韓國經營科學會誌
第20卷 第2號
1995年 8月

장기 용수공급계획 수립을 위한 컴퓨터 모의뜨임 모형

김승권* · 이준열**

A Simulated Annealing Model for Long Range Water Supply Planning

Sheung-Kown Kim* · JunYul Lee**

Abstract

A mathematical model for long-rage water supply planning was formulated as a dynamic plant location problem with network arc capacity expansion, and an illustative example was presented. The proposed solution procedure identifies economcial construction timings of surface water supply facilities and water conveyence systems and the best water supply operating patterns as well.

In this study, we presnt a heuristic solution proceduere using Simulated Annealing Method in conjunction with Bertsekas & Tseng's RELAXT-Ⅱ for the 0-1 integer network problem.

1. 서론

공공 사업의 전략적 개발 계획 수립을 위해서는 자금의 효율적인 사용을 위하여 투자 비용의 시간적인 가치를 고려해야 하며, 초기 시설 투자 비용과 규모의 경제(economies of scale)와 시스템적 운영으로부터 발생되는 운영비용의 절감 효과를 자금의 시간적인 가치로서 평가하여 최소의 비용의 대안이 선정되도록 분석 · 평가되어야 한다.

훌륭한 수자원 공급 계획의 수립은 대표적인 공공 사업의 개발 계획 수립 문제로서, 단위 유역 별로는 효율적인 타당한 용수 공급 계획이 되도록 하고 시스템 전체로서는 경제적인 계획이 되도록 하려는 것이다. 김승권(1992)은 합리적인 장기 용수 공급 계획의 수립을 위하여 시스템 분석 기법을 활용한 것을 제안하였고, 대

* 고려대학교 산업공학과
** Iowa State University

상 문제를 동적 입지선정문제의 수학적 모형으로 정립하였으며, 복잡한 혼합 정수 계획 문제를 푸는 대신에 스프레드쉬트를 이용한 간단한 계산 모형으로 실제적인 해를 구할 수 있음을 보였다[6]. 분석의 결과로서는 용수 공급 시설 및 용수로의 최적 건설 시기와 기간별 최적 용수 공급 운영 양상이 정해지며, 시스템 분석을 통한 합리적인 용수 공급 계획의 수립이 주먹구구식의 계획 수립에 비하여 약 15%정도의 예산 절감 효과가 있을 수도 있음을 사례 분석을 통하여 간접적으로 보여주었다. 본 연구에서는 김승권(1992)이 제시한 문제를 해결함에 있어서, 제시된 모형의 조건부적인 제약식이 필요치 않음과, 컴퓨터 모의 뜨임 방법(simulated annealing method)내에서 선형계획문제를 풂으로써 해를 구할 수 있음을 보이고, 시스템 분석에 의한 합리적인 공공사업의 장기개발계획 수립의 필요성을 다시 한번 강조하고자 한다.

Ⅱ. 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing) 방법의 개괄

뜨임(annealing)이란 원래 'Condensed Matter Physics'에서 자주 사용되는 열탕에서 고체의 저에너지 상태를 얻는 열처리 과정을 이르는 것이다. 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing)은 물리적인 뜨임 과정을 컴퓨터에서 수치적으로 묘사하는 수치적 실험으로써, Kirk-patrick, Gelatt and Vecchi(1983) 등에 의하여 0-1 정수계획문제의 해법으로 이용되었다. 이보다 앞서서, Metropolis(1953) 등이 외부에 일정한 온도의 열이 가해질 때, 가스의 분자가 에너지 수준에 연계된 확률에 따라 확률적으로 다른 에너지 수준으로 천이되는 것을 'Monte Carlo simulation'을 통한 수치실험으로 시뮬레이션을 수행할 수 있음을 보였다[1].

따라서 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing)은 뜨임일정계획(annealing schedule)에 따라 점진적으로 저하되는 온도 변화에 대한 'Metropolis'해법이라고 볼 수 있다. 실제의 뜨임 방법은 먼저 고체가 녹을 때까지 최대로 열을 가하고, 두번째로 고체 구성 입자가 저에너지 상태 아래서 정렬되도록 주의를 하여 천천히 식혀 가는 두가지 과정으로 구성되어 있다. 즉, 유체 상태에서는 모든 입자들이 무분별하게 배열되어 있다가 저에너지 상태에서는 고도의 격자 구조를 가진 형태로 정렬이 된다는 점과 극소점에서 탈출하여 보다 나은 최적해를 구해 가는 과정과의 유사성에 착안하여 Kirkpatrick(1992) 등이 Combinatorial Optimization 문제에 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing) 방법으로 적용하였다[5]. 여기서 가능해는 격자의 에너지 상태를 의미하며, 목적함수에서는 고려되는 비용 함수는 격자 상태에서의 에너지 수준을, 최적해는 저에너지 상태를, 극소점의 발견은 급격한 담금질에 해당하며, 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing)은 점진적으로 온도를 낮추어 가면서 천천히 뜨임하는 과정을 묘사하고 있다. 여기서 온도의 개념이 뜨임(annealing) 과정을 통제하는 요소로서 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing)에서는 확률 변수에 영향을 미치는 변수로 작용한다.

구체적인 이론적인 배경은 Kirkpatrick(1982)과 Aarts등(1989)에 자세히 설명되어 있으므로 본 논문에서는 해법의 이론적인 서술은 생략하고 본 논문의 해를 얻기 위하여 사용한 직접적인 해법 단계에 대하여 기술한다[1, 5]

SA 기법 구현 단계

단계 1) 초기해 S를 얻는다.

단계 2) 초기 온도 $T_0>0$를 정한다.

단계 3) 최종 온도에 도달하기 전까지 다음의 과정을 t번 반복한다.

3.1) 초기해 S로부터 생성된 임의의 새로운 가능해 S′을 얻는다.

3.2) $\Delta E = Enew(S') - Eold(S)$를 구하고

3.3) $\Delta E \leq 0$이면 새로운 가능해 S′를 받아들인다.

3.4) $\Delta E > 0$이면 새로운 가능해 S′을 확률적으로 받아들인다. 즉,
'$Pr(\Delta E) = e^{-\Delta E/K_B T} > RAN$'이면 새로운 가능해 S′으로의 변경을 받아들인다.
그렇지 않으면, 원래의 가능해 S를 그대로 유지한다.

단계 4) 온도를 저하시킨다. 즉,

$$T(t) = \frac{T_0}{1 + Int}$$

T_0 : 초기절대온도

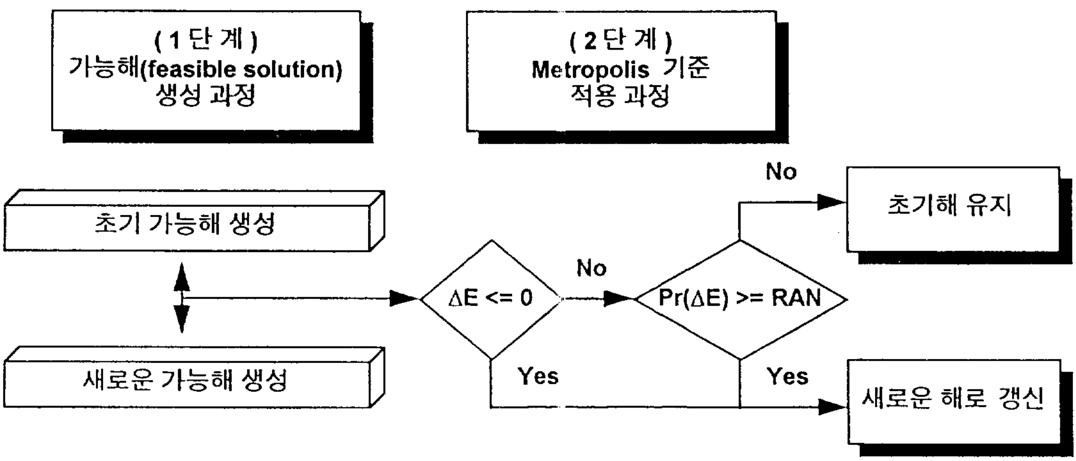
t : 처리횟수

$T(t)$: t이후의 절대온도

단계 5) 단계 1)로 돌아간다.

이상의 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing) 해법은 주어진 가능해로부터 새로운 가능해를 수립하는 과정과, 새로운 가능해를 선택할 때 확률적으로 선택하는 과정으로 나누어 생각할 수 있다.

첫번째 과정에서는 여러 원자 결합 중에서 고유한 가능해 생성 과정(generating mechanism)에 따라 임의로 두개의 결합체를 선택하여 그 결합 구조를 변경하는 과정으로써 새로운 가능해를 생성해 낸다. 두번째 과정은 Metropolis 기준을 적용하는 과정으로써, 에너지 변화량(ΔE)과 절대온도(T)와의 관계로부터 Metropolis 과정에 따라 새로운 가능해 상태(new feasible state)로의 천이(transition)여부를 결정하여 기존의 가능해를 갱신한다. 이 과정을 그림으로 표시하면 다음과 같다.



[그림 1] 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing Method)의 2단계 과정

두번째의 Metropolis 기준 적용 단계에서 보통 사용되는 Boltzman 확률 함수는 주어진 온도 수준에서 [그림 2]와 같이 표시되는데, 여기서 T가 높으면 ΔE가 비교적 큰 값이더라도 state로 천이된 확률이 높다는 것을 알 수 있다. 즉, 주어진 온도가 높으면 낮은 경우에 비하여 상대적으로 극소점(local minimum)을 벗어날 확률이 크다. 그러나 온도를 점진적으로 낮추어 가는 뜨임일정계획(annealing schedule)을 적당히 택하게 되면, 그 동안 여러 개의 극소점을 거치면서 획득한 현재의 극소점을 벗어나 현재보다 못한 점으로 되돌아갈 확률이 점차 적어지게 된다. 따라서 결국에는 최소점 근방에서 수렴하도록 되어 있다.

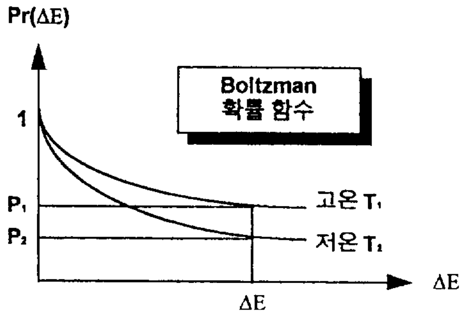
실제로 S. Gemam & D. Geman(1984)은 경과 시간 t와 절대온도 T와의 관계를 다음과 같이 유지하면, 최저에너지 상태(ground state = global minimum of energy function)를 얻을 수 있음을 증명하였다.

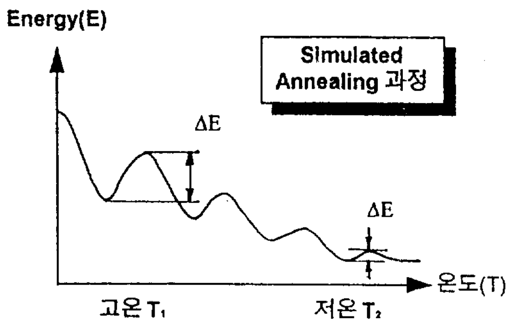
$$T(t) = \frac{T_0}{1 + Int}$$

T_0 : 초기절대온도

t : 처리횟수

$T(t)$: t이후의 절대온도





[그림 2] Boltzman 확률 함수

Ⅲ. 수자원 종합개발 장기 계획 수립을 위한 계산 사례

공공 사업의 시절투자시에 자금의 효율적인 사용을 위한 자본의 시간적 가치를 고려할 때, 초기 시설투자비용과 규모의 경제(economies of scale)와 시스템적 운영으로부터 파생되기도 하는 운영비용의 절감 효과 사이의 조정 문제가 대두된다. 다음 문제는 그 과정을 수치적으로 예시하기 위하여 인위적으로 구성한 예로써, 공공 사업의 전략적 개발 계획을 수립하고자 할 때 일반적으로 나타나는 문제를 수자원 종합개발 장기 계획 모형 수립의 문제로 표현해 보았다.

우선 서술의 편의상 김승권(1992)에서 제시되었던 문제를 간략하게 재정리하면 다음과 같다. 용수 수요는 지리적으로 분산되어 있는 여러 지역에서 계속적으로 증가하고 각 지역별로 증가하는 용수 수요를 충족시키기 위하여 새로운 용수 공급용 댐과 각 저수지로부터 수요지까지의 용수로 건설, 나아가서 용수 공급 능력을 제고시키고 유역간의 유로 변경을 통하여 비교적 수자원이 부족한 지역으로 물을 공급할 수 있는 광역 수자원 개발 계획의 필요성을 상

정하고 있다. 즉, 점진적인 수요 증가에 부응하기 위하여 댐 및 용수로의 건설 또는 여유 지역으로부터 용수의 차입 등을 고려하여야 하는데, 어떻게 하여야 최소의 비용으로 수요를 만족시킬 수 있는 시설 확장 계획을 수립할 수 있는가 하는 문제를 동적 입지 선정의 수학적 모형으로 정립하였다[6].

수자원 종합개발 장기 계획 모형 수립을 위한 일례로서, 각 계획 단위 유역별로 산정된 물 소요량은 [표 1]과 같고, 기존 및 추가 시설의 용수 공급 가능 단위 용량과 시설별 고정 투자 비용이 [표 2]에 제시되었으며, 공급 시설의 최대 공급 가능 용량과 비용 분석을 통하여 단위 기간, 단위 용수 공급량 당 용수로 보수 및 운영 유지비와 고정 시설 투자 비용을 산정한 결과가 [표 3]에 나타나 있다.

[표 1] 단위 유역별로 추정된 물 소요량

(단위 : 천만톤)

유역명 \ 기간	계획기간				
	현재	5	10	15	20
ⓐ	15	20	28	28	34
ⓑ	15	19	25	33	40
ⓒ	15	18	22	24	26

[표 2] 기존 및 추가 시설의 용수 공급 가능량과 시설별 고정 투자 비용

공급지 \ 항목	기존 공급 시설로 공급 가능한 양	추가 공급시 확장 가능 단위 용량	고정투자비 (현재가)
① 공급시설	20	10	800
② 공급시설	15	10	1700
③ 공급시설	5	20	1000
④ 공급시설	5	15	700

위에서 제시된 시설확충계획 수립을 풀기 위한 수학적 모형은 다음과 같다.

$$(\mathrm{P})\quad \text{Minimize} \sum_i \sum_j \sum_t C_{ijt}\, D_{jt}\, X_{ijt} + \sum_i \sum_t f_{it}\, Y_{it} + \sum_i \sum_j \sum_t g_{ijt}\, Z_{ijt} \qquad (1)$$

$$x \geq 0$$

$$Y,\ Z \in \{0,\ 1\}$$

$$\text{Subject to} \sum_i X_{ijt} = 1 \qquad \forall\ j,\ t \qquad (2)$$

$$\sum_j D_{jt}\ X_{ijt} \leq E_i Y_{it} + S_i \qquad \forall\ i,\ t \qquad (3)$$

$$D_{jt}\ X_{ijt} \leq B_{ij} + F_{ij} Z_{ijt} \qquad \forall\ i,\ j,\ t \qquad (4)$$

$$Y_{i,t-1} \leq Y_{it} \qquad \forall\ i,\ t \qquad (5)$$

$$Z_{ij,t-1} \leq Z_{ijt} \qquad \forall\ i,\ j,\ t \qquad (6)$$

$$Z_{ijt} \leq Y_{it}\ \text{if}\ D_{jt} X_{ijt} \geq B_{ij} \qquad \forall\ i,\ j,\ t,\ i \neq i^*,\ i^* : \text{기존댐} \qquad (7)$$

$$X_{ijt} \geq 0\quad Y_{it},\ Z_{ijt} \in \{0,\ 1\} \qquad (8)$$

[표 3] 최대 공급 용량과 단위 공급량 당 운영비 및 고정 투자비용

용수로구간 마디(Arc)	용수로 공급용량			단위 공급량 당 용수운영유지비(현재가)	고정투자비(현재가)
	기 존	확 장	최 대		
①-ⓐ	0	25	25	60	1000
①-ⓑ	15	10	25	50	500
①-ⓒ	5	20	25	70	700
②-ⓐ	15	5	20	40	900
②-ⓑ	0	25	25	80	800
②-ⓒ	0	25	25	60	600
③-ⓐ	0	20	20	60	600
③-ⓑ	0	25	25	60	600
③-ⓒ	5	20	25	30	300
④-ⓐ	0	20	20	80	800
④-ⓑ	0	20	20	100	1000
④-ⓒ	5	20	25	70	700

[용어 정의]

X_{ijt} : 계획 기간 t에서 공급지 i에서 수요지 j로 공급되는 물량÷수요량 D_{jt}.

C_{ijt} : 기간 t에서 현재가(present value)로 계산된, 공급지 i에서 수요지 j로의 단위 공급량 당 총 운반 및 운영비

D_{jt} : 기간 t에서 수요지 j에서의 수요량

f_{it} : 시점 t에서 공급지 i의 시설을 확장 또는 건설할 때, 고정비용의 기간 t에서의 현재가에서 t+1에서의 현재가의 차액

$Y_{it}=1$: 계획 기간 t에서 공급지 i를 확장 또는 건설할 때,

=0 : 그렇지 않을 때

g_{ijt} : 계획기간 t시점에서 용수로를 설치할 때, 고정비용의 기간 t에서의 현재가에서 t+1에서의 현재가의 차액

$Z_{ijt}=1$: t에서의 공급지 i에서 수요지 j로 용수로를 설치할 때.

=0 : 그렇지 않을 때

E_i : 공급지 i에서 서비스 제공 시설의 확장 용량

S_i : 공급지 i에서 서비스 제공 시설의 기존 공급용량

B_{ij} : 공급지 i에서 수요지 j로의 기존 용수로의 총 운송 용량

F_{ij} : 공급지 i에서 수요지 j로의 기존 용수로의 총 운송의 확장 용량

문제의 제약식을 살펴보면, (2)는 수요를 반드시 만족시켜야 한다는 조건이고, (3)은 수요지j의 수요를 만족시키기 위해서 기존 공급량으로 부족할 때는 새로운 서비스 제공 시설의 건설을 고려해야 됨을 보이며 (4)는 수요를 만족시키기 위해서 새로운 용수로의 건설이나 확장을 해야 됨을 의미한다. (5)와 (6)은 한번 건설된 설비는 폐기되지 않음을 보여주는 제약식이다.

이 식들로 목적함수의 비용 계수를 단위 계획 기간 사이의 증분 할인 비용으로 처리한 이유가 설명될 수 있다. 즉 한번 선택된 공급 시설은 계획 기간 말까지 계속 유지된다고 가정함으로써 계획 연도마다 할인된 증분비용을 합산하게 되며 결과적으로는 고정 투자의 총할인 비용을 계산한 것으로 된다. 여기서 특이한 것은 고정 투자비용은 시점간 증분 할인 현가비용으로 계산하고 있음에도 불구하고 수송비용은 총량 현가비용으로 계산하여 더하는 것이다. 이것은 선형성을 이용하여 쉽게 풀기 위한 방편으로서 다음의 두가지 점에서 그 타당성을 인정할 수 있을 것이다. 첫째는 현실적으로 대개의 공공사업비가 차관이나 공공 채권에 의하여 자금조달이 되고 있고, 두번째는 (경제성 분석측면에서 볼때 고정투자비용을 연간등가비용으로 처리하고 수송비용을 연간 비용으로 하여 연간등가비용 기준으로 하는 것이 상례이지만), 본문의 목적식이 추구하는 현가기준 하에서는 (5)와 (6)식의 한번 건설된 설비는 폐기되지 않도록 하는 제약식에 의하여 연차적인 회수가 보장되고, 궁극적으로는 총 고정 투자비를 현가로 계상한 것이 된다는 점이다.

(7)번 제약식은 추가로 건설되어야 할 시설에 한하여, 기존 선로 용량이 서비스 요구량을 감당하지 못할 경우, 새로운 용수로 건설은 새로운 서비스를 제공할 공급 시설 건설에 뒤따라야 된다는 것으로서 김승권(1992)에 제시된 식이지만 이는 결과적으로 중복된 제약식(redundant constraint)으로 판명되었으며 그 이유는 다음과 같다.

즉, 시점 t에서 기존 공급시설의 집합을 i^*라 할때, i^*에 속하지 않고 앞으로 고려될 공급지 i의 경우 (7)의 조건식을 만족할 경우는 다음의 3가지의 경우 인데 각 경우 모두 식 (3)과 식 (4) 또는 식 (5)에 의하여 (7)식을 대신할 수 있게 되거나 아니면 항상 (7)식을 만족하게 되기 때문이다. 기존 공급시설의 집합, i^*에 속하지 않은 i, 즉 $i \notin i^*$일때 (7)의 조건에 관하여 공급지 i에서 서비스 제공 시설의 기존 공급용량, S_i의 값을 기준으로 구분하여 고찰하면 다음과 같다.

경우 1) $S_i > 0$ 일때 $D_{jt}X_{ijt} \geq B_{ij}$ 조건을 만족시키는 경우;

이것은 기존의 공급지가 t시점 이전에 확장되어서 공급용량이 충분하거나, t 시점에서 확장하려는 경우를 의미하는 데, 전자의 경우는 (5)식에 의해 $Y_{it} = 1$ 이고 후자의 경우는 t 시점에서의 확장이므로 (7)식이 $Z_{ijt} \leq 1$ 이 되어 항상 (7)식은 만족된다.

경우 2) $S_i = 0$, $Y_{it} = 0$일때 ;

(3)식에서 $\sum_j D_{jt}X_{ijt} \leq 0$이 되고 D_{jt}, $X_{ijt} \geq 0$이므로 모든 j에 대해 $D_{jt}X_{ijt} = 0$ 이 성립한다. 이때 (4)식은 $0 \leq B_{ij} + F_{ij}Z_{ijt}$이 되고 (7)의 조건식 $D_{jt}X_{ijt} \geq B_{ij}$에서 $D_{jt}X_{ijt} = 0$이므로, $B_{ij} = 0$이되고, $F_{ij} \geq 0$이므로 Z_{ijt}의 값은 0 또는 1중 어느 것도 취할 수 있으나 비용을 최소화 하는 경우이므로 $Z_{ijt} = 0$ 이게 된다. 결과적으로 $Z_{ijt} \leq Y_{it}$를 만족시키므로 (7)식이 만족된다.

경우 3) $S_i = 0$, $Y_{it} = 1$일때:

(7)식이. $Z_{ijt} \le 1$이 되므로 $D_{jt}X_{ijt} \ge B_{ij}$ 조건의 만족 여부에 상관없이 항상 (7)식은 성립한다.

따라서 본 논문에서는 (7)식을 제외한 나머지 식들로 이루어진 모형을 중심으로 컴퓨터 모의 뜨임 해법의 구현에 대하여 서술한다.

Ⅳ. 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing) 과정의 적용

1. 가능해 생성 과정(Generating Mechanism)

(P)에서 $\{Y_{it}\}$ $\{Z_{ijt}\}$를 고정하였을 경우의 선형문제는 다음과 같다.

$$(LP)\ Minimize \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\sum_{t=1}^{T} C_{ijt}X_{ijt}$$

$$Subject\ to$$

$$\sum_{i=1}^{N} X_{ijt} = D_{jt}\ for\ all\ j,\ t.$$

$$\sum_{j=1}^{M} X_{ijt} \le S'_i\ for\ all\ i,\ t.$$

$$0 \le X_{ijt} \le B'_{ij}\ for\ all\ i,\ j,\ t.$$

(단, 여기서 X_{ijt}는 LP문제 (P)에서의 $D_{jt}X_{ijt}$에 해당한다.)

결국, $\{Y_{it}\}$와 $\{Z_{ijt}\}$를 고정하였을 경우, 위의 (LP)식은 공급 용량이 제한된 수송계획문제(transportation problem with bounded arc-capacities)의 일반형이 된다. 따라서 (P)에서의 제약식 (5),(6),(7)을 모두 만족하는 해집한 $\{Y_{it}\}$와 $\{Z_{ijt}\}$를 컴퓨터 모의 뜨임 방법(simualted annealing method)에 의하여 생성시킨 후 (LP)와 같은 선형계획문제를 푸는 방법을 고려할 수 있다.

먼저 $\{Y_{it}\}$를 고정시키고, 주어진 $\{Y_{it}\}$에 대해서 $\{Z_{ijt}\}$이 안정해에 도달할 때까지 컴퓨터 모이뜨임을 거치도록 하였다. 그런 연후에 해집합 $\{Y_{it}\}$와 이에 대한 안정해 $\{Z_{ijt}\}$에 대하여 본 수송계획 문제에 목적함수(=에너지 함수) 값을 구한다. 그 다음 해집합 $\{Y_{it}\}$를 변화시킴으로서 $\{Z_{ijt}\}$의 안정해를 구하고, 새로운 목적함수값을 계산한 후에 'Metropolios' 과정을 거치게 된다. 따라서 해집합 $\{Y_{it}\}$와 $\{Z_{ijt}\}$가 전체적으로 컴퓨터 모임 뜨임을 거치게 된다. 본 연구에서는 이와 같이 두단계의 컴퓨터 모임 뜨임을 거치도록 하여 $\{Y_{it}\}$와 $\{Z_{ijt}\}$의 최적해에 가까운 조합을 찾아내도록 하였다. $\{Y_{it}\}$와 $\{Z_{ijt}\}$을 동시에 컴퓨터 모임 뜨임을 하도록 설계하면 전혀 사용되지 않는 용수로를 건설하도록 하는 엉뚱한 해를 계속 발생시켜, 최종해가 그리 좋지 못한 결과로 결정될 수 있기 때문이다.

앞에서 정리한 네트웍 문제(LP)를 효율적으로 신속하게 풀기 위하여, 본 연구에서는 Bartsekas와 Tseng이 개발한 'relaxation algorithm'중의 하나인 'RELAXT-Ⅱ'방법을 이용하였다[2].

본 장기 계획 모형(P)에서의 제약식 (5)와 (6)을 항상 만족시키기 위해서 Y_{it}와 Z_{ijt}대신에 아래와 같은 새로운 변수를 사용하기로 한다.

y_i = 공급지 i의 설비확장시점
(= 1, 2, ···, T, T+1)

z_{ij} = 공급지 i의 수요지 j로의 용수로 용량 확장시점(= 1, 2, ···, T, T+1)

여기서 y_i 또는 z_{ij}가 (T+1)이면 총계획기간 T동안에 아무런 시설 확장도 하지 않음을 의미한다.

그리고 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing)를 통하여 혼합정수계획문제(P)를 푸는 절차를 정리하면 다음과 같다.

(step 0) $\{Y_{it}\}$을 위한 컴퓨터 모의 뜨임을 위하여 초기 온도 T_0를 선정한다.

(step 1) $\{y_i\}$의 선정을 위한 가능해 생성 방법은 다음 중에서 임의로 선택한다.

(1) 임의로 한 지역을 선정하여 건설 시기를 뒤로 미룬다.

Y_{ijt}

0	*1	1	1	1
0	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	0	0	1

y_i

*2
4
2
5

Y_{ijt}

0	1	*1	1	1
0	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	0	0	1

y_i

*3
4
2
5

(2) 임의로 두 지역을 선정하여 두지역의 건설 시기를 서로 바꾼다.

Y_{ijt}

0	0	*1	1	1
0	0	0	1	1
0	*1	1	1	1
0	0	0	0	1

y_i

*3
4
*2
5

Y_{ijt}

0	*1	1	1	1
0	0	0	1	1
0	1	*1	1	1
0	0	0	0	1

y_i

*2
4
*3
5

※위의 두 경우 모두 모든 건설 시기 t에 관하여 $\sum_j D_{jt} \leq \sum_i \leq (E_i Y_{it} + S_i)$을 유지시킨다.

(step 2) 주어진 $\{y_i\}$에 대하여, 해집합 $\{z_{ij}\}$의 안정해를 얻기 위하여 아래의 네가지 가능해 생성 과정을 이용한 컴퓨터 모의 뜨임과정을 거친다.

(1) 용수로 확장 시기를 $\{z_{ij}\}$를 오른쪽과 같이 난수발생으로 설정한다.

공급 \ 수요	A	B	C
공 급 지 1	1	2	5
공 급 지 2	6	2	5
공 급 지 3	4	3	2
공 급 지 4	3	4	3

단, 임의의 건설 시기 t와 수요지 j에 관하여, '$D_{jt} \leq \sum_i (B_{ij} + F_{ij} \cdot Z_{ijt})$'을 유지시킨다. 이 조건은 나머지 세 경우도 모두 적용된다.

(2) 임의의 한 용수로를 선정하여 그 건설 시기를 한 단위 미룬다.
예를 들어 공급지 1과 수요지 A간의 용수로를 선택하면 다음과 같다.

공급 \ 수요	A	B	C
공 급 지 1	*1	2	5
공 급 지 2	6	2	5
공 급 지 3	4	3	2
공 급 지 4	3	4	3

공급 \ 수요	A	B	C
공 급 지 1	*2	3	5
공 급 지 2	6	2	5
공 급 지 3	4	3	2
공 급 지 4	3	4	3

(3) 한 수요지에 대하여 임의의 두 용수로를 선정하여 두 건설 시기를 서로 바꿈

공급 \ 수요	A	*B	C
Source 1	2	*2	5
Source 2	6	2	5
Source 3	4	*3	2
Source 4	3	4	3

공급 \ 수요	A	*B	C
Source 1	2	*3	5
Source 2	6	2	5
Source 3	4	*2	2
Source 4	3	4	3

(4) 한 공급지에 대하여 임의의 두 용수로를 선정하여 두 건설 시기를 서로 바꿈 예를 들어 임의로 공급지 3을 선택하면 다음과 같이 처리될 수 있다.

공급 \ 수요	A	B	C
공 급 지 1	2	3	5
공 급 지 2	6	2	5
*공 급 지 3	*4	*2	2
공 급 지 4	3	4	3

공급 \ 수요	A	B	C
공 급 지 1	2	3	5
공 급 지 2	6	2	5
*공 급 지 3	*2	*4	2
공 급 지 4	3	4	3

※ 만일 앞에서 언급한 $\{y_i\}$와 $\{z_{ij}\}$와의 제약 조건을 만족시키려면 (step 3)으로 넘어가고, 그렇지 못하면 임의로 공급지 i를 선택하여 위 조건이 만족할 때까지 $\{y_i\}$와 $\{z_{ij}\}$를 변경시킨다.

(step 3) 해집합 $\{y_i\}$와 $\{z_{ij}\}$를 고정시키면, 본 장기 계획 모형(P)은 공급 용량이 제한된 선형 수송 네트웍 문제(LP)로 고정되는데, 이를 Bertsekas와 Tseng이 제시한 'RELAXT-Ⅱ' 알고리즘을 이용하여 해를 구한다.

(step 4) 본 모형(P)의 목적함수 값을 계산하고, 이 값을 컴퓨터 모임 뜨임 과정의 에너지 함수로 정의한 후, $\{z_{ij}\}$에 대한 'Metropolis' 과정을 거친다. 모의 뜨임 일정 계획(annealing schedule)에 따라 온도 T_1을 변경한 후, 모의 뜨임 종료 기준을 만족하지 못하면 (step 2)로 되돌아간다.

(step 5) 바로 전단계의 해집합 $\{y_i\}$에 대한 에너지 함수값과 현 단계의 해집합 $\{y_i\}$에 대한 에너지 함수값을 비교하여 $\{y_i\}$에 대한 'Metropolis' 과정을 거친다. 모의 뜨임 일정 계획에 따라 온도 T_0을 변경한 후, 모의 뜨임 종료 기준을 만족하지 못하면 (step 1)로 되돌아간다. 그렇지 않으면 프로그램을 종료한다. 이 때의 해가 바로 최상의 해이다.

[그림 3]은 본 연구에서 제시한 컴퓨터 모의 뜨임과정의 흐르도를 나타내고 있다. 그림에서 보듯이 $\{y_i\}$와 $\{z_{ij}\}$에 대한 2단계 컴퓨터 모의 뜨임과정을 거치고 있다.

2. The Relaxation Algorithm, RELAXT-Ⅱ

본 연구의 가능해 생성 과정에서 생성되는 부문제(LP)는 운송 용량이 제한된 운송 계획 문제(transportation problem with bounded arc-capacities)로서, 이를 가급적으로 빠르게 풀기 위하여 Bertsekas와 Tseng이 제시한 수송 경로(arc)의 용량이 제한된 최소 비용 네트웍 문제(minimum cost network flow problem)을 풀기 위한 'RELAXT-Ⅱ' 알고리즘을 도입하였다[2]. 그들의 알고리즘에 대한 상세한 내용은 그들의 논문을 참조하기 바란다.

Bertsekas와 Tseng은 자신의 'RELAXT-Ⅱ' 알고리즘의 성능 평가를 비교해 본 결과, 일반적인 수송 계획 문제에 대해서 'RNET' 알고리즘에 비교하여 약 6배의 속도 향상을 얻었고, 자신의 초기 알고리즘, 'RELAX'에 비교하면 약 20%의 속도 향상을 보였다고 한다[2].

3. 뜨임일정계획(Annealing Schedule)의 결정

S. Geman & D Geman(1984)이 제시한 뜨임일정계획은 온도 변화가 너무 완만하여 계산시간이 너무 오래 걸리므로 비실용적이라는 단점이 있다. 그래서 그 대신 아래의 뜨임일정계획을 적용하여 실험하는 경우가 있는데, 다음과 같은 식은 가능해 생성 과정을 'Cauchy 분포'에 기반을 둔 것이다[3].

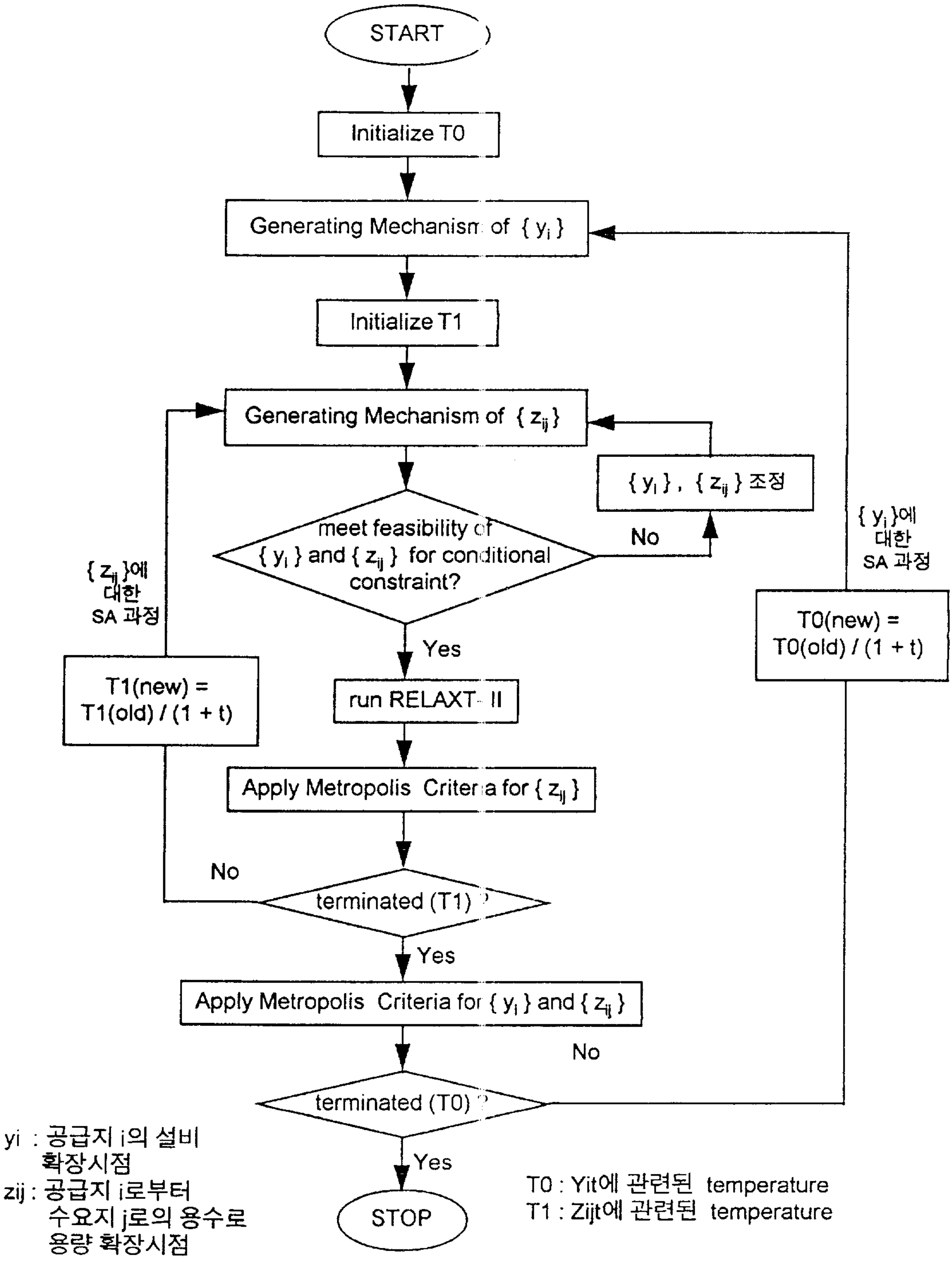
$$T(t)=\frac{T_0}{1+t}$$

T_0 : 초기절대온도

t : 처리횟수

$T(t)$: t이후의 절대온도

Szu(1986)는, 기존의 연구에서는 S.Geman & D. Geman이 사용한 'Boltzman 분포'를 기반으로 실험하였지만, 'Cauchy 분포'가 'Boltzman 분포'와 전반적으로 비슷한 특성과 모양을 가지고 있으면서도 뜨임 시간(annealing time)을 상당히 단축시킬 수 있다는 것을 제시

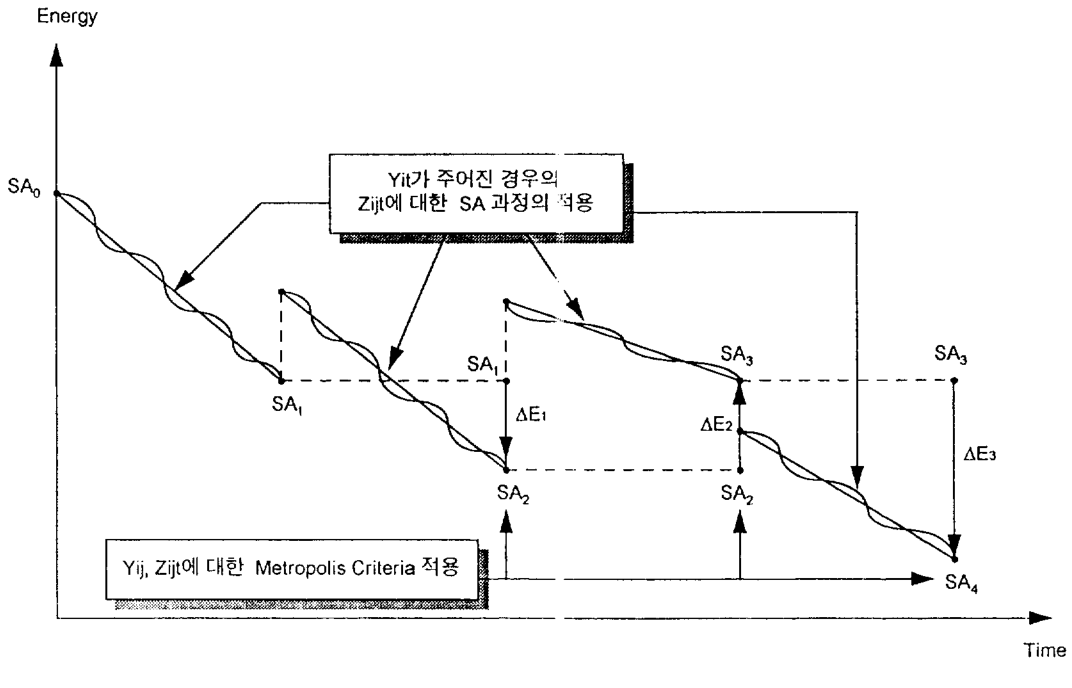


[그림 3] 혼합정수계획을 위한 컴퓨터 모의 뜨임 과정의 흐름도

하였다[4]. 이와 같이 'Cauchy 분포'를 기반으로 컴퓨터 모의뜨임 기법을 적용할 경우의 특징은 비교적 깊은 극소점(local mininum ponit)에 한번 빠지면 그 점에서 빠져 나오기가 매우 힘들다는 단점이 있다. 그러나 에너지 분포가 비교적 단조로운 경우에는 다른 뜨임일정계획에 비하여 비교적 짧은 시간 내에 좋은 해를 얻을 수 있다는 장점이 있다[3].

본 혼합 정수 계획 문제는 에너지 분포가 $\{Y_{it}\}$와 $\{Z_{ijt}\}$의 변화에 대하여 비교적 완만한 경사도를 가지고 있다. 따라서 본 연구에서는 'Boltzman 확률 함수'를 사용하고 있지만, 계산 시간 단축을 위하여 'Cauchy 분포'에 기반을 둔 Szu의 뜨임일정계획을 사용하였다.

[그림 4]는 본 알고리즘으로 해를 구할 경우, 시간 축에 대한 에너지 함수(=목적함수)의 일반적인 개형을 그린 것이다. 여기서 $SA_0 \rightarrow SA_1$, $SA_1 \rightarrow SA_2, \cdots$ 등은 주어진 $\{V_{it}\}$에 대하여 $\{Z_{ijt}\}$를 변화시켰을 경우의 에너지 함수값의 개선 과정을 묘사한 것이며, SA_0, SA_1, $SA_2, \cdots$ 등은 $\{Y_{it}\}$를 변화시켰을 때, 각각의 $\{Y_{it}\}$에서 비교적 안정된 상태에 도달한 $\{Z_{ijt}\}$로부터 구한 총 에너지 함수값을 나타낸다. 각각의 에너지 함수값이 계산된 지점에서 'Metropolis'과정을 거치게 함으로써 각각의 에너지 천이과정에서의 새로운 $\{Y_{it}\}$와 $\{Z_{ijt}\}$가 결정되어진다. 따라서 총 에너지 함수값들만 모아서 다시 그려보면 그 그래프도 역시 컴퓨터 모의뜨임에서의 에너지 변화 곡선을 그리게 된다.



[그림 4] 본 컴퓨터 모의뜨임 과정의 에너지 함수값의 개선과정

4. 최종 결과

본 장기 계획 모형(P)에 대한 컴퓨터 모의 뜨임을 이용한 최종 결과는 [그림 5]에 제시되어 있다.

[표 4]에서 분석하였듯이, 용수로 운용 및 유지비용은 김승권(1993)이 제시한 비용보다도 약간 더 소용되는 것을 볼 수 있으나, 용수로 건설비용에서 상당히 큰 비용을 절약할 수 있었다. 뜨임일정계획의 알고리즘적 효율성을 평가하고자 함은 아니지만, 전체적으로 볼 때, 총비용이 과거의 결과에 비하여 2.3% 정도 감소시킬 수 있는 양호한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

V. 결론

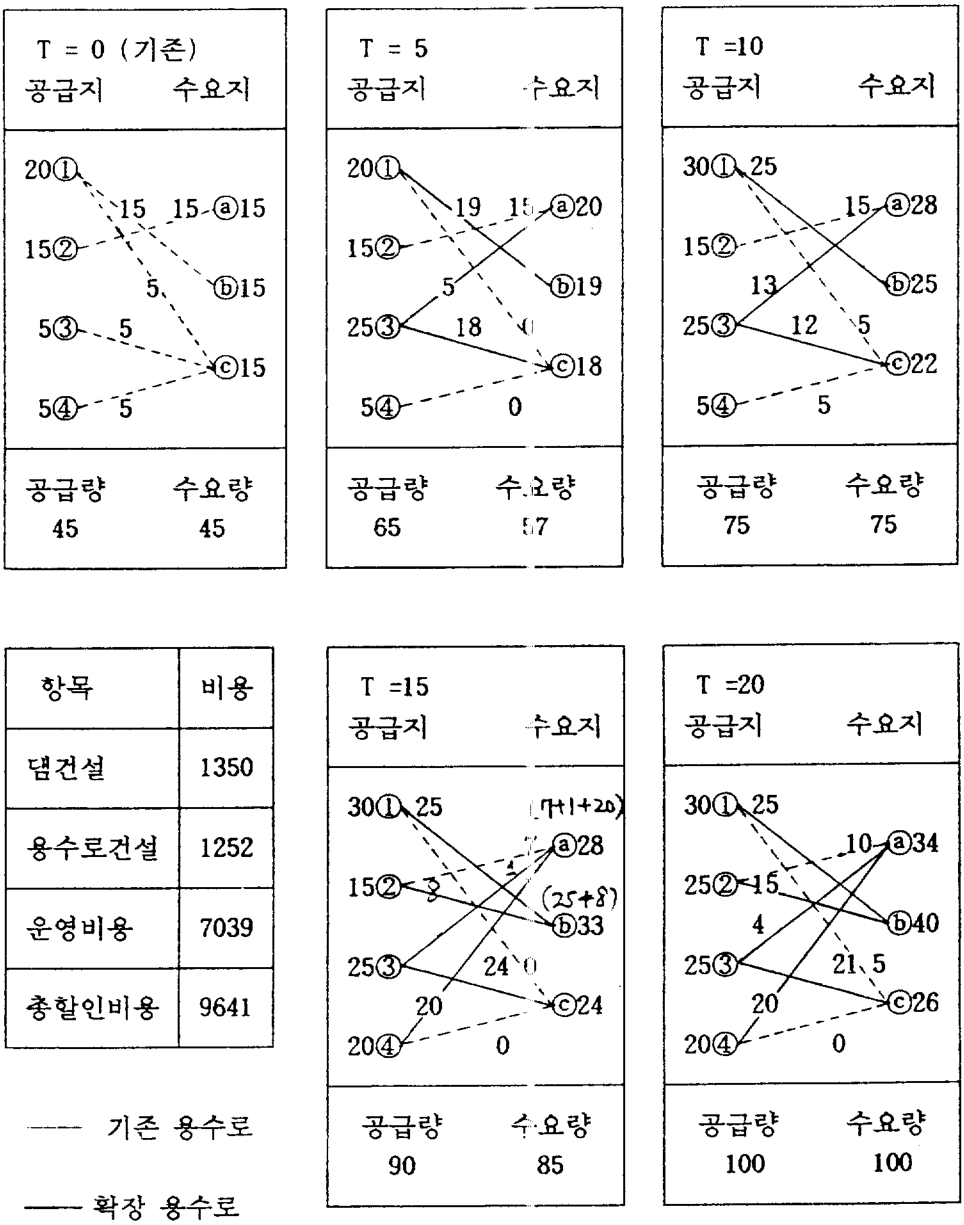
본 논문에서는 장기 용수 공급 계획 수립의 경제성 분석을 위한 수학적 모형 해법의 한 방법으로써 두종류 0-1변수의 순차적인 컴퓨터 모의 뜨임 방법(Simulated Annealing Method)을 제시하고, 아울러 수치적인 실험을 통하여 스프레드쉬트(Spread-Sheet)를 활용한 발견적 기법(Heuristic method)과 비교하였다. 물론 본 연구에는 S. Geman & D. Geman (1984)이 제시한 뜨임일정계획을 좇지 않았으므로, 이것 역시 진정한 최적해에 도달하였다고 단정할 수는 없다. 그럼에도 불구하고 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing Method) 기법이 짧은 시간 동안에 가능해 집합의 생성과정을 통하여 여러 가지 실험을 하므로, 수작업에 의한 발견적 기법보다는 짧은 시간에 더 나은 해를 발견할 수 있으리라는 것은 짐작했던 대로라 할 수 있다.

수치적 비교는 단 하나의 예에 불과하므로 컴퓨터 모의 뜨임의 방안의 알고리즘적 우월성을 보이고자 함은 아니고 그것이 이 논문의 목적도 아니다. 다만 해의 실현성을 보이고 시스템 분석 방안의 경제적인 효율성을 보이기 위함이다. 즉, 계산 수행시간 문제를 제외하고는 전체적으로 더 나은 해를 구해 줄 수 있다는 점에서 컴퓨터 모의 뜨임(Simulated Annealing Method) 기법의 타당성을 인정할 수 있을 것이다. 그리고 이 모형을 김승권(1992)이 제시한 스프레드쉬트 모형과 병용할 때, 스프레드쉬트에 의한 전산 모형은 "What if" 계산을 용이하게 해주는 스프레드쉬트 모형의 장점이 있으므로, 본 컴퓨터 모의 뜨임 방법(Simulated Annealing Method)에 의한 결과의 적합성도 쉽게 검증할 수 있을 것이다. 특히 본 프로그램은 매 실행 때마다 조금씩 다른 해를 구해 준다. 따라서 실험 결과를 단 한번에 얻으려 하지 말고 여러 차례 구해 본 다음, 그들을 초기해로 하여 이전에 제안한 스프레드쉬트를 이용하여 해를 검증하고 개선시킨다면 더 좋은 결과를 얻을 수 있으리라 생각된다.

마지막으로 본 모형은 모의뜨임법의 특성상 조건부식이 존재하는 경우를 위하여 설계되었으며 그 경우에 효과적이다. 그러나 본 연구결과 조건부식이 중복식이라는 것이 밝혀진 이상 이후로는 직접해법을 적용하여 본 장기용수공급계획 수립문제의 최적해를 구할 수 있을 것이다.

사용기종 : IBM－PC 386DX

수행기간 : 5분(Borland C 프로그램)



항목	비용
댐건설	1350
용수로건설	1252
운영비용	7039
총할인비용	9641

---- 기존 용수로

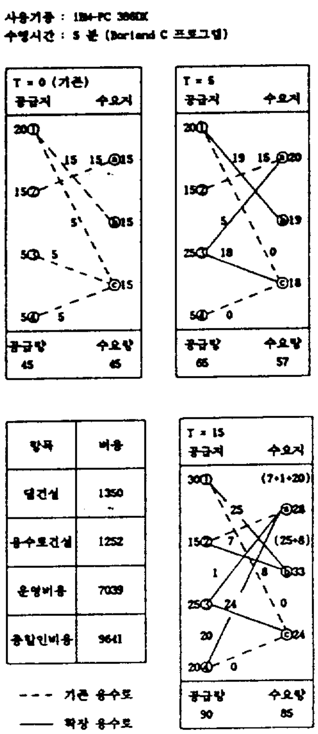
—— 확장 용수로

[그림 5] 컴퓨터 모의뜨임 방법에 의한 용량확장 양상

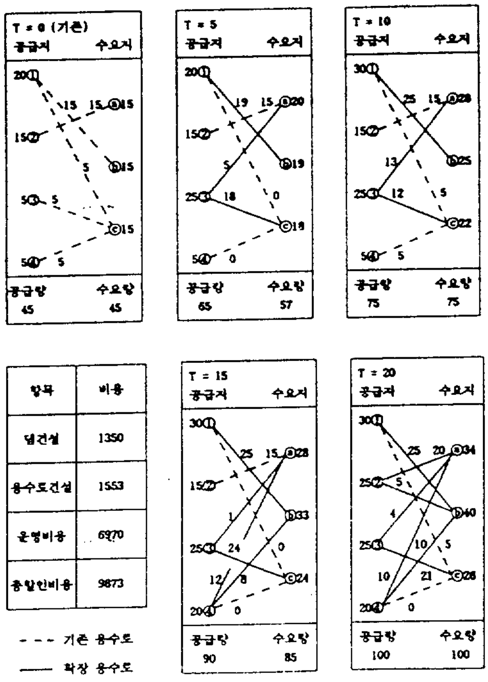
[표 4] 컴퓨터 모임 뜨임 방법과 스프레드쉬트 발견적 기법(1992)의 결과 비교

대안 \ 비용	댐 건설 비용	용수로 건설 비용	운용유지 비용	총 비 용
스프레드쉬트 발견적 방법(1992)	1350	1553	6970	9873
컴퓨터 모의뜨임	1350	1252	7039	9641

댐/용수로 건설시기	✳ 컴퓨터 모임뜨임 방법				✳ 스프레드쉬트 발견적 방법			
	{yi}	{zij}			{yi}	{zij}		
		A	B	C		A	B	C
공급지 1	10	0	5	[illegible]	10	0	5	0
공급지 2	20	0	15	[illegible]	20	20	20	0
공급지 3	5	5	0	[illegible]	5	5	0	5
공급지 4	15	15	0	[illegible]	15	15	15	0



컴퓨터 모의뜨임 방법에 의한 용량확장 양상



스프레드 쉬트 계산에 의한 용량확장 양상

∴ 컴퓨터 모의 뜨임 결과에 의하면 2−A, 4−B간 용수로의 확장은 불필요함을 알 수 있다.
(비용절감률≃2.3%)

참고문헌

[1] Aarts,E., and J.Korst, "Simulated Annealing and Boltzmann Machines", John Wiley & Sons, New York, 1989

[2] Dimitri P.Bertskas and P.Tseng, "The RELAX Codes for Linear Minimum Cost Network Flow Problem," Annals of Operations Research, Vol.13, pp.125-190., 1988

[3] Freeman, J.A., D.M. Skapura, Neural Networks: Algorithms, Applications, and Programming Techniques, Addison-Wesly, pp.188-189., 1991

[4] Horald Szu, "Fast Simulated Annealing," Neural Networks for Computing, American Institute of Physics, New York, pp.420-435., 1986

[5] Kirkpatrick,S., C.D.Gelatt Jr., and M.P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing, " IBM Research Report RC 9355, 1982.

[6] 김승권, "장기 용수공급계획 수립을 위한 스프레드쉬트 모형", 대한 토목학회지, 제12권 제3호, 1992, 9월 pp. 153-162

[7] 김승권, 이준열 "Simulated Annealing Method를 활용한 혼합 정수계획 문제의 해법실험", 한국 경영과학회/대한 산업공학회 '93 춘계공동 학술대회 발표논문 및 초록집, pp.341, 1993.