

# 선형함수 fitting을 위한 선형회귀분석, 역전파신경망 및 선형 Hebbian 신경망의 성능비교

이 문 규\* · 허해숙\*\*

## Performance Evaluation of Linear Regression, Back-Propagation Neural Network, and Linear Hebbian Neural Network for Fitting Linear Functions

Moon-Kyu Lee\* · Hae Sook Hur\*\*

### Abstract

Recently, neural network models have been employed as an alternative to regression analysis for point estimation or function fitting in various fields. Thus far, however, no theoretical or empirical guides seem to exist for selecting the tool which is the most suitable one for a specific function-fitting problem.

In this paper, we evaluate performances of three major function-fitting techniques, regression analysis and two neural network models, back-propagation and linear-Hebbian-learning neural networks. The functions to be fitted are simple linear ones of a single independent variable. The factors considered are size of noise both in dependent and independent variables, portion of outliers, and size of the data. Based on computational results performed in this study, some guidelines are suggested to choose the best technique that can be used for a specific problem concerned.

---

\* 계명대학교 산업공학과

## 1. 서론

종속변수와 독립변수들과의 변화관계를 함수로 표현하는 데 있어서 지금까지는 주로 회귀분석이 사용되어 왔으나, 최근에는 역전파신경망과 선형 Hebbian신경망이 많이 사용되고 있다. 특히, 선형회귀분석과 역전파신경망과의 실례를 통한 비교연구가 많이 수행되었는데, 그중에서 박성준, 정의승[3]의 다변수 관측작업의 평균탐색시간 예측, Cammarata 등[6]의 도시내 소음수준 예측, Udo[15]의 회사의 도산 여부 예측, 그리고 Onoda[13]의 전력 최대 수요량 예측 등에 관한 연구가 그 일부이다. 대부분의 이들 연구결과에서는 회귀분석기법보다는 역전파신경망 기법이 예측면에 있어서 성능이 우수한 것으로 평가되었다.

White[16]는 역전파신경망의 함수 fitting을 위한 이론적 연구로서 신경망구조의 복잡성(complexity)과 일관성(consistency)과의 관계를 분석하였다. 즉, 신경망의 구조가 복잡해짐에 따라 학습자료의 영향이 커지고 그에 따른 학습결과, 신경망의 추정 오차가 점차적으로 감소함을 밝혔다. Hornik[10]는 역전파신경망이 함수의 근사식 생성기(approximator)가 된다는 점을 보였다.

기존의 많은 실례에 사용된 회귀분석기법은 선형을 기본으로 가정하므로, 비선형의 입-출력 관계를 표현하는 데에 있어서 일정한 성능을 나타내는 역전파신경망에 비하여 많은 경우 열등한 것으로 평가되었다[2, 13, 15]. 그러나 회귀분석기법을 적용함에 있어서 주어진 문제에 따라 가장 적합한 회귀모형을 선택하였는가에 많은 의문이 있기 때문에 적절한 평가라고 할 수 없다. 최근에 Xu[17]등의 연구에서는

주어진 점들로부터 직선 최단거리의 합을 최소화하는 새로운 함수 fitting 기법인 선형 Hebbian신경망을 제시한 후, 일차선형모형과 고차식으로서 이차의 원방정식에 대하여 각각 한가지씩의 fitting결과를 회귀분석결과와 비교하였다. 그러나, 이러한 Hebbian신경망의 성능은 noise와 이상점들의 크기와 유형에 따라 크게 다를 것으로 예상되기 때문에 철저한 성능 비교에 관한 연구가 필요하다.

이와 같이 지금까지의 연구문헌들은, 함수 fitting에 유효한 것으로 알려진 회귀분석, 역전파신경망 및 Hebbian신경망 기법들의 성능평가에 대하여 단순한 실험결과만을 제시하고 있어서 주어진 문제에 적합한 기법을 선택하기 위한 확실한 선택기준이 없는 실정이다. 이에 따라, 본 연구에서는 독립변수가 한개인 가장 간단한 경우를 대상으로 하여, 주어진 선형 fitting 자료의 특성에 적합한 기법을 쉽게 선택하기 위한 선택기준안을 제시하고자 한다. 이를 위하여 독립변수와 종속변수의 noise와 이상점(outlier)들의 크기와 유형에 따라 회귀분석, 역전파신경망 및 선형 Hebbian신경망들의 성능을 상호 비교분석한다.

## 2. 선형함수 fitting 기법

### 2.1 선형회귀분석 기법

일반적으로, 종속변수와 독립변수의 함수 관계를 표현하는 선형회귀모형은

$$y_k = \beta_0 + \beta_1 x_{1k} + \dots + \beta_p x_{pk} + \varepsilon_k, \quad \varepsilon_k \sim N(0, \sigma^2) \quad (1)$$

이다. 여기서,

$n$  = 총 자료수,

$y_k$  = 종속변수  $y$ 의  $k$ 번째 자료값,  $k=1, \dots, n$ ,

$\beta_i$  = 회귀계수,  $i=0, 1, \dots, p$ ,

$x_{ik}$  = 독립변수  $x_i$ 의  $k$ 번째 값,  $i=0, 1, \dots, p$ ,  
 $k=1, \dots, n$ ,

$\epsilon_k$  =  $k$ 번째 자료의 오차항,

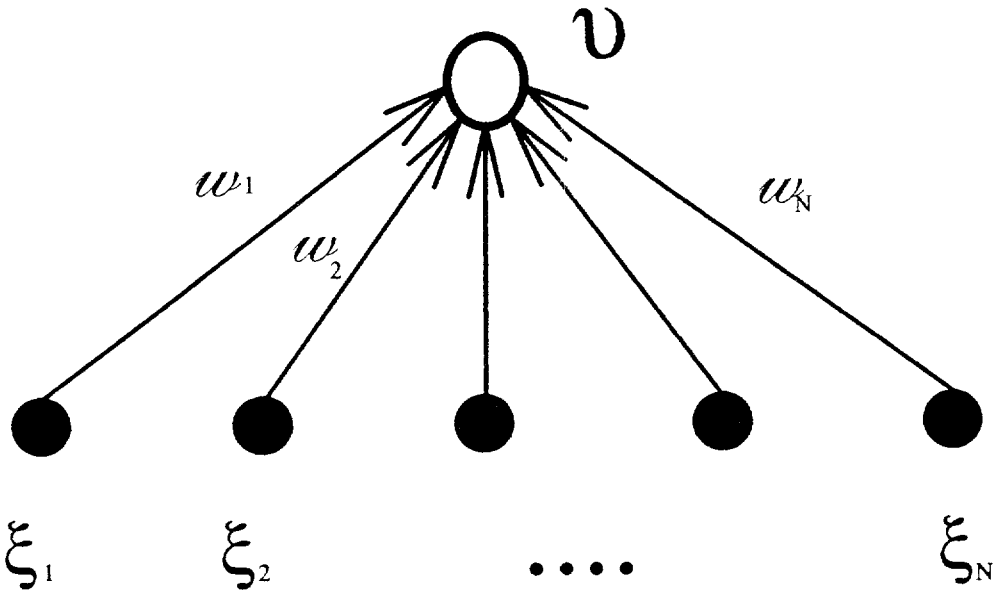
으로 정의되고  $\epsilon_k$ 는 평균과 분산이 각각 0,  $\sigma^2$ 인 서로 독립적인 정규분포를 따르는 것으로 가정한다. 그러면, 최소자승법에 의한  $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_p)'$ 의 추정량이  $b = (X'X)^{-1}X'Y$ ,  $X = (x_1 \dots x_n)$ ,  $x_i = (x_{i0}, \dots, x_{in})'$ 으로 표현된다. 특히, 가장 간단한 선형식인  $n=1$  경우에는  $\bar{x}$ 와  $\bar{y}$ 가 각각 주어진 자료의 평균값이라 할 때

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}, \quad b_1 = \frac{\sum_k (x_{1k} - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sum_k (x_{1k} - \bar{x})^2}$$

이 된다.

## 2.2 선형 Hebbian신경망

신경망의 가장 간단한 구조로서 선형유니트 로 구성되는 선형 Hebbian신경망은 은닉층이 없으므로 매우 복잡한 비선형모형을 구현하기가 어려운 단점이 있다. 반면에, 구조가 간단하고 특별한 선형 fitting의 경우(예로서, 이상점이 있고 종속변수와 독립변수에 noise가 있을 때)에 좋은 결과를 보이는 장점이 있다[17]. 이러한 선형 Hebbian신경망의 구조는 [그림 1]과 같다.



[그림 1] 선형 Hebbian신경망

그림에서

$N$  = 입력 유니트의 수,

$\xi_i$  = 유니트  $i$ 의 입력값,  $i = 1, \dots, N$ ,

$w_i$  = 유니트  $i$ 의 연결강도,  $i = 1, \dots, N$ ,

$v$  = 출력 유니트에 의한 출력값

을 나타낸다.

선형 Hebbian신경망의 일반적인 학습절차는

- 1) 입력층에의 각 유니트에 학습자료를 입력,
- 2) 각 유니트의 입력값과 연결강도를 곱하여 출력값을 산출,
- 3) 수정된 Hebbian학습방법에 의하여 연결강도값 수정

의 3단계를 거친다[17]. 특히, 3번째 단계의 연

결강도값 수정과정은 다음과 같다:

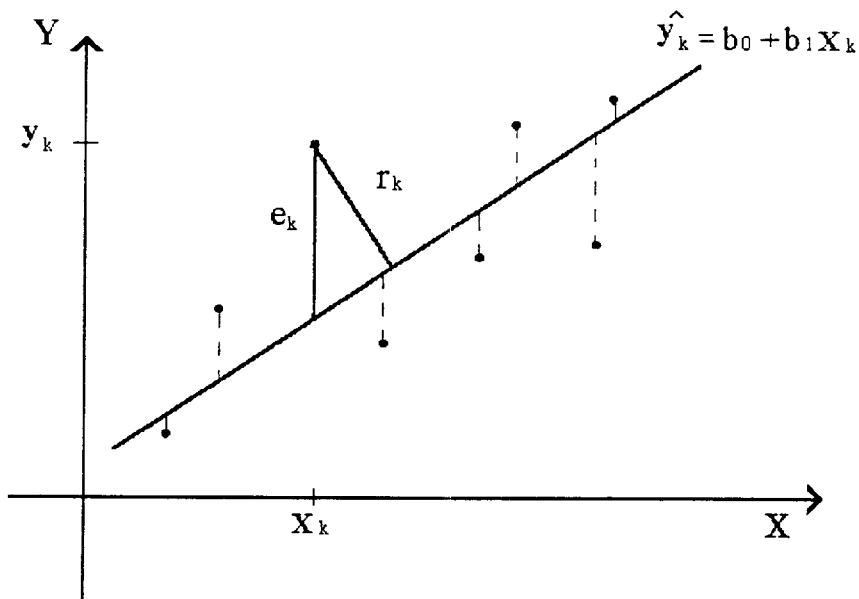
$t$ 시점에서의 입력벡터와 연결강도 벡터  $X(t)$ ,  $W(t)$ 를 각각

$$X(t) = [\xi_1(t), \dots, \xi_N(t)] \quad W(t) = [w_1(t), \dots, w_N(t)]$$

으로 정의하면, 출력값은  $v(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \xi_i(t)$ 가 되고,

연결강도 벡터는 학습률(learning coefficient)  $\alpha$ 가 주어졌을 때  $W(t+1) = W(t) - \alpha v(t) [X(t) - v(t)W(t)]$ 로 수정된다.

Xu 등[17]은 이러한 선형 Hebbian신경망을 수정하여 anti-Hebbian 학습규칙에 의한 새로운 fitting 방법을 제시하였는데, 특히  $p=1$  일 경우를 도시하면 [그림 2]와 같다.



[그림 2] 새로운 fitting 방법

회귀분석에서는  $\sum e_k^2$ 을 최소화하는 것이지만,

[그림 2]의 방법에서는  $r_k = \frac{|y_k - \hat{y}_k|}{\sqrt{1 + b_1^2}}$ 의

자승합(sum of squares) 즉,

$$\sum_{k=1}^n r_k^2 = \sum_{k=1}^n \left( \frac{|y_k - (b_0 + b_1 x_k)|}{\sqrt{1 + b_1^2}} \right)^2$$

을 최소로 하는  $b_0$ 와  $b_1$ 의 값이 추정치가 된다. 여기서  $r_k$ 는 주어진 한 점과 회귀식과의 Euclidean 거리를 나타내는데 이것을 (1)식에 대하여 일반적으로 표현하면

$$r_k = (a'Z_k + c_0)^2 / a'a, \quad a = (\beta_1, \dots, \beta_p, -1)'$$

$$Z_k = (x_{1k}, \dots, x_{pk}, y)$$

$$c_0 = \beta_0$$

가 된다. 이와 같이 모형 fitting을 위하여 수정된 선형 Hebbian 신경망의 학습방법을 요약하면 다음과 같다:

단계 1. 연결강도  $W_i$ 를 초기화하고, 주어진 입력자료의 평균값을 산출함:

$$W(0) = (w_1(0), w_2(0), \dots, w_{p+1}(0))'$$

$$e = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_p, \bar{y})$$

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{k=1}^n x_{ik}}{n}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{k=1}^n y_k}{n}$$

$t = 1$ 로 정의하고, 최대 학습회수  $T$ 와 허용 오차  $\lambda$ 를 결정함.

단계 2. 임의의  $t$ 에서, 학습자료로  $k$ 번째 입력자료가 선택되었을 때

$$\xi(t) = x_{ik} - \bar{x}_i, \quad i = 1, \dots, p$$

$$\xi_{p+1}(t) = y_k - \bar{y}$$

로 놓고, 입력자료  $\xi(t)$ 로부터, 출력값

$$v(t) = \sum_{i=1}^{p+1} w_i(t) \xi_i(t)$$

를 계산함.

단계 3.  $t$ 번째 입력자료에 대한 연결강도를

$$W(t+1) = W(t) - \alpha \gamma v(t) [X(t) - v(t)W(t)]$$

$$\text{(단, } \gamma = (\|X(t)\|^2 - v^2(t))^{-1} \text{)}$$

으로 수정하고

$\|W(t+1) - W(t)\| < \lambda$  또는  $t \leq T$ 일 때 까지 반복 수정함.

단계 4. 상수

$$c_0 = -W(T+1)'e,$$

로 정의하고,  $(x, y) W(T+1) + c_0 = 0$ 의 식을 정리하여

$$a_1(T+1)x + a_2(T+1)y = 1$$

로 나타내면, 최종해는

$$y = -(a_1(T+1)/a_2(T+1))x + 1/a_2(T+1)$$

이 된다.

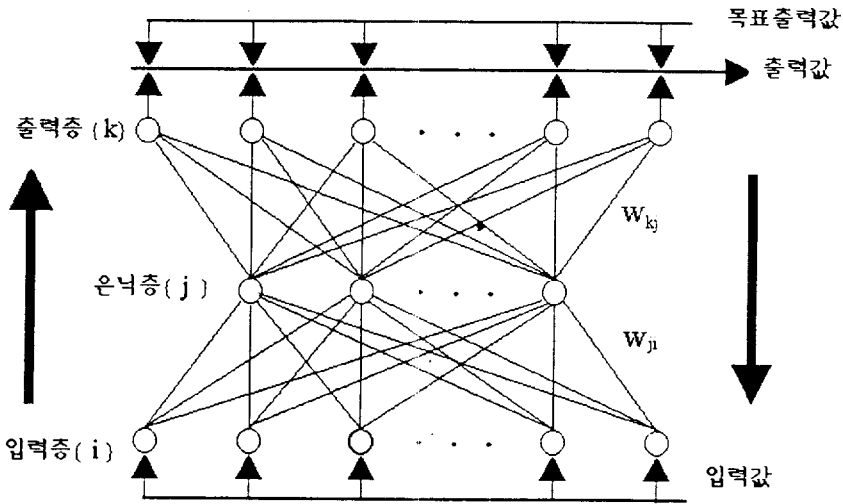
### 2.3 역전파신경망

신경망중에서 가장 일반적으로 이용되고 있는 역전파신경망은, 주로 패턴인식, 실시간 음성인식, 다른 언어간의 번역, 로봇트 동작제어 등에 응용되고 있다. 이 역전파신경망을 이용할 경우, 문제의 성격에 따라 시행착오(trial & error) 방식으로 네트워크의 구조를 결정하게 된다. 즉, 네트워크의 구조에 영향을 주는 여러가지 매개변수(parameter) - 학습률(learning rate), 모멘텀(momentum)계수, 층수(number of layers), 층내의 유니트의 수 - 들의 조합에 대하여 학습효과를 분석하여 가장 적절한 네트워크를 구축하게 된다. 이와 같이 문제의 성격에 따라 시행착오 방식으로 최적의 네트워크의 구조를 결정해야 하는 단점이 있으나, 한

번 학습된 네트워크의 경우 입력 자료에 대하여 단순한 연결강도의 계산과정에 의하여 출력값이 생성되므로 빠르게 결과를 얻을 수 있고, 역행렬을 구할 필요가 없으며, 비선형성을 잘 표현할 뿐만 아니라, 네트워크의 구조가 복잡해질수록 많은 자료를 수용할 수 있는 등의 장점이 있다.

이러한 특성을 가지고 널리 응용되고 있는 역전파신경망의 일반적인 구조는 [그림 3]에 주어져 있고 그의 학습절차는

- 1) 입력층 {i}의 각 유니트에 학습자료가 입력되면,
- 2) 은닉층 {j}를 거쳐 최종적으로 출력층 {k}에 전달되고,
- 3) 출력값과 목표출력값을 비교하여 그 차이를 감소시키는 방향으로 연결강도를 수정하는 3 단계로 구성되는데 자세한 내용은 참고문헌[1]에 구체적으로 기술되어 있으므로 여기서는 생략한다.



[그림 3] 역전파신경망 구조

### 3. 성능평가기준

일반적인 회귀식( $p > 1$ )에 대한 각 기법의 성능 평가방향을 설정하기가 어렵기 때문에 본 연구에서는 이를 위한 기초적인 연구로서 아래와 같이 가장 간단한 선형 1차식 모형을 평가대상으로 하였다:

$$y_k = \beta_0 + \beta_1 x_k + \epsilon_k, \quad \epsilon_k \sim N(0, \sigma^2), \quad k = 1, \dots, n \quad (2)$$

여기서  $y_k$  = k번째 측정된 종속변수  $y$ 의 값이고,  $x_k$ 는 식(1)의  $x_{1k}$ 에 해당 된다.

성능평가기준으로서 평균절대편차(mean absolute deviation)와 평균절대오차율(Mean Absolute Percentage Error:MAPE)이 그동안 문헌에서 주로 사용되어 왔으나, 본 연구에서는 예비실험결과 두 성능기준간에 성능평가에 있어서 유의차가 존재하지 않았기 때문에 편의상 다음과 같이 정의되는 MAPE를 사용하였다 :

$A_i$ 와  $P_i$ 를 각각  $i$ 번째 자료의 값과 그의 추정치라고 할 때

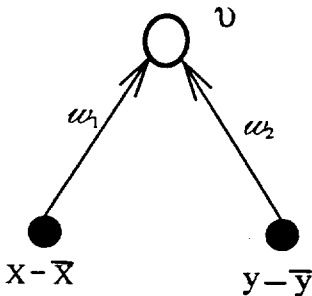
$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n |A_i - P_i| / A_i \quad (3)$$

## 4. 컴퓨터실험

### 4.1 실험목적

각 fitting기법의 성능에 결정적으로 영향을 끼치는 요소는 이상점의 위치와 전체자료에서 차지하는 비율, noise의 크기, 그리고 자료의 크기이다. 여기서는 컴퓨터실험을 통해서 이들이 성능에 미치는 영향을 분석하여 주어진 문제에 알맞는 적합한 기법을 선택하는 기준을 찾고자 한다. 실험에서 고려한 각 요소의 수준과 범위는 다음과 같다:

- 1) 이상점의 위치 :  
 case 1.  $(\pm 3\sigma_x \sim 6\sigma_x)$   
 case 2.  $(\pm 9\sigma_x \sim 12\sigma_x)$
- 2) 이상점의 비율 : 0%, 1%, 5%.
- 3) noise의 크기 :  $0 \leq \sigma_x \leq 0.024$ ,  $0 \leq \sigma_y \leq 0.1$ .
- 4) n의 크기 :  $n=25, 100$ .



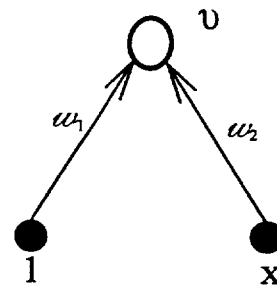
[그림 4] 선형 Hebbian신경망

### 4.2 실험자료의 생성

본 연구의 실험자료 생성절차는 다음과 같다:

- 1) (2)식의 선형모형에서 두가지 회귀계수의 범위를 편의상  $0 < \beta_0 < 1$ ,  $0 < \beta_1 < 10$ 로 한정한다. 또한 noise를 구분하여  $\sigma_x$ 와  $\sigma_y$ 를 각각 독립 변수  $x$ 와 종속변수  $y$ 의 noise로 정의한다.
- 2) 각 경우( $\sigma_x$  및  $\sigma_y$ 의 값과 이상점 비율들의 조합)의 조건하에 10개의 선형모형을 임의로 생성한다.
- 3) 각각의 선형모형으로부터  $0 \leq x \leq 1$ 의 범위 내에서 noise를 추가하여 임의의  $n$ (25 또는 100)개의 자료를 생성한다.

선형 fitting함수를 도출하기 위하여 선형회귀분석은 SAS, 역전파신경망은 NeuralWorks 상용소프트웨어[5], 선형 Hebbian신경망은 C언어로 프로그램을 작성하여 각각 실험에 이용하였다. 본 연구의 컴퓨터실험에 사용된 신경망 모형이 [그림 4]와 [그림 5]에 나타나 있다. [그림 4]는 선형 Hebbian신경망의 구조로서 두 입력 유니트의 입력값이 각각  $x - \bar{x}$ ,  $y - \bar{y}$ 이고 그림 5는 역전파신경망 구조로서 입력값이 각각 상수 1과  $x$ 이다.



[그림 5] 역전파신경망

### 4.3 실험결과

<표 1>은 컴퓨터 실험결과와의 일부를 요약하

여 보여주고 있는데, 이러한 자료를 가지고 이상점의 비율과 위치 및 자료크기의 변화에 따른 성능평가 결과를 정리하였다.

<표 1> 회귀분석(R), 선형 Hebbian신경망(H), 역전파신경망(B)의 실험결과

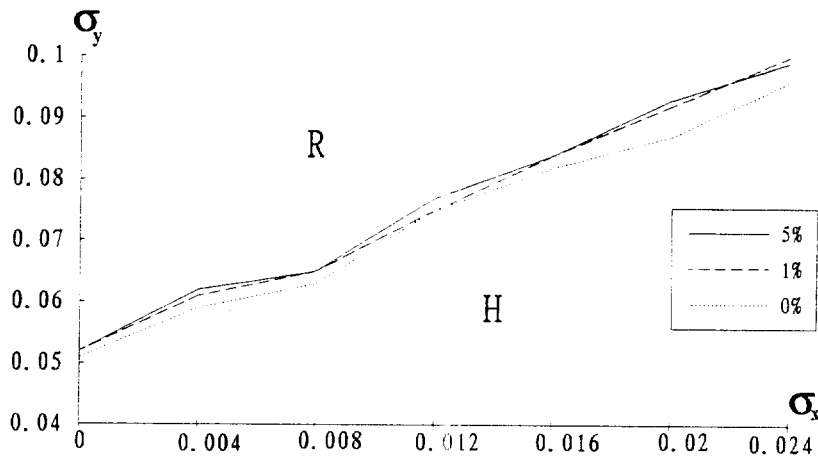
Noise 크기	이상점	0%	1%	5%
$\sigma_x = 0$ $\sigma_y = 0.1$	R B H (8/ 1/ 1)*	R B H (7/ 3/ 0)	R B H (5/ 5/ 0)	
$\sigma_x = 0.01$ $\sigma_y = 0.1$	R B H (6/ 4/ 0)	R B H (6/ 3/ 1)	H B R (5/ 3/ 2)	
$\sigma_x = 0.05$ $\sigma_y = 0.1$	H B R (6/ 4/ 0)	H B R (9/ 1/ 0)	H B R (8/ 2/ 0)	
$\sigma_x = 0.05$ $\sigma_y = 0.05$	H B R (10/ 0/ 0)	H B R (10/ 0/ 0)	H B R (10/ 0/ 0)	

\* ( )안의 숫자는 10개 문제중 각 기법이 가장 우월한 성과를 나타낸 개수를 의미함.

#### 4.3.1 이상점의 비율에 따른 변화

[그림 6]에서 H와 R로 표시된 영역은 각각 선형 Hebbian신경망과 선형회귀분석의 우월영역을 나타낸 것인데 이상점 비율이 증가할수록 경계선이 상승함을 알 수 있다. 즉, 경계선이

상승한다는 것은 H의 우월영역이 커지고, 상대적으로 R의 우월영역이 감소함을 의미한다. 그러나, 역전파신경망은 두 기법에 비해 상대적으로 열등하여서 그 우월영역을 발견할 수 없었다.



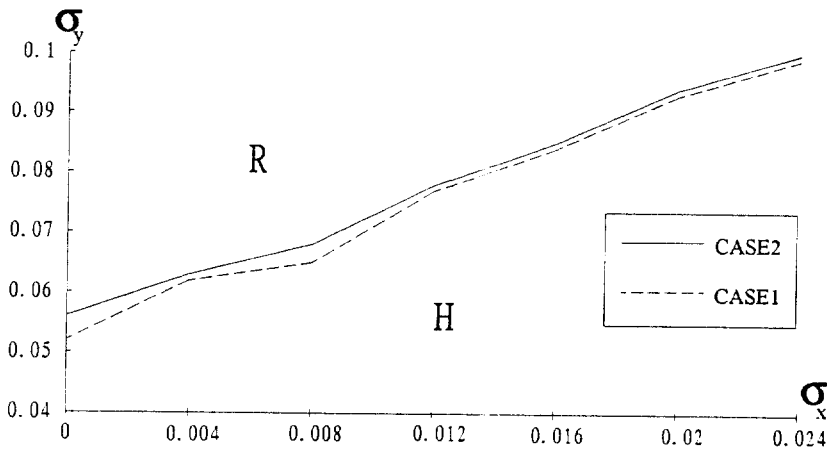
[그림 6] n=100인 경우, 이상점의 비율에 따른 변화



4.3.2 이상점의 위치에 따른 변화

이상점의 구역을 case 1과 case 2의 경우로 나누어서 비교하였다. 즉, case 1은  $3\sigma_y \sim 6\sigma_y$ ,  $-6\sigma_y \sim -3\sigma_y$  구역으로 이상점의 위치가 정상구역에 근접해 있는 경우이고 case 2는  $9\sigma_y \sim 12\sigma_y$ ,

$-12\sigma_y \sim -9\sigma_y$ 로서 정상구역에서 상대적으로 먼 위치에 있는 경우를 나타낸다.  $n=100$ 인 경우 실험결과를 [그림 7]에 도시하였는데 이상점의 위치가 정상구역에서 상대적으로 벗어날수록 경계선이 상승하는 경향을 보이고 있다.

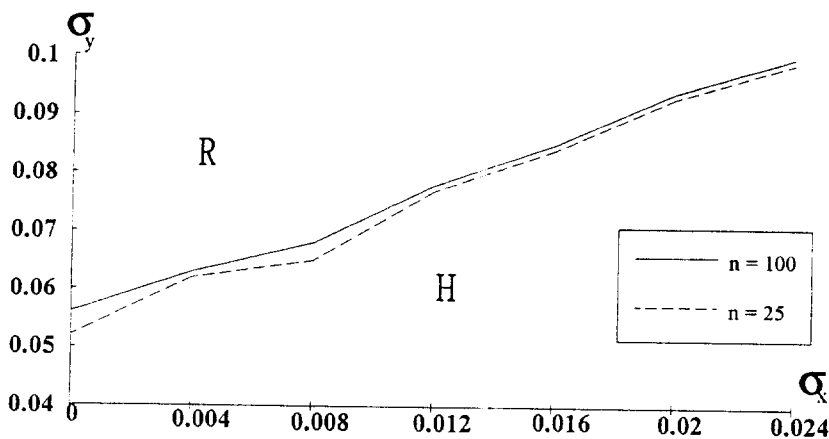


[그림 7] case 1과 case 2 비교

4.3.3 n의 크기에 따른 변화

[그림 8]은 이상점 비율이 5%일 때 n의 크기에 따른 영향을 나타낸 것이다. 여기서, 이

상점의 비율이 고정되어 있을 경우 n값이 감소할수록 경계선이 상승하고 있다.



[그림 8] 이상점의 비율이 5%인 경우, n의 크기에 따른 변화

## 4.4 검토

### 4.4.1 민감도분석 결과의 요약

컴퓨터 실험을 통하여 얻어진 noise의 크기와 이상점의 비율, 위치, n의 크기에 따른 민감도분석 결과를 요약하면 다음과 같다:

#### 1) 선형회귀분석

종속변수에만 noise가 있는 경우, 독립변수에만 noise가 있고 이상점이 없는 경우, 또는 독립변수에 noise가 있고 이상점이 존재하더라도 noise 크기가 작은 경우에도 타 기법에 비하여 상대적으로 우월함.

#### 2) 선형 Hebbian신경망

독립변수의 noise가 비교적 크고 이상점이 존재할 때 우월함(이 연구 결과는 최근의 연구경향에서 언급했던 Xu 등[17]의 연구결과와 일치 함).

#### 3) 역전파신경망

두 기법에 비하여 상대적으로 열등함으로 우월영역을 찾아 볼 수 없었다. 이러한 역전파신경망에 대한 평가는, 앞서 수행된 회귀분석과 역전파신경망과의 실패를 통한 비교연구에서 나온 결과와는 상반되는 것으로서 중요한 의미를 갖는다. 즉, 기존의 연구들에서 회귀분석시 회귀모형 선정에 관한 사전분석이 충분치 않았다는 것을 짐작할 수 있기 때문이다. 이러한 경우, 선형과 비선형을 잘 표현해 주는 역전파 신경망기법과 비교를 하면 회귀분석기법이 열등한 것으로 평가될 가능성이 크다. 하지만 본 연구에서는 주어진 회귀모형에 대해 실험을 수행했으므로 역전파 신경망기법 보다는 회귀분석기법이 우월한 결과를 얻을 수 있었다. 이 결과로부

터, 회귀모형을 정확하게 선정할 수만 있으면, 많은 경우 회귀분석이 신경망에 비하여 우월할 것이므로 가능하면 신경망을 사용하기 전에 회귀분석에 대한 철저한 검토가 선행되어야 한다.

### 4.4.2 선형 Hebbian신경망이 noise와 이상점에 강한 이유

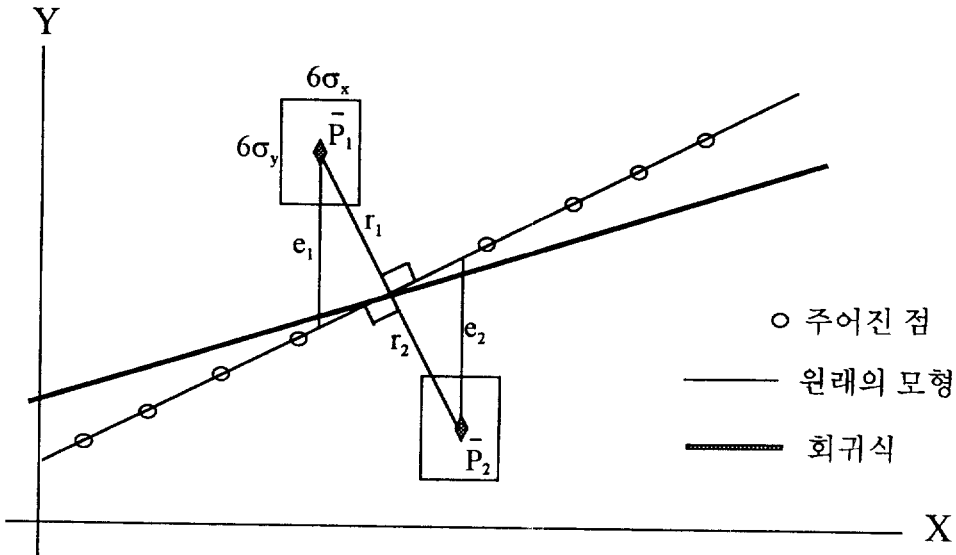
종속변수에만 noise가 있는 경우에는 회귀분석에서와 같이 squared error를 최소화하는 것이 바람직하나, 독립변수에도 noise가 존재할 경우에는 이러한 개념을 확장하여 모든 변수에 적용해야 할 필요가 있다. 그러나, 이것을 수학적으로 직접 구현하기가 어렵기 때문에 Xu 등은 이와 유사한 효과가 기대되는 직선최단거리의 합을 최소화하는 수정된 Hebbian신경망을 제시한 것이다. 여기서 이 방법의 타당성에 대하여 간단한 경우의 예를 통하여 검토한다.

다음 [그림 9]와 같이 두점을 제외한 주어진 모든 점들이 원래의 모형에 일치하는 극단적인 경우의 함수fitting 문제를 생각하여 보자. 두 점  $P_1, P_2$ 는  $\alpha_1$ 와  $\alpha_2$ 의 값에 따라 형성되는 사각형내에 분포하게 되는데 평균적으로는 그 중심점인  $\bar{P}_1$ 와  $\bar{P}_2$ 에 위치한다. 이때  $\gamma_1^2 + \gamma_2^2$ 를 최소화하는 anti-Hebbian 학습규칙을 이용하면 평균적으로 원래모형의 직선식을 얻게 되나,  $e_1^2 + e_2^2$ 를 최소화하는 회귀식은 그림에서 보는 바와 같이 원래모형에서 벗어나게 된다. 이러한 논리가 일반적인 구조를 갖는 문제에도 적용될 수 있기 때문에 noise가 대부분의 변수에 존재할 경우에는 Hebbian신경망이 우수한 것으로 판단된다.

한편, 이상점이 많은 경우에는 Xu 등이 밝힌 바와 같이 학습과정에서 수정계수  $\gamma$ 가 이상

점 데이터에 대하여 상대적으로 훨씬 작은 값이 되도록 보정하여 주는 역할을 하기 때문에

Hebbian신경망에 강한 결과를 나타내게 되는 것이다.



[그림 9] Hebbian신경망에 의한 함수식과 회귀식의 비교

#### 4.4.3 적절한 fitting 기법 선택을 위한 절차

본 연구결과를 이용하여 주어진 자료에 가장 적합한 함수 fitting 기법을 선정하기 위한 절차는 다음과 같이 요약된다:

- (1) 주어진 자료  $(x, y), i=1,2,\dots,n$ 을  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ 의 범위가 되도록 정규화한다.
- (2) 정규화한 자료를 이용하여 독립변수  $x$ 와 종속변수  $y$ 에 대하여 각각의 표준편차를 추정함에 있어서 주어진 자료를 가지고 선형회귀분석을 한 결과로 얻어진 MSE (mean square error)를 가지고  $\sigma_y$ 의 추정치  $\hat{\sigma}_y$ 를 구한다( $x$ 의 표준편차는 주어진 것으로 가정함).

(3) SAS를 이용하여 각 관측치의 잔차검정을 통하여 전체 자료에 대한 이상점의 비율을 구한다.

(4) 각각의 표준편차와 이상점의 비율로서 [그림 6, 7, 8]을 참고로 하여 적절한 기법을 선택한다.

## 5. 결론

함수의 fitting문제가 주어졌을 경우, 그 자료의 특성에 맞는 효과적인 fitting 기법을 선택하여 적용하여야 한다. 그러나, 기존의 연구결과가 각각의 기법에 대한 단순한 실험결과만을 제시하고 있어서, 주어진 문제에 적합한 기

법을 선택하기 위한 확실한 선택기준이 없는 실정이었다.

본 연구에서는 종속변수와 독립변수의 변화 관계를 함수로 표현하는 유효한 기법으로서, 선형회귀분석, 역전파신경망, 선형 Hebbian신경망의 상대적인 성능평가를 수행하였다. 이를 통하여, 독립변수와 종속변수에 각각 표준편차로 표현되는 noise와 이상점의 크기 및 유형에 따라 적절한 기법을 선택할 수 있는 간단한 실험적인 기준을 제시하였다.

성능평가의 대상함수는 일차선형모형으로서 실험전의 예상과 같이 대체적으로 역전파신경망이 타기법에 비하여 열등하였다. 이것은 회귀분석기법보다는 역전파신경망기법의 성능이 일반적으로 우월하다는 기존의 연구결과와는 전혀 상반되는 결론이다. 따라서, 문제가 주어졌을 경우, 우선 선형회귀분석의 적합성에 대한 철저한 분석을 수행하여, 그 결과로서 회귀분석이 적합하지 않은 경우에 한하여 역전파신경망을 이용하는 것을 고려해야 할 것이다. 신경망을 이용한 함수fitting에 대한 기존의 대부분의 연구는 본 연구결과로 미루어보면 이 점을 소홀히 한 것으로 판단된다.

향후의 연구과제의 하나는, 다변수 및 고차의 함수fitting에 적합한 기법을 찾기 위하여 본 연구의 방법론을 확장하여 적용하는 연구를 들 수 있겠다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김대수, 신경망 이론과 응용, 하이테크정보, pp. 17-39, 1992.
- [2] 남경두, Sanford, C. C., and Jayakmur, M. D., "A Comparison of Neural Networks to Ols Regression in Press/Quality Control Application," 경영과학, 제11권 2호, pp. 137-146, 1994.
- [3] 박성준, 정의승, "뉴럴 네트워크를 이용한 다변수 관측작업의 평균탐색시간 예측," 대한인간공학회 '93 추계학술대회논문집, pp. 124-132, 1993.
- [4] 박성현, 회귀분석, 대영사, pp. 69-136, 1985.
- [5] USING NWORKS, NeuralWare INC., 1991.
- [6] Cammarata, G., Cavalieri, S., Fichera, A., and Maraletta, L., "Neural Networks Versus Regression Techniques For Noise Prediction In Urban Areas," *World Conference on Neural Networks*, PP. 237-240, 1993.
- [7] Cherkassky, V., and Lari-Najafi, H., "Constrained Topological Mapping for Nonparametric Regression Analysis," *Neural Networks*, Vol. 4, pp. 27-40, 1991.
- [8] Freeman, J. A., and Skapura, D. M., *NEURAL NETWORKS : Algorithms, Applications, Programming Techniques*, Addison-Wesley, 1991.
- [9] Hertz, J., Krogh, A., and Palmer, R. G., *Introduction to the Theory of Neural Comutation*, Addison-Wesley, 1991.
- [10] Hornik, k., "Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators," *Neural networks*. Vol. 2, pp. 359-366, 1989.

- [11] Lee, S. E., and Holt, B. R., "Regression Analysis of Spectroscopic Process Data Using a Combined Architecture of Linear and Nonlinear Artificial Neural Networks," *IEEE*, pp. 549-554, 1992.
- [12] Murao, H., Nishikawa, E., and Kitamura, S., "A Hybrid Neural Network System for the Rainfall Estimation using Satellite Imagery," *Proceedings of 1993 International Joint Conference on Neural Networks*, pp. 228-243, April, 1993.
- [13] Onoda, T., "Next Day Peak Load Forecasting using an Artificial Neural Network," *Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks*, pp. 2029-2033, 1993.
- [14] Subramanian, V., Hung, M. S., and Hu, Y. M., "An Experimental Evaluations of Neural Networks for Classification," *Computers & Operations Research*, Vol. 20, No. 7, pp. 769-782, 1993.
- [15] Udo, G., "Neural Network Performance on the Bankruptcy Classification Problem," *Computers and Industrial Engineering* Vol. 25, Nos1-4, pp. 377-380, 1993.
- [16] White, H., "Connectionist Nonparametric Regression Multilayer Feedforward Networks can Learn Arbitrary Mappings," *Neural Networks* Vol. 3, pp. 535-549, 1990.
- [17] Xu, L., Oja, E., and Suen, C. Y., "Modified Hebbian Learning for Curve and Surface Fitting," *Neural Networks*, Vol. 5, pp. 441-457, 1992.