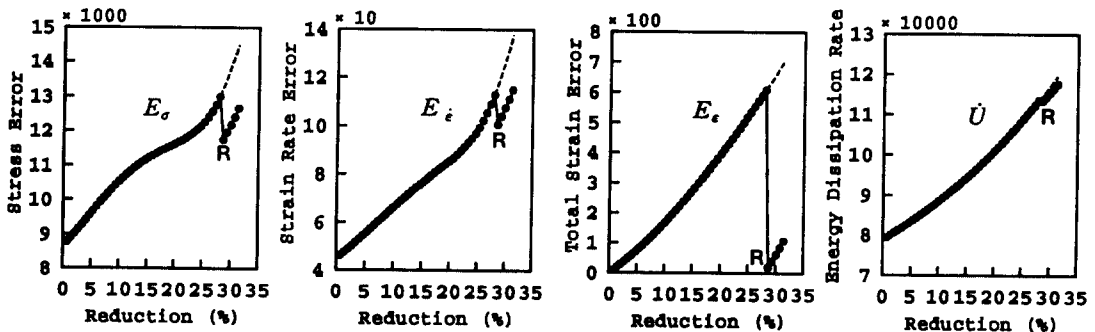


Fig. 5 Variations of stress error, strain-rate error, strain error and total energy dissipation rate

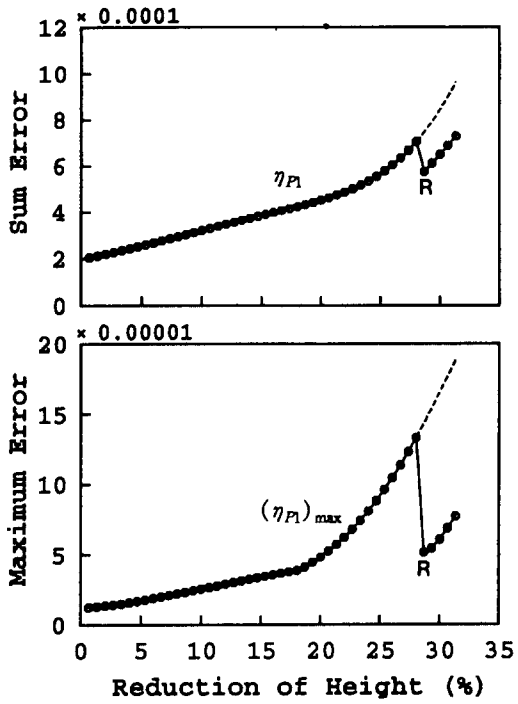


Fig. 6 Variations of η_{P1} and $(\eta_{P1})_{max}$

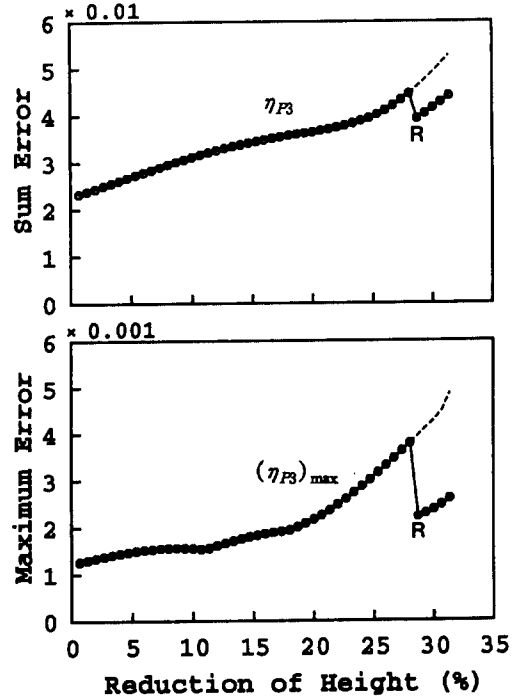


Fig. 8 Variations of η_{P3} and $(\eta_{P3})_{max}$

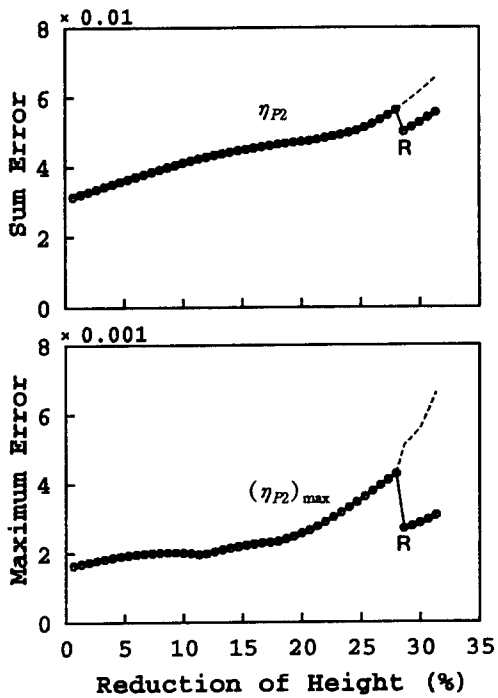


Fig. 7 Variations of η_{P2} and $(\eta_{P2})_{max}$

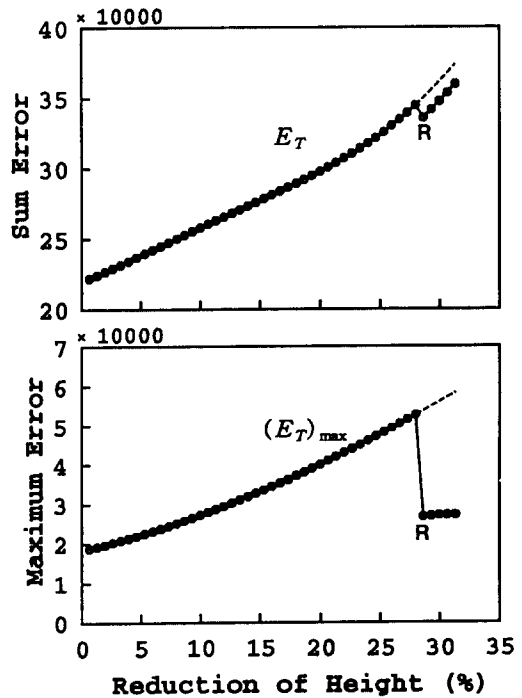


Fig. 9 Variations of E_T and $(E_T)_{max}$

성 시점을 결정하기 위한 기준으로서 적합 한가를 검증하였다. 또한, 오차 해석에 영 향을 미치는 인자들을 조사하기 위하여 요 소망 크기와 형상, 시간 증분, 마찰인자의 변화에 따른 결과를 비교·분석하였다.

4.1 오차지표의 검증

표준 모델에 대한 오차 해석 결과를 Fig. 5~13에 나타내었다. Fig. 5는 식 (5) ~ (7) 및 (10)에서 각각 정의한 응력 오차, 변형률속도 오차, 변형률 오차 및 총 에너

지 소산율의 높이감소율에 따른 변화를 도 시한 것이다. 오차들은 변형이 진행함에 따 라 모두 단조증가하며, 요소망 재구성 작 업에 의하여 급격히 감소하였다가(그림에서 "R"로 표시) 다시 증가하는 일반적 경향을 보이고 있다. 각 곡선 오른쪽의 점선 부분 은 요소망 재구성을 하지 않고 계속 해석을 진행한 결과를 나타낸다. 특히, 변형률 오 차는 요소망 재구성 시 큰 폭으로 감소하는 특징을 나타내고 있는데, 이는 상태변수 변 환 시 오차지표 계산에서의 같은 평활화 과 정을 거치기 때문이다. 총 에너지 소산율은

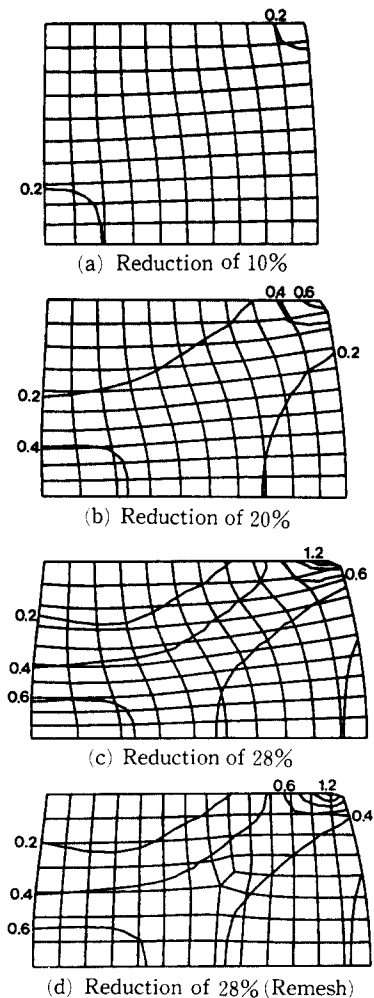


Fig. 10 Distribution of effective strain

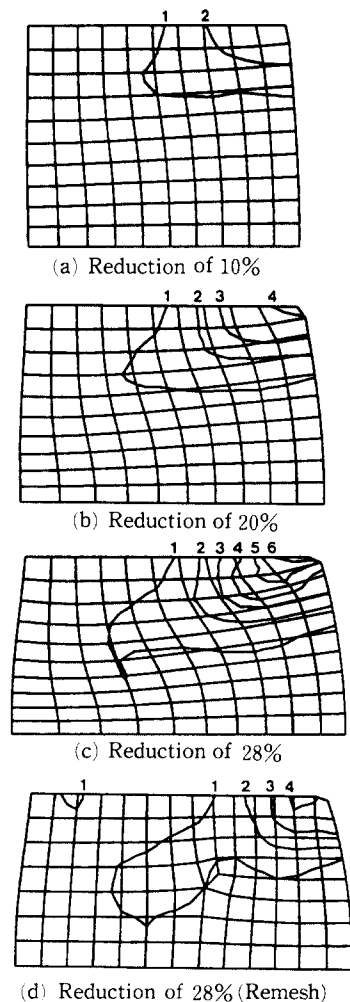


Fig. 11 Distribution of strain-rate error

요소망 재구성과 큰 영향을 받지 않고 단조 증가하는 것으로 나타났다.

Fig. 6~9는 식 (9)에서 정의한 3가지 power norm 오차지표 η_{P1} , η_{P2} , η_{P3} 및 식 (14)에서 정의한 traction jump 오차와, 전체 요소들 중 각 오차지표에 대한 최대값의 변화를 나타낸 것이다. 이들 오차지표와 최대오차도 변형의 진행과 함께 단조증가하다가 요소망 재구성에 의하여 일시적인 감소를 보이는 일반적인 경향을 보인다. 특히 최대오차는 요소망 재구성 시 급격히 감소하며, 이로 인하여 전체 오차가 감소하는

것과 함께 오차 분포의 구배가 완만해 질 것으로 추측된다. 이러한 사실은 요소망 재구성의 목적과 부합되며, 요소망 재구성 전 후에서의 오차 분포를 비교함으로써 확인할 수 있다.

Fig. 10~13에 몇가지 변형 단계와 요소망 재구성 전 후에서의 유효변형률 ϵ , 변형률속도 오차 $E\dot{\epsilon}$, power norm 오차 η_{P1} 및 traction jump 오차 E_T 의 분포를 각각 도시하였다. 유효변형률의 분포(Fig. 10)는 요소망 재구성 전 후에서 거의 변화가 없는 점으로 미루어, 본 연구에 사용된 상태변수

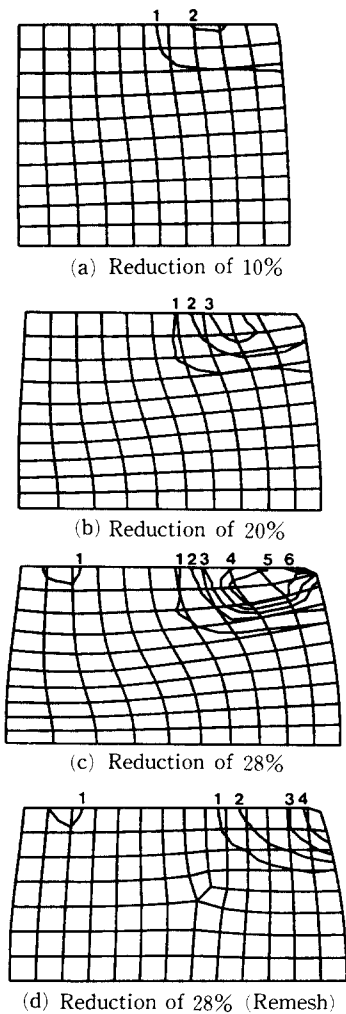


Fig. 12 Distribution of η_{P1}

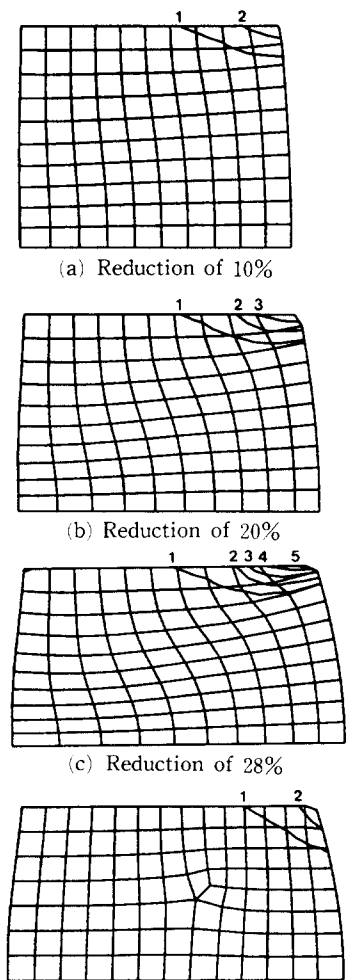


Fig. 13 Distribution of E_T

변환 알고리즘(「REZONE」)이 믿을 만한 결과를 주는 것으로 생각된다. 유효변형률의 분포를 참조할 때 모든 오차는 변형이 심한 부분(그림에서 오른쪽 위)에서 큰 값과 큰 구배를 나타내며, 변형의 진행과 함께 오차의 크기와 구배도 증가하다가 요소망 재구성을 하면 급격히 감소하여, 앞서 예측한 대로 오차의 하향 평준화가 이루어지는 것을 알 수 있다. 요소망 재구성 시의 오차 감소 폭은 새로운 요소망의 형상과 치수에 따라 상당한 차이를 나타낼 것으로 생각된다.

4.2 요소망의 영향

요소의 크기가 오차에 미치는 영향을 알아보기 위하여 가로 세로 방향의 요소 갯수가 각각 5×5, 5×10, 5×20, 10×5, 10×10, 10×20, 20×5, 20×10, 20×20인 9가지 경우에 대하여 해석하였다. Fig. 14는 요소의 크기에 따라 오차지표들에 차이가 발생하는 것을 비교해 보여주고 있다. 일반적으로 요소 크기가 클수록 오차가 커지나, 같은 크기인 경우라도 가로:세로의 비에 따라서 차이가 있음을 알 수 있다(예를 들어 5×10와 10×5의 경우). 따라서 좋은 해를 얻기 위하여는 같은 크기, 같은 갯수의 요소를 사용하더라도 다이의 진행 방향을 고려하여 요소망을 구성해야 할 것이다.

Fig. 15는 요소수를 똑같이 100개(10×10)로 유지하면서 요소 모양을 정사각형으로부터 네 방향으로 찌그러뜨린 6가지 경우에 대하여 오차 해석을 수행한 결과를 도시한 것이다. 같은 방향으로 찌그러진 요소망에 대하여는 더 많이 찌그러진 요소망에서 더 큰 오차를 나타내며, 찌그러진 정도뿐만 아니라 찌그러진 방향도 오차 크기에 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 따라서 일반적으로 큰 변형과 큰 오차가 수반되는 부분에서의 요소 모양은 오차 해석 결과에 매우

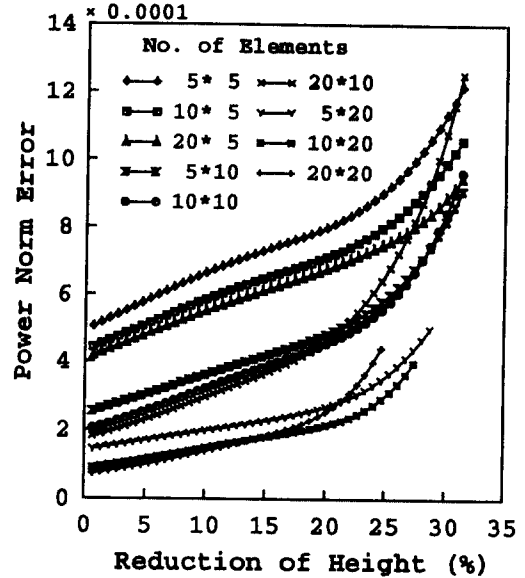


Fig. 14 Effect of element size on η_{P1}

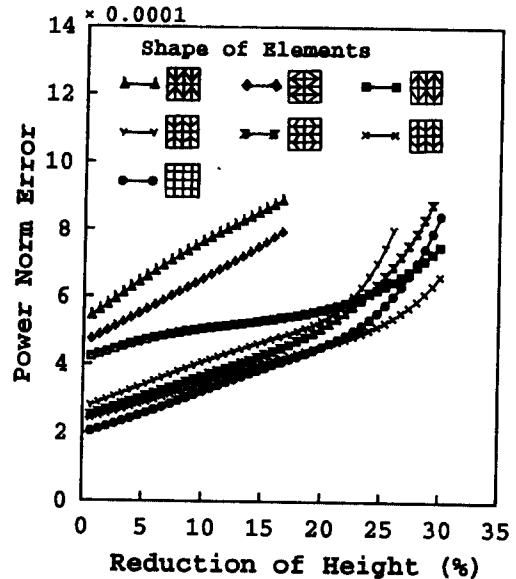


Fig. 15 Effect of element shape on η_{P1}

큰 영향을 미칠 것으로 생각된다.

4.3 공정변수의 영향

Fig. 16에 도시한 바와 같이, 충분해석에서 시간증분의 크기를 여러가지로 바꾸어

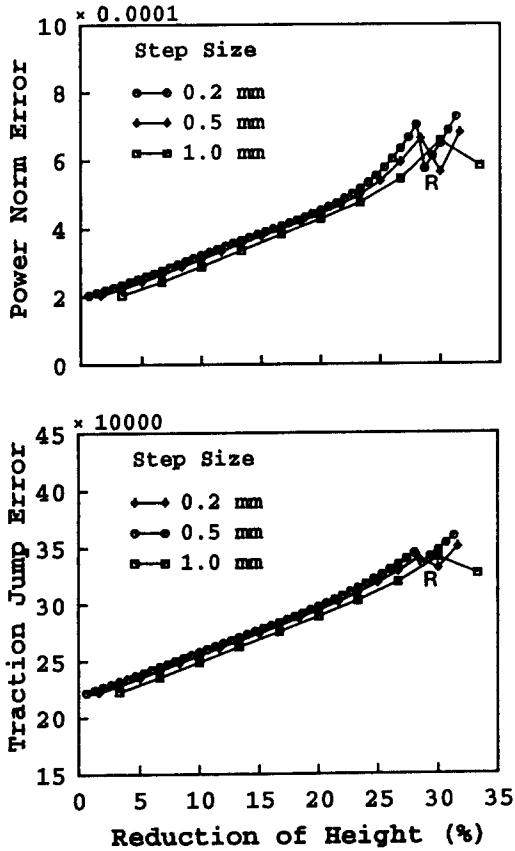


Fig. 16 Effect of step size on η_{P1} and E_T

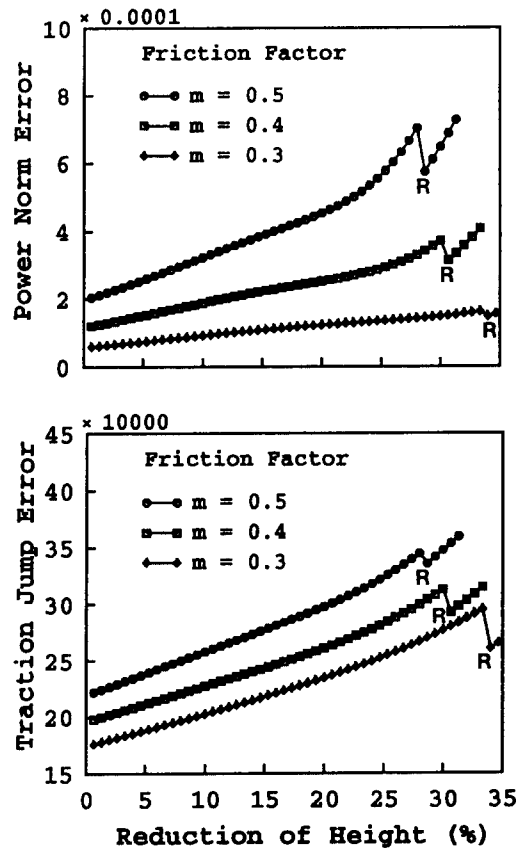


Fig. 17 Effect of friction factor on η_{P1} and E_T

오차 해석을 수행한 결과는 power norm 오차지표 η_{P1} 및 traction jump 오차지표 E_T 모두 시간 증분의 영향은 거의 받지 않는 것으로 나타났다.

또한, 다이와 소재 간의 마찰조건에 영향을 조사하기 위하여 마찰인자(friction factor) $m=0.3, 0.4, 0.5$ 의 세 가지 경우에 대한 오차 해석 결과를 Fig. 17에 도시하였다. 마찰인자는 링 압축 시험에서 가장 중요한 공정변수이며, 소재의 변형 양상에 큰 영향을 미친다. 마찰이 클수록 큰 전단변형과 함께 요소망이 빨리 찌그러져 오차의 증가 속도와 집중 정도도 커지며, 따라서 요소망 재구성 시점도 빨라진다. η_{P1} 및 E_T 의 변화가 모두 이러한 사실을 뒷받침하고 있다.

5. 결론

대변형 유한요소 해석에서 유한요소망을 재구성하는 시점을 결정하기 위한 기준으로서 변형률속도 오차에 근거한 세 가지 형태의 "power-norm error"와 응력 해의 표면력 경계조건과의 불일치 정도를 나타내는 "traction jump error"를 제안하고, 이들의 요소망 재구성 기준으로서의 타당성을 검토하기 위하여 링 압축 시험을 모델로 오차 해석을 수행하였다. 공정 시뮬레이션에는 기존의 강소성 유한요소 코드 DEFTEM, 전·후처리 및 요소망 재구성 작업에는 범용 패키지 I-DEAS, 그리고 상태변수 변환에는 전용 프로그램 REZONE을 각각 이용

하였으며, 이들을 상호 유기적으로 활용하기 위한 시스템을 구축하였다.

링 압축 시험에 대한 오차해석 결과 “power-norm error”와 “traction jump error”는 거의 비슷한 변화 양상을 나타냈으며, 이로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 모든 오차지표의 분포를 살펴보면 최대오차가 발생하는 부분은 변형이 집중되는 부분과 거의 일치하고, 변형의 진행에 따라 단조증가하며, 요소망 재구성 시점에서 급격히 감소했다가 다시 단조증가하는 일반적 경향을 보인다. 요소망 재구성 시의 오차 감소 폭은 새로운 요소망의 형상과 치수에 따라 상당한 차이를 나타낼 수 있다.

(2) 일반적으로 요소의 크기가 클수록 오차가 커지나, 같은 크기인 경우라도 가로:세로의 비에 따라서 차이가 생길 수 있다. 따라서 좋은 해를 얻기 위하여는 같은 크기, 같은 갯수의 요소를 사용하더라도 다이의 형상과 진행 방향을 고려하여 요소망을 구성해야 할 것이다.

(3) 인위적으로 찌그러뜨린 초기 요소망에 대하여는 더 큰 오차가 발생하였으며, 찌그러진 정도뿐만 아니라 찌그러진 방향도 오차 크기에 영향을 미치는 것으로 나타났다. 특히 큰 변형과 큰 오차가 수반되는 부분에서의 요소 모양은 매우 큰 영향을 미치는 것으로 나타났다.

(4) 시간증분의 크기는 오차의 크기에 거의 영향을 미치지 않는다.

(5) 링 압축 시험에서 마찰인자의 크기는 변형 양상과 밀접한 관계를 가지며, 이는 곧 오차의 크기와 분포에도 직접적인 영향을 미친다. 마찰이 클 수록 전단변형이 커져서 요소망이 빨리 찌그러지며 오차의 증가와 집중 정도도 빨라진다.

(6) 어떤 오차지표에 대하여 모든 경우에 적합한 요소망 재구성 기준을 마련한다는 것은 매우 어렵다. 그러나 본 연구에서 제

안한 오차지표는 여러가지 해석조건에 대하여 일관성있는 변화 양상을 나타내었으며, 그 결과들로 미루어 power-norm error η_{P1} 의 경우는 초기 오차값의 2.5~3.5 배, η_{P2} 와 η_{P3} 는 1.5~2.0 배, 그리고 traction jump error E_T 는 1.3~1.6 배 정도의 범위에서 해석 대상에 따라 사용자가 적절한 선택 기준을 마련함으로써 효율적으로 이용할 수 있을 것으로 생각된다.

후 기

이 논문은 1992년도 교육부 지원 한국학술진흥재단의 자유공모(지방대학육성)과제 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- (1) AM. Habraken and S. Cescotto, 1990, “An Automatic Remeshing Technique for Finite Element Simulation of Forming Processes”, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.30, pp. 1503-1525
- (2) 채수원, 조해규, 1994, “대변형 해석에서 유한요소망의 재구성 기준”, 대한기계학회 '94년도 고체역학부문 학술대회 논문집, pp.62-67
- (3) H. T. Y. Yang, M. Heinstein and J. M. Shih, 1989, “Adaptive 2D Finite Element Simulation of Metal Forming Processes”, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol. 28, pp. 1409-1428
- (4) I. Babuska and W. C. Rheinboldt, 1978, “A Posteriori Error Estimates for the Finite Element Method”, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.12, pp.1597-1615
- (5) D. W. Kelly, 1984, “The Self-Equilibration of Residuals and Complementary A Posteriori Error Estimates in the Finite Element Method”, Int. J.

- Numer. Methods Eng., Vol.20, pp.1491-1506
- (6) S. W. Chae, 1988, "On the Automatic Generation of Near-Optimal Meshes for Three-Dimensional Linear Elastic Finite Element Analysis", Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology
- (7) O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu, 1987, "A Simple Error Estimator and Adaptive Procedure for Practical Engineering Analysis", Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.24, pp.337-357
- (8) M. Ainsworth, J. Z. Zhu, A. W. Craig and O. C. Zienkiewicz, 1989, "Analysis of the Zienkiewicz-Zhu A-Posteriori Error Estimator in the Finite Element Method", Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.28, pp.2161-2174
- (9) L. Demkowicz, Ph. Devloo and J. T. Oden, 1985, "On an h-Type Mesh Refinement Strategy Based on Minimization of Interpolation Errors", Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol. 53, pp.67-89
- (10) N. Kikuchi, 1986, "Adaptive Grid-Design Methods for Finite Element Analysis", Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol.55, pp.129-160
- (11) H. Jin and N. E. Wiberg, 1990, "Two-Dimensional Mesh Generation, Adaptive Remeshing and Refinement", Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.29, pp.1501-1526
- (12) O. C. Zienkiewicz, Y. C. Liu and G. C. Huang, 1988, "Error Estimation and Adaptivity in Flow Formulation for Forming Problems", Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.25, pp.23-45
- (13) J. H. Cheng, 1988, "Automatic Adaptive Remeshing for Finite Element Simulation of Forming Processes", Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.26, pp.1-18
- (14) N. Yukawa, N. Kikuchi and A. Tezuka, 1990, "An Adaptive Remeshing Method for Analysis of Metal Forming Processes", Proc. 3rd ICTP, Vol.4, pp. 1719-1728
- (15) 박삼진, 채수원, 신보성, 김동원, 김형중, 1991, "대변형 해석을 위한 요소망 재구성법 연구", 한국기계연구소
- (16) 김낙수, 1992, "DEFTEM Manual: DEFTEM-A Tool for Analyzing Metal Forming Processes", 홍익대학교 기계공학과
- (17) Structural Dynamics Research Corporation, 1991, "I-DEAS Finite Element Modelling-User's Guide"