가제어성 및 외란 가억제성 척도를 고려하는 출력되먹임 고유구조 지정

Output Feedback Left Eigenstructure Assignment Considering Controllability and Disturbance Suppressibility Measures

최 재 원, 이 장 규, 김 유 단, 강 태 삼
(Jae Weon Choi, Jang Gyu Lee, Youdan Kim, Taesam Kang)

Abstract : The control effectiveness and disturbance suppressibility are mainly governed by a left eigenstructure of a system. In this paper, a control design algorithm which uses an output feedback eigenstructure assignment scheme is proposed in order that a desired closed-loop system has the specified degree of controllability and/or degree of disturbance suppressibility. To do this, a modal and a gross disturbance suppressibility measures are proposed. A modified version of Hamdan and Nayfeh's modal controllability measure is also presented. The validity and usefulness of the proposed measures and the controller design algorithm are illustrated by designing a controller for a third-order system as an example.

Keywords: left eigenstructure assignment, output feedback, modal controllability measure, gross measure of controllability, modal disturbance suppressibility measure, gross disturbance suppressibility measure

I. 서론

선형 시불변 시스템의 특성은 그 시스템의 고유치와 고유벡터에 의하여 특징 지워진다. 일반적으로 반응의 감쇠 혹은 상승률은 시스템의 고유치에 의하여 결정되고, 반응의 형태는 고유벡터에 의해 지배받는다[1],[2]. 이는 고유구조(고유치/고유벡터)를 적절히 지정함으로써 대상 시스템이 원하는 형태의 반응을 보이도록 할 수 있음을 의미한다. 이와 같은 고유구조는 시스템 내부에서의 역할에 따라 좌고유구조(고유치/좌고유벡터)와 우고유구조(고유치/우고유벡터)로 대별되는데[3],[4], 우고유구조는 모드 또는 외란의 분리성(decouplability)을 지배하는[5]-[8] 반면 좌고유구조는 제어력의 효과적인 전달 능력 및 외란의 억제력과 밀접한 관계를 맺고 있다[9]-[12].

Moore[13]에 의하여 제어 가능한 선형 다변수 시스템의 경우 고유치뿐만 아니라 고유벡터도 지정할 수 있다는 사실이 소개된 이래로 많은 연구자들이 우고유구조에 대하여 연구해 왔으나, 좌고유구조 지정 문제는 최근에서야 시스템 내부에서의 좌고유벡터의 역할이 규명됨에 따라[3] 활발히 연구되고 있다.

좌 및 우고유구조의 시스템 내부에서의 역할을 간단히 살펴보고 또한 본 논문에서 다루고자 하는 문제의 정의를 위하여 다음과 같은 출력되먹임을 이용하는 제어가능하고 관측가능한 선형 다변수 시불변 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ef(t), \quad (1)$$
$$y(t) = Cx(t), \quad (2)$$
$$u(t) = Ky(t). \quad (3)$$

여기서, (i) $x \in R^N$, $u \in R^m$, $f \in R^n$ 및 $y \in R^r$는 각각 시스템의 상태변수, 제어 입력, 외란 및 출력벡터를 나타내며; (ii) A, B, C, E 및 K는 모두 실수 값을 갖는 상수 행렬들로서 각각 적절한 차원을 가지며; 마지막으로 (iii) rank $B=m \neq 0$, rank $C=r \neq 0$ 이고 m, $r \leq N$.
제어 입력 u(t)와 외란 f(t)에 대한 위 시스템의 반응을, 모든 초기 조건을 0으로 가정하고 시스템의 좌 및 우고유벡터들로 이루어진 좌(Ψ) 및 우(Φ)모달행렬들(right/left modal matrices)을 이용하여, 살펴보면 다음과 같다.

$$x(t) = \Phi \int_0^t e^{\Lambda(t-\tau)} \{\Psi^T Bu(\tau) + \Psi^T Ef(\tau)\}\, d\tau. \quad (4)$$

여기서, Λ는 요구되는 고유치들로 구성된 대각행렬이다. 위의 (4)에서 알 수 있듯이, 외란 입력 행렬 E의 각 열벡터들(column vectors; e_l)이 좌모달행렬 Ψ의 각 열벡터들(ψ_i)과 수직이면 외란은 시스템의 상태변수에 영향을 미치지 못하게 된다. 마찬가지로, 좌고유벡터(ψ_i)들의 방향이 제어 입력 행렬 B의 각 열벡터들(b_k)과 평행하게 되면 제어력(control effort)은 가장 효과적으로 시스템의 상태변수에 전달된다. 그러므로, 제어력을 효과적으로 전달할 수 있으며 동시에 외란을 억제할 수 있는 고유구조를 성취하기 위해서는, 시스템의 좌고유벡터들을 제어 입력 행렬 B의 각 열벡터들과는 서로 평행하게 하고 동시에 외란 입력 행렬 E의 각 열벡터들과는 서로 수직이 되게 하는 공간에 속하도록 제어기를 설계하여야 한다. 만일, 행렬 E 및 B의 열벡터들의 방향이 서로 같은 경우는 제어력의 효과적인 전달 능력 및 외란 억제 능력 모두를 동시에 만족시킬 수 있도록 좌고유구조를 지정하는 것은 불가능하다. 따라서 이러한 경우에는 위의 두 목적중 어느 것을 더 고려하느냐에 따라 절충하여 제어기를 설계하여야 할 것이다. 이러한 절충을 위하여 본 논문에서는 모드/총 가제어성 척도 및 모드/총 외란 가억제성 척도를 제안하여 가중치 설정시 기준으로 삼는다. 결국, 시스템의 좌고유구조를 제어 목적에 적합하게 지정하도록 제어기를 설계하게 되면 소기의 제어 목적에 부합하는 제어력의 효과적인 전달과 외란 억제 능력을 동시에 가지는 폐루프 시스템을 구성할 수 있게 된다.

Zhang 등[10]은 일정 유연빔(uniform flexible beam)의 진동 제어 문제에서 시스템에 입력되는 바람직하지 않은 입력 즉, 외란을 억제하기 위하여 시스템의 좌고유구조 지정 기법의 사용을 시도한 바 있으나 주요 결과에 치명적인 오류가 발견되었으며[11], Kim과 Junkins[12]는 유연구조물의 진동 제어용 작동기의 배치를 최적화 함으로써 유연구조물 시스템의 가제어성을 향상시켰는데 이때 최적화의 기준으로 좌고유구조가 활용되었다. 그러나 Zhang 등의 결과에는 제어력 전달의 효율성은 설계 과정에 고려되지 않았으며; Kim과 Junkins의 결과에는 외란 억제 문제가 고려되지 않

접수일자 : 1995. 6. 7., 수정완료 : 1995. 9. 1
최재원 : University of Southern California
이장규 : 서울대학교 제어계측공학과 및 자동제어특화연구센터
김유단 : 서울대학교 항공우주공학과 및 자동제어특화연구센터
강태삼 : 호서대학교 제어계측공학과 및 자동제어특화연구센터

았다. 한편, Choi 등[4],[9]은 위의 두 가지 제어 목적들을 동시에 고려할 수 있는 좌고유구조 지정 기법을 각각 Sylvester 방정식[4] 및 영공간 접근법[9]을 이용하여 처음으로 제안하였다.

그러나 이러한 좌고유구조 지정 기법들은 모두 상태되먹임을 사용하고 있는데 실제적인 관점에서 보면 종종 모든 상태변수들이 다 측정 가능한 것은 아니므로 측정 가능한 상태변수들만을 이용하는 출력되먹임에 의한 방법이 더욱 바람직하다. 이와 같은 출력되먹임에 의한 고유구조 지정 방법도 그 동안 많이 연구되어 왔는데[14]-[19] Kimura[14]의 결과가 그 기반이 되었으며, 그 후 Kwon과 Youn[17]에 의해 기존 결과들이 모두 통합되고 일반화되었다. 그러나 출력되먹임을 사용하는 이러한 결과들은 모두 좌 및 우고유구조들을 부분적으로 지정하는 방법만을 제시하고 있고 그 용도에 대해서는 다루지 않았다.

따라서 본 논문에서는 Kwon과 Youn[17]의 알고리즘을 바탕으로 출력되먹임에 의해 특정 모드가 요구하는 제어력 전달 능력과 외란 억제력을 동시에 고려할 수 있는 새로운 좌고유구조 지정 알고리즘을 제안한다. 이때 위에서 언급한 모드/총 가제어성 척도 및 모드/총 외란 가억제성 척도를 새로이 정의하여 본 알고리즘에서 사용한다. 간단한 예제 시스템의 설계 과정을 통하여 본 논문에서 제안하는 알고리즘의 타당성과 유용성을 입증한다.

본 논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성되어 있다. 먼저, II장에서는 기존의 출력되먹임을 이용한 고유구조 지정 기법을 살펴보고, III장에서는 본 논문에서 제안하는 알고리즘을 위하여 모드/총 가제어성 척도 및 모드/총 외란 가억제성 척도 개념들을 새로이 제안한다. IV장에서는 폐루프 시스템이 설정된 제어력 전달 능력과 외란 억제력을 최소자승의 관점에서 동시에 가질 수 있도록 하는 새로운 좌고유구조 지정 알고리즘을 제안한다. 본 알고리즘을 설명하는 수치 예를 V장에서 다룬다. 마지막으로 VI장에서 결론을 맺는다.

II. 출력되먹임에 의한 고유구조 지정

(1),(2)와 같이 주어지는 시스템에 출력되먹임 (3)이 인가되면, 전체 폐루프 시스템은 다음과 같이 구성된다.

$$\dot{x}(t) = (A+BKC)x(t)+Ef(t). \tag{5}$$

임의의 복소수 집합 Λ의 원소들 가운데 각 쌍의 복소수 원소들이 서로 공액(conjugate) 관계이면 이를 "대칭(symmetric)"이라 정의하자. 그리고 복소수로 구성된 집합 Λ를 $\Lambda = \{\lambda_1, \cdots, \lambda_s\}$ 와 같이 구성하고 대칭 집합이라 하자. 또한, 다음과 같은 조건 $\sum_{i=1}^{s} d_i = N$을 만족하는 양의 정수로 구성된 집합 $\{d_i \mid i=1,\cdots,s;\ s \le N\}$ 를 정의한다.

이러한 정의들을 바탕으로, 위의 폐루프 시스템이 차수가 $d_1, \cdots, d_s$인 Jordan 표준 형태의 블록을 s개 가지고 있다면 다음과 같이 정의되는 s개의 일반화된 대응 우고유벡터 및 좌고유벡터가 존재한다[20].

$$\begin{aligned}&(A+BKC-\lambda_i I_N)\phi_{i1} = 0\\&(A+BKC-\lambda_i I_N)\phi_{ij} = \phi_{ij-1}, \quad j=2,\cdots,d_i,\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}&\psi_{id_i}^{T}(A+BKC-\lambda_i I_N) = 0\\&\psi_{ij}^{T}(A+BKC-\lambda_i I_N) = \psi_{ij+1}^{T}, \quad j=1,\cdots,d_i-1.\end{aligned} \tag{7}$$

여기서, φ_{ij} 및 ψ_{ij}는 각각 폐루프 시스템 (5)의 일반화된 우 및 좌고유벡터이다. 고유구조 지정 문제는 결국 위 식들 (6)과 (7)을 동시에 만족시키는 출력되먹임 이득 행렬 K를 구하는 문제가 된다.

출력되먹임에 의한 고유구조 지정 문제를 구체적으로 기술하기 위하여 다음과 같은 행렬들을 정의하자.

$$\Phi_0 = [\ \Phi_1,\ \Phi_2,\ \cdots,\ \Phi_p]\ ,$$

$$W_0 = [\ W_1,\ W_2,\ \cdots,\ W_p]\ ,$$

$$\Psi_0 = [\ \Psi_{p+1},\ \Psi_{p+2},\ \cdots,\ \Psi_s]\ ,$$

$$Z_0 = [\ Z_{p+1},\ Z_{p+2},\ \cdots,\ Z_s]\ .$$

여기서, Φ_i는 $N \times d_i$ 차원을 갖는 부행렬로서 다음과 같은 형태를 가지며, Ψ_i, W_i 및 Z_i 행렬들도 같은 형태를 갖는다.

$$\Phi_i = [\ \phi_{i1},\ \phi_{i2},\ \cdots,\ \phi_{id_i}]\ .$$

다음의 정리는 다중 고유치를 갖는 일반적인 다변수 시스템에 대한 출력되먹임에 의한 고유구조 지정법을 일목요연하게 기술하고 있다.

정리 2.1 [17] : 요구되는 대칭 고유치들로 구성된 대각행렬을 다음과 같이 두개의 부분집합의 합집합 즉, $\Lambda = \Lambda_1 \cup \Lambda_2$로 표시하자. 이때 각각의 부분집합은 다음과 같이 $\Lambda_1 = \{\lambda_1, \cdots, \lambda_p\}$ 및 $\Lambda_2 = \{\lambda_{p+1}, \cdots, \lambda_s\}$ 로 구성되며, $\sum_{i=1}^{p} d_i = r$이고 $\sum_{i=p+1}^{s} d_i = N-r$의 관계를 갖는다. 아래의 조건들을 만족하는 φ_{ij} 및 ψ_{ij}가 각각 $i=1,\cdots,p; j=1,\cdots,d_i$ 및 $i=p+1,\cdots,s; j=1,\cdots,d_i$에 대하여 존재하고, 대응 고유치들의 집합인 $\Lambda = \Lambda_1 \cup \Lambda_2$가 존재한다고 가정하자.

1) $\Psi_0^T \Phi_0 = 0$,

2) $C\Phi_0$ 완전계수(full rank)이고, $\lambda_i = \lambda_k^*$ 이면 대응하는 고유벡터 $\varphi_{ij} = \varphi_{kj}^*$이 성립하며 이때 다음의 관계를 만족해야 한다. 여기서, 위첨자 $(\cdot)^*$는 $(\cdot)$의 공액복소수 또는 공액벡터를 의미한다.

$$[\ A-\lambda_i I_N \mid B] \begin{bmatrix} \phi_{ij} \\ -- \\ w_{ij} \end{bmatrix} = \phi_{ij-1},$$

$$[\ A^T-\lambda_i I_N \mid C^T] \begin{bmatrix} \psi_{ij} \\ -- \\ z_{ij} \end{bmatrix} = \psi_{ij+1}.$$

이때, $\phi_{i0} = \psi_{id_i+1}$.

그러면, 폐루프 시스템 $(A+BKC)$의 고유치들은 정확히 Λ의 원소들과 같게 되고, $\varphi_{ij}(i=1,\cdots,p;\ j=1,\cdots,d_i)$ 및 $\psi_{ij}(i=p+1,\cdots,s;\ j=1,\cdots,d_i)$는 대응하는 일반화된 우 및 좌고유벡터가 되게 하는 되먹임 이득 행렬 K가 존재한다.

위의 정리에 따르면 독립적인 제어 입력의 수(m) 및 측정센서 수(r)에 따라 지정가능한 우 및 좌고유벡터들의 수가 제한을 받는다는 것을 알 수 있는데 이 결과는 지정가능한 고유치 및 고유벡터들의 수에 대하여 연구한 Srinathkumar[15]의 결과와도 일치한다. 본 논문에서는 이와 같은 사실을 이용하여 지정가능한 좌고유구조에 대하여 본 논문에서 제안하는 가제어성 및 외란 가억제성 척도 개념들을 사용하여 각 좌고유벡터들의 방향을 적절히 지정함으로써 폐루프 시스템이 미리 설정된 가제어성 및 외란 가억제성을 가질 수 있도록 하는 제어기 설계가 목표이다.

III. 가제어성 및 외란 가억제성 척도

가제어성의 개념은 제어 문제의 연구에 있어서 대단히

중요하다. 이는 폐루프 시스템이 특정 성능을 발휘하도록 하는 제어 법칙의 존재 유무와 밀접하게 관련되어 있기 때문이다. 마찬가지로, 외란 가억제성 개념도 외란 분리 문제(DDP: Disturbance Decoupling Problem)[21] 또는 외란 고려 문제(DAP: Disturbance Accommodation Problem)[22]와 같은 외란 존재하에서의 제어 문제에 중요하다.

가제어성에 관한 필요충분 조건들은 이미 많이 알려져 있는데[20],[23], 이들 중 PBH(Popov-Belevitch-Hautus) 고유벡터 시험법이나 계수 시험법(rank test)이 시스템의 모드 가제어성을 조사하는데 유용하다. 그러나 가제어성 판정을 위한 이와 같은 전통적인 기준은 단지 가제어성 여부만을 알려주므로 시스템이 얼마나 제어가능한 지에 대한 정보는 알 수 없다. 예를 들면, 빔(beam)의 진동 모드 제어 문제에서, 작동기가 빔의 노드(node) 위치에 정확히 일치되도록 설치되어 있을 경우는 PBH 고유벡터 시험법으로 가제어성을 시험해 보면 결과는 제어불가능(uncontrollable)으로 판정된다. 그러나 작동기의 위치를 기존의 노드에서 조금만 움직인 후 가제어성을 다시 시험해 보면 제어가능(controllable)으로 판정되며, 나아가 작동기를 노드로부터 더 먼 곳에 위치시키면 가제어성은 더욱 증가하여 앞의 경우보다 더 적은 에너지로 제어를 수행할 수 있을 것으로 짐작할 수 있다. 따라서 가제어성에 대한 정량적인 척도를 정의할 필요가 있으며, 이러한 척도는 유연구조물등의 진동 제어시에 작동기의 위치 선정에도 유용하게 이용할 수 있다.

이러한 가제어성 척도 개념은 기존의 가제어성 행렬의 조건수(condition number)나 Moore의 균형 실현(balanced realization)[24] 개념과도 밀접한 관계를 가지는데, 이와 같이 다양하게 표현할 수 가제어성 척도 개념은 그 표현 방법과는 무관하게 각 모드간의 상대적인 가제어성 정도는 같은 경향 또는 값을 나타내게 된다.

마찬가지 이유로 외란을 포함한 선형 시스템에서 외란을 다룰 때, 시스템이 얼마나 외란을 억제할 수 있는 지의 척도로서 외란 가억제성을 정량적으로 정의할 필요가 있다.

다음의 1절에서는 Hamdan과 Nayfeh가 제안했던 모드 가제어성 척도[25]을 수정하여 변형한 모드 가제어성 척도 및 총 가제어성 척도를 제안하며, 2절에서는 모드 외란 가억제성 척도 및 총 외란 가억제성 척도를 제안한다. 이러한 척도들의 개념들은 다음 장에서 기술할 좌고유벡터들을 지정하기 위한 가중치 설정시 기준으로 활용되며 또한, 설계된 폐루프 시스템이 사전에 설정된 가제어성 및 외란 가억제성 정도(degree)를 가지는 지를 확인하기 위하여 사용된다.

1. 모드 및 총 가제어성 척도

Klein 등[26], Viswanathan과 Longman[27] 및 Viswanathan 등[28]은 선형 시스템의 가제어성의 정도(degree)를 표시하기 위한 여러가지 방법들을 제안하고 이를 수치화할 수 있는 방법들을 개발하였다. 본 논문에서는 제어 입력행렬 B의 각 원소의 크기가 모드 가제어성 척도에 반영될 수 있도록 Hamdan과 Nayfeh의 모드 가제어성 척도를 수정한 변형된 척도를 제시한다.

제안 3.1 : 준 시스템의 j번째 입력에 의한 i번째 모드의 스칼라 모드 가제어성 척도 μ_{ij}는 $i=1,\cdots,N$; $j=1,\cdots,m$에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_{ij} = (\cos\theta_{ij})\|b_j\|_2 = \frac{|\phi_i^{\mathrm{T}} b_j|}{\|\phi_i\|_2}. \qquad (8)$$

주의 : 위와 같이 정의된 모드 가제어성 척도는 Hamdan과 Nayfeh[25]이 제안한 것을 제어 입력 행렬 B의 각 요소의 크기가 반영되도록 수정한 것이다. 따라서 제안 3.1의 특별한 경우로서 $\|b_j\|2=1\,(j=1,\cdots,m)$이 되면 Hamdan과 Nayfeh가 제안한 모드 가제어성 척도와 일치한다.

제안 3.2 [25] : 모든 입력에 의한 i번째 모드의 스칼라 총 가제어성 척도 ρ_i는 $i=1,\cdots,N$에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$\rho_i = \|g_i\|_2, g_i = \frac{\phi_i^{\mathrm{T}} B}{\|\phi_i\|_2}. \qquad (9)$$

2. 모드 및 총 외란 가억제성 척도

외란이 작용하는 시스템의 외란 억제 문제를 다루기 위하여 필요한 모드 외란 가억제성 척도 및 총 외란 가억제성 척도를 본 절에서 제안한다.

제안 3.3 : 준 시스템의 i번째 모드에 작용하는 k번째 외란 입력을 시스템이 얼마나 억제하는 지를 나타내는 지표인 모드 외란 가억제성 척도 ν_{ik}는 $i=1,\cdots,N$; $k=1,\cdots,n$에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$\nu_{ik} = (\cos\gamma_{ik})\|e_k\|_2 = \frac{|\phi_i^{\mathrm{T}} e_k|}{\|\phi_i\|_2}. \qquad (10)$$

여기서, γ_{ik}는 준 시스템의 i번째 좌고유벡터 ϕ_i가 외란 입력 행렬 E의 k번째 열벡터인 e_k와 이루는 각이다.

주 의: 위의 제안 3.3은 k번째 외란 입력에 대한 i번째 모드의 가능한 외란 억제의 정도를 표시하는데 이 값은 ϕ_i와 e_k가 이루는 각뿐만 아니라 e_k의 크기에도 영향을 받는다는 사실을 알 수 있다. 그리고 ϕ_i와 e_k가 서로 수직이면 ν_{ik}는 0값을 갖는다. 이것은 k번째 외란은 완전히 억제되어 i번째 모드에 영향을 미치지 못함을 의미한다. 또한 위 식에서 알 수 있듯이 ν_{ik}값이 작을수록 외란의 억제 성능은 더 우수함을 의미한다.

이제 $(n\times n)$ 차원을 갖는 다음과 같은 대각행렬 V를 정의하자.

$$V = \mathrm{diag}[\ \|e_1\|_2,\ \|e_2\|_2,\ \cdots,\ \|e_n\|_2]\ .$$

또한 다음과 같이 정의되는 $(N\times n)$ 차원의 행렬 H를 도입하자.

$$H = (\cos\Gamma)V. \qquad (11)$$

여기서 $\cos\Gamma$는 $\cos\gamma_{ik}$로 이루어지는 행렬이다. 이와 같은 정의들을 사용하여 아래와 같이 정의되는 총 외란 가억제성 척도를 제안한다.

제안 3.4 : (11)의 행렬 H의 i번째 행의 유클리디안 놈(Euclidean norm) σ_i를 시스템에 작용하는 모든 외란에 대한 i번째 모드의 총 외란 가억제성 척도라 정의한다.

위의 i번째 모드의 총 외란 가억제성 척도 σ_i는 $i=1,\cdots,N$에 대하여 다음과 같이 간단하게 표시할 수 있다.

$$\sigma_i = \|h_i\|_2, \qquad h_i = \frac{\phi_i^{\mathrm{T}} E}{\|\phi_i\|_2}. \qquad (12)$$

주의: 다중 고유치를 갖는 시스템의 경우는 Longman 등[27]이나 Tarokh[29]의 가제어성 척도를 대신 사용하면 된다.

Ⅳ. 가제어성 및 외란 가억제성을 고려하는 좌고유구조 지정

본 장에서는 II장에서 기술한 정리 2.1의 알고리즘을 기초로 하여, III장에서 제안한 가제어성 및 외란 가억제성 척도 개념들을 좌고유구조 지정시 활용할 수 있는 알고리즘을 제시한다. 따라서 본 논문에서 제안하는 좌고유구조 지정 알고리즘은 폐루프 시스템이 사전에 설정된 가제어성 및 외란 가억제성을 갖도록 제어기 설계 단계에서 고려할 수 있게 한다. 다음의 1절에서는 관심있는 모드의 좌고유벡터가 요구되는 가제어성 및 외란 가억제성을 가지도록 하는 요구 좌고유벡터(desired left eigenvector)의 구성 방법에 대하여 기술하고, 구체적인 좌고유구조 지정 알고리즘은 2절에서 서술한다.

1. 요구되는 가제어성 및 외란 가억제성을 가지는 좌고유벡터 구성

요구되는 가제어성 및 외란 가억제성을 가지는 요구 좌고유벡터 ψ_{ij}는 다음 식을 이용하여 구성할 수 있다.

$$999\ \psi_{ij} = \sum_{k=1}^{m} \alpha_k b_k^n + \sum_{l=1}^{\mathrm{rank}(\ker(E))} \beta_l e_l^{\perp}, \quad i=1, \cdots, s; \quad j=1, \cdots, d_i. \tag{13}$$

여기서, $0 \le \alpha_k \le 1$, $0 < \beta_l \le 1$, $\sum_{k=1}^{m} \alpha_k + \sum_{l=1}^{\mathrm{rank}(\ker(E))} \beta_l = 1$이고, β_k는 정규화된 제어 입력 행렬 B 의 k번째 열벡터 b_k^n에 대응하는 가제어성에 관한 가중치이다. 마찬가지로 β_l은 정규화된 외란 입력 행렬 E의 영공간(null space)으로부터 구성되는 행렬의 l번째 열벡터 $e_l^{\perp}$에 대응하는 외란 가억제성에 관한 가중치이다. 가중치 부여시 주의할 점은 ψ_{ij}와 b_k^n 또는 $e_l^{\perp}$사이의 각이 90도가 넘지 않도록 각 벡터들의 부호를 조절하는 일이다. 이것은 벡터들이 서로 상쇄되는 것을 방지해 준다. 이와 같이 구한 좌고유벡터들을 모아 놓은 좌모달행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$\Psi = [\ \Psi_1,\ \Psi_2,\ \cdots,\ \Psi_i,\ \cdots,\ \Psi_s\ ], \quad \Psi_i = [\ \psi_{i1},\ \psi_{i2},\ \cdots,\ \psi_{id_i}\ ]_{N \cdot d_i}. \tag{14}$$

만일 요구되는 고유치가 복소수인 경우는 약간의 수정이 필요하다. 즉, $\lambda_1 = \lambda_2^*$이고 나머지는 실수로 주어진다고 가정해 보면 대응하는 우 및 좌고유벡터는 각각 $\varphi_{11} = \varphi_{21}^*$ 및 $\psi_{11} = \psi_{21}^*$로 주어진다. 이러한 관계로부터 요구되는 고유치 λ_1과 λ_2가 서로 공액복소수 관계이면 대응하는 좌고유벡터 ψ_{11}와 ψ_{21}도 서로 공액 관계를 이루고 따라서 좌모달행렬은 다음과 같이 구성된다.

$$\Psi = [\ \psi_{11} + \psi_{21} j,\ \psi_{11} - \psi_{21} j,\ \psi_{31},\ \cdots,\ \psi_{N}\ ]. \tag{15}$$

2. 알고리즘

여기서는 본 논문에서 제안하는 가제어성 및 외란 가억제성 척도를 고려할 수 있는 좌고유구조 지정 알고리즘을 설계 단계별로 기술한다. 본 알고리즘에서 새롭게 도입된 개념들은 아래 알고리즘의 단계 3과 단계 6에 반영되어 있다.

● 단계 1: 준 시스템과 요구하는 고유치들로부터 $i=1, \cdots, p$; $k=p+1, \cdots, s$에 대하여 다음의 행렬들, N_i, S_i, $\overline{N}_k$, $\overline{S}_k$을 계산한다.

$$N_i = \begin{bmatrix} N_{1i} \\ -- \\ N_{2i} \end{bmatrix}, \quad S_i = \begin{bmatrix} S_{1i} \\ -- \\ S_{2i} \end{bmatrix},$$

$$\overline{N}_k = \begin{bmatrix} \overline{N}_{1k} \\ -- \\ \overline{N}_{2k} \end{bmatrix}, \quad \overline{S}_k = \begin{bmatrix} \overline{S}_{1k} \\ -- \\ \overline{S}_{2k} \end{bmatrix}$$

이때 위의 행렬들은 다음의 관계를 만족하여야 한다.

$$[\ A - \lambda_i I_N | B\ ]\ [\ S_i | N_i\ ] = [\ I_N | 0\ ], \tag{16}$$

$$[\ A^{\mathrm{T}} - \lambda_k I_N | C^{\mathrm{T}}\ ]\ [\ \overline{S}_k | \overline{N}_k\ ] = [\ I_N | 0\ ]. \tag{17}$$

여기서, $N_i \in C^{(N+m) \cdot m}$, $S_i \in C^{(N+m) \cdot N}$, $\overline{N}_k \in C^{(N+r) \cdot r}$ 이고 $\overline{S}_k \in C^{(N+r) \cdot N}$

● 단계 2: $i=1, \cdots, p$; $k=p+1, \cdots, s$에 대하여 다음과 같이 일반화된 우 및 좌고유벡터들을 계산한다.

$$\phi_{ij} = S_{1i}\phi_{ij-1} + N_{1i}p_{ij}, \qquad j=1, \cdots, d_i \tag{18}$$

$$\psi_{kj} = \overline{S}_{1k}\psi_{kj+1} + \overline{N}_{1k}p_{kj}, \quad j=1, \cdots, d_k. \tag{19}$$

이때, $\varphi_{i0} = \psi_{kd_k+1} = 0$

● 단계 3: 정리 2.1의 조건들 1), 2)를 만족하고 또한, 요구되는 가제어성 및 외란 가억제성 척도를 반영할 수 있도록 III장의 제안 3.1부터 제안 3.4까지의 개념들을 사용하여 계수벡터 $p_{ij}(i=1, \cdots, s\ ;\ j=1, \cdots, d_i)$를 계산한다. 이때 p_{ij}는 ψ_{kj}가 설정된 가제어성 및 외란 가억제성을 가지도록 계산된다. 그리고 m과 N의 관계에 따라 획득되는(achievable) 좌고유벡터 $\psi_{kj}{}^a$는 원하는 ψ_{kj}와 최소 자승의 관점에서($m < N$인 경우) 일치하거나 혹은 정확히 일치하게 ($m = N$인 경우) 된다.

● 단계 4: 아래의 벡터 w_{ij}를 구하여 행렬 W_0를 구성한다.

$$w_{ij} = S_{2i}\phi_{ij-1} + N_{2i}p_{ij}, \quad i=1, \cdots, p\ ; j=1, \cdots, d_i \tag{20}$$

$$W_0 = [\ w_{11} | \cdots | w_{ij} | \cdots | w_{pd_i}\ ]. \tag{21}$$

● 단계 5: 다음 식을 이용하여 출력되먹임 이득 행렬 K를 구한다.

$$K = W_0 (C\Phi_0)^{-1}. \tag{22}$$

● 단계 6: 설계된 폐루프 시스템 $(A+BKC)$의 가제어성 및 외란 가억제성 척도를 확인하기 위하여 (8), (9), (10) 및 (12)를 이용하여 관심있는 모드의 가제어성 및 외란 가억제성 척도를 계산한다.

V. 예제

본 논문에서 제안한 척도들과 이들을 이용한 좌고유구조 지정 알고리즘을 아래의 예제 시스템을 통하여 그 설계 과정을 고찰해 본다.

다음과 같은 2개의 독립된 입·출력을 갖는 제어가능하고 관측가능한 3차 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ef(t)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(t),$$

$$y(t) = Cx(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t).$$

요구되는 고유치 스펙트럼을 $\{-1+i, -1-i, -2\}$ 라 하자. 그러면, $d_1 = 1$, $d_2 = 1$이고 $d_3 = 1$이 된다. 그리고 준 시스템으로부터 $N=3$, $n=1$, $m=2$ 및 $r=2$가 된다. 따라서 정리 2.1의 결과에 의해 1개의 좌고유벡터와 2개의 우고유벡터를 지정할 수 있다.

본 예제에서는 $\lambda 3 = -2$에 대응하는 좌고유벡터를 적절한 가제어성 및 외란 가억제성을 갖도록 지정한다. 그리고 나머지 두개의 고유치 ($\lambda_{1,2} = -1 \pm i$)에 대응하는 우고유벡터들은 지정된 좌고유벡터에 따라 결정된다.

IV장의 설계 과정에 따라 다음의 행렬들을 먼저 구한다.

$$S_{11}=\begin{bmatrix} 0.3778+0.2889i & -0.0667-0.2444i & -0.0889-0.0444i \\ 0.3333+0.0889i & 0.3111+0.1778i & 0.1333-0.0444i \\ -0.4667 & 0.0667+0.1333i & -0.2667+0.2000i \end{bmatrix}$$

$$S_{21}=\begin{bmatrix} 0.1556-0.2000i & 0.1778+0.0222i & 0.2222 \\ 0.0444+0.2444i & 0.4444 & 0.1778-0.0222i \end{bmatrix}$$

$$N_{11}=\begin{bmatrix} 0.1249+0.0908i & 0.0897+0.3517i \\ -0.2157+0.0340i & -0.4413-0.2620i \\ 0.2906-0.2592i & -0.0329-0.2174i \end{bmatrix}$$

$$N_{21}=\begin{bmatrix} 0.8745-0.0121i & -0.1105-0.0264i \\ -0.1090+0.0095i & 0.7363+0.0381i \end{bmatrix}$$

$$S_{12} = S_{11}^{*}$$
$$S_{22} = S_{21}^{*}$$
$$N_{12} = N_{11}^{*}$$
$$N_{22} = N_{21}^{*}$$

$$\overline{S}_{13}=\begin{bmatrix} 0.2424 & 0.3030 & -0.6970 \\ -0.1818 & 0.2727 & 0.2727 \\ -0.1818 & 0.2727 & -0.7273 \end{bmatrix}$$

$$\overline{S}_{23}=\begin{bmatrix} 0.1515 & -0.0606 & -0.0606 \\ -0.0606 & 0.4242 & -0.5758 \end{bmatrix}$$

$$\overline{N}_{13}=\begin{bmatrix} -0.2662 & -0.3758 \\ 0.1944 & -0.3795 \\ 0.1944 & -0.3795 \end{bmatrix}$$

$$\overline{N}_{23}=\begin{bmatrix} 0.9211 & -0.0074 \\ 0.0718 & 0.7554 \end{bmatrix}$$

일반화된 우 및 좌고유벡터들은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\phi_{11} = S_{11}\phi_{10}+N_{11}p_{11} = N_{11}p_{11},$$
$$\phi_{21} = S_{12}\phi_{20}+N_{12}p_{21} = N_{12}p_{21},$$
$$\psi_{31} = \overline{S}_{13}\psi_{32}+\overline{N}_{13}p_{31} = \overline{N}_{13}p_{31}.$$

이제 좌고유벡터 ψ_{31}을 IV장의 1절에 기술한 방법에 따라 요구되는 가제어성 및 외란 가억제성을 갖도록 다음과 같이 지정한다.

$$\psi_{31}=\alpha_1 b_1^n + \alpha_2 b_2^n + \beta_1 e_1^{\perp} + \beta_2 e_2^{\perp}. \qquad (23)$$

이제 다음의 두 경우에 대하여 고찰해 본다.

경우 1: $\alpha_1 = 0.4$, $\alpha_2 = 0.15$, $\beta_1 = 0.15$, $\beta_2 = 0.3$인 경우

이와 같이 설정된 가중치로부터 요구되는 좌고유벡터를 구성하면 (23)으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\psi_{31}=[\ 0.3\ 0.3\ 0.4\ ]^T. \qquad (24)$$

그리고 준 시스템으로부터 다음의 정규화된 벡터들을 구한다.

$$b_1^n=[\ 0\ 0\ 1\ ]^T,\quad b_2^n=[\ 0\ 1\ 0\ ]^T,$$
$$e_1^{\perp}=[\ 0\ 1\ 0\ ]^T,\quad e_2^{\perp}=[\ 1\ 0\ 0\ ]^T.$$

따라서 (24)의 ψ_{31}는 다음의 식을 만족해야 한다.

$$\psi_{31} = \overline{N}_{13}p_{31} \qquad (25)$$

위의 관계로부터 계수벡터 p_{31}을 구해 보면 다음과 같다.

$$p_{31}=[\ 0.1016\ \ -0.8702\ ]^T.$$

그리고 나머지 두개의 계수벡터 p_{11}과 p_{21}은 정리 2.1의 조건 1), 2) 및 (23)을 만족하도록 선정하는데 그 결과는 다음과 같다.

$$p_{11} = [\ 0.3983+0.7856i \quad 0.4735\ ]^T$$
$$p_{21} = [\ 0.3983-0.7856i \quad 0.4735\ ]^T.$$

이와 같은 과정을 통해서 구한 최종적인 획득 가능한 (achievable) 우 및 좌고유벡터들은 본 예제의 경우 $m=2$이고 $N=3$이므로 Srinathkumar[15]의 결과에 의해 최소자승의 관점에서 다음과 같이 구해진다.

$$\phi_{11}^a=\begin{bmatrix} 0.0208+0.3008i & -0.3216-0.2800i & 0.3038+0.0221i \end{bmatrix}^T$$
$$\phi_{21}^a=\begin{bmatrix} 0.0208-0.3008i & -0.3216+0.2800i & 0.3038-0.0221i \end{bmatrix}^T$$
$$\psi_{31}^a=[\ 0.3\ \ 0.35\ \ 0.35]^T.$$

표 1. 경우 1 및 경우 2에 대한 척도 계산 결과

Table 1. Comparison of measures for the case 1 and case 2

	μ^{*}_{ij}		ρ_i^{**}	$\nu^{\dagger}_{ik}$	$\sigma_i^{\ddagger}$
	입력1	입력2	입력1 & 입력2	외란1	외란1
경우1	0.6047	0.6047	0.8552	0.6047	0.6047
경우2	0.1231	0.1231	0.1741	0.1231	0.1231

*: 모드 가제어성 척도 (클수록 제어 성능이 더 좋음을 의미함)

**: 총 가제어성 척도 (클수록 제어 성능이 더 좋음을 의미함)

†: 모드 외란 가억제성 척도 (작을수록 외란 억제 성능이 더 좋음을 의미함)

‡: 총 외란 가억제성 척도 (작을수록 외란 억제 성능이 더 좋음을 의미함)

그리고 W_0 행렬이 다음과 같이 구성되므로

$$W_0=\begin{bmatrix} 0.3055+0.6697i & 0.3055-0.6697i \\ 0.2978-0.0638i & 0.2978+0.0638i \end{bmatrix},$$

(22)로 주어지는 출력되먹임 이득 행렬 K는 다음과 같이 구해진다.

$$K=\begin{bmatrix} 1.4286 & -0.8571 \\ -1.1429 & -1.0 \end{bmatrix}.$$

설계된 폐루프 시스템의 3번째 모드에 대한 모드 가제어

성 척도(μ_{ij}), 총 가제어성 척도(ρ_i), 모드 외란 가억제성 척도(ν_{ik}) 및 총 외란 억제성 척도(σ_i)값들을 계산한 것이 표 1에 나타나 있다.

경우 2: $\alpha_1 = 0.1$, $\alpha_2 = 0.05$, $\beta_1 = 0.05$, $\beta_2 = 0.8$인 경우

이 경우는 모드 제어성에 대한 가중치(α_i)는 경우 1에 비하여 더 적게 고려하고 있으나 외란 가억제성에 대한 가중치(β_i)는 경우 1보다 더 많이 고려하는 경우에 해당한다.

경우 1에서와 같은 방법으로 계수벡터들을 구해 보면 다음과 같다.

$$p_{31} = [\ -1.5283 \quad -1.0461\ ]^T$$
$$p_{11} = [\ -0.4594-0.7653i \quad 0.4508\ ]^T$$
$$p_{21} = [\ -0.4594+0.7653i \quad 0.4508\ ]^T.$$

마찬가지로 주어진 조건 및 가중치를 고려한 획득 가능한 우 및 좌고유벡터들을 구하면 최소 자승의 관점에서 아래와 같이 주어진다.

$$\phi^a_{11} = \begin{bmatrix} 0.0526 & -0.0738 & -0.3467 \\ +0.0213i & +0.0313i & -0.2014i \end{bmatrix}^T$$

$$\phi^a_{21} = \begin{bmatrix} 0.0526 & -0.0738 & -0.3467 \\ -0.0213i & -0.0313i & +0.2014i \end{bmatrix}^T$$

$$\phi^a_{31} = [\ 0.8 \quad 0.1 \quad 0.1]^T.$$

최종적으로 이와 같은 고유벡터들을 생성시키는 출력되먹임 이득 행렬 K는 다음과 같이 계산된다.

$$K = \begin{bmatrix} -20 & -8 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}.$$

마찬가지로 이 경우에 대한 폐루프 시스템의 척도들도 계산하여 표 1에 나타내었다. 표에서 살펴보면, 가제어성의 관점에서는 경우 1이 경우 2보다 더 제어 성능이 우수함을 알 수 있고 외란 가억제성 측면에서 보면 경우 2가 경우 1보다 더 우수함을 알 수 있는데 이는 각 경우에 주어진 가중치와 일치함을 알 수 있다. 또한, 본 예제에서는 외란이 한개만 시스템에 입력되므로 모드 외란 가억제성 척도(ν_{ik})와 총 외란 가억제성 척도(σ_i)값들이 같은 값을 가지게 된다. 그리고 본 예제 경우 시스템은 3차(N)로 주어졌는데 반해 독립된 제어기의 수(m)는 2개이므로 두 경우 모두 획득 가능한 우 및 좌고유벡터들이 최소 자승의 관점에서 구해졌다. 그러나 독립된 제어기의 수가 시스템 차수만큼 증가하면 고유치들 뿐만 아니라 고유벡터들도 정확히 원하는 값 및 방향을 갖게 된다. 따라서, 가중치를 주어진 시스템의 요구 성능을 만족시킬 수 있도록 적절하게 설정하면 폐루프 시스템의 특정 모드들이 원하는 가제어성 및 외란 억제성을 갖도록 하는 제어기를 설계할 수 있음을 알 수 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 시스템의 가제어성 및 외란 가억제성을 동시에 고려할 수 있는 출력되먹임을 이용한 좌고유구조 지정 알고리즘을 제안하였다. 이를 위하여 모드 외란 가억제성 및 총 외란 가억제성 척도 개념을 새로이 제안하였고 또한, 기존의 Hamdan과 Nayfeh가 제안했던 모드 가제어성 척도 개념을 제어 입력 벡터의 크기도 고려할 수 있도록 수정하여 제시하였다. 이러한 개념들과 본 논문에서 제안한 알고리즘은 간단한 3차 시스템에 대한 제어기 설계 과정을 통하여 그 타당성 및 유용성을 확인할 수 있었다. 본 논문에서 제안한 알고리즘은 시스템의 모드 제어시에 가제어성 및 외란 가억제성 개념을 제어기 설계 단계에서 직접 고려할 수 있게 한다.

참고문헌

[1] A. N. Andry, Jr, E. Y. Shapiro, and J. C. Chung, "Eigenstructure Assignment for Linear Systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-19, no. 5, pp. 711--729, September 1983.

[2] T. Kang and J. G. Lee, "Comment on "Eigenstructure Assignment for Linear Systems," "*IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-28, no. 3, pp. 920-921, July 1992.

[3] 최재원, *Control Design Methodologies Using Left and Right Eigenstructures with Applications to Flight Systems*, 서울대학교 공학박사학위논문, 1995년 2월.

[4] 최재원, 이장규, 김유단, 이달호, "Sylvester 방정식을 이용한 좌고유구조 지정 기법," 대한전기학회 논문지, 심사중.

[5] K. M. Sobel and J. R. Cloutier, "Eigenstructure Assignment for the Extended Medium Range Air-to-Air Missile," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 2, pp. 529-531, March-April 1992.

[6] G. M. Siouris, J. G. Lee, and J. W. Choi, "Design of a Modern Pitch Pointing Control System," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, no. 2, pp. 730-738, April 1995.

[7] W. L. Garrard, and B. S. Liebst, "Active Flutter Suppression Using Eigenspace and Linear Quadratic Design Techniques," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 8, no. 3, pp. 304-311, May-June 1985.

[8] B.-K. Song, and S. Jayasuriya, "Active Vibration Control Using Eigenvector Assignment for Mode Localization," *Proceedings of the 1993 American Control Conference*, San Francisco, CA, USA, pp. 1020-1024, June 1993.

[9] J. W. Choi, J. G. Lee, Y. Kim, and T. Kang, "Design of an Effective Controller via Disturbance Accommodating Left Eigenstructure Assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 2, pp. 347-354, March-April, 1995.

[10] Q. Zhang, G. L. Slater, and R. J. Allemang, "Suppression of Undesired Inputs of Linear Systems by Eigenspace Assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 13, no. 3, pp. 330-336, May-June 1990.

[11] J. W. Choi, J. G. Lee, and Y. Kim, "Comment on "Suppression of Undesired Inputs of Linear Systems by Eigenspace Assignment"," *submitted to the Journal of Guidance, Control, and Dynamics*.

[12] Y. Kim, and J. L. Junkins, "Measure of Controllability for Actuator Placement," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 5, pp. 895-902, September-October 1991.

[13] B. C. Moore, "On the Flexibility Offered by State

Feedback in Multivariable Systems Beyond Closed Loop Eigenvalue Assignment," *IEEE Transactions on Automatic Control,* vol. AC-32, no. 5, pp. 417-421, October 1976.

[14] H. Kimura, "Pole Assignment by Gain Output Feedback," *IEEE Transactions on Automatic Control,* vol. AC-20, no. 8, pp. 509-516, August 1975.

[15] S. Srinathkumar, "Eigenvalue/Eigenvector Assignment Using Output Feedback," *IEEE Transactions on Automatic Control,* vol. AC-23, no. 1, pp. 79-81, February 1978.

[16] L. R. Fletcher, J. Kautsky, G. K. G. Kolka, and N. K. Nichols, "Some Necessary and Sufficient Conditions for Eigenstructure Assignment," *International Journal of Control,* vol. 42, no. 6, pp. 1457-1468, 1985.

[17] B. H. Kwon, and M. J. Youn, "Eigenvalue-Generalized Eigenvector Assignment by Output Feedback," *IEEE Transactions on Automatic Control,* vol. AC-32, no. 5, pp. 417-421, May 1987.

[18] B. A. White, "Eigenstructure Assignment by Output Feedback," *International Journal of Control,* vol. 53, no. 6, pp. 1413-1429, 1991.

[19] J. W. Choi, J. G. Lee, H. Suzuki, and T. Suzuki, "Comments on "Matrix Method for Eigenstructure Assignment: The Multi-Input Case with Application", " *to appear in the Journal of Guidance, Control, and Dynamics.*

[20] C. T. Chen, *Linear System Theory and Design,* Holt, Rinehart and Winston, New York, 1984.

[21] W. M. Wonham, *Linear Multivariable Control: a Geometric Approach, Springer-Verlag,* New York, 1979.

[22] R. E. Skelton, *Dynamic System Control-Linear System Analysis and Synthesis,* Wiley, New York, 1988.

[23] T. Kailath, *Linear Systems,* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1980.

[24] B. C. Moore "Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability, and Model Reduction," *IEEE Transactions on Automatic Control,* vol. AC-26, no. 1, pp. 17-32, February 1981.

[25] A. M. A. Hamdan, and A. H. Nayfeh, "Measures of Modal Controllability and Observability for First and Second-Order Linear Systems," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* vol. 12, no. 3, pp. 421-428, May-June 1989.

[26] G. Klein, R. E. Lindberg, and R. W. Longman, "Computation of a Degree of Controllability via System Discretization," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* vol. 5, no. 6, pp. 583-588, November-December 1982.

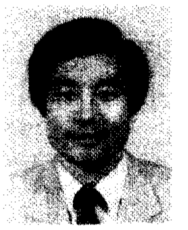
[27] C. N. Viswanathan, and R. W. Longman, "The Determination of the Degree of Controllability for Dynamic Systems with Repeated Eigenvalues," *Advances in the Astronautical Sciences,* vol. 50, 1983.

[28] C. N. Viswanathan, R. W. Longman, and P. W. Likins, "A Degree of Controllability Definition: Fundamental Concepts and Application to Modal Systems," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* vol. 7, no. 2, pp. 222-230, March-April 1984.

[29] M. Tarokh, "Measures for Controllability, Observability, and Fixed Modes," *IEEE Transactions on Automatic Control,* vol. AC-37, no. 8, pp. 1268-1273, August 1992.

최 재 원

1965년 9월 5일생. 1987년 서울대 공대 제어계측공학과 졸업. 1989년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(석사). 1995년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공박). 1995년 1월 ~ 1995년 2월 일본 우주개발사업단 쯔쿠바우주센터 방문연구원. 1995년 3월 ~ 1995년 8월 서울대 제어계측신기술연구센터 연수연구원. 1995년 9월 ~ 현재 Univ. of Southern California 박사후 연구원.



이 장 규

1946년 3월 28일생. 1971년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1974년 Univ. of Pittsburgh 전기공학과 졸업(석사). 1977년 Univ. of Pittsburgh 전기공학과 졸업(공박). 1977. 4 ~ 1981년 6월 The Analytic Sciences Corporation 연구원(Technical Staff). 1981년 6월 ~ 1982년 7월 Charles Stark Draper Laboratory 연구원(Technical Staff) 1982년 9월 ~ 현재 서울대 공대 제어계측공학과 교수. 1994년 12월 ~ 현재 서울대 자동제어특화연구센터 소장.

김 유 단

1960년 5월 5일생. 1983년 서울대 공대 항공공학과 졸업. 1985년 동 대학원 항공공학과 졸업(석사). 1990년 Texas A&M Univ. 항공우주공학과 졸업(공박). 1990년 9월 ~ 1991년 12월 Texas A&M Univ. 연구원. 1992년 2월 ~ 현재 서울대 공대 항공우주공학과 조교수.

강 태 삼

1963년 4월 6일생. 1986년 서울대 공대 제어계측공학과 졸업. 1988년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(석사). 1992년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공박). 1990년 4월 ~ 1994년 2월 서울대 공학연구소 조교. 1994년 3월 ~ 현재 호서대 공대 제어계측공학과 조교수.