

자유곡면을 가공하는 공작기계 체적오차의 일반화 해석

고 태 조*

A Generalized Analysis of Volumetric Error of a Machine Tool Machining a Sculptured Surface

Tae Jo Ko*

Abstract

This paper suggests a generalized mathematical model for the benefit of volumetric error analysis of a multi-axis machine tool machining a sculptured surface. The volumetric error, in this paper, is defined as a three dimensional error at the cutting point, which is caused by the geometric errors and the kinematic errors of each axis and alignment errors of the cutting tool. The actual cutting position is analyzed based on the form shaping model including a geometric error of the moving carriage, where a form shaping model is derived from the homogeneous transformation matrix. Then the volumetric error is obtained by calculating the position difference between the actual cutting position and the ideal one calculated from a Nonuniform Rational B-Spline named as NURBS. The simulation study shows the effectiveness for predicting the behavior of the machining error and for the method of error compensation.

Keywords : volumetric error(체적오차), sculptured surface(자유곡면), geometric error(기하학적 오차), homogeneous transformation matrix(동차좌표변환), form shape(형상창성)

1. 서 론

제조업에서 더욱 정밀하고 정도가 높은 제품의 생산에 대한 요구는 오차해석의 중요성을 증가시키고 있다⁽¹⁾. 공작기계를 이용한 절삭가공은 모성의 법칙이 적용되며, 따라서 기계를 구성하는 운동요소의 기하학적 오차 및 이들의 운동과 관련된 기구학적 오차들이 공구와 공작물 사이에서 일어나는 상대오차에 미치는 영향을 요인별로 분석함으로써 이들의 영향을 최소화시킬 수 있는 방안,

예를들면 보상제어⁽²⁾ 또는 설계단계에서의 오차해석과 배분,³⁻⁵⁾을 강구하여 가공오차를 감소시킬 수가 있다.

여러 축으로 구성된 공작기계의 절삭점에서 생기는 위치 및 각도오차는 기계를 구성하는 기구학적 링크와 이들 링크 사이에서 이루어지는 오차요인들 때문에 발생한다. 즉 오차는 공작기계를 형성하는 구조물의 기하학적 오차를 포함해서 이들 요소의 상대운동과 관련된 기구학적 오차, 열적오차 그리고 정적 및 동적변형에 의해서 발생한다. 이중 특히 기하학적 및 기구학적 오차는 공구

* 영남대학교 기계공학과

의 끝단에 직접적인 영향을 미치기 때문에 피가공물의 정밀도에 가장 큰 영향을 미친다.⁽⁶⁾

기하학적 및 기구학적 오차가 가공면에 미치는 영향을 평가하는 연구는 오래전부터 이루어지고 있으며,⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾ 특히 이들 각축의 오차가 절삭점에 미치는 영향을 평가하는데 효율적인 방법은 이들 오차가 절삭점에서 형성되는 체적오차를 평가하는 것이다.⁽¹⁰⁾⁻⁽¹¹⁾ 체적오차는 절삭점에서 공구와 공작물 사이의 상대운동에 의해서 생기는 3차원 오차로 정의된다. 체적오차를 평가하기 위해서 Cho 등은 폐회로구성에 기초하여 다축공작기계에서 체적오차 평가모델을 제시하였다.⁽⁶⁾⁽¹¹⁾ 그러나 이 모델은 공구의 모델링이 일반화되지 못하여 공구와 공작물이 접촉하는 절삭점에서의 오차를 해석해내지 못하고 있다.

본 연구에서는 동차좌표변환법(Homogeneous Transformation Matrix Method)을 이용한 형상창성모델(Form Shaping Model)⁽¹²⁾을 기초로 하여 3차원 자유곡면의 가공시에 발생하는 체적오차를 절삭점에서 해석하는 일반화된 수학적 모델을 제시하고자 한다. 즉 기하학적 및 기구학적 오차를 가지고 있는 공작기계의 링크운동을 동차좌표변환행렬을 이용하여 기구학적으로 연쇄시킴에 의해 공구의 움직임인 형상창성운동을 모델링함과 더불어 절삭공구도 절삭점에 대해 동일하게 모델링하여 형상창성면을 생성한다. 이때 만약 이 상적인 가공면 생성모델에 대해서 각축의 운동에 오차가 포함되어 있다고 가정할 때, 공구와 공작물사이에서는 상대적인 변위가 발생하고 이를 평가하여 체적오차를 구할 수 있다. 즉 절삭점에서 이론적으로 가공되어야 할 자유곡면과 오차를 포함하여 생성된 오차가공면의 위치차이를 평가하여 체적오차를 구한다. 이렇게 체적오차 영향을 평가해봄으로서 본 모델은 피가공물의 정밀도를 미리 예측할 수 있는 도구로 사용될 수 있을 뿐 아니라 오차의 적절한 제어기법에 의해 효율적으로 가공정밀도를 제어할 수 있는 방법으로 사용될 수 있다.

2. 공작기계의 형상창성운동의 수학적 모델

2.1 형상창성시스템의 특성코드

공작기계에서 형상의 창성은 이를 구성하는 링크의 기구학적 연쇄운동에 의해 이루어진다. 이러한 형상창성운동의 구조와 성질을 몇개의 정수를 이용하여 나타내고,

이 정수들의 집합을 형상창성의 특성코드라고 한다. 강체는 일반적으로 6자유도를 이루고 있으나, 링크의 형상창성운동은 일반적으로 1자유도 운동이기 때문에 Table 1 가운데서 좌표코드라고 불리우는 1개의 기호를 이용하여 운동을 기술할 수가 있다. 즉, 공작물에서 시작하여 절삭공구에서 끝나는 형상창성운동은 모든 기구학적 링크에 대해 Table 1의 좌표코드를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$K = k_1 k_2 \dots k_i \quad (1)$$

여기서 k_i , $i=1, 2, \dots, i$ 은 $i-1$ 번째 링크에 대한 i 번째 링크의 운동을 나타내는 좌표코드이다. 따라서 형상창성운동의 특성코드는 1부터 6까지의 값을 갖는 i 자리의 수자이며, 형상창성 운동을 하는데 있어서 각축의 운동을 연쇄적으로 기술하는 일반화좌표의 표현이다.

Table 1 Characteristics code according to the link motion

운동형태	좌표코드
축의 병진운동	
X	1
Y	2
Z	3
축의 회전운동	
X	4
Y	5
Z	6

2.2 축의 형상창성운동 모델

공간상의 동일 점이 서로 다른 좌표계인 S_{r-1} 과 S_r 에서 r_{r-1} 과 r_r 로 표시된다고 할 때 동차좌표변환에 의해서 다음의 식이 성립한다.

$$r_r = A_{r-1} r_{r-1} \quad (2)$$

여기서 A_{r-1} 은 동차좌표변환행렬이다. 따라서 공작물부터 시작하여 공구까지 각 링크에 대해 고유의 좌표계를 부여할 때 각 링크사이의 상대운동에 대해 동차좌표변환을 하여 공구의 위치벡터는 공작물의 좌표계로 변환되고 이

를 토대로 형상창성운동을 모델링하는 것이 가능하다. 즉 공구와 공작물의 상대운동으로 이루어지는 형상창성 운동은 다음과 같이 정의된다.

$$\tau = A_{0,l} r_i \quad (3)$$

여기서 $A_{0,l} = \sum_{i=0}^{l-1} A_{i-1,i}$ 이고, i 는 좌표코드, i 은 링크의 수 그리고 r_i 는 공구의 형상위치벡터이다. 동차좌표변환행렬 $A_{i-1,i}$ 는 형상운동의 좌표코드에 따라서 각각 Table 2와 같은 값을 갖는다.

2.3 절삭공구의 모델링

절삭공구에 대한 절삭점의 위치벡터 r_i 를 2.2절에서 도입한 동차좌표변환행렬을 이용하여 모델링하는 것이 가능하다. 이때 절삭공구는 절삭모델에 따라서 단절인 공구, 직선날 공구 그리고 자유곡면을 절삭하는 모델로 나눌 수가 있다.

즉 절삭점의 위치벡터는 $r_i = A_i r^t = A_{0,l+m} r^t$ 로 표현가능하며 식 (3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r_0 = A_{0,l} A_l r^t = A_{0,l+m} r^t \quad (4)$$

여기서 $A_{0,l+m}$ 은 행렬 A 의 $l+m$ 곱을 나타낸다. l 은 축의 형상창성 모델에 사용된 링크의 수이고 나머지 m 은 절삭공구의 모델링에서 사용된 링크의 수이다.

Table 2 Homogeneous transformation matrix according to each motion

	병진운동	회전운동
X축	$A^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Omega & -\sin\Omega & 0 \\ 0 & \sin\Omega & \cos\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Y축	$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$A^5 = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Z축	$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$A^6 = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2.4 가공면의 형상창성 모델⁽¹²⁾

절삭공구의 모델링을 포함하는 형상창성면의 함수인식 (4)는 원하는 가공면의 형상에 따라서 다음과 같은 L 개의 구속조건을 갖는다.

$$\begin{aligned} f_1(q_1, q_2, \dots, q_{l+m}) \\ \vdots \\ f_L(q_1, q_2, \dots, q_{l+m}) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 q_1, q_2, \dots, q_{l+m} 은 변수를 나타낸다. 식 (4)와 (5)에서 가공면의 연속조건을 고려하면 $l+m$ 개의 변수중에서 L 개의 구속조건을 고려했을 때 2개의 독립변수가 남아야 한다. 즉

$$l + m - L = 2 \quad (6)$$

여기서 L 개의 구속조건은 각각 포락구속(Enveloping constraint), 음의 구속(Implicit constraint) 그리고 기능적 구속(Functional constraint)으로 되어있다.

2.4.1 포락구속(L_e)

공작기계를 이용하여 절삭작업을 할 때, 가공면은 절삭공구의 절삭점의 순간위치들의 포락집합으로 구성된다. 이러한 경우의 구속을 포락구속이라고 하며, 다음과 같이 구속의 수는 결정된다.

$$L_e = \begin{cases} 0 & \text{포락이 없을 때} \\ 1 & \text{1개의 포락이 있을 때} \\ 2 & \text{2개의 포락이 있을 때} \end{cases}$$

1개 변수 포락이 있을 때 구속조건은 벡터 γ_0 에 대해 임의의 3개의 변수에 대한 편미분의 스칼라 곱이 영이 된다. 즉

$$\frac{\partial \tau_0}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \tau_0}{\partial q_j} \cdot \frac{\partial \tau_0}{\partial q_k} = 0 \quad (7)$$

여기서 q_i, q_j, q_k 는 식 (5)에 들어가는 변수 q_1, q_2, \dots, q_{l+m} 사이의 3개의 서로 다른 변수이다. 이때 만약 2개의 변수가 공구의 모델링에 사용된다면 상기 식은 절삭점의 속도벡터와 공구면

에 대한 법선벡터 사이의 상호 직각성 조건이 된다.

2개 변수 포락이 있을 때는 4개의 변수에 대해 2개의 구속조건이 성립된다. 즉

$$\frac{\partial \tau_0}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \tau_0}{\partial q_j} \cdot \frac{\partial \tau_0}{\partial q_k} = 0, \quad \frac{\partial \tau_0}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \tau_0}{\partial q_j} \cdot \frac{\partial \tau_0}{\partial q_l} = 0, \quad (8)$$

2개 변수 포락은 자유곡면을 가공하는 상황과 같이 가공면과 공구면사이의 점접촉 상황에서 발생한다.

2.4.2 음의 구속(L_i)

공작기계의 서로 다른 유니트가 동일운동을 하거나, 가공표면이 공구의 순간적인 포락집합과 일치할 때 음의 구속이 형상창성좌표들 사이에서 성립된다. 이러한 운동은 여유운동에 대한 구속조건이며, 이 여유운동은 없어도 형상창성은 언제든지 가능하다.

만약 일반화 좌표 q_i 와 q_j 사이에 음의 구속이 존재한다면 이들 변수에 대한 편미분의 스칼라 곱은 영이 된다. 즉

$$\frac{\partial r_0}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial r_0}{\partial q_j} = 0 \quad (9)$$

이 경우 두개의 변수는 하나로 표현이 가능해진다.

2.4.3 기능적 구속(L_i)

기능적 구속은 링크 사이의 운동속도에 대한 식으로 표현되기도 하고, 이들 운동의 좌표와 관련된 식으로 표현되기도 한다. 기능적 구속에서는 위치구속과 기구학적 구속이 있다. 위치구속은 유니트의 위치를 지정함에 의해 형상창성 운동의 한 좌표를 고정시키는 것으로 $q_i = \text{const.}$ 라는 형식을 갖는다. 기구학적 구속은 운동사이의 구동율을 정의하는 것으로 2개 혹은 그 이상의 유니트에 대해 구성된다. 이것은 $f(q_1, q_2, \dots, q_l)$ 의 형을 갖는다.

3. 볼 엔드밀을 이용한 자유곡면 가공시의 가공면 해석

그림 1과 같이 수직축을 중심으로 회전하는 볼엔드밀에 의한 자유곡면의 가공을 고려할 때, 가공면을 생성시키는 특성코드는 2136이고 따라서 형상창성함수는 다음과 같다.

$$r_i = A^2(y) A^1(x) A^3(z) A^6(\phi) r_i \quad (10)$$

여기서 r_i 는 좌표계 S_i 에서 공구의 절삭점 즉 형상창성점의 위치벡터로서 다음과 같다.

$$r_i = A^6(\phi) A^5(\theta) A^1(R) e^4 \quad (11)$$

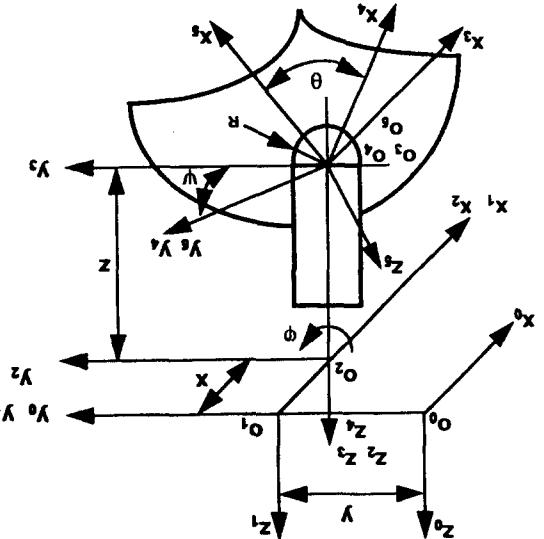


Fig. 1. Schematic Diagram of a ball end-mill machining sculptured surface.

여기서 ϕ 는 경도, θ 는 위도, R 은 공구의 반경 그리고 e^4 는 좌표의 원점에서 반경방향의 단위벡터이다. r_i 를 식 (10)에 대입하면 형상창성점은 6개의 변수 $x, y, z, \phi, \psi, \theta$ 로 나타내어짐을 알 수 있다. 이 형상창성과정은 2개 변수 포락이며, $l=4, m=2, L_i=2$ 의 운동이다. 따라서 4개의 변수는 2개의 구속조건을 갖게 되며 그 중 한개는 음의 구속으로서 두개의 변수를 $\phi+\psi=\phi$ 로 축운동을 합칠 수 있으며, 나머지 하나는 기능적 구속으로서 자유곡면을 형성하는 함수적 관계인 $f(x, y, z)=0$ 로 나타낼 수 있다. 즉 형상창성함수는 다음과 같이 된다.

$$r_0 = A^2(y) A^1(x) A^3(z) A^6(\phi) A^5(\theta) A^1(R) e^4 \quad (12)$$

기능적 구속	$f(x, y, z)=0$
포락 구속	$r_x \cdot r_y \cdot r^\phi = 0$
	$r_x \cdot r_y \cdot r^\theta = 0$

여기서 $r_x, r_y, r^\phi, r^\theta$ 는 x, y, ϕ, θ 에 대한 r_0 의 편미분이다. 식 (12)에 상기의 구속조건을 대입하여 전개하면

경도와 위도는 다음의 값을 갖게 된다.

$$\phi = \frac{1}{2} \sin^{-1}(2z_x z_y), \quad \theta = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{(z_x)^2 + (z_y)^2}} \quad (13)$$

여기서 z_x 및 z_y 는 $\frac{\partial f}{\partial z} = \neq 0$ 라는 가정하에 음함수 $f(x, y) = 0$ 로 부터 구해진 $z = z(x, y)$ 의 x 및 y 에 대한 편미분으로서 각각 $z_x = \tan\theta \cos\phi$, $z_y = \cot\theta \sin\phi$ 와 같이 된다.

그러나 기능적 구속의 식처럼 곡면이 해석적 형으로 표현되지 않는 자유곡면의 경우는 변수 x, y 에 대한 z 의 양함수 형을 구할 수가 없으며 따라서 4장에서처럼 파라메터를 이용한 3차원 자유곡면으로부터 직접 법선벡터를 해석함에 의해 경도와 위도의 값을 구할 수가 있다.

4. 가공점의 좌표

자유곡면을 나타내는 일반적인 표현법은 Bezier와 B-Spline과 같이 파라메터를 이용하는 다항식이 사용된다. 그러나 어떤 경우 다항식으로 표현된 Surface patch는 설계의 조건에 따라서 자유곡면을 수정하고 제어하는데 있어서 자유도가 떨어진다. 이러한 경우 유리함수(Rational) Bezier나 NURBS와 같은 유리함수를 이용하여 자유도를 더욱 많이 부여하게 된다. 본 연구에서는 자유곡면을 생성하기 위하여 아래와 같이 정의되어지는 NURBS를 사용한다.

$$Q(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_{i,j} B_{i,j} N_{i,k} M_{j,l}(u)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_{i,j} B_{i,j} N_{i,k}} \quad (14)$$

여기서 $B_{i,j}$ 는 polygon net를 정의하는 제어점이고 $w_{i,j}$ 는 가중치이다. $N(u)$ 와 $M(v)$ 는 blending 함수로서 다음과 같이 정의한다.

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_i \leq u \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - x_i}{x_{i+k-1} - x_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{x_{i+k} - u}{x_{i+k} - x_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u)$$

$$M_{j,l}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } y_j \leq v \leq y_{j+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$M_{j,l}(v) = \frac{v - y_j}{y_{j+1} - y_j} M_{j,l-1}(v) + \frac{y_{j+1} - v}{y_{j+1} - y_{j+1}} M_{j+1,l-1}(v) \quad (15)$$

이때 법선벡터는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$n(u, v) = \frac{Q_u(u, v) \times (Q_v(u, v))}{|Q_u(u, v) \times Q_v(u, v)|} \quad (16)$$

여기서 Q_u, Q_v 는 각각 u, v 에 대한 편미분을 나타낸다. 따라서 자유곡면의 법선방향 성분을 이용하여 공구의 이상적인 가공점의 경도와 위도를 구하는 것이 가능하다.

5. 기하학적 오차를 고려한 체적오차모델

공작기계를 구성하며 형상창성운동에 직접 간여하는 테이블과 같은 요소는 직선운동과 관련하여 3개의 회전오차성분($\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$)과 병진오차성분($\delta_x, \delta_y, \delta_z$)을 갖는다. 이중 3개의 회전오차 성분을 각각 롤, 피치, 요 오차성분이라고 한다. 병진오차성분 중 하나는 실제의 테이블 위치와 센서좌표사이의 오차인 위치오차이고 나머지 두개는 운동의 방향과 직각으로 움직이는 진직도 오차이다. 두개 혹은 세개 이상의 축이 결합되어 있는 경우는 각 축에 대해 회전이 생기고 이를 직각도 오차라고 하는데 축사이의 기하학적 관계에 의해 발생한다.

5.1 기하학적(병진 및 각도)오차를 포함하는 좌표변환행렬

Fig. 2와 같은 직각좌표계인 3축 공작기계를 고려할 때 테이블은 Fig. 3과 같이 병진과 각도오차성분을 갖게 되며 상기의 오차를 고려한 동차좌표변환행렬은

$$T_{l,l+1}^j = A_{l,l+1}^j E_l \quad (17)$$

로 표현할 수 있다. 여기서 E_l 은 오차행렬을 나타낸다. 각도오차처럼 회전각이 작은 경우 2차 이상의 오차성분은 무시가능하고, X 축을 따라서 D_r 거리만큼 이동할 때 최종 절삭점에 대한 동차좌표변환행렬은

$$T^1 = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_a(x) & \epsilon_b(x) & \delta_s(x) + D_x \\ \epsilon_a(x) & 1 & -\epsilon_c(x) & \delta_s(x) \\ -\epsilon_b(x) & \epsilon_c(x) & 1 & \delta_s(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

로 표현된다. 여기서 $\epsilon_a(x)$, $\epsilon_b(x)$, $\epsilon_c(x)$ 는 각각 요, 피치, 롤 오차를 나타내며, $\delta_s(x)$ 는 위치 오차, $\delta_s(x)$, $\delta_s(x)$ 는 각각 Y 및 Z 방향으로의 진직도 오차이다. 마찬가지로 Y 및 Z 방향에 대해서도 동일하게 오차를 포함하는 동차좌표변환행렬을 만들 수 있다.

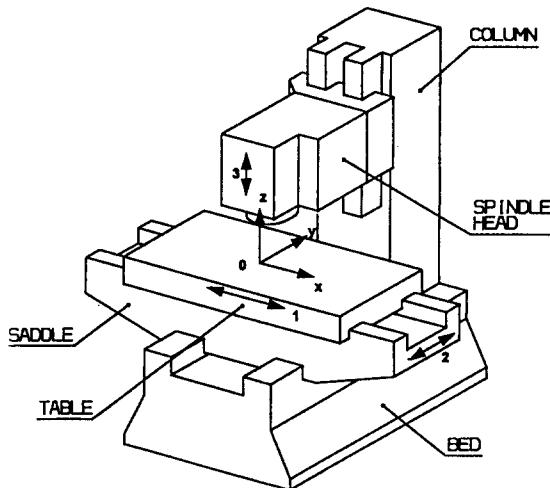


Fig. 2 Coordinate System of a three axis machine tool.

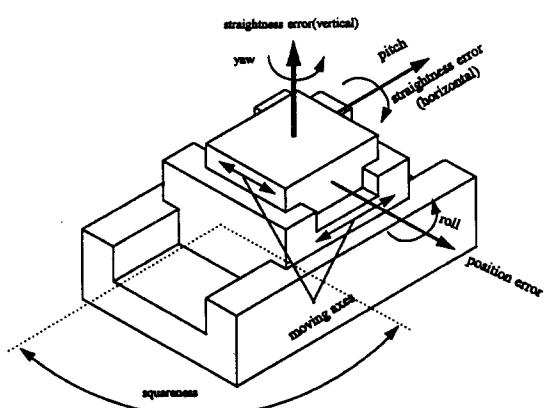


Fig. 3 Error components of a moving table.

5.2 기구학적(직각도) 오차를 포함하는 좌표변환행렬

Fig. 2와 같은 3축 공작기계에서는 3개의 직각도 성분이 있으나, 만약 Z축이 기준축이라고 하면 X와 Z축 및 Y와 Z축 사이에 대한 직각도 오차만 고려하면 된다. 직각도 오차가 매우 작다고 하면 X와 Z축 사이에 1차 오차에 의해 다음의 근사식이 성립한다.

$$T^{13} = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_a(xz) & \epsilon_b(xz) & 0 \\ \epsilon_a(xz) & 1 & 0 & 0 \\ -\epsilon_b(xz) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

여기서 $\epsilon_a(xz)$, $\epsilon_b(xz)$ 는 X와 Z축 사이의 직각도 오차에 의한 요 및 피치를 나타낸다. 마찬가지로 Y와 Z축 사이에 대해서도 동일한 직각도 오차식을 만들 수가 있다.

5.3 테이블의 운동에 의한 총오차

테이블이 운동할 때 자신의 운동과 관련한 병진과 회전오차, 그리고 두 축사이의 운동인 직각도 오차를 고려하는 총 오차는 이들 오차요소를 합함에 의해 구할 수가 있다. 여기서 직각도 오차는 이동거리 만큼 직각도 오차의 각도성분을 곱함에 의해 구한다. 따라서 만약 테이블이 D_z 만큼 움직인다고 하면 X와 Z축 사이의 직각도 오차때문에 생기는 최종 절삭점에서 오차성분은

$$T^{sz} = T^{13} T^1 - T^1 = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_a(x) - \epsilon_b(xz) & 1 & 0 \\ \epsilon_a(x) + \epsilon_a(xz) & 1 & \epsilon_c(x) & 0 \\ -\epsilon_b(x) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_b(x) + \epsilon_b(xz) & \delta_s(x) + D_z & 1 & 0 \\ -\epsilon_c(x) & \delta_s(x) + \epsilon_a(xz)D_z & 0 & 1 \\ 1 & \epsilon_c(x) - \epsilon_b(xz)D_z & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

이 식은 테이블이 X축을 따라서 운동할 때 최종점에 있어서의 좌표변환행렬에 해당한다. 마찬가지로 Y 및 Z 방향에 대해서도 동일하게 오차를 포함하는 동차좌표변환행렬을 만들 수 있다.

5.4 체적오차식의 표현

3절에서처럼 Fig. 2와 같은 수직형 머시닝센터에서 자유곡면을 가공할 때의 형상창성 특성코드는 12036이 되고 따라서 가공점에 대한 위치벡터는

$$r_0 = T^1(-x) T^2(-y) T^3(z) T^6(\varphi) r_t \quad (22)$$

와 같이 된다. 즉

$$r_0 = T^1(-x) T^2(-y) T^3(z) T^6(\varphi) T^5(\theta) T^1(R) \quad (23)$$

이때 만약 Fig. 4와 같이 공구의 운동오차(runout)가 존재하면 $R = R' + R_e$ 가 된다. 여기서 R' 은 공구의 반경, R_e 는 공구의 운동오차이다.

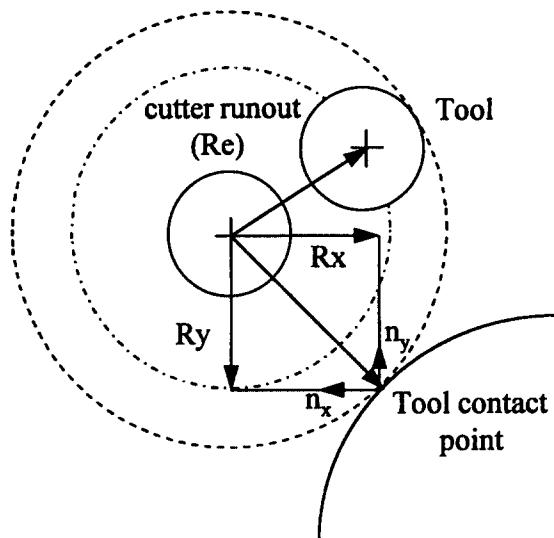


Fig. 4. Runout error of a spindle.

$$V_0 = T^1(x) T^2(y) r_0 - T^3(z) T^6(\varphi) T^5(\theta) T^1(R) \quad (24)$$

여기서 V_{ex} , V_{ey} 그리고 V_{ez} 는 각각 x , y , z 방향의 체적오차 성분이다. 따라서 체적오차는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$|V_e| = \sqrt{V_{ex}^2 + V_{ey}^2 + V_{ez}^2}$$

6. 체적오차 해석

본 장에서는 Fig. 2와 같은 공작기계에서 Fig. 1과 같은 볼 엔드밀을 가지고 Fig. 5와 같이 NURBS로 생성된 자유곡면의 형상을 가공할 때의 체적오차를 앞

에서 유도되어진 식(25)을 이용하여 해석한다. 여기서 자유곡면의 가공을 해석대상으로 한 이유는 자유곡면의 가공시에는 일정한 축의 움직임보다는 대상으로 하는 축의 움직임의 조합이 랜덤하여 축운동의 영향을 총체적으로 볼 수 있기 때문이다. 이때 고려 대상으로 하는 공작기계의 기하학적 및 기구학적(직각도) 오차의 데이터는 참고문헌 [8]의 측정결과를 인용한다. 또한 볼 엔드밀의 반경은 5mm, 공구의 편심에 의한 주축의 운동오차는 0.01mm로 한다. 이때 Fig. 5의 자유곡면을 가공할 때 예측할 수 있는 체적오차를 XY평면에 대해 나타낸 결과가 Fig. 6이다.

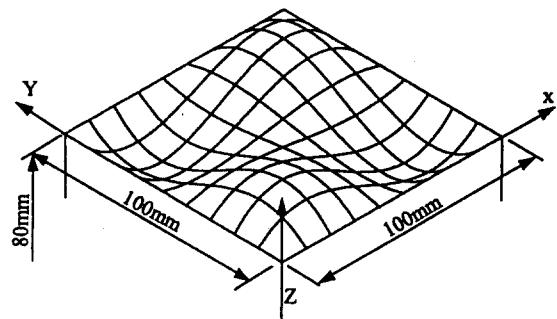


Fig. 5 A sculptured surface workpiece.

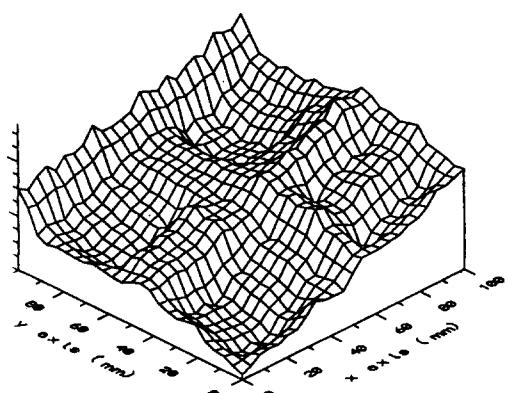


Fig. 6 Volumetric error for a sculptured surface workpiece.

이 결과로부터 알 수 있듯이 가공물의 끝 부분 즉

기계행정(stroke)이 끝부분으로 갈수록 가공오차는 상당히 커지고 반면 기계행정의 초기에는 체적오차가 상당히 작음을 알 수가 있다. 이는 통상의 공작기계에서 볼스크류와 같은 구동기구의 피치오차는 길이에 따라서 선형적으로 감소하는 경향을 갖고 있으며, 또한 두축 사이의 직각도 역시 운동하는 테이블의 위치에 관계없이 일정한 값을 갖기 때문에 발생하는 것으로 기계의 정밀도에 가장 영향을 많이 미치는 요소이다.

또한 Fig. 7은 X, Y, Z 방향의 가공오차시의 상관성을 보기 위한 것이다.

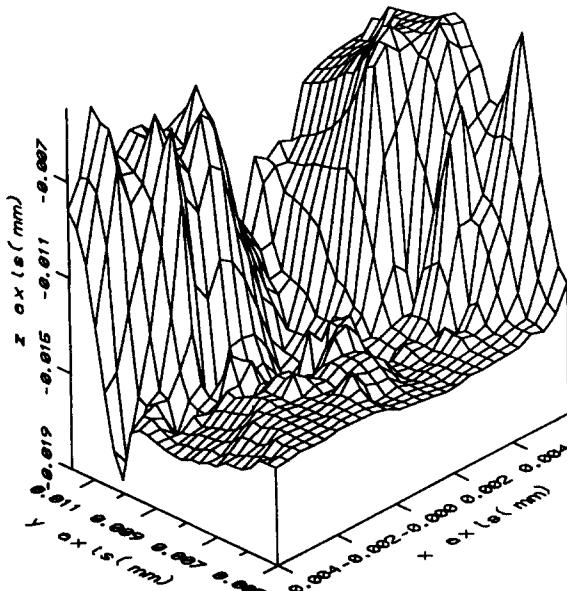


Fig. 7 Volumetric error components in X, Y, Z axis.

이 그림에 의하면 X, Y 방향의 방향의 오차가 더 많은 오차의 기복을 갖고 있다. 이는 통상의 수직형 머시닝센터의 공작기계에서 주축헤드의 자중에 의해 발생하는 하중의 영향을 이송계가 많이 받고 있기 때문에 운동정도가 좋지 않기 때문에 일어나는 운동오차때문에 발생한 가공오차라고 해석할 수 있다.

한편 x, y 및 z축이 77.8, 10, 80위치에 있을 때의 체적오차성분은 각각 0.0002, 0.037, -0.018로 나타났다. 이값을 기초로 하여 역으로 CL(Cutter location)

데이터를 구하여 이 오차량에 상당하는 축을 X, Y, Z 방향으로 축이동을 함에 의해서 가공오차를 줄일수 있는 보정값으로 사용할 수 있다. 따라서 공작기계의 운동정도를 미리 측정하고 이를 기초로 하여 체적오차의 각 성분을 형상창성의 수학적 모델로부터 구하면 원하는 가공부품의 정도를 미리 예측할 수도 있을 뿐 아니라 이 데이터를 역으로 환산하여 공작기계의 보정데이터로도 활용할 수가 있다.

7. 결 론

본 연구에서는 공작기계의 형상창성운동을 이용하여 가공점에서 일어나는 가공부품의 체적오차를 예측하는 모델을 제시했다. 형상창성모델은 공작기계의 운동과 공구의 움직임을 동차좌Table변환하여 나타내었으며, 이 모델에 운동오차인 기하 및 기구학적 오차가 포함되었을 때의 동차좌Table⁽¹²⁾변환행렬을 도입함으로써 체적오차의 수학적 모델이 만들어졌다. 이를 토대로 자유곡면의 가공시 일어나는 체적오차를 평가할 수 있는 수학적 모델을 구축하고, 자유곡면가공의 Simulation연구를 통하여 공작기계의 체적오차를 평가해냄에 따라 본 모델이 가공오차의 평가 및 이의 보정데이터로 활용될 수 있는 가능성을 제시하였다.

참고문헌

1. S. M. Wang, K. F. Ehmann, 1994, "Automated Evaluation of Volumetric Errors of Multi-Axis Machines," Transaction of NAMRI/SME, Vol. 22, pp. 291-296.
2. J. Mou, 1994, "Using Neural Network and Kinematics for Machine Tool Error Estimation and Correction," Transaction of NAMRI/SME, Vol. 22, pp. 241-245.
3. A. H. Slocum, 1992, Precision Machine Design, Prentice-Hall International Editions, pp.61-76.
4. T. Moriwaki, N. Sugimura, Y. Miao, K. Iwata, 1991, "An Analytical Approach for Machine Tool Design Considering Machining Accuracy," JSME, Vol. 57, No. 542, pp. 260-265.

5. 이재윤, 고태조, 김민기, 1994, "기하학적 오차를 고려한 초정밀 가공기의 설계," G7 Workshop, pp. 132-135.
6. J. H. Cho, M. W. Cho, K. Kim, 1994, "Volumetric Error Analysis of a Multi-axis Machine Tool Machining a Sculptured Surface Workpiece," Int. J. Prod. Res., Vol. 32, No. 2, pp. 345-363.
7. R. J. Hocken, J. A. Simpson, 1977, "Three Dimensional Metrology," Annals of the CIRP, Vol. 26, pp. 403-408.
8. P. M. Ferreira, C. R. Liu, 1986, "An Analytical Quadratic Model for the Geometric Error of a Machine Tool," Journal of Manufacturing Systems, Vol. 5, pp. 51-55.
9. 신동수, 정성종, 1994, "역가공오차평면을 통한 공작물 가공평가에 관한 연구," 대한기계학회 춘계학술대회 논문집(I), pp. 225-230.
10. P. D. Lin, K. F. Ehmann, 1993, "Direct Volumetric Error Evaluation for Multi-Axis Machines," Int. J. Mach. Tools Manufact. Vol. 33, No. 5, pp. 675-693.
11. J. H. Cho, K. Kim, 1994, "Geometric Error Analysis of a Multi-Axis Machine Tool Machining Sculptured Surfaces," S. M. Wu Symposium, Evanston, Illinois, Vol. 1, pp. 69-74.
12. D. N. Reshetov, V. T. Portman, 1988, Accuracy of Machine Tools, ASME Press, pp. 21-78.
13. R. Schultschik Oe, E. Matthias, "The components of the volumetric accuracy," 1977, Annals of the CIRP, Vol. 25, pp. 223-227.