

# Single Surface 구성모델에 의한 유한요소 해석의 적용성

## Applicability of FEM Analysis by Single Surface Constitutive Model

이         문         수 \* · 이         강         일 \*\*  
Lee,      Moon      Soo · Lee,      Kang      Il

### Summary

This study aims at investigating the applicability of single surface work-hardening model<sup>(7,8)</sup> to clayey soils through FEM analysis. The comparison was carried out for the results between numerical analysis and cubical triaxial tests in which confined stress was applied differently and 3-directional principal stress can be controlled. Furthermore, the results of the numerical analysis were compared with observed values of load test on the 2-dimensional model foundation composed of clayey soils. The agreement between numerical and observed values proved to be of high accuracy, which indicates that numerical techniques developed during this study using the model can be used for the prediction of settlement, lateral displacement and pore water pressure of actual soft foundation of clayey soils.

### I. 서 론

흙은 가장 많이 쓰이고 있는 건설재료이지만 흙의 특성은 암석이나 콘크리트와는 다른 특유한 탄성, 점성 및 소성의 성질을 갖고 있으므로 이의 응력-변형률 관계를 정확히 밝히는 것은 매우 어려운 문제이다. 그러나 1950년대부터 토질시험 기법의 발전, 현장계측 기술의 개발과 더불어 대형컴퓨터

의 보급 및 해석기법의 개발로 어느 정도 정확한 흙의 응력-변형률 해석에 접근을 보게되었다. 그런데 이와같은 해석기법에 사용되고 있는 표현부분에서 가장취약한 부분 중의 하나가 재료거동에 관한 구성모델이다. 따라서 실험으로부터 얻어지는 응력-변형률 및 강도특성도 중요하지만 이를 정확하게 표현하는 구성식의 연구 역시 중요한 부분을 차지한다.

\* 전남대학교 농과대학

\*\* 전남대학교 대학원

흙의 구성식은 Drucker<sup>(2)</sup>의 소성증분 이론의 지반에 대한 도입을 효시로 하여 최초의 구체적이고도 괄목할만한 구성식이 1960년대의 Cambridge 학파에 의한 Cam-Clay 모델을 들 수 있다. 이를 구성식은 일장일단이 있고 합리성이 인정되나 수식구성의 정교성에 비해 변형해석 결과에 있어서는 결코 만족스럽지 못하며 또한 적용성에 있어서 사질토와 점성토에 따라 각각 한계가 있다. 이와 같은 탄·소성구성식은 구성식중에서도 가장 역사가 깊고 그 제안식도 다양하지만 이중에서도 최근 그 정밀성으로 크게 각광을 받고 있는 것은 Lade 모델이다.<sup>(6,7,8)</sup> 특히 사질토에 있어서는 매우 정밀하게 응력-변형거동을 추정할 수 있는 것으로 알려져 있다.

본 연구는 언급한 바와 같이 지금까지 제안되고 있는 여러 구성모델중에서 탄·소성모델로서 비선형의 응력·변형 거동을 광범위하게 해석할 수 있고 일경화 및 일연화 까지도 설명할 수 있으며 지반재료(점토, 사질토, 암석)에 관계없이 해석이 가능하다고 알려져 있는 등방단일경화 구성모델을<sup>(4,7,8)</sup> 대상으로 이를 점성토 지반의 거동해석에 확장하고자 한 것이다. 이를 위하여 1차적으로 Lade가 개발했던 입방체 삼축시험기를 점성토에 대한 시험에 용이하도록 개량하고 제작하여<sup>(14)</sup> 삼축시험장치로 이용하여 등방압밀시험결과와 구속압을 달리한 삼축시험 결과로 부터 구성식에 필요한 11개의 토질매개변수를 결정하여 유한요소 해석에 이용하였다.

또한 Lade 모델을 실제 점성토지반에 확장 적용하기 위한 유한요소프로그램의 개발과 개발프로그램의 정도를 검증하기 위하여 평면변형률 조건의 2차원 모형지반에 대한 재하시험을 실시하여 축대칭상태에 있는 토질매개변수를 사용한 유한요소 해석결과와 비교함으로서 개발프로그램의 실제지반에 대한 적용성과 그 실용성을 검토하고자 한것이다.

## II. Single Surface 구성모델을 이용한 유한요소법

## 1 구성모델(4,7,8)

본 구성모델은 Lade and Kim(1988)에 의  
해 제안된 단일항복면 구성모델로서 여러흙의  
(모래, 점토, 콘크리트, 암석) 실내시험 결과  
로 부터 유도한 것으로서 일경화시 하나의 항  
복면을 가지는 것과 항복면과 소성포тен셜면을  
구분하는 비관련유동칙을 사용하는 것이 특징  
이다.

어떤 물체에 하중이 작용하여 변형이 발생하면 시간에 의한 영향을 고려하지 않는 경우 일반적으로 이 변형을 탄성변형과 소성변형의 두가지로 분류하여 식(1)과 같이 나타낸다.

이 모델은 식(1)에서 탄성거동은 Hooke의 법칙을 따르고, 소성거동은 파괴규준과 비관련 유동칙을 따른 항복규준 등으로 이를 분류하여 용력 불변량의 항으로 나타낼 수 있다. 이 구성모델은 탄성거동, 파괴규준, 유동칙, 항복 규준, 일의 경화 및 연화법칙 등의 성분으로 나타낸다.

### 1) 탄성거동

흙의 응력상태에 따른 비선형 탄성거동에 대한 등방모델이 Lade and Nelson (1987)과 Lade(1988)에 의해서 소개되었다. 이 모델은 0에서 0.5사이의 포아송비 값을 가지는 재료에 대해서는 그 거동이 항상 일정한 값을 가진다는 가정하에서 탄성계수 E를 에너지보존 원리를 이용하여 식(2)와 같이 나타내었다.

$$E = M \cdot p_a \left[ \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^2 + R \frac{J_2'}{p_a^2} \right]^\lambda \dots \quad (2)$$

여기서,

$$R=6 \cdot \frac{1-\nu}{1-2\nu}, R \text{은 } 6 \text{에서 } \infty \text{의 값을 갖는다.} \dots (3)$$

$J_1$ 은 제1용력 불변량이며  $J'_2$ 는 축차용력의 제2용력 불변량으로 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$J'_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau_{\frac{3}{2}} + \tau_{\frac{1}{2}} + \tau_{\frac{1}{2}} \quad \dots \dots \dots (5)$$

여기서,  $\rho_0$ 은 대기압으로  $E$ ,  $I_1$ ,  $\sqrt{J_2}$ 에 대한 단위를 조절하기 위하여 사용하며 계수  $M$ 과  $\lambda$ 는 무차원 상수이다.

### 2) 파괴규준

Lade는 마찰물질에 대한 재료의 3차원 파괴규준은 곡선형태의 파괴포락선을 가진다고 하였다. 이 규준은 제1 및 제3응력 불변량의 합으로 식(6)과 같이 제안하였다.

$$\left(\frac{I_1^3}{I_3^3} - 27\right) \cdot \left(\frac{I_1}{p_a}\right)^m = \eta_1 \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + \tau_{xz} \tau_{yz} \tau_{zx} + \tau_{yz} \tau_{zy} \tau_{xz} - (\sigma_x \tau_{yz} \tau_{zy} + \sigma_y \tau_{zx} \tau_{xz} + \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yx}) \quad \dots \quad (7)$$

여기서,  $p_a$ 는 응력의 단위로 표시된 대기압이며,  $\eta_1$ 과  $m$ 은 재료에 따라 결정되는 토질매개변수이다.

### 3) 유동칙

동방단일경화 구성모델의 가장 중요한 요소 중 하나가 소성변형률 증분벡터를 결정하는 소성포텐셜함수  $g_s$ 를 들 수 있다. 즉, 소성변형률 증분벡터는 소성포텐셜함수  $g_s$ 로부터 결정되어 진다는 것이다. 이것은 소성변형률 증분벡터가 응력경로에는 무관하고 응력상태로부터 결정 된다는 것을 의미하는 것으로서 비과력 유동칙이 적용됨을 암시 한다.

소성변형률 증분벡터는 유동적으로 부터 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda_p \cdot \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \dots \quad (8)$$

여기서,  $g_p$ 는 소성포텐셜 합수이고,  $d\lambda_p$ 는 변

형률의 크기를 결정하는 비례상수이다.

이때 소성포텐셜 함수는 3개의 응력불변량으로 표현되며 다음과 같다.

$$g_p = \left[ \Psi_1 \cdot \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} + \Psi_2 \right] \cdot \left[ \frac{I_1}{p_a} \right]^{\mu} \quad \dots\dots(9)$$

$$I_2 = \tau_{xy}\tau_{yx} + \tau_{yz}\tau_{zy} + \tau_{zx}\tau_{xz} - (\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) \quad \dots\dots\dots(10)$$

여기서,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ 은 응력불변량이며  $\psi_1$ 은 함수의 형태를 삼각형모양( $I_3$ 항으로부터)과 원형( $I_1$ 항으로부터)의 형태를 결정하는 형상계수로서 파괴규준으로 부터 구한  $m$ 을 이용하여식 (11)로부터 구할 수 있다.

한편,  $\Psi_i$ 는 정수 압축과의 교점을 조정하는 계수이고, 지수  $\mu$ 는 곡률의 정점을 결정하는 계수이다.

#### 4) 항복규준과 일의 경화 및 연화법칙

공학적 재료에 대한 탄·소성 응력변형률이  
론을 발전시키기 위해 소성항복의 발생조건을  
설명하기 위한 기준이 필요하다. 그것이 탄·  
소성 모델상의 항복기준인데, 이 기준은 기본  
적으로 실험적 고찰에 중점을 두고 있으며,  
때로는 물질에서 표현된 소성거동의 형태에  
관한 가정과 결합되기도 한다. 흙은 등방압밀  
시 탄성과 소성변형이 발생하게 되는데 소성  
일은 단순히 등방압력의 증가에 의해 행하여  
지며 압력에 의한 함수로 다음 식과 같이 표  
현된다.

$$W_p = C \cdot p_a \left[ \frac{I_1}{p_a} \right]^p \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

여기서,  $I_1$ 은 제1응력 불변량이며,  $p_a$ 는 대기 압이고,  $C, p$ 는 무차원 상수이다.

또한 파괴시 소성일 궤적은 파괴골면보다

더욱 둉글고 그 소성일 궤적을 설명하기 위한 함수, 즉 항복함수를 다음과 같이 제안하였다.

$$f'_p = \left[ \Psi_1 \cdot \frac{I_3}{I_1} - \frac{I_1}{I_2} \right] \cdot \left[ \frac{I_1}{p_a} \right]^h \cdot e^q \quad \dots \dots \dots (13)$$

여기서,  $h$ 는 항복함수와 관련된 토질매개변수를 의미함.

또한 식(13)은 항복곡면의 등방체적팽창을 나타내고 등방체의 일경화 응력-변형률 모델에 적합하다 할 수 있다. 등방압축 상태의 경우 식 (13)은 다음과 같다.

$$f'_p = (27 \cdot \Psi_1 + 3) \cdot \left[ \frac{I_1}{p_a} \right]^h \quad \dots \dots \dots (14)$$

이 식을 사용하여 등방압축에 대한 소성일 방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$W_p = D \cdot p_a \cdot \ddot{f}_p^p \quad \dots \dots \dots (15)$$

즉

$$\ddot{f}_p = \left[ \frac{1}{D} \right]^{\frac{1}{p}} \cdot \left[ \frac{W_p}{p_a} \right]^{\frac{1}{p}} \quad \dots \dots \dots (16)$$

여기서,

$$D = \frac{C}{(27 \cdot \Psi_1 + 3)^p} \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$p = \frac{p}{h} \quad \dots \dots \dots (18)$$

식(15)은 항복기준  $\ddot{f}_p$ 와 소성일  $W_p$ 에 독특한 관계를 설정하고, 모든 응력상태에 대한 일-경화 관계로서 사용된다.

## 2. 유한요소정식화

단일항복면 구성모델의 증분식을 이용하여 평면변형률 조건과 축대칭 조건에 같이 사용할 수 있는 유한요소식은 다음과 같이 유도된다.(Christian 1968, 정, 1993)

전용력증분벡터  $\{\triangle\sigma\}$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\{\triangle\sigma\}^T = \{\triangle\sigma_x, \triangle\sigma_y, \triangle\tau_{xy}, \triangle\sigma_z\} \quad \dots \dots \dots (19)$$

유효응력증분벡터  $\{\overline{\triangle\sigma}\}$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\{\overline{\triangle\sigma}\}^T = \{\overline{\triangle\sigma_x}, \overline{\triangle\sigma_y}, \triangle\tau_{xy}, \overline{\triangle\sigma_z}\} \quad \dots \dots \dots (20)$$

그리고 간극수압 증분벡터  $\{\triangle u\}$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\{\triangle u\}^T = \{\triangle u_x, \triangle u_y, 0, \triangle u_z\} \quad \dots \dots \dots (21)$$

유효응력 원리에 의하면 전용력 증분벡터  $\{\triangle\sigma\}$ 는 다음과 같다.

$$\{\triangle\sigma\} = \{\overline{\triangle\sigma}\} + \{\triangle u\} \quad \dots \dots \dots (22)$$

변형률 증분벡터  $\{\triangle\epsilon\}$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\{\triangle\epsilon\}^T = \{\triangle\epsilon_x, \triangle\epsilon_y, \triangle\gamma_{xy}, \triangle\epsilon_z\} \quad \dots \dots \dots (23)$$

유효응력 증분과 변형률 증분과의 관계식은 다음과 같다.

$$\{\overline{\triangle\sigma}\} = [C^{ep}] \cdot \{\triangle\epsilon\} \quad \dots \dots \dots (24)$$

표면작용하중 증분벡터를  $\{\triangle P\}$ , 체적력 증분벡터를  $\{\triangle b\}$ ,  $\{\triangle V\}$ 를 변위증분벡터라고 하고  $\delta$ 를 임의의 미소가상 증분이라 하면 가상일의 원리에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \int_s \{\triangle P\}^T \delta \{\triangle V\} dS \\ & + \int_V \{\triangle b\}^T \delta \{\triangle V\} dV \\ & = \int_V \{\triangle\sigma\}^T \delta \{\triangle\epsilon\} dV \\ & = \int_V \{\overline{\triangle\sigma}\}^T \delta \{\triangle\epsilon\} dV \\ & + \int_V \{\triangle u\}^T \delta \{\triangle\epsilon\} dV \quad \dots \dots \dots (25) \end{aligned}$$

요소내부의 임의 지점에서의 변위증분은 절점 좌표  $x, y$ 의 선형함수로 가정 하였으며 다음 식으로 표시된다.

$$\{\triangle V\} = [M] \cdot [A]^{-1} \cdot [\triangle V_N] \quad \dots \dots \dots (26)$$

이 식에서  $[M]$ 은  $x, y$ 의 1차항을 포함하고  $[A]^{-1}$ 은 절점변위 증분벡터  $\{\triangle V_N\}$ 을

선형전개 하기 위한 적절한 계수로 변환시키는 행렬 표기이다. 식(26)을 미분하여 요소내의 변형률 충분값과 절점변위 값의 관계를 표현하면 다음과 같다.

식 (24), (26), (27)을 식(25)에 대입하고 계속적으로 대수연산을 하면 다음과 같은 행렬이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \delta \{ \triangle V_N \}^T \{ \triangle P_N \} \\ &= \delta \{ \triangle V_N \}^T \left( [K_N] \{ \triangle V_N \} \right. \\ &+ \left. \int_V [B]^T \{ \triangle u \} dV \right) \quad \dots \dots \dots (28) \end{aligned}$$

여기서  $\delta\{\triangle N_N\}$ 의 크기는 임의로 정할 수 있으므로 단위벡터를 취하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\{ \triangle P_N \} = [K_N] \{ \triangle V_N \} + \int_V [B]^T \{ \triangle u \} dV \dots \dots \dots (29)$$

여기서,  $\{\triangle P_N\}$  및  $[K_N]$ 은 각각 다음과 같다.

$$\{\triangle P_N\} = [A]^{-1} \left( \int_s [M]^T \{\triangle P\} ds + \int_v [M]^T \{b\} dV \right) \quad \dots \dots \quad (30)$$

$$[K_N] = \int_V [B]^T [C^{ep}] [B] dV \dots \dots \dots \quad (31)$$

식(29)은 절점변이 증분벡터  $\{\triangle V_N\}$ 을 절점  
력 증분벡터  $\{\triangle P_N\}$ 에 강성행렬로 관련시키  
고 있다. 일반적인 유한요소식에는 간극수압  
이 해석에 고려되지 않기 때문에 식(29)의 마지  
막 항이 없으나 비배수조건에서는 간극수압이  
평형에 관련되므로 간극수압 항이 포함된 것  
이다. 좀 더 상세하게 마지막 항을 검토하기  
위하여, 우선 다음과 같이 놓을 수 있다.

따라서 다음 식과 같이 정의하면 편리하다.

식 (29)의 마지막 항은  $\{G\} \cdot [B] \cdot \triangle u \cdot Vol$ 로 되며,  $Vol$ 은 요소의 체적이다. 2개의 미지수를 크기가 같도록 하기 위하여 간극수압을 체적계수 ( $K_B = E/3(1-2\nu)$ )로 나누어서 새로운 미지수  $\triangle H_N$ 을 다음과 같이 나타낸다.

따라서 다음을 얻는다.

$$\{\triangle P_N\} = [K_N] \cdot \{\triangle V_N\} + [K'_N] \cdot \triangle H_N \quad \dots (35)$$

여기서  $[K'_N]$ 은 다음과 같이 나타낸다.

식(35)은 일반적인 유한요소식에 없는 간극 수압인 미지수가 포함되어 있다. 그러므로 두 개의 미지수가 하나의 식이 되므로 이 문제를 풀려면 하나의 식이 더 필요하다. 여기서 필요한 또 하나의 식은 체적변화 제어에 관한 식이며 다음과 같이 유도된다. 한편 축대칭조건에서 체적변형률증분  $\Delta\epsilon$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\triangle \varepsilon_v &= \triangle \varepsilon_i + \triangle \varepsilon_s + \triangle \varepsilon_e \\ &= [1, 1, 0, 1][B]\{\triangle V_N\} \\ &= \{G\}^T[B] \cdot \{\triangle V_N\} \quad \dots \dots \dots \quad (37)\end{aligned}$$

식(37)의 양변에  $K_B \cdot Vol.$ 을 곱하면 다음과 같다.

$$K_B \cdot Vol \cdot \triangle \varepsilon_v = \{G\}^T \cdot [B] \cdot \{\triangle V_N\} \cdot Vol \cdot K_B \\ = \{K'_{-N}\}^T \{\triangle V_N\} \quad \dots \dots \dots (38)$$

식 (35)와 식(37)를 결합하면 요소에 대한 일반화된 다음과 같은 행렬방정식을 얻을 수 있다.

$$\left[ \begin{array}{c} \frac{K_N}{K'_N} \quad \frac{K'_N}{0} \\ \hline \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} V_N \\ H_N \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \Delta P_N \\ K_b \cdot Vol \cdot \Delta \epsilon_v \end{array} \right] \dots \dots (39)$$

여기서  $Vol \cdot \Delta \epsilon_v$ 은 요소내의 체적변화 증분량이며, 비압축성인 경우는 0이다. 따라서 비배수해석을 할 경우  $K_b \cdot Vol \cdot \Delta \epsilon_v = 0$ 으로 하여 미지수  $\Delta H_N$ 을 구하여 요소의 과잉간극수압을 계산하고, 배수조건일 때는  $\Delta H_N = 0$ 으로 하여 요소의 체적변형률 증분을 얻는다.

### III. 흙의 비배수거동 예측방법

비배수 조건에서 흙의 간극수압을 예측하는 데는 여러방법이 제안 되었으나 그 중에서도 간극수압 계수의 개념을 소개한 Skempton<sup>(11)</sup> 방법이 가장 간단하면서도 널리 사용되어 왔다. 그는 포화된 흙에 대해서 간극수압 변화량( $\Delta u$ )을 다음식으로 표현했다.

$$\Delta u = 1/3(\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3) + A \cdot \Delta \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \dots \dots (40)$$

여기서,  $\Delta \sigma_1$ ,  $\Delta \sigma_2$ ,  $\Delta \sigma_3$ 는 전용력 증분량이고,  $A$ 는 간극수압 계수이다.

Henkel은<sup>(3)</sup> 정규압밀된 Weald점토에 대한 삼축압축과 인장시험에서 파괴시  $\Delta u$  또는  $A$  계수가 동일한 값을 갖는다고 지적하였다. Shiba<sup>(10)</sup>와 Karube는<sup>(10)</sup> 재성형된 Osaka Alluvial 점토에 대한 6면체 시험에서 모든 중간 주용력값에 대하여 발생된 간극수압 값이 식(40)의 표현방법을 잘 따른다고 하였다. 위에서 나타낸 경험식으로 전용력 변화량을 알 수 있을 때에는 간극수압 변화량은 추정할 수 있지만 흙에서 발생하는 변형률을 고려하여 결정 되지는 않았다. 한편 Roscoe 등이 제안한

Cam-Clay 모델은 재성형한 점토로 축대칭 삼축시험 결과에 근거하여 개발되었다. 이 모델은 간단한 Curve Fitting 절차를 흙의 거동을 모델링 하는데 사용했다. Cam-Clay 모델을 사용하여 계산한 간극수압 변화량은 비배수 시험에 대해 이상화시킨 유효응력 경로에 근거하여 계산할 수 있다. 이 때는 흙 변형이 고려 되었다.

위에서 말한 여러방법과는 달리 본 논문에서는 이에 상응하는 탄·소성 단일항복면 구성 모델을 구성식으로 설정하고 하중 증가가 있을 때는 체적변화가 생기지 않는다는 조건에 근거하여 앞에서 설명한 유한요소법을 사용하여 간극수압 증가량을 계산한다.

### IV. 삼축압축시험에 의한 유한요소해석

#### 1. 실험장치

본 연구에서 사용한 삼축시험장치는 중간주용력을 제어할 수 있는 입방체형 삼축시험장치에 해당한다. 본 삼축시험장치는 육면체 시료에 서로 다른 3개의 주용력을 작용시킬 수 있는 장치로서 연직 압축판과 별도로 제작된 수평재하 장치를 가진 원통삼축 장치로 구성된다. 여기에서 소개되는 시험기는 비점착성 토질에 대한 3차원 거동을 연구하기 위해 처음으로 Lade에 의해 제작 되었으며<sup>(5)</sup> 이를 보완하여 정규압밀 점토 및 재성형 시료의 비배수 3차원 거동에 대한 연구를 수행한 바 있다. (Lade, 1990) 강<sup>(14)</sup>은 이와 동일한 시험장치를 보완 제작하여 정규압밀 점토의 축대칭 삼축시험 및 평면변형률 시험을 통해 본 시험기구의 문제점 및 정밀성을 검토한 바 있다.

입방체형 삼축시험장치는 그림 1에서와 같이 상판(Cap) 및 하판(Base) 그리고 Membrane으로 둘러 싸여 있으며 시편의 크기는  $7.6 \times 7.6 \times 7.6\text{cm}$  이다. 상, 하판은  $10 \times 10\text{cm}$ 의 단면형상을 하고 있으며 모든 방향에서 시

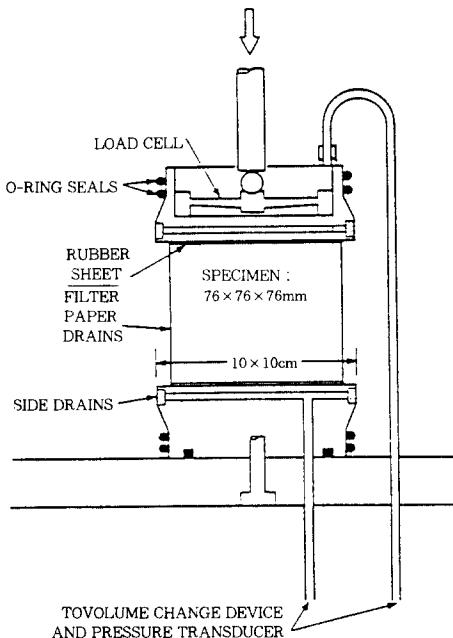


Fig. 1. Triaxial Setup for Clay Specimen

Table-1. Physical Properties of Kwang-Yang Clay

Properties	$W_A(\%)$	$G_s$	$LL(\%)$	$PL(\%)$	$PK(\%)$	USCS
	51.6	2.68	56.0	29.0	27.0	CH

료보다 1.2cm 돌출되어 있어 수평방향으로 30% 팽창을 허용할 수 있다. 또한 상, 하판과 Membrane 사이에 O-ring을 원활하게 끼워 넣기 위해 상판의 위쪽과 하판의 아래쪽 단면은 사각형에서 원형으로 만들어져 있다.

## 2. 시료의 물리적 특성 및 시험방법

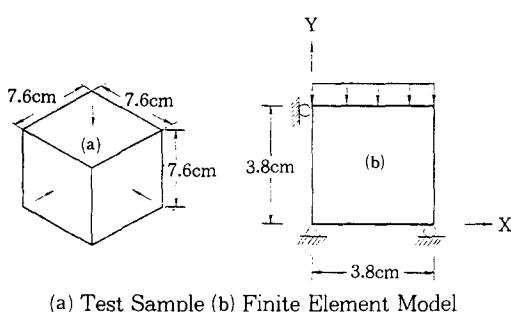
광양점토의 물리적 특성은 표 1에서와 같이 자연상태의 함수비가 51.6%, 액성한계가 56%로, 소성지수는 27%이며 200번체 통과량이 96%에 이르는 연약점토로서 통일분류상 CH(고압축성 점토)로 분류된다.

또한 입방체 삼축시험 방법은 암밀 토조장치로 부터 재성형된 정규암밀 시료를 채취하여  $76 \times 76 \times 76\text{mm}$ 으로 시료를 성형한 다음

일정한 간격의 홈을 뚫은 필터 페이퍼로 입방체 시료의 주위를 감싸고 공시체를 0.3mm 두께의 고무멤브레인(Membrane)으로 둘러쌓아 정위치 시킨다. 시료를 삼축실 내에 설치하기에 앞서 시료와 상부덮개(Cap, Load Cell: Max=250kg) 및 저판 받침대(Base) 사이의 마찰에 의한 구속력을 없애기 위해 상, 하판에 실리콘 구리스를 바르고 합성수지 Lucite를 부착한 다음 시료와 멤브레인을 부착시킨다. 이어서 정위치된 공시체의 하단을 O-링으로 고정 시킨 후 고무 멤브레인과 공시체 사이에 물을 넣어 눈에 보이는 공기 방울을 상부로 빼낸 후 수평 재하장치를 레일 위에 놓고 시료의 상단에 상부 덮개(Load Cell과 배수장치 포함)를 놓고 고무막을 시료와 저판 및 상부덮개를 씌운 후 O-링으로 고정 시킨다. 이러한 작업이 끝나면 시료안에 있는 증류수의 누수를 방지하기 위하여 고무막 주위에 생고무액을 여러 층 바른다. 그리고 수평재하 장치와 Clip Gage(변형 측정장치)를 설치하고 삼축실을 조립한 후 삼축실에 물을 가득채운 뒤 수압을 가한다.

## 3. 해석모델 및 매개변수

본 절은 모형지반의 변형해석을 하기 위한 전단계의 해석으로서 본 연구에서 개발된 탄·소성 단일항복면 구성모델의 유한요소 프로그램의 정도를 확인하고 효용성을 검증하기 위하여 전남 광양군 초남면에서 채취한 광양점토의 비배수 삼축압축시험 결과를 유한요소 프로그램으로 수치 해석한 결과와 비교 검토한 것이다. 이때 삼축시험은 입방체 공시체를 이용한다. 또한 삼축공시체에 대한 유한요소 해석은 그림 2(a)와 같이 입방체 시료를 그림 2(b)와 같이 1개의 매쉬로 분할하여 유한요소화 하였다. 이때 사용된 광양점토의 단일항복면 구성모델에 대한 토질매개변수는 2.1 절에서 설명한 바와 같이 구성모델식을 이용,



(a) Test Sample (b) Finite Element Model  
Fig. 2. Cubical Triaxial Sample and Finite Element Discretization

Table-2. Summary of Parameters Values for Kwang-Yang Clay

Model Component	Parameters	Value
Elastic Behavior	Modulus Number M	70.0
	Exponent $\lambda$	0.23
	Poisson's Ratio $\nu$	0.26
Failure Criterion	Intercept $\eta_1$	33.0
	Exponent m	0.36
Plastic Potential	Intercept $\phi_2$	-3.106
	Exponent $\mu$	2.38
Yield Function	Exponent h	0.65
	Constant $\alpha$	0.60
Hardening Function	Intercept C	0.0052
	Exponent p	1.15

회귀분석을 통하여 구하였으며 본 모델을 해석하는데는 표 2에서와 같이 11개의 매개변수가 이용되며 등방압축팽창시험과 구속압을 달리한 4조의 삼축시험을 통해서 얻는다.

#### 4. 비배수 거동예측

그림 3(a), (b), (c), (d)는 정규압밀 시료에 대해 구속압력을 각각 1, 2, 3, 4(kgf/cm<sup>2</sup>)인 경우 비배수 삼축압축시험 결과와 수치해석 결과를 축변형율( $\epsilon_1$ )에 대한 유효응력비( $\sigma'_1/\sigma'_3$ )와 간극수압( $u$ )과의 관계를 나타낸 것이다. 유효응력비의 경우 전체적으로 축변형률이 2~7% 사이에서 시험치에 비해 예측치가 약간 크게 나타나고 있지만 구속압이

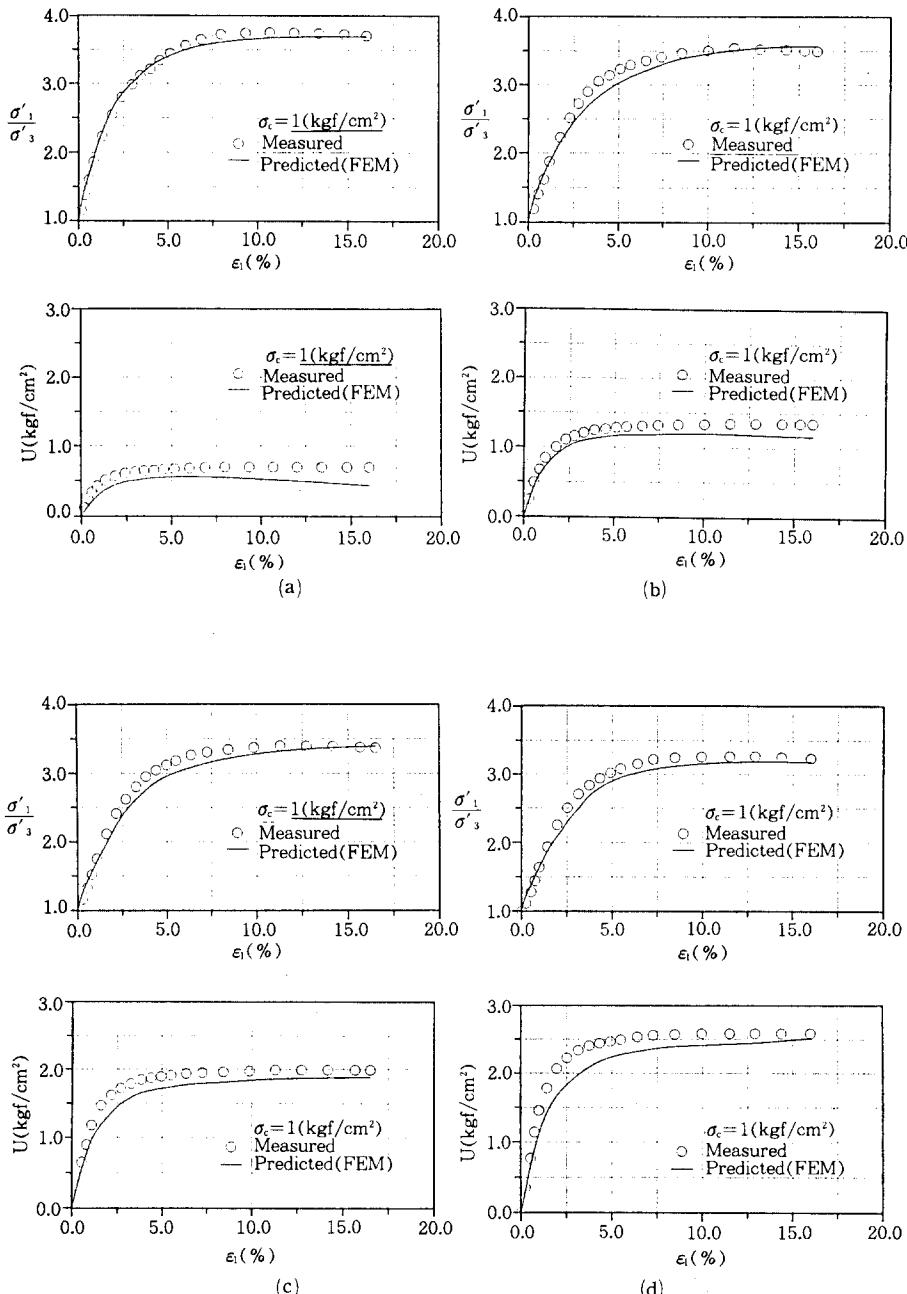
증가할수록 그 차이는 미미해지고 있다. 또한 그림에서와 같이 전체적으로 예측치가 축변형률이 증가함에 따라 유효응력비는 계속 증가하여 Peak점에 ( $\epsilon_1 \approx 10\%$ ) 도달한 후 감소현상이 나타나고 있고, 시험치의 경우도 파괴시 변형률은 거의 비슷하지만 응력의 크기는 시험치에 비해 예측치가 작게 나타나고 있다. 정규압밀 점토의 경우 사질토와는 달리 파괴점이 명확히 나타나지 않은 경우가 많아 간극수압의 변화와 함께 체크 되어야 하는데 본 실험에서  $\epsilon_1 = 13\%$  이상에서는 별 의미를 두지 않고 있다. 그것은 Aging Effect가 없는 3개월 숙성된 점토이기 때문이다. 전반적으로 수치해석 결과는 실측치와 약간 상이한 부분도 있지만 양상은 거의 비슷하다.

한편 간극수압의 경우는 초기부분에서부터 파괴에 이르기까지 전반적으로 실측치에 비해 예측치가 과소평가 되고 있는데 이는 간극수압 발생의 시간적 차이 때문인 것으로 보고 있다. 구속압이 1, 2(kgf/cm<sup>2</sup>)인 경우 예측치가 파괴점을 지나 일연화현상이 뚜렷이 나타나고 있지만 구속압이 3, 4(kgf/cm<sup>2</sup>)인 경우 파괴시 변형률이 10% 이후로도 일연화 현상이 계속 나타나고 있다. 그러나 축변형률이 15% 이후로는 일정한 응력 상태를 유지할 것으로 보인다. 전반적으로 실험치와 수치해석의 차이도 있지만 동시에 간극수압계의 정밀성과 측정의 기량과도 관계되며 더 연구할 과제이다.

#### V. 2차원 모형토조 재하시험에 의한 유한요소해석

##### 1. 기초형태

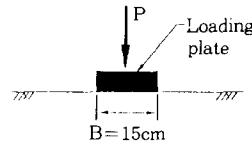
본 시험은 연약점토 지반상에 대표적인 기초형식을 선정하여 성토구조물과 같이 하중이 재하되었을 때 일어나는 응력 및 변형 특성을 비교 연구하고 앞에서도 서술한 바와 같이 단



**Fig. 3. Comparison of Measured and Predicted Effective Stress Ratio and Pore Pressure Response Characteristics for Kwang-Yang Clay**

(a) ( $\sigma_3 = 1 \text{ kgf/cm}^2$ ) (b) ( $\sigma_3 = 2 \text{ kgf/cm}^2$ )  
 (c) ( $\sigma_3 = 3 \text{ kgf/cm}^2$ ) (d) ( $\sigma_3 = 4 \text{ kgf/cm}^2$ )

Table-3. Types of Foundation

Type	Consolidation Pressure	Footing Type	Foundation Condition	Reference
Model Foundation	0.5(kgf/cm <sup>2</sup> )	Rigid Foundation	Intact	

일항복면 구성방정식에 기초한 유한요소 프로그램이 실제지반의 거동을 어느정도 높게 예측하는 가를 밝히기 위하여 2차원 모형재하시험장치를 이용한 재하시험을 실시하고 이모델을 이용한 수치해석 결과와 비교 검토하고자 한다. 또한 표 3과 같이 0.5 kgf/cm<sup>2</sup>의 압밀압력으로 폭 B가 15cm, 내폭 25cm인 무처리 상태의 기초형식을 사용하여 시험을 수행하였으며 이때 해석에 사용된 토질매개변수는 표 2와 동일하다.

## 2. 실험장치<sup>(12)</sup>

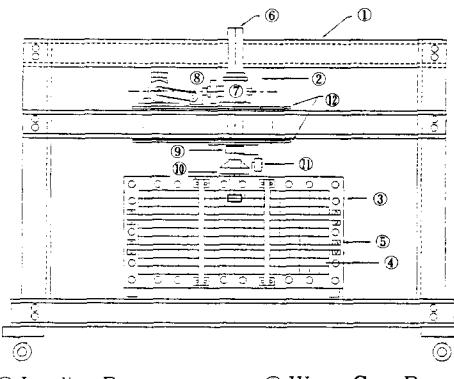
본 장치는 크게 1)재하틀>Loading Frame), 2)재하장치>Loading Device), 3)모형토조(Model Soil Tank), 4)계측장치(Measurement Device)로 구분된다. 장치별 제원을 간단히 설명한다.

### 1) 재하틀>Loading Frame)

높이 196cm, 길이 218cm, 폭 40cm의 강재 Channel로서 Channel은 150×200×12mm 규격을 사용하였고 중앙단에 재하장치를 장착하고 바닥은 폭 40cm, 두께 15cm의 강판을 고정시켜 토조를 올려 놓는다.(그림 4)

### 2) 재하장치>Loading Device)

직경 6cm, 길이 60cm, Pitch 3mm의 강재 Shaft를 갖는 Worm Gear 기구로서 끝에 Load Cell과 재하 피스톤이 부착되며 구동은 1HP의 3상모터를 사용하였고 Regulator를



① Loading Frame      ⑦ Worm Gere Box  
 ② Power Mortor      ⑧ Regulator  
 ③ Soil Tank      ⑨ Load Cell  
 ④ Acryl Plate      ⑩ Foundation Plate  
 ⑤ Reinforcement Frame      ⑪ Dial Gage  
 ⑥ Shaft Worm Gere      ⑫ Shaft Roller

Fig. 4. Two-Dimensional Model Loading Apparatus

통해 Worm Gear에 직결되어 있다.(그림 4)

### 3) 모형토조(Model Soil Tank)

높이 100cm, 길이 140cm, 내폭 25cm의 강재 및 강 Channel로 구성되고 전면은 20mm 두께의 아크릴 투명판과 횡방향의 변형을 막기 위한 보조강재로 되어있다. 전면의 투명판 및 보조강재는 시료가 압밀이 된 뒤 분해할 수 있도록 볼트로 긴결되고 수밀성을 유지하기 위하여 분해재의 접합부는 모두 5mm의 Rubber Packing을 부착시켜 볼팅한다.

### 4) 계측장치

압밀이 끝난 상태에서 전면 관측창을 떼어

내고 배수층으로 사용한 Filter Paper를 제거한 후 지반에 변형 측정을 위한 표적을 설치한다. 표적은 수치해석에 대응하는 요소로 분할, 격자화하여 얇은 흠을 파서 흰선을 설치하고 상대변위를 측정할 수 있도록 관측창에는 5cm 간격의 기준선을 격자형으로 음각한다.

또한 하중은 1ton용 Load Cell을 이용하여 하중 재하시 Sensor에서 출력되는 신호를 자동자료처리시스템(Automatic Data Acquisition System)에 의해 자동판독 및 기록하게 하는 소프트웨어를 이용하여 자료를 수집하였고 균열의 발생 및 진전과정은 하중 증가에 따라 직접 아크릴판에 기록하였다.

### 3. 실험방법<sup>(12)</sup>

전절에서도 언급한 바와 같이 광양점토를 실내에 반입하여 수조에 투입하고 완전히 교반시킨 후 No.120체를 통과시켜 혼탁상태에서 본 토조(그림 4)에 넣어 단계적으로 0.5kgf/cm<sup>2</sup>의 압력으로 압밀 재생성한 것이며 수두의 압력을 이용하여 약 3개월간 압밀시킨 후 일부는 삼축시험 및 물리적 시험에 이용하고 나머지는 2차원모형재하 시험에 사용하였다. 모형재하시험은 압밀이 완료된 후 하중재하시 일어나는 지반의 변형을 측정하기 위하여 지반전면에 흰선으로 격자 요소화 하고 재하전에 다음 준비작업을 실시한다.

① 재하중에 일어나는 침하 및 측방변위를 측정하기 위하여 지반전면에 설치한 격자요소망과 아크릴판에 음각한 기준 격자요소망과 상대위치 측정

② 지반의 배수조건은 상하 양면배수 조건을 선정

③ 지반의 지지력을 측정하기 위하여 재하판에 연결한 재하 Rod에 Load Cell을 설치하고 다시 이를 기록장치에 연결

### 4. 거동예측

탄소성 기초지반의 거동을 해석하기 위하여 표 3과 같은 기초형식으로 2차원 재하시험

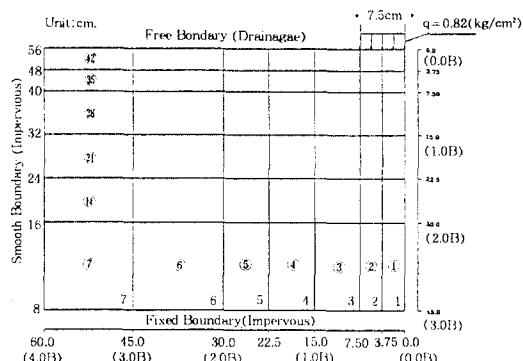


Fig. 5 Finite Element Mesh for Model

을 수행하여 얻어진 실측 연직, 수평방향의 변위와 수치해석 결과와 비교하였다. 이때 이용된 2차원 모형기초지반의 유한요소망은 그림 5와 같고 경계조건으로서 하단은 고정, 양측면은 연직변위만 허용했고 상단은 자유로 하며, 배수조건으로서 상단은 배수, 하단과 양측면은 비배수 조건으로 설정했다. 또한 하중 재하면과 지반사이의 마찰력을 고려하지 않았다. 이유는 점토지반이 연약하여 거의 연직방향으로만 변위하고 하중판 인근에서의 소성변형은 후기에 발생하고 있기 때문이다.

#### 1) 연직변위

그림 6은 모형지반에 국한지지력  $q=0.82\text{kgf}/\text{cm}^2$ 을 재하하여 모형지반의 수평거리에 따른 침하와 용기현상에 관하여 시험치와 구성모델을 이용한 수치해석 결과를 서로 비교한 것이다. 그림 6(a)는 지표면 침하를 나타내고 (b)는 재하판 폭( $B=15\text{cm}$ )의 0.5B, (c)는 1.0B만큼 떨어진 곳에서의 침하양상을 나타낸다. 침하의 경우 어느 경우나 예측치에 비해 실험치가 약간 크게 산정되고 있으며 실험치는 0.0B의 경우 재하판 중앙에서의 침하가 18cm를 기준으로 할 때 0.5B의 경우는 0.5배정도이고 1.0B는 0.25배로 감소해 간다.

한편 기초 외부에서의 용기현상은 1.3B정도의 부근에서 최대 용기가 발생하고 있으면 이부분도 예측치에 비해 실측치의 용기가 크게

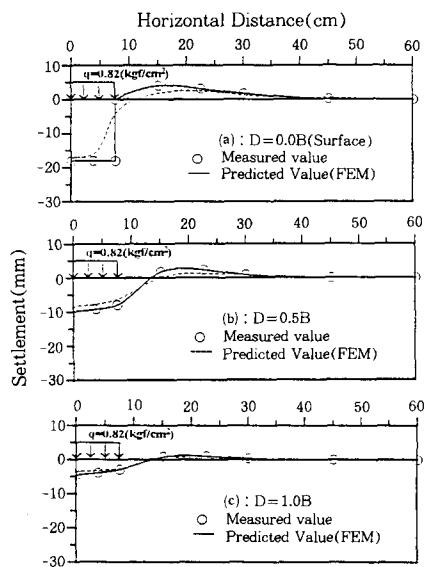


Fig. 6. Vertical Displacement for the Model Strip Footing

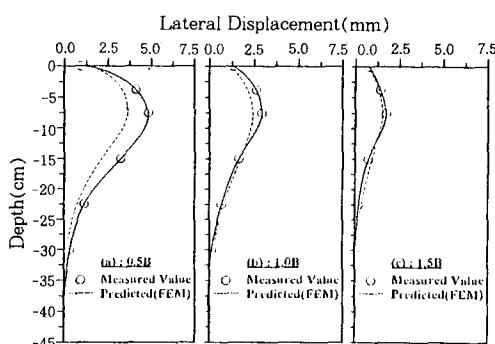


Fig. 7. Lateral Displacement for the Model Strip Footing

산정되고 있다. 또한 지표면 침하의 경우 재하판 바로 아래의 침하의 경우 실측치와 예측치 간의 차이는 해석시 변위의 경계조건을 실측치는 동침하(Equal Strain) 조건인 반면 해석시는 자유변형(Free Strain) 조건으로 처리하였기 때문에 침하양상에 차이를 보이고 있다. 또한 침하의 경우는 2B부근에서는 침하의 영향이 거의 없으며 융기의 경우는 3B부근에서 융기의 현상이 거의 나타나고 있지 않다.

## 2) 수평변위

그림 7은 모형지반의 깊이에 따라 변하는 측방변위로서 극한지지력  $q=0.82\text{kgf/cm}^2$ 에서 측방변위에 관한 시험치와 해석치 간의 양자를 비교하였다. 그림(a)는 측방변위가 가장 큰 재하판 연단(0.5B)에서의 결과를 나타내고 (b)는 1.0B, (c)는 1.5B에서의 결과를 나타낸다. 어느경우나 시험치에 비해 FEM 결과가 과소평가 되고 있지만 재하판에서 멀어질수록 시험치와 해석치는 거의 근접해 가고 있다. 한편 지표면으로 부터 0.5B 깊이에서 실측치 및 예측치 모두 최대 측방변위가 발생하고 있으며 2B 깊이 이하에서는 측방변위의 영향이 거의 미치지 못하고 있다. 또한 수평방향으로는 2.0B 부근에서는 측방변위의 영향 역시 거의 나타나지 않고 있음을 볼 수 있다.

## VI. 결 론

Lade의 단일항복면 구성모델을 이용하여 유한요소프로그램을 확장하였다. 이의 검증을 위해 입방체삼축시험과 기초시험으로서 2차원 재하시험을 실시하였다. 이상과 같은 시험으로부터 얻은 결과는 다음과 같다.

- 구속압을 달리한 경우의 입방체삼축시험 결과와 유한요소 결과에 의하면 유효용력비의 경우 Peak 이후 ( $\varepsilon_i=10\%$ ) 시험치에 비해 예측치가 약간 적게 평가 되지만 전반적으로 안정된 결과를 얻을 수 있다. 또한 간극수압의 경우는 시험치에 비해 예측치가 전체적으로 과소평가가 되고 있는데 이는 간극수압 발생 시 시간적 차이(Time Lag)로 판단된다.

- 2차원재하 시험결과와 예측치에 의하면 최대용기는 기초폭의 1.3B에서 발생하고 있으며 최대측방변위는 재하폭의 0.5B깊이에서 나타나고 있다. 침하 및 융기현상이 각각 재하폭이 2배(2B)와 3배(3B)를 초과하면 거의 나타나고 있지 않고 있음을 알 수 있다.

3. 2차원재하 시험결과에 의하면 연직변위는 재하판 연단 및 용기 변위양상은 지반내의 변형해석에 접근하고 있지만 측방변위는 차이를 나타내고 있다. 이와같은 차이는 유한요소에 대한 경계조건에서 오는 것도 있지만 결국 2차원재하 시험결과는 평면변형을 조건인 반면 이 모델의 예측에 사용되는 토질매개변수는 삼축시험결과로 부터 구한 축대칭상태의 조건의 차이로 생각된다. 따라서 동일한 평면변형을 조건으로 구한 매개변수를 이용한다면 더욱 시험결과에 접근할 것이다.

4. 지금까지 이론위주로 논의되어온 Lade의 단일항복면 구성모델을 2차원 재하시험 결과를 통해서 점성토지반에 모델의 확장이 가능하며 앞으로 현장활용을 위한 기초지반 해석에 적용할 수 있을 것으로 본다.

### 참 고 문 헌

1. Christian, J.T., "Undrained Stress Distributions by Numerical Method", Journal of the Soil Mechanics and Foundations, Division, ASCE, Vol.94, No.SM6, 1968, pp.1333~1345.
2. Druker, D.C., Gibson, R.E. and Henkel, D.J., "Soil Mechanics and Work-Hardening Theories of Plasticity", Trans., ASCE, Vol.122, 1957, pp.333~345.
3. Henkel, D. J. and Wade, N. H., "Plane Strain Tests on a Saturated Remolded Clay", Journal of the Soil Mechanics and Foundations, Division, ASCE, Vol.92, No. SM6, 1966, pp.67~80.
4. Kim, M. K. and Lade, P. V., "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials, I. Plastic Potential Function", Computers and Geotechnics, Vol.5, No.4, 1988, pp.307~324.
5. Lade, P. V., "Cubical Triaxial Apparatus for Soil Testing", Geotechnical Testing Journal, Vol.1, No.2, 1979, pp.93~101.
6. Lade, P.V., "Single-Hardening Model with Application to NC Clay", Journal of Geotechnical Eng., ASCE, Vol.116, No.3, March, 1990, pp.394~414.
7. Lade, P.V. and Kim, M.K., "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials, II. Yield Criterion and Plastic Work Contours", Computers and Geotechnics, Vol.6, No.1, 1988a, pp.13~29.
8. Lade, P.V. and Kim, M.K., "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials, III. Comparisons with Experimental Data", Computers and Geotechnics, Vol.6, No.1, 1988b, pp.30~47.
9. Lade, P.V. and Nelson, R.B., "Modelling the Elastic Behavior of Granular Materials", Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., Vol.11, 1987, pp.521~542
10. Shibata, T. and Karube, D., "Influence of the Variation of the Intermediate Principal Stress on the Mechanical Properties of Normally Consolidated Clays", Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.I, 1965, pp.359~363.
11. Skempton, A.W., "The Pore Pressure Coefficients A and B", Geotechnique, London, England, Vol.4, No.4, 1954, pp.143~147.
12. 박병기, 강권수, "2차원 지반재하 시험장치의 시작", 대한토질공학회지, 제4권, 제2호, 1988, pp.56~64.
13. 정진섭, "비선형구성식을 이용한 기초지반의 거동해석", 대한토목학회 논문집, 제13권, 제2호, 1993, pp.253~265.
14. 강권수, 이문수, 정진섭, 박병기, "입방체 삼축시험기의 시작", 대한토목학회학술발표회 개요집(I), 1991, pp.442~445

(접수일자 : 1995년 3월 28일)