

〈論 文〉

# 곡면금형을 통한 축대칭 열간 압출의 ALE 유한요소 해석

강연식\* · 양동열\*

## Finite Element Analysis of Axisymmetric Hot Extrusion Through Continuous Dies Using the Arbitrary Lagrangian-Eulerian Description

Yeon-Sick Kang and Dong-Yol Yang

### Abstract

The arbitrary Lagrangian-Eulerian(ALE) finite element analysis is applied to the axisymmetric hot extrusion through continuous dies. In order to simulate hot forming problems, an ALE scheme for temperature analysis is proposed. The computed results are compared with experimental results as well as with those by pure Lagrangian method. In the present study mesh control is accomplished by the use of isoparametric mapping of quadrilaterals.

**Key Words :** Arbitrary Lagrangian-Eulerian Description(임의 라그랑지안 — 오일러리안 묘사), Temperature Analysis(온도해석), Extrusion Through Continuous Dies(연속금형압출)

### 1. 서 론

소성가공 공정은 변형이 비선형적이고 경로의존적이기 해석에 많은 어려움이 있다. 소성변형을 해석하기 위한 여러가지 방법중에서 Lagrangian 수식화에 의한 유한요소법은 지금까지 많은 문제의 해석에 널리 이용되어져 왔다. 이 방법은 지배방정식이 간단하며 격자와 물질간의 상대이동이 없기 때문에 경로 의존적인 물성치들의 계산이 간단하고 경계조건 등이 명확하다. 그러나

변형이 큰 경우, 특히 국부적으로 변형이 심한 경우 격자의 찌그러짐과 같은 문제로 인하여 해석이 부정확하여지거나 나아가서는 더 이상 계산을 할 수 없는 경우가 발생한다.

연속금형을 통한 압출은 강한 전단따가 존재하지 않고 보다 균일한 변형을 얻을 수 있는 등의 많은 장점이 있는 공정으로 고강도의 재료의 압출에 이용되고 있다. 연속금형 압출의 경우 급격한 유동변화는 없으나 마찰이 크거나 단면감소율이 클 경우에는 격자재구성이 여러번 요구 되어진다. 그래서 본 논문에서는 근래에 들어 소성가공 공정에 적용되기 시작한 ALE 접근방식에 의

\*한국과학기술원 정밀공학과

한 해석을 하고자 한다. ALE 방법은 초기에 주로 유체역학 분야에서 사용되어져 왔다. 1974년에 Hirt 등<sup>(1)</sup>은 유체역학에서 Navier-Stokes 방정식을 푸는데 사용하였고 1981년에 Hughes 등<sup>(2)</sup>은 비압축적성 점성 유동에 대하여 유체 경계면과 자유면에서의 문제를 처리할 수 있는 유한요소 수식화를 하였다. 비선형고체역학 분야에서는 1984년에 Haber<sup>(3)</sup>가 유한요소법에 적용하였으며 그 후에 Liu 등<sup>(4)</sup>이 경로의존적인 물질에 대한 탄-소성해석을 하였다. Benson<sup>(5)</sup>은 ALE 접근방식을 단순화시켜 여러가지 예제를 해석하였다. 1990년대에 들어와서 Ghosh<sup>(6)</sup>는 탄-소성 유한요소법의 수식화와 압출문제에 적용한바 있다. 최근에 들어서는 다양한 분야로 사용이 확대되어지고 있다.

본 연구에서는 강-점소성 재료에 대한 ALE 유한요소법으로 축대칭 열간 연속금형 압출을 해석하였다. 온도해석을 하기 위한 ALE 해석방법을 제시하고 온도해석 결과를 Lagrangian 방법에 의한 해석 결과와 비교하였다. 개발된 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 해석결과를 종전의 실험결과와 격자재구성을 수행한 Lagrangian 방법에 의한 결과와 비교하여 보았다. ALE 방법에 있어서 중요한 것중의 하나인 격자의 조정은 사변형의 등매개 사상(isoparametric mapping of quadrilaterals)을 이용하여 수행하였다.

## 2. 이론해석

### 2.1 변형해석을 위한 유한요소 수식화

기본방정식을 유도하는데에 있어서 관성 효과를 무시하고 소재는 강-점소성체로 가정한다. 일반적인 운동량 방정식을 쓰면 아래와 같다.

$$(\tau_{ij})_{,j} + b_i = \rho \dot{v}_i \quad (1)$$

$b_i$ 는 체적력(body force)이고  $\rho$ 는 밀도이

다.  $\tau_{ij}$ 는 코시응력(cauchy stress)성분을 나타낸다. 물질 좌표에 대한 미분( $\cdot$ )과 기준 좌표에 대한 미분( $*$ )에 대한 관계는 다음과 같다.

$$\dot{v}_i = v_i^* + c_j(v_i)_{,j} \\ \text{where } c_j = v_j - w_j \quad (2)$$

이때  $v$ 는 물질속도이고  $w$ 는 격자속도이다. 재료가 강-점소성이고 등방성과 비압축성을 가진다고 가정하면 다음식<sup>(7)</sup>을 만족한다.

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} \bar{\sigma} \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}} \epsilon_{ij} \quad (3)$$

식(1)에 식(2)와 식(3)을 대입하여 체적력을 무시한 후 변분 원리에 의해 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta \Pi = \int \bar{\sigma} \delta \bar{\epsilon} dV + K^* \int \epsilon_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV \\ + \int \rho (v_j - w_j) v_{i,j} \delta v_i dV \\ - \int T_i \delta v_i dS = 0 \quad (4)$$

이때  $\delta v_i$ 는 경계조건에 합치하는 속도장에 대한 임의의 변분량이다.  $K^*$ 는 비압축성을 고려하기 위한 벌칙 상수(penalty constant)이다. 식(4)는 속도에 대한 비선형 방정식이 되므로 식(4)를 Taylor 전개한 후 고차원을 무시하여 선형화시킨후 간단함과 2차 수렴특성을 갖는 Newton-Raphson 반복 방법을 이용하여 속도장을 구한다.<sup>(8)</sup>

### 2.2 온도 해석 방법

일반적으로 온도해석은 다음과 같은 에너지 평형식을 이용하여 해석한다.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_x + \rho c_p (v_i - w_i) T_{,i} \\ = k^* \bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}} + k T_{,ii} \quad (5)$$

윗식을 변분 취하여 정리해 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \int_v \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} |_x \delta T dV \\
 & + \int_v \rho c_p (v_i - w_i) \frac{\partial T}{\partial x_i} \delta T dV \\
 & = \int_v k^* \bar{\sigma} \dot{\epsilon} \delta T dV \\
 & + \int_r q_n \delta T dS \\
 & - \int_v k T_{,i} \delta T_{,i} dV \quad (6)
 \end{aligned}$$

식(6)에서 좌변 첫째항은 수치적으로 정확하게 구현하기가 어려우므로 근사시켜 구현<sup>(9)</sup>하여야 한다. 또한 본 해석에서는 온도 해석을 변형해석과 비연계시켜 해석하는데 이 방법은 연계해석과 달리 매 축차(iteration)마다 온도 계산을 하지 않고 수렴된 속도장과 좌표를 가지고 한 시간 스텝(time step) 내에서 한 번의 온도해석만을 한다. 그리고 선형화된 온도방정식으로 온도장을 구하게 된다. 이상과 같은 이유로 계산시간이 많이 요구되는 식(6)을 사용하지 않고 Lagrangian 수식<sup>(10)</sup>을 사용하여 물질계에 대한 온도해석을 이용한다. 물질 좌표에 대하여 온도를 구한 다음에는 다음과 같은 과정을 통해 격자계에 온도값을 재지정해 주게 된다.

(1) 수렴된 속도장으로 Fig. 1과 같이 물

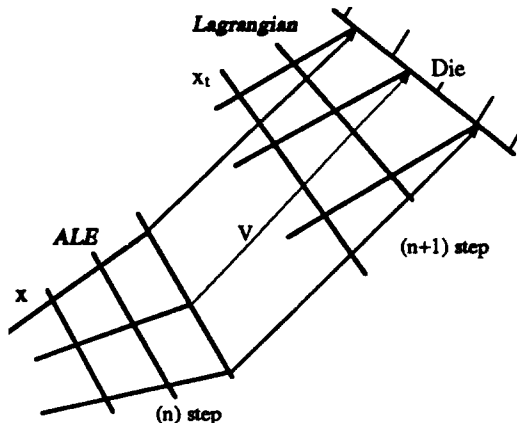


Fig. 1 Construction of pseudo-material domain for temperature analysis

질계 가상 격자( $x_i$ )를 구성한다.

(2) 가상격자를 이용하여 Lagrangian heat수식<sup>(10)</sup>으로 열유량을 계산한다.

(3) 가상격자에서 온도장을 구한다.

(4) 다음의 식을 이용하여 격자계에 온도를 재지정해 준다. 이때 공간 좌표에 대한 미분값은 주변 요소들을 이용하여 가중면적 평균방법(area-weighted average scheme)으로 구한다.

$$\begin{aligned}
 T_{(n)}^g &= T_{(n-1)}^g + \Delta^g T \quad \text{where,} \\
 \Delta^g T &= \Delta^m T + \Delta t c_k \frac{\partial T}{\partial x_k} \quad (7)
 \end{aligned}$$

이때 윗첨자  $g$ 와  $m$ 은 각각 격자와 물질계에 대한 값임을 의미한다.  $(n)$ 과  $(n-1)$ 은 현재와 이전 시간스텝을 의미한다.

(5) 다음 시간스텝의 계산을 위하여 열유량을 식 (4)와 같은 과정으로 격자계에 재지정해 준다.

위와 같은 방법으로 온도를 계산하여도 식(6)을 사용한 것과 거의 비슷한 결과를 얻을 수 있다.<sup>(11)</sup>

### 3. 해석을 위한 수치적 구현

ALE 수식의 대류 항으로 인하여 행렬식이 비대칭이므로 총 매트릭스(full matrix)에 대한 skyline solver를 사용한다. ALE 방법은 사용자 의도에 따라 임의로 격자 속도를 조정할 수 있으므로 한 시간 스텝의 해석에 들어가기전에 격자조정 알고리즘이나 일정한 룰(rule)에 의하여 격자 속도를 계산한다. ALE 방법에 의한 전체적인 해석 과정은 Fig. 2에 나타내었다. 평형방정식을 풀 때 소재 경계부분에서는 격자계가 물질계를 벗어나지 않게 하기 위하여 다음 조건을 적용한다.

$$(v - w) \cdot n = 0 \quad (8)$$

$n$ 은 경계면의 법선 방향이다.

평형방정식의 해는 물질계에 대한 속도장

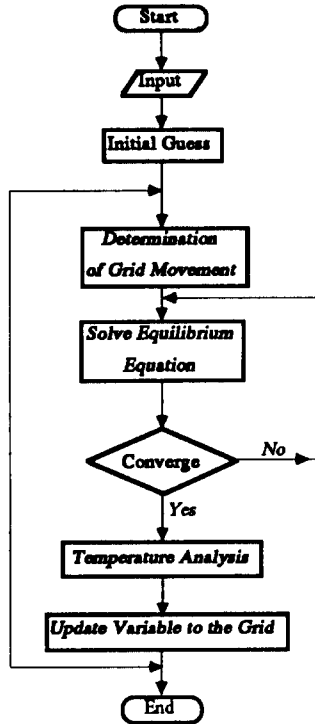


Fig. 2 Flow chart for solving procedure

이다. 따라서 격자계에서의 경로 의존적인 상태변수를 구하기 위해서는 경로 의존 상태변수의 재지정 과정이 필요하다.

### 3.1 경로종속변수의 재지정 과정

ALE 방법은 격자계와 물질계가 일치하지 않기 때문에 경로 의존적인 변수에 대해서는 재지정 과정이 필요하다. 재지정 과정은 현재 시간 스텝( $n$ )과 다음 시간 스텝( $n+1$ )의 중간에서 물질과 격자간의 대류 효과를 아래식을 이용하여 고려해 준다.<sup>(8)</sup>

$$\Delta^{\alpha} \beta = \Delta^m \beta + \Delta t (W_k^{n+1/2} - V_k^{n+1/2}) \frac{\partial \beta^{n+1/2}}{\partial x_k^{n+1/2}} \quad (9)$$

여기에서  $\beta$ 는 상태변수인 변형율이 취해진다.

### 3.2 금형의 수학적 묘사

연속금형을 해석하기 위해서는 금형의 형

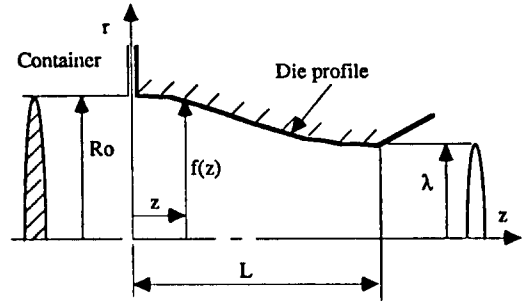


Fig. 3 Schematic for axisymmetric extrusion through continuous die

상을 수학적으로 묘사할 필요가 있다. Fig. 3에는 입의 곡면을 통한 축대칭 압출의 형상을 도식화한 것이다. 금형의 형상은 아래와 같은 4차 다항식<sup>(12)</sup>으로 나타내어진다.

$$f(z) = 1 + \left[ CL^2 - \frac{3(1-\lambda)}{L^2} \right] z^2 + 2 \left[ \frac{1-\lambda}{L^3} - CL \right] Cz^3 + Cz^4 \quad (10)$$

where,

$$C = \frac{3(1-\lambda) \left( 1 - 2 \frac{L_f}{L} \right)}{\left[ 1 - 6 \frac{L_f}{L} + 6 \left( \frac{L_f}{L} \right)^2 \right] L^4}$$

여기에서  $L_f/L$ 은 변곡점에 대한 상대위치를 나타낸다.

### 3.3 격자 조정

ALE방법의 장점중의 하나가 격자를 사용자의 의도에 따라 임의로 조정할 수 있다는 것이다. 격자재구성이 아주 많이 필요하지 않은 경우는 Winslow가 제안한 방법<sup>(13)</sup> 등으로 해결할 수 있다. Winslow의 방법은 구현이 쉽고 안정된 방법이나 Laplace 방정식을 변환시켜 구한 방법이므로 규칙 격자(regular mesh)에만 적용할 수 있다는 단점이 있다. 그래서 Kim<sup>(14)</sup>은 수치적 민감도를 이용하여 경제적 격자(economic mesh)와 같은 불균일 격자에 적용할 수 있는 방법을 제시한 바 있다.

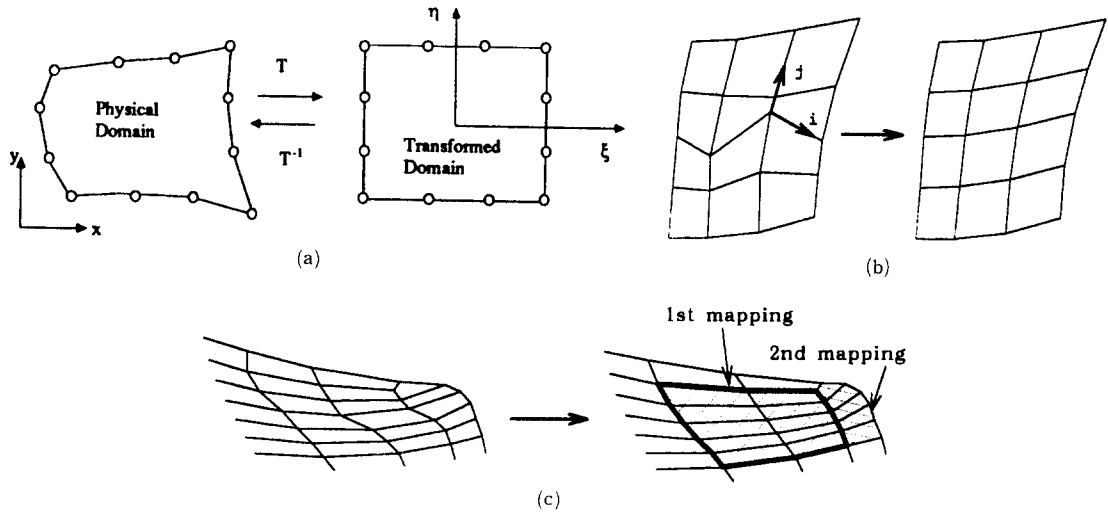


Fig. 4 Mesh control using isoparametric mapping of quadrilaterals

본 연구에서는 격자조정을 위하여 사변형의 등매개 사상의 개념을 이용하였다. 등매개 사상개념은 유한요소 해석의 초반기에 격자구성을 위하여 사용<sup>(15)</sup>되어 지기도 하였다. 본 연구에서는 Fig. 4(a)와 같은 16절점의 사변형의 사상을 이용하여 격자를 조정하였다. 격자를 조정하는 방법은 다음과 같다.

(1) 격자점에서 주변요소의 상태를 점검하여 격자를 조정할 것인가를 판별한다. 판별조건은 Lagrangian 방법에서 일반적으로 사용하는 격자재구성 판별조건<sup>(10)</sup>을 이용한다. 유한요소해석은 격자의 상태가 좋으면 해의 정확도가 높다. 따라서 격자조정 판별조건값은 Lagrangian 해석의 격자재구성시 보다 격자의 상태가 보다 좋은 상태에서 격자를 조정할 수 있도록 지정해준다.

(2) 판별조건에 걸렸을 경우 Fig. 4(b)와 같이  $i, j$  방향으로 사변형을 선택한다. 다음의 식으로 선택된 사변형 영역을 사상하여 새로운 좌표를 구한다.

$$x = \sum_{i=1}^{12} N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^{12} N_i y_i \quad (11)$$

$N_i$ 는 각 절점에 해당하는 형상함수<sup>(16)</sup>이

다. 대응되는 상대면의 절점갯수가 다를 경우 Fig. 4(c)와 같이 사상이 가능한 부분만 사상하고 나서 나머지점은 제2의 사상을 이용하여 조정한다.

(3) 사상으로 구한 좌표로 격자를 점검하여 조정이 여전히 요구되어질 경우  $i, j$  방향으로 격자층을 점차로 늘려가며 (2)의 단계를 수행한다. 격자의 조정이 더 이상 불필요 할 경우 (4)의 단계로 간다.

(4) (3)에서 구한 새로운 좌표를 이전 시간 스텝의 좌표와 비교하여 격자의 움직임 속도를 구한다.

#### 4. 축대칭 열간 연속금형 압출의 해석

유한요소법으로 계산한 하중과 실험으로 구한 하중<sup>(12)</sup>의 비교를 Fig. 5에 나타냈다. 실험결과와 비교하기 위하여 온도는 고려하지 않고 상온을 가정하여 해석을 하였다. 마찰상수는 0.12이고 AISI4140과 A12024의 소재를 사용하였다. 기타 계산조건은 관련 논문<sup>(12)</sup>에 준하여 사용하였다. 전체적으로 실험과 비교적 잘 일치하고 있으며 단면감소율이 클수록 더 잘 일치한다. Lagran-

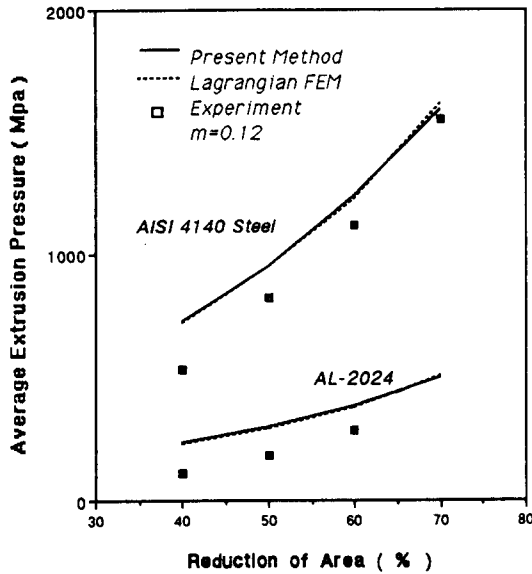


Fig. 5 Comparison of extrusion pressure between FEM prediction and experimental results

gian 해석결과와 단면감소율이 작을 경우는 거의 일치하지만 단면감소율이 70%인 경우에는 ALE 해석방법이 보다 더 실험결과에 가깝게 나왔다. 단면감소율이 70%인 경우는 ALE 방법의 경우가 격자조정을 하여 보다 좋은 격자상태를 유지하기 때문에 하중이 Lagrangian 방법의 경우보다 작게 나온 것으로 해석된다.

열간해석을 하기위하여 선택한 소재와 금형은 AISI1015와 H13이다. 이때 사용한 유효응력식<sup>(17)</sup>은 다음과 같다.

$$\bar{\sigma} = C(T)(\dot{\epsilon})^{m(T)} \quad (12)$$

where,

$$C(T) = 2977.4003 - 9.0766 T$$

$$+ 0.0097 T^2 - 3.492 \times 10^{-6} T^3$$

$$m(T) = -1.862 + 0.0077 T - 9.663$$

$$10 - 6 T^2 + 3.875 \times 10^{-9} T^3$$

계산에 사용한 소재와 금형의 열적성질과 열전달계수를 Table 1에 나타냈다. 소재의 초기온도와 금형온도는 1000℃, 400℃이고 주변온도는 17℃로 선택하였다. 소재의 크기는  $\phi 24.5 \times 34$  mm이다. Fig. 6에는 계산에 사용된 초기격자를 나타냈다. 계산에 이용된 요소는 사절점 선형요소이며 203개의 요소가 사용되었다. 격자 선단부에는 접합에 적합한 구조를 사용하였다. 본 방법으로 구한 해석결과를 종전의 안정화된 Lagrangian 프로그램으로 구한 결과와 비교하여 보았다. 이때 마찰계수는 0.3이고 단면감소율은 70%로 선택하였다. Fig. 7와 Fig. 8에는 두 방법으로 구한 유효변형률 분포와 소재의 온도분포의 비교를 나타냈다. Lagrangian 방법은 2번의 격자재구성을 포함하였으며 본 방법은 3번의 격자조정을 거쳤다. 두 방법에 의한 결과가 거의 비슷하게 나타났다. 계산시간의 경우는 본 해석방법이 Lagrangian 해석보다 2.2배 가량 많이 소요되었다. 그러나 일반적으로 격자재구성은 공학적시간이 많이 소요되며 격자재구성의 횟수가 많으면 해의 정확도가 떨어지는 단점이 있으나 본 해석방법은 ALE묘사에 근거하였으므로 격자조정의 횟수의 증가에 따라 정확도에 크게 문제가 없으며 격자조정에 따른 공학적시간이 들지않는다. 온도분포의 결과가 비교에 의하여 합리적으로 분포됨을 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서

Table 1 Thermal properties and heat transfer coefficients for AISI1015

Coeff	k N/(sec·℃)	$\rho c$ N/(mm <sup>2</sup> ·℃)	$h/h_{hub}$ N/(sec·mm·℃)	$\epsilon$
Die and Punch	28.4	3.9	0.0033	0.6
Workpiece(AISI1015)	36.8	4.0	/7.5	

제안한 온도해석과정이 타당하다고 할 수 있다. 2.2절의 과정으로 온도해석을 하면 완전한 ALE수식화에 의한 해석보다 온도

해석에 들어가는 행렬의 크기가 크게 감소함으로 계산시간을 많이 감소시킬 수 있다. Fig. 9에는 펀치의 이동이 15.6 mm일때 격

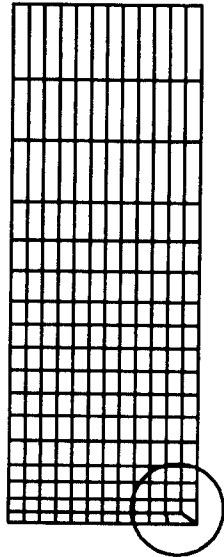


Fig. 6 Initial mesh configuration

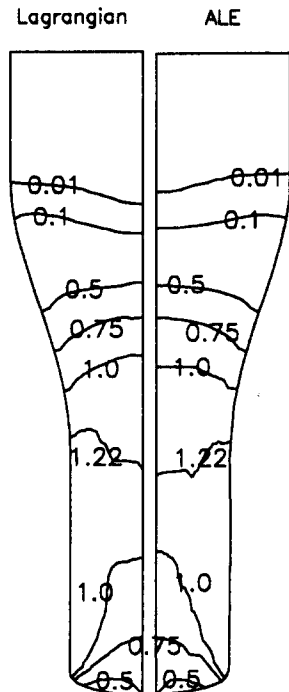


Fig. 7 Comparison of distribution of effective strain rate for two methods

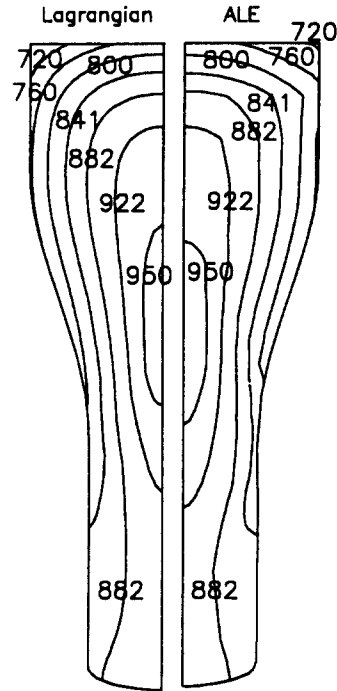
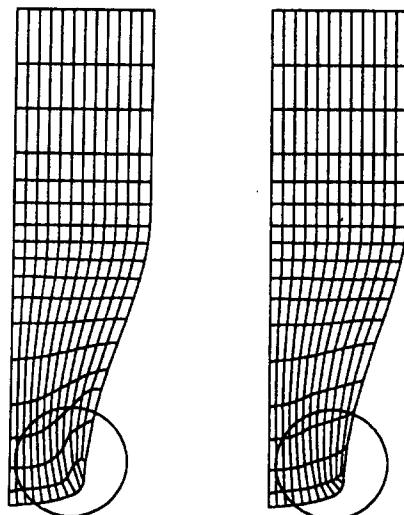


Fig. 8 Comparison of temperature distribution for two methods



(a) before mesh control (b) after mesh control

Fig. 9 Mesh configuration at the punch travel of 15.6 mm

자조정전과 후의 격자를 나타내었다. Fig. 10에는 펀치의 이동이 6.0 mm, 14.0 mm, 22.0 mm일때 소재의 온도분포를 나타냈다. 금형과 펀치로의 열방출에 의하여 금형과 펀치에 접하는 부분이 온도가 작게 나타났으며 시간이 지남에 따라 전체적인 온도가 내려감을 볼 수있다. 펀치의 이동이 22.0 mm일때 소재의 중앙부가 온도가 가장 높음을 볼 수 있는데 이부분은 금형으로부터의 거리가 멀고 또한 Fig. 11에서 볼 수 있듯이 이 부분에서 변형에 의한 변형열이 가장 크기 때문이다. Fig. 11은 펀치의 이동이 22.0 mm일때 유효변형률 속도의 분포를 나타냈다. Fig. 12은 같은 펀치이동일때 펀치와 금형의 온도분포를 나타냈다. 소재와 접하는 부분에서 온도가 상승해 있음을 볼 수 있다. 금형의 바깥부분은 초기 금형의 온도보다 내려가 있음을 볼 수 있는데, 이것은 공기중으로의 대류와 복사에 의한 열손실때문이다. Fig. 13에는 축방향 응력을

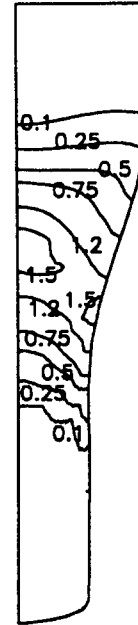


Fig. 11 Distribution of effective strain rate at the punch travel of 22.0 mm

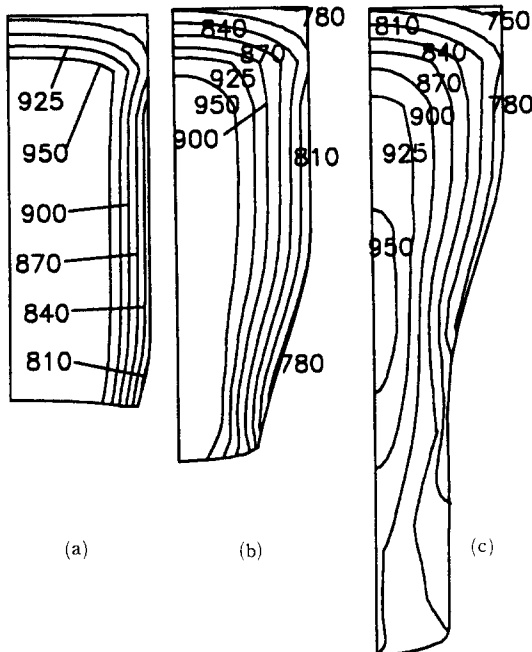


Fig. 10 Temperature distribution at the punch travel of (a) 6.0 mm, (b) 14.0 mm, (c) 22.0 mm

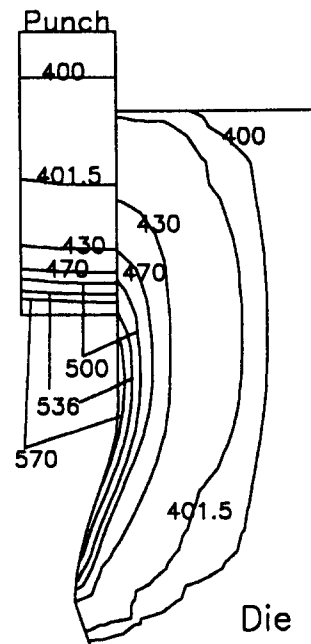


Fig. 12 Temperature distribution for punch and die at the punch travel of 22.0 mm



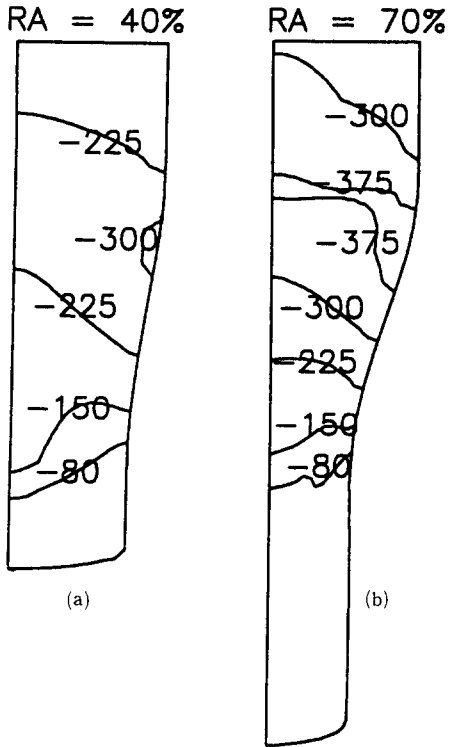


Fig. 13 Comparison of the axial stress component for two reductions of area

나타냈다. 변형이 일어나는 영역에서 축방향 응력의 분포는 소재의 내부 결함과 밀접한 관계<sup>(18)</sup>가 있다. 변형이 일어나는 영역에서 인장응력이 작용하면 내부 크랙등의 결함이 발생하기 쉽다. Fig. 13에서 단면감소율이 큰 경우가 보다 큰 압축응력을 받으며 압출될 수 있는 것으로 나타났다.

### 5. 결 론

축대칭 열간 해석을 할 수 있는 프로그램을 개발하여 연속금형의 압출문제에 적용하여 보았다. ALE해석방법의 가장 큰 단점은 계산시간이 많이 걸린다는 것이다. 본 연구에서는 계산시간이 비교적 적게 드는 Lagrangian 해석을 통하여 온도장을 구한 다음 별도의 과정을 통하여 온도를 구하는 ALE해석 방법을 제시하였다. 온도해석결

과를 안정화된 Lagrangian 프로그램에 의한 결과와 비교하여 제안한 온도해석방법의 타당성을 알 수 있었다. 또한 하중과 유효 변형률분포의 비교와 해석결과를 통해서도 합리적인 결과를 얻음으로 연속금형 압출의 해석을 효과적으로 수행할 수 있음을 알 수 있었다. 본 연구에서 개발된 온도해석방법은 일반적인 축대칭 열간 성형 문제에도 적용이 가능하다. ALE해석중에서 중요한 격자조정은 등매개 사상을 이용하여 수행하였다. 본 해석에서 사용한 격자조정방법은 적용이 간단하고 용이하다. 또한 3차원 문제에도 쉽게 확장할 수 있을 것이다.

### 참고문헌

- (1) Hirt, C. W., Amsden, A. A. and Cook, J. L., 1974, Jour. Comp. Phys., Vol. 14, pp. 227~253.
- (2) Hughes, T. J. R., Liu, W. K. and Zimmermann, T. K., 1981, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 29, pp. 329~349.
- (3) Haber, R. B., 1984, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 43, pp. 277~292.
- (4) Liu, W. K., Belytschko, T. and Chang, H., 1986, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 58, pp. 227~245.
- (5) Benson, D. J., 1986, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 58, pp. 227~245.
- (6) Ghosh, S. and Mater, J., 1990, Shaping Technol., Vol. 8, No. 1, pp. 53~64.
- (7) Perzyna, P., 1966, Adv. in App. Mech., Vol. 9, pp. 243~315.
- (8) 강연식, 양동열, 1994, 한국소성가공학회지, 제3권, 제2호, pp. 156~166.
- (9) Ghosh, S. and Kihuchi, N., 1988, Int. J. Engng. Sci., Vol. 26, No. 2, pp. 143~161.
- (10) 강연식, 박치용, 조종래, 양동열, 1992, 대한기계학회논문집, Vol. 16, No.

- 2, pp. 201~225.
- (11) Tong, L., Hora, P. and Reissner, J., 1992, Proc. 4th NUMIFORM, Valbonne, France, pp. 669~674.
- (12) Yang, D. Y., Lee, C. M. and Cho, J. R., 1990, Int. J. Mech. Sci., Vol. 32, No. 2, pp. 101~114.
- (13) Benson, D. J., 1986, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 58, pp. 227~245.
- (14) Kim, J. H., 1993, Remeshing Techniques Based on Arbitrary Lagrangian-Eulerian Description for Elastic-Plastic, Large Deformation Problems, Master thesis, KAIST.
- (15) Zienkiewicz, O. C. and Phillips, D. V., 1971, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 3, pp. 519~528.
- (16) Dhatt, G. and Touzot, G., 1984, The Finite Element Method Displayed, John Wiley and Sons, Chap. 4.
- (17) Altan, T., Oh, S. I. and Gegel, H. L., 1983, Metal Forming : Fundamentals and Applications, American Soc. for Metals, Chap. 4.
- (18) Lange, K., 1985, Handbook of Metal Forming, McGraw-Hill, Chap. 16.